

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria

Dipartimento di Elettronica e Informazione

# RISC: UN SENSORE DI DISCONTINUITÀ A RISOLUZIONE SPAZIALE CONTROLLATA E LE SUE APPLICAZIONI.

Progetto di Intelligenza Artificiale e Robotica del Politecnico di Milano  
(PM - AI & R Project)

Relatore: Prof.ssa Giuseppina GINI

Correlatore: Ing. Vincenzo CAGLIOTI

Tesi di Laurea di Emanuele Maria Santanché (Matr. n. 581501)

Anno accademico 1991/92

## ***Ringraziamenti***

*L' argomento trattato nel presente lavoro di tesi è per me di grande interesse quindi sono grato alla Prof.ssa G. Gini e all' Ing. V. Caglioti per avermi permesso di occuparmene.*

*Ringrazio l' Ing. V. Caglioti per la continua e proficua assistenza e per il paziente ed accurato lavoro di revisione della tesi, la Prof.ssa G. Gini per la disponibilità mostrata, gli Ingegneri D. Sorrenti e G. Borghi per la preziosa assistenza fornitami e per la disponibilità, l' Ing. Pedesini per la consulenza, relativa ad un problema chiave affrontato nella tesi, fornitami con molta disponibilità.*

*Ringrazio la D.E.A. S.p.A. nella persona dell' Ing. Foltz per il prezioso materiale illustrativo fornitomi e per la disponibilità.*

*La dedica del presente testo, non a caso posta qui, va ai miei genitori.*

# PREFAZIONE

L' introduzione efficace, efficiente ed economicamente conveniente di sensori nell' assemblaggio industriale robotizzato rappresenta un obiettivo di difficile raggiungimento ma che ha un' importanza chiave ai fini della robotizzazione di un sempre maggior numero di operazioni di assemblaggio e ai fini dell' ottenimento di un sempre maggior grado di affidabilità del sistema robotizzato nelle operazioni stesse.

La presente tesi propone un nuovo sensore logico basato su misure di distanza per triangolazione che rappresenta una possibile soluzione ai due principali problemi dell' assemblaggio industriale robotizzato: il riconoscimento e la localizzazione di parti e la correzione automatica degli errori.

Sia pur in costante riferimento al sostrato teorico che si è venuto formando riguardo ai due problemi sopra citati nella comunità scientifica, la presente tesi vuole quindi sempre intendersi ambientata nella problematica relativa all' assemblaggio industriale robotizzato.

Vi è peraltro la consapevolezza di una naturale distinzione tra ricerca accademica e applicazione industriale che si traduce nel cercare di identificare quali parti dei singoli problemi possono essere affrontate con maggior competenza in ambito accademico e quali in ambito industriale.

Nell' ambiente accademico troviamo maggior competenza sugli aspetti matematico-geometrici del problema mentre nell' ambiente industriale troviamo la competenza necessaria per individuare le strategie di utilizzo degli strumenti matematici.

Si ritiene quindi che il mondo accademico debba occuparsi della realizzazione di strumenti che affrontino gli aspetti matematico-geometrici del problema, strumenti il cui controllo va posto nelle mani dei progettisti industriali che conoscono molto meglio l' entità, la natura e le peculiari caratteristiche dei singoli problemi.

Buona lettura.

Emanuele Maria Santanché

# SOMMARIO

	Pagina
Ringraziamenti .....	ii
PREFAZIONE .....	iii
ELENCO DELLE ILLUSTRAZIONI .....	xiii
0. INTRODUZIONE .....	1
1. L' UTILIZZO DELLE RILEVAZIONI SENSORIALI NELLA ROBOTICA	
INDUSTRIALE .....	5
1.1. Costituzione di una tipica cella di assemblaggio robotizzata .....	5
1.2. Sensori di alto livello più proficuamente applicabili all'	
assemblaggio industriale .....	7
1.3. Il riconoscimento e la localizzazione limitata di parti .....	8
1.4. La correzione automatica degli errori .....	9
1.5. L' active compliance .....	11
2. UN NUOVO APPROCCIO NELL' IMPIEGO DELLE MISURE DI	
DISTANZA NELLA ROBOTICA INDUSTRIALE: IL CONTROLLO DELLA	
RISOLUZIONE SPAZIALE E DEL SEGMENTO DI TAGLIO .....	13
2.1. Descrizione introduttiva del sensore RISC .....	13
2.2. Il controllo del segmento di taglio .....	15
2.3. Il controllo della risoluzione spaziale .....	19
2.4. Orientamento al compito ed orientamento all' oggetto .....	19
2.5. I vincoli temporali nell' acquisizione di misure di distanza e la	
necessità di raggiungere la massima risoluzione spaziale .....	20
2.6. I fori e il controllo del segmento di taglio .....	22
2.7. Il cilindro comando ganasce freni e il controllo della risoluzione	
spaziale .....	24
2.8. Utilizzo attivo del sensore per la disambiguazione in compiti di	
riconoscimento/localizzazione .....	25
2.9. Rilevazione di discontinuità tra superfici lisce e superfici filettate ..	27
2.10. La necessità di conoscere la struttura locale delle discontinuità ...	28
3. ENUNCIAZIONE DEL PROBLEMA DELLA RILEVAZIONE DELLE	
DISCONTINUITÀ .....	30
3.1. Gli scopi del presente capitolo .....	30
3.2. Introduzione alla visione automatica .....	31
3.3. Analisi dell' enunciazione di alcuni problemi della visione	
automatica .....	31

3.3.1. La rilevazione di angoli nelle curve piane.....	31
3.3.2. La rilevazione degli edge .....	32
3.3.2.1. Caratteristiche generali del problema .....	32
3.3.2.2. Differenziazione matematica .....	33
3.3.2.3. Lo spazio delle scale.....	34
3.3.2.4. Regolarizzazione globale.....	34
3.3.2.5. Fitting di superfici.....	35
3.3.2.6. Altre enunciazioni.....	35
3.3.3. La rilevazione delle discontinuità nel contesto del problema dell' edge detection.....	36
3.3.4. L' applicazione dell' edge detection ad immagini di distanza .....	36
3.4. Enunciazione del problema della rilevazione delle discontinuità da misure di distanza su oggetti industriali .....	37
3.4.1. Il problema della rilevazione delle discontinuità come problema di matching.....	37
3.4.2. La rilevazione multiscala .....	39
3.4.3. La restituzione della struttura locale .....	39
3.4.4. La trattazione del rumore .....	40
3.4.5. L' occlusione .....	40
3.4.6. La molteplicità dei parametri.....	40
3.5. Conclusioni .....	41
4. RICERCHE PRECEDENTI SUL PROBLEMA DELLA RILEVAZIONE DELLE DISCONTINUITÀ .....	42
4.1. Introduzione .....	42
4.2. La rilevazione di angoli nelle curve piane .....	42
4.2.1. Angoli nelle curve codificate con il chain-code .....	43
4.2.2. Angoli nelle curve codificate nel piano $\theta$ -s.....	43
4.2.3. Uso esplicito dello scale-space.....	43
4.2.4. Angoli dai livelli di grigio.....	44
4.3. La rilevazione degli edge .....	44
4.3.1. Differenziazione matematica .....	44
4.3.1.1. Operatori elementari di differenziazione .....	44
4.3.1.2. Filtraggio gaussiano.....	45
4.3.1.3. Regolarizzazione funzionale per il filtraggio.....	46
4.3.2. Scale-space .....	46

4.3.2.1. Trattamento globale dello scale-space .....	46
4.3.2.2. Edge focusing.....	47
4.3.3. Regolarizzazione globale .....	47
4.3.4. Fitting di superfici .....	47
4.3.5. Altre tecniche .....	47
4.4. La rilevazione delle discontinuità nel contesto del problema dell' edge detection .....	48
4.4.1. Filtraggio.....	48
4.4.2. Fitting.....	48
4.5. L' applicazione dell' edge detection ad immagini di distanza.....	49
5. DISCUSSIONE TEORICA DELLA SOLUZIONE PROPOSTA AL PROBLEMA DELLA RILEVAZIONE DELLE DISCONTINUITÀ CON CONTROLLO DELLA RISOLUZIONE SPAZIALE .....	50
5.1. Introduzione al rilevamento delle discontinuità mediante fitting.....	50
5.1.1. La simbologia usata e le caratteristiche statistiche delle variabili casuali maggiormente usate .....	50
5.1.1.1. La funzione di distanza .....	50
5.1.1.2. Simbologia e caratteristiche statistiche delle variabili casuali di interesse .....	51
5.1.2. Il fitting destro e sinistro.....	52
5.1.3. La correttezza del fitting.....	55
5.2. Il test di correttezza del fitting.....	56
5.2.1. Test sul rapporto delle varianze .....	56
5.2.2. Test di verosimiglianza.....	59
5.3. Il test di presenza della discontinuità .....	60
5.3.1. Il test del triplo fitting.....	60
5.3.2. Test della media dei coefficienti.....	62
5.4. Miglioramento della localizzazione delle discontinuità .....	66
5.4.1. Scelta della discontinuità di massima verosimiglianza congiunta.....	66
5.4.2. Localizzazione fine degli angoli per intersezione dei fitting destro e sinistro .....	66
5.4.3. Caratteristiche statistiche della precisione di rilevamento delle discontinuità .....	67
5.5. Fitting e smoothing gaussiano .....	67
5.6. La rilevazione multiscala .....	68

5.6.1. Metodo di incremento progressivo del supporto .....	68
5.6.2. Metodo dei fitting sfalsati.....	69
6. DESCRIZIONE DELL' IMPLEMENTAZIONE REALIZZATA DEL SENSORE DI DISCONTINUITÀ A RISOLUZIONE SPAZIALE CONTROLLATA .....	71
6.1. Il sensore fisico .....	71
6.1.1. Descrizione .....	71
6.1.2. Problemi della rilevazione di distanza per triangolazione laser e confronto con altre tecniche .....	72
6.1.2.1. Range dinamico della riflettanza.....	73
6.1.2.2. Artefatti dovuti alla riflettanza .....	73
6.1.2.3. Riflessioni secondarie.....	73
6.1.2.4. Non visibilità.....	74
6.1.2.5. Confronto con altre tecniche e miglioramento della precisione del PSD .....	74
6.2. Il modello osservato.....	75
6.2.1. Il solido di rotazione .....	76
6.2.2. Modello poliedrico .....	76
6.2.3. Simulazione dell' errore di misura .....	77
6.3. Descrizione dell' algoritmo .....	78
6.3.1. Partizione del taglio .....	78
6.3.2. Stima del rumore.....	78
6.3.3. Rilevazione e localizzazione delle discontinuità .....	79
6.4. Il testing della performance .....	80
6.4.1. Il test statistico .....	80
6.4.2. La visualizzazione grafica .....	81
6.5. Altre funzionalità del software.....	82
7. DIREZIONI DI SVILUPPO DEL SENSORE .....	83
7.1. Miglioramento della stima del rumore con introduzione di stime a priori .....	83
7.2. Miglioramento della rilevazione degli angoli.....	84
7.3. Studio della problematica delle riflessioni .....	85
7.4. Criteri per l' ottimizzazione delle risoluzioni spaziali e la scelta del segmento di taglio .....	85
8. APPLICAZIONE DEL SENSORE AL PROBLEMA DELLA CORREZIONE AUTOMATICA DEGLI ERRORI .....	87

8.1. Uno strumento per la specifica di operazioni di monitoraggio automatico degli errori .....	87
8.2. Integrazione di una verifica di presenza con una localizzazione limitata.....	89
9. ENUNCIATIONE DEL PROBLEMA DEL RICONOSCIMENTO E DELLA LOCALIZZAZIONE DI PARTI INDUSTRIALI .....	92
9.1. Formulazione generale del problema del riconoscimento e della localizzazione di parti industriali .....	92
9.1.1. Introduzione .....	92
9.1.2. Modelli .....	93
9.1.3. Scelta delle feature.....	94
9.1.4. Matching .....	94
9.1.5. Verifica .....	96
9.1.6. Ricerca attiva.....	96
9.2. Modelli .....	96
9.2.1. Descrittivi e/o approssimati .....	97
9.2.1.1. CSG.....	97
9.2.1.2. Descritti da superfici.....	97
9.2.1.3. Occupazione spaziale.....	97
9.2.1.4. Triangolazione.....	98
9.2.1.5. Ottenuti per misurazione .....	98
9.2.2. Geometrie semplici.....	98
9.2.2.1. Wireframe .....	98
9.2.2.2. Poliedri.....	98
9.2.2.3. Quadrici .....	99
9.2.2.4. Coni generalizzati .....	99
9.2.3. Surface boundary (B-rep) .....	99
9.2.4. Multiple view .....	99
9.2.5. Reali .....	100
9.3. Scelta delle feature .....	101
9.3.1. Feature di base.....	101
9.3.2. Feature cluster.....	101
9.3.3. Probing.....	102
9.3.4. View dependent o view independent .....	102
9.4. Matching .....	103
9.4.1. Match invariante .....	103



9.4.2. Subgraph matching, esatto o inesatto .....	103
9.4.3. Vincoli ed euristiche.....	104
9.4.4. Dynamic programming e relaxation labeling.....	104
9.4.5. Knowledge-based.....	104
9.4.6. Structural grouping.....	105
9.4.7. Match di viste.....	105
9.5. Verifica.....	105
9.5.1. Template matching .....	105
9.5.2. Supporting feature searching .....	106
9.5.3. Pose clustering .....	106
9.5.4. Pose elimination.....	106
9.6. Ricerca attiva .....	106
9.6.1. Scelta dei probing: Entropia e Bayes.....	106
9.6.2. Fusione sensoriale: Dempster-Shafer e Bayes .....	107
10. RICERCHE PRECEDENTI SUL PROBLEMA DEL RICONOSCIMENTO E DELLA LOCALIZZAZIONE DI PARTI INDUSTRIALI.....	108
10.1. Introduzione .....	108
10.2. Panoramiche .....	108
10.3. Modelli .....	109
10.3.1. Poliedri.....	109
10.3.2. Descrizione tramite superfici .....	109
10.3.3. Triangolazione .....	109
10.4. Matching .....	110
10.4.1. Euristico.....	110
10.4.2. Vincolato .....	110
10.4.3. Invariantivo .....	111
10.4.4. Basato su feature cluster .....	111
10.4.5. View dependent .....	112
10.5. Ricerca attiva.....	112
10.6. Metodi basati sull' uso di luce strutturata.....	112
10.7. Metodi vari.....	113
10.8. Localizzazione .....	113
10.9. Pattern recognition.....	114
10.9.1. Panoramiche .....	114
10.9.2. Rule-based .....	114

10.9.3. Piecewise linear classifier .....	114
10.9.4. Minimum interdependence .....	114
10.9.5. Nearest neighbors .....	115
10.10. Matematiche per la ricerca attiva .....	115
10.10.1. Teoria di Dempster e Shafer .....	115
10.10.2. Teoria di Bayes.....	116
10.10.3. Entropia.....	116
11. RICONOSCIMENTO E LOCALIZZAZIONE DI POLIEDRI CON TRE GRADI DI LIBERTÀ PER MEZZO DI SCANSIONI PIANE E IDENTIFICAZIONE DI DIEDRI .....	118
11.1. Caratterizzazione del problema del riconoscimento e della localizzazione di poliedri con tre gradi di libertà .....	118
11.2. Delineazione delle strategie per la scelta dei probing e per il matching.....	118
11.2.1. Strategie di scelta dei probing .....	118
11.2.2. Metodi di matching .....	120
11.3. Riconoscimento e localizzazione di un diedro .....	120
11.3.1. Definizione di un diedro.....	120
11.3.2. Probing da utilizzare per il riconoscimento e la localizzazione di un diedro .....	120
11.3.3. Angolo ottenuto da un probing piano .....	121
11.3.4. Angoli ottenuti da un probing orizzontale e da un probing verticale .....	122
11.4. Prima fase: probing orizzontale .....	123
11.4.1. Invarianza dei risultati del probing orizzontale .....	123
11.4.2. Scelta del probing migliore .....	125
11.5. Calcolo delle probabilità di osservabilità dei diedri nel probing orizzontale .....	125
11.6. Seconda fase: probing verticale .....	127
11.7. Cenni sull' utilizzo del criterio entropico per la scelta dei probing verticali .....	128
12. RICONOSCIMENTO E LOCALIZZAZIONE DI POLIEDRI CON SEI GRADI DI LIBERTÀ TRAMITE IDENTIFICAZIONE DI DIEDRI E CON L' UTILIZZO DELLA SUPERFICIE DI COMPATIBILITÀ .....	134
12.1. Riconoscimento e localizzazione di poliedri con sei gradi di libertà per identificazione di diedri .....	134

12.2. Utilizzo della superficie di compatibilità.....	134
12.2.1. La teoria della superficie di compatibilità .....	135
12.2.2. Descrizione di un doppio diedro e dei dati raccolti da un taglio piano.....	137
12.2.3. Calcolo dell' equazione della superficie di compatibilità per il doppio diedro.....	138
13. DESCRIZIONE DELL' IMPLEMENTAZIONE REALIZZATA DI UN SISTEMA DI RICONOSCIMENTO DI POLIEDRI CON SEI GRADI DI LIBERTÀ TRAMITE LA SUPERFICIE DI INTERPRETAZIONE .....	143
13.1. Riconoscimento di due doppi diedri tramite uso della superficie di compatibilità .....	143
13.2. Un esempio di orientamento all' oggetto del sensore RISC .....	144
14. CENNI ALL' APPLICAZIONE DEL SENSORE AL RICONOSCIMENTO ED ALLA LOCALIZZAZIONE DI PARTI INDUSTRIALI REALI .....	146
14.1. Riconoscimento e localizzazione di parti industriali reali per mezzo dell' identificazione di diedri .....	146
14.2. Riconoscimento e localizzazione limitati .....	147
15. CONCLUSIONI.....	149
APPENDICE A ESPOSIZIONE GRAFICA DI ESEMPI DI UTILIZZO DEL SENSORE .....	151
APPENDICE B RISULTATI DEGLI ESPERIMENTI DI CARATTERIZZAZIONE STATISTICA DEL SENSORE.....	159
APPENDICE C RISULTATI DEGLI ESPERIMENTI DI RICONOSCIMENTO DI POLIEDRI.....	165
APPENDICE D RICHIAMI DI STATISTICA E COMMENTI AL CAPITOLO 5.....	174
La verosimiglianza del fitting .....	174
Test ad una e a due code.....	175
La funzione Gamma.....	176
I gradi di libertà .....	176
Regole per l' ottenimento della ddp di variabili composte.....	177
APPENDICE E DETTAGLIO DI ALCUNI STUDI MATEMATICI EFFETTUATI .....	178
APPENDICE F EQUAZIONI PER LA SUPERFICIE DI COMPATIBILITÀ ..	210
BIBLIOGRAFIA.....	216



# ELENCO DELLE ILLUSTRAZIONI

	Pagina
Figura 1. L' operazione del taglio piano .....	14
Figura 2. Segmento di taglio e piano di proiezione .....	15
Figura 3. Il foro e il controllo del segmento di taglio .....	22
Figura 4. Il cilindro comando ganasce freni .....	24
Figura 5. Disambiguazione in riconoscimento poliedri .....	25
Figura 6. La necessità di conoscere la struttura locale.....	27
Figura 7. Necessità del test di verosimiglianza .....	54
Figura 8. Localizzazione fine degli angoli .....	65
Figura 9. Test derivata-curvatura .....	79
Figura 10. Discontinuità introvabili .....	81
Figura 11. Verifica di presenza e localizzazione di una vite.....	89
Figura 12. Tabella complessità operazione di verifica .....	90
Figura 13. Parametri invarianti ed estrinseci del diedro.....	119
Figura 14. Probing per la misurazione di un diedro .....	121
Figura 15. Risultato di un probing orizzontale.....	123
Figura 16. Insiemi di spigoli intersecati da un taglio orizzontale .....	124
Figura 17. Calcolo della visibilità degli spigoli .....	126
Figura 18. Vincolo tra taglio orizzontale e verticale .....	128
Figura 19. Il doppio diedro .....	136
Figura 20. I parametri intrinseci del doppio diedro.....	136
Figura 21. Incognite per il calcolo delle equaz. della sup. di comp. ....	137
Figura 22. Le 20 equaz. iniziali della sup. di compatibilità .....	210
Figura 23. Valutazione dell' angolo DAF .....	214

## 0. INTRODUZIONE

I robot vengono utilizzati in ambito industriale per l'automatizzazione di molti compiti ([125]) dei quali l'assemblaggio è quello in cui l'utilizzo di sensori può svolgere un ruolo di particolare importanza.

Infatti nell'assemblaggio le incertezze a carattere geometrico giocano un ruolo fondamentale nel determinare la riuscita dell'operazione di montaggio.

Tali incertezze possono essere dovute ad errori di posizione negli oggetti e nel manipolatore ma anche ad errori dimensionali degli oggetti.

La soluzione normalmente adottata a questo problema sta nell'utilizzo di dispositivi in grado di presentare al robot le parti con errori di posizione sufficientemente bassi da ridurre a livelli accettabili la probabilità di errato o mancato montaggio delle parti.

Tutto ciò presuppone la possibilità di una accurata valutazione della stessa incertezza e della sua correlazione con la probabilità di corretto montaggio.

Tali valutazioni vengono comunemente fatte nella progettazione di un impianto di assemblaggio robotizzato scoprendo che in molti casi il compito di ridurre l'incertezza nella presentazione delle parti al robot è critico e può sconsigliare l'uso del robot.

Anche quando si ritenesse affidabilmente eliminabile l'incertezza con un sistema di posizionamento, può a questo punto accadere che l'incertezza sia a tal punto ridotta che un sistema di automazione fisso, non riprogrammabile, risulti applicabile e magari vantaggiosamente rispetto al robot.

Inoltre il costo di un preciso sistema di posizionamento generalmente progettato ad hoc è spesso comparabile a quello del robot stesso.

Ciò vuol dire che la risoluzione dell'incertezza per mezzo di sensori invece che di sistemi di posizionamento può produrre vantaggi di costo o può addirittura rendere possibile l'applicazione di un robot.

Ma non è solo l'incertezza di natura geometrica il problema da risolvere nell'automazione di compiti di assemblaggio.

Il fatto che un oggetto scivoli dalla mano del robot non è dovuto all'incertezza. Anche avendo dotato la cella di un perfetto sistema di posizionamento, l'evento indesiderato citato può comunque accadere. Eventi di questo tipo, incontrollabili senza l'utilizzo di sensori, possono facilmente rendere improponibile l'automazione dell'operazione di montaggio o condurre a soluzioni ad hoc costose e magari ancora inaffidabili.

Nel caso migliore si hanno frequenti fermo-macchina o perdite di tempo che nuociono alla produttività. Non si deve dimenticare a proposito di produttività che l'introduzione di un robot ha anche lo scopo di ottenere un incremento di produttività ([125]) oltre quello di ottenere una qualità del prodotto migliore e più costante.

In sintesi il sensore nell'ambito dell'assemblaggio robotizzato è un modo alternativo ed in certi casi imprescindibile per eliminare quella mancanza di determinismo, ovviamente presente quando si ha a che fare con il mondo reale, che, o rende lo specifico compito non automatizzabile affidabilmente, o rende necessario l'uso di apparecchiature progettate ad hoc e molto precise ovvero costose.

Non è detto che non accada che l'introduzione dei sensori non si limiti a spostare i costi dalla progettazione meccanica di posizionatori alla progettazione di software di gestione dei sensori, né è detto che sia sempre facile quantificare con precisione i vantaggi connessi con l'uso dei sensori.

Ciò che si ci propone in questa tesi è di presentare un *sensore logico* dalle interessanti prospettive per quanto riguarda l'applicabilità ai problemi esposti.

Chiariamo innanzitutto l'accezione in cui si intende usare il termine *sensore logico*.

In letteratura si intende per sensore logico l'insieme di un sensore fisico e dei programmi che estraggono informazioni utilizzabili dai segnali forniti dal sensore: qui si vuole aggiungervi la strategia d'uso del sensore.

Ciò vuol dire che non ci si vuole limitare, nel presente lavoro, alla trattazione monodimensionale di un filtro che, applicato per righe o per colonne ad una immagine di intensità o di distanza, individua genericamente degli edge.

Qui ci preoccuperemo innanzitutto di individuare le ipotesi di natura scientifica dalle quali si è inteso far partire l'analisi del problema e illustreremo i motivi della minore utilità di approcci in cui gli stessi strumenti sono utilizzati per individuare gli edge (spigoli) in una fotografia aerea oppure in un cilindro di

comando delle ganasce dei freni parzialmente localizzato (oggetto che illustreremo meglio in seguito).

Con riferimento alla strategia d'uso del sensore sono molto importanti le strategie di raccolta delle rilevazioni sensoriali ovvero l'utilizzo attivo del sensore.

Mostreremo come può trarsi vantaggio da un utilizzo più attivo del sensore di distanza a triangolazione facendo vedere come in casi in cui l'ottenimento di immagini complete è improponibile, l'ottenimento mirato e l'utilizzo intelligente di una quantità molto più piccola di informazioni sensoriali può risolvere brillantemente il problema.

Mostreremo inoltre come l'algoritmo di rilevazione delle discontinuità possa e debba essere adattato al particolare oggetto in esame e come questa adattabilità possa essere utilmente controllata dagli algoritmi di livello superiore, quelli di riconoscimento e localizzazione per es., per risolvere ambiguità che usualmente complicano, rendono inefficienti e inaffidabili diverse strategie di riconoscimento e localizzazione.

La trattazione si suddivide in due parti: i §§ 1-7 si occupano del sensore logico proposto, i §§ 8-14 ne esaminano le applicazioni.

Nel § 1 si esaminano gli utilizzi dei sensori nella robotica industriale, illustrandone il ruolo.

Il § 2 è il capitolo chiave della trattazione in quanto contiene la discussione delle caratteristiche del sensore logico proposto e il loro inquadramento nell'ambito dei problemi dell'assemblaggio robotizzato.

Nel § 3 si entra nel dettaglio di un sottoproblema della metodica di rilevazione sensoriale proposta: la rilevazione delle discontinuità.

Il § 4 contiene una panoramica ragionata dei metodi esistenti di edge detection e discontinuity detection.

Nel § 5 si esaminano gli aspetti teorici della metodica di rilevazione sensoriale proposta.

Il § 6 descrive proceduralmente il sensore logico.

Il § 7 indica alcune idee per il miglioramento del sensore e per il suo utilizzo attivo e adattato all'oggetto in esame.

Il § 8 inizia l'esame delle applicazioni del sensore con la correzione automatica degli errori nei robot.

I §§ 9-14 riguardano invece il riconoscimento e la localizzazione di parti. In questo caso si sono voluti esaminare problemi classici come il



riconoscimento e la localizzazione di poliedri per meglio evidenziare le potenzialità del sensore. Non si è però trascurato il problema del riconoscimento e della localizzazione di parti industriali reali.

Il § 9 enuncia il problema introducendone la terminologia e una classificazione delle strategie generalmente usate.

Il § 10 descrive i lavori precedenti inquadrandoli nella classificazione data nel § 9.

I §§ 11 e 12 descrivono due strategie per il riconoscimento e la localizzazione di poliedri facenti uso del sensore proposto mentre il § 13 descrive un esperimento di riconoscimento di poliedri tramite una delle tecniche esposte nel § 12.

Nel § 14 infine si delineano alcune idee per l' applicazione del sensore al riconoscimento e alla localizzazione di parti industriali reali. Si illustra più in dettaglio il problema del riconoscimento e della localizzazione limitati, problema enunciato nel § 1.3 e che non risulta precedentemente formulato nella letteratura a conoscenza dell' autore.

# **1. L' UTILIZZO DELLE RILEVAZIONI SENSORIALI NELLA ROBOTICA INDUSTRIALE**

## **1.1. Costituzione di una tipica cella di assemblaggio robotizzata**

Una catena di montaggio robotizzata è generalmente costituita da una decina di celle ( $9 \pm 5$  con un minimo di 4 e un massimo di 21 dall' analisi di 11 impianti descritti in [9]; il riferimento [9] è riportato in fondo per comodità del lettore) in ognuna delle quali un robot esegue una parte limitata dell' assemblaggio complessivo.

Il tempo di ciclo è di circa 20 secondi ( $21 \pm 8$  con un minimo di 9 ed un massimo di 36 da 12 impianti descritti in [9]). Su questo dato vogliamo soffermarci per sottolineare l' esiguità del tempo disponibile per eventuali rilevazioni sensoriali. In pratica, se la rilevazione sensoriale non può essere realizzata parallelamente ad altre operazioni compiute dal robot, il tempo disponibile per essa non è superiore al secondo. Un secondo rappresenta il 5 % del tempo di ciclo ovvero risparmiare un secondo vuol dire incrementare la produttività della linea del 5 %. Questo è un ottimo motivo per chiedersi se la rilevazione sensoriale sia veramente necessaria.

Abbiamo individuato già una caratteristica della cella robotizzata: il robot esegue una piccola parte dell' assemblaggio complessivo. Questo vuol dire semplificare la programmazione del singolo robot applicando il detto latino « divide et impera », ma si tratta anche di una necessità in quanto ogni singola cella deve essere circondata da dispositivi specializzati di alimentazione dei particolari e da dispositivi di assemblaggio asserviti dal robot per cui le celle sono molteplici anche per motivi di ingombro.

Un robot che faccia tutto da solo dovrebbe inoltre avere sicuramente 6 gradi di libertà se non di più per evitare le collisioni e la sua programmazione sarebbe molto complicata. In pratica non ci sono vantaggi nell' utilizzare 9 robot che realizzano tutti lo stesso assemblaggio invece di 9 robot in catena a meno di pensare ad un futuribile "Craftsman Robot" (robot artigiano [126]) capace della flessibilità necessaria per eseguire molti compiti di assemblaggio con l' aiuto di strumenti generici e senza la necessità di apparecchiature dedicate.

Si tratta di una idea molto interessante che passa per l' utilizzo estensivo dei sensori ma considerazioni molto semplici la privano di molto del suo fascino.

Infatti diverse apparecchiature dedicate non vengono introdotte solo perché il povero robot, cieco e privo del tatto, non è capace di eseguire il montaggio da se, ma anche perché una operazione di inserimento richiede due mani anche all' uomo! Però una seconda mano robotica è molto costosa per cui può spesso convenire sostituirla con una attrezzatura dedicata.

Un' altra considerazione riguarda i pallet. Il pallet o pianale è un piano attrezzato in cui vengono alloggiati i pezzi da montare e che viaggia lungo la linea su rotaie con rulli folli. La necessità di un piano attrezzato (cioè disegnato appositamente per il pezzo) non sta solo nella incapacità del robot di prelevare il pezzo da un piano qualsiasi, ma anche nel fatto che il robot ha un braccio solo e qualcosa deve tenergli fermo il pezzo mentre ci inserisce dei particolari. Questo qualcosa non può essere un costoso secondo braccio per cui deve essere un piano attrezzato.

Se il piano attrezzato deve tenere fermo il pezzo mentre il robot ci lavora, vuol dire che l' incertezza posizionale del pezzo è già molto ridotta però può ancora essere proponibile l' introduzione di sensori per risolvere eventuale incertezza residua oppure può accadere che richiedendo al pianale di tenere fermo il pezzo, senza richiedergli di localizzarlo con massima precisione, si ottenga la possibilità di risparmiare sul pianale fino al punto di giustificare l' uso di un sensore.

In particolare può ottenersi il massimo risparmio sul pianale se si riesce a non doverlo fare apposta per il dato pezzo ovvero se si riesce a standardizzarlo. E' infatti plausibile la possibilità di realizzare sistemi di bloccaggio non necessariamente perfettamente adattati al pezzo ma capaci di bloccarlo sia pur con scarsa precisione di posizionamento.

Altro interessante discorso è quello dell' alimentazione dei particolari che di nuovo vanno presentati al robot con la massima precisione nell' orientamento. Tali sistemi di alimentazione sono realizzati ad hoc e perciò molto costosi. Se la precisione richiesta diminuisse in quanto ci sarebbe un sensore a risolvere l' incertezza residua, il sistema di alimentazione sarebbe meno costoso e potrebbe addirittura essere standardizzato e non più realizzato ad hoc. L' ideale sarebbe mettere in grado il robot, grazie ai sensori, di pescare i particolari da un cassone in cui essi sono messi alla rinfusa ([72] [73]). Però è molto probabile che in questo ultimo caso il vantaggio ottenuto sia superato dal maggior costo del sensore.

## **1.2. Sensori di alto livello più proficuamente applicabili all' assemblaggio industriale**

In [9] scopriamo che i sensori maggiormente usati in campo industriale sono quelli di prossimità e quelli di forza nel polso del robot, i primi per il loro basso costo mentre i secondi sono utilizzati semplicemente per rilevare forze anomale e bloccare quindi l' operazione di montaggio. La visione, bidimensionale, è usata in due impianti su 12 per operazioni di controllo.

Tornando alla ricerca, diremo che i sensori più interessanti sono la visione monocolare, i telemetri a triangolazione (con un singolo raggio laser o con un piano di luce o per proiezione di una griglia luminosa o per stereoscopia), i sensori di forza, i sensori tattili e i sensori semplici intendendo con tale denominazione indicare cellule fotoelettriche, sensori di prossimità ecc. .

Ci sono anche altri sensori (per es. [84]) che però necessitano di essere spostati nello spazio dal robot stesso. Questo comporta perdite di tempo spesso improponibili.

I sensori di forza, quelli tattili e quelli semplici facilmente trovano ambiti applicativi diversi e vanno trattati in modo da sfruttare le loro particolari caratteristiche. La diversità nelle caratteristiche dei diversi sensori richiede che i modelli del mondo siano convertiti in rappresentazioni sensor-tuned ([127] [61] [62]) a causa della presenza in molti ambiti applicativi di informazioni sul modello del mondo che sono necessarie per l' utilizzo delle informazioni sensoriali e che non sono generalmente contenute nei modelli CAD degli

oggetti e che non sono le stesse per ogni sensore. E' importante infine il concetto di cooperazione e di competizione tra sensori ([3]).

Qui ci occuperemo della rilevazione della distanza per triangolazione ottenuta con un singolo raggio laser.

L' utilizzo di piani di luce è sconsigliato per la maggiore vistosità del fenomeno delle riflessioni indesiderate ([34] [51]) mentre l' uso di griglie variamente codificate ([59] [60] [91] [92] [93]), oltre a produrre ancora più vistosi problemi di riflessioni, fornisce una risoluzione spaziale molto bassa. Basti vedere quali ipotesi sulla forma dell' oggetto vengono fatte in un caso di utilizzo di griglie ([93] pg. 391) per capire quanto siano lontane tali soluzioni dall' applicabilità industriale. I piani di luce sono sconsigliati anche per l' impossibilità di ottenere la massima risoluzione spaziale possibile.

### **1.3. Il riconoscimento e la localizzazione limitata di parti**

Uno dei problemi più visitati relativamente all' assemblaggio industriale è il riconoscimento e la localizzazione di parti.

E' indubbio, almeno intuitivamente, il vantaggio in termini di flessibilità e di riduzione dei costi che si può ottenere mettendo in grado il robot di riconoscere e localizzare le parti rendendo così inutili costosi e sofisticati sistemi di posizionamento.

Alcune considerazioni fatte nel § 1.1 spingono ad essere più cauti. Il costo di un sistema sensoriale in grado di operare il riconoscimento e la localizzazione di una parte comunque posizionata può superare quello del sistema di posizionamento tradizionale.

Però è possibile che il sistema di posizionamento scenda molto in costo se richiediamo ad esso una precisione molto grossolana ed aggiungiamo un sistema sensoriale che è più semplice perché non deve localizzare un oggetto dalla posizione completamente ignota, bensì può beneficiare di una posizione grossolanamente determinata dell' oggetto.

Se si richiede al sistema di posizionamento di determinare la posizione dell' oggetto con una precisione attorno al centimetro, esso risulterà molto più semplice di uno che debba ottenere una precisione di un decimo di millimetro mentre il sensore verrà molto favorito dall' avere una precisione di un centimetro piuttosto che dover partire dalla completa ignoranza della posizione dell' oggetto.

Per questo scenario si è appunto coniato il termine di riconoscimento e localizzazione limitati. Occorre osservare che nella letteratura a conoscenza dell' autore non vi è traccia di tentativi di risoluzione di tale problema anche perché il sensore *logico* proposto in questa tesi è l' unico in grado di dare un senso alla differenziazione del riconoscimento/localizzazione limitato dal riconoscimento/localizzazione tradizionale.

## 1.4. La correzione automatica degli errori

Per una sintetica ed efficace focalizzazione degli scopi e dei problemi della correzione automatica degli errori nei robot rimandiamo a [128] e a letteratura collegata per approfondimenti ([129]-[134]).

Qui ci soffermeremo a sottolineare il ruolo chiave della correzione automatica degli errori nell' assemblaggio robotizzato. In [9] possiamo notare come molta enfasi viene posta nel sottolineare come l' introduzione di un robot può portare ad un maggior controllo sulla qualità della produzione e sugli errori anche se il robot è dotato di sensori semplici (vedi [9] fascicolo 2 pg. 23 e pg. 28).

Ma soffermiamoci su alcune soluzioni per la verifica del corretto montaggio utilizzate industrialmente: a pg. 2 del fascicolo 2 di [9] troviamo descritta la linea di montaggio della scatola differenziale. La stazione E di tale linea provvede al « controllo coppia di rotolamento degli ingranaggi satelliti e planetari ».

Ciò vuol dire che ingranaggi appena montati vengono messi in moto meccanicamente e si verifica che ingranino correttamente. Indubbiamente si tratta di una soluzione veramente ad hoc quindi più costosa di un metodo più generale di verifica quale può essere quello che fa uso di qualche sensore, però la sua efficacia è indiscutibile mentre quella di un sensore che esegua soltanto misurazioni geometriche è tutta da dimostrare.

Sempre nel fascicolo 2 di [9], a pg. 6, scopriamo che il coperchio comando marce viene collaudato « mediante attrezzatura meccanica con simulazione delle condizioni di funzionamento ».

E' vero che questo genere di controlli può essere fatto solo a montaggio concluso e che essi non esauriscono le problematiche della correzione automatica degli errori, però mostrano in modo molto eloquente quanto

debbano essere convincenti le proposte di introduzione di sensori in robotica per potersi paragonare in efficacia a simili controlli.

Un ultimo esempio rincarà la dose dei due precedenti: avevate mai pensato alla possibilità di usare un sensore ad aria compressa per verificare assieme il corretto montaggio e l'integrità di una parte da montare? Citiamo di nuovo da [9] (fascicolo 2 pg. 3):

... Il montaggio è stato risolto con un dispositivo a bassa pressione che fa pulsare la cuffia, la fa risalire lungo il profilo dello stantuffo e contemporaneamente accerta eventuali perdite che possono essere causate o dal calzamento non ben eseguito o da difetti della cuffia.

La morale è che il mondo è più complicato di un modello geometrico.

Una ultima considerazione riguarda il controllo del programmatore sulla pianificazione delle rilevazioni sensoriali da effettuarsi per il monitoraggio e la correzione automatica degli errori. Introduciamo la considerazione con una citazione ancora da [9] (fascicolo 2 pg. 23):

... linea di montaggio del cilindro comando nasce. La superficie esterna dell'oggetto montato non ha delle zone di presa lavorate e quindi è possibile uno scostamento fra l'asse del foro e quello del dispositivo di inserimento del gruppo premiguarnizioni. Se questo scostamento si verifica e l'inserimento non riesce al primo tentativo, esso viene riprovato compatibilmente con il tempo ciclo mentre il robot cerca l'allineamento dei due assi con un lento moto rotatorio.

Chi, se non il programmatore del robot, può dirci che esiste la possibilità che l'oggetto scivoli in mano al robot, sia pur senza cadere, per cui è questo evento che dobbiamo monitorare e correggere ?

Come può un sistema sensoriale realizzato in base a generici criteri geometrico-matematici indovinare dove e come rilevare e cosa fare per correggere, quando gli elementi di cui tenere conto nel prendere tali decisioni sono di natura squisitamente meccanica o addirittura sono contenuti solo nell'esperienza del progettista industriale ?

Non è forse meglio che gli strumenti matematico-geometrici vengano realizzati con l'obiettivo di fornire al progettista-programmatore dei tools, dei mattoni con i quali costruire in modo ben fondato scientificamente le verifiche e le azioni correttive che egli ritiene opportuno eseguire ?

E' vero che l'obiettivo generalmente attribuito alla correzione automatica degli errori è quello di liberare il programmatore dall'incombenza di tenere conto delle possibili occorrenze di errori, però può essere ugualmente molto

interessante dotare il programmatore di strumenti che lo aiutino a inserire nel sistema la capacità di reagire agli imprevisti in un modo più sistematico, basato sulla modellazione degli oggetti, utilizzando linguaggi di specifica appositamente studiati per la correzione degli errori.

L' uso di questi strumenti faciliterebbe l' introduzione dei sensori, renderebbe il trattamento degli errori più sistematico e basato sulla geometria e creerebbe il corretto background per l' estrazione futura di quel know-how, ora appannaggio del solo progettista industriale, necessario perché strumenti completamente automatici di correzione automatica degli errori siano più che semplici esercitazioni accademiche.

## **1.5. L' active compliance**

Si è parlato di specializzazione dei compiti dei vari sensori. Uno dei sensori più specializzati è indubbiamente il sensore di forza nel polso del robot. Esso permette di realizzare la cosiddetta active compliance ovvero la guida dell' operazione di inserimento per mezzo delle forze rilevate nel corso dell' operazione. Il dispositivo denominato RCC (Remote Center of Compliance) realizza invece la passive compliance ovvero si tratta di uno snodo meccanico aggiunto alla mano del robot in modo che forze che vengono a prodursi all' atto dell' inserimento a causa di errori di allineamento, guidino la parte da inserire nel foro. La active compliance prevede invece il calcolo degli aggiustamenti posizionali da applicare alla mano del robot per raggiungere l' allineamento sulla base delle forze rilevate dal sensore del polso.

Sono chiare le connessioni di tali metodiche con il tema della correzione automatica degli errori.

Ricerche sull' active compliance sono contenute in [135]-[137]. L' importanza dell' operazione di inserimento nell' assemblaggio industriale assegna un ruolo chiave alla compliance attiva o passiva.

Però sia la compliance attiva che quella passiva sono in grado di risolvere incertezze posizionali non superiori al millimetro ([125] pg. 244 per gli RCC).

Mostriamo come il sensore proposto in questa tesi possa facilmente essere utilizzato per ridurre l' incertezza a livelli ai quali i dispositivi di compliance possano essere applicati, a partire da livelli di incertezza circa una decina di volte superiori.



## **2. UN NUOVO APPROCCIO NELL' IMPIEGO DELLE MISURE DI DISTANZA NELLA ROBOTICA INDUSTRIALE: IL CONTROLLO DELLA RISOLUZIONE SPAZIALE E DEL SEGMENTO DI TAGLIO**

### **2.1. Descrizione introduttiva del sensore RISC**

Il sensore logico che proponiamo in questa tesi verrà da ora indicato col nome di sensore RISC.

Il sensore fisico sottostante a tale sensore logico è un misuratore di distanza a triangolazione ovvero una apparecchiatura che proietta un singolo raggio laser sull' oggetto, osserva il punto luminoso (spot) che si produce all' intersezione del raggio con la superficie dell' oggetto, da una posizione diversa da quella di proiezione del laser, e per triangolazione calcola la distanza e quindi la posizione del punto osservato.

Il sensore logico non effettua la rilevazione della distanza in modo da formare griglie rettangolari di punti ovvero immagini, bensì la effettua lungo linee rette.

Precisamente abbiamo un segmento comunque posizionato ed orientato nello spazio tridimensionale detto *segmento di taglio* (o a volte impropriamente *retta di taglio*) che suddividiamo in  $N$  intervalli uguali. Individuiamo così  $N+1$  punti che sono gli estremi di tali intervallini.

Congiungendo il punto di proiezione laser con uno di questi punti si ottiene una direzione verso cui puntare il laser e proiettato il laser in quella direzione, si ottiene un punto sull' oggetto. Ripetendo ciò per tutti i punti suddetti si ottiene una collezione di  $N+1$  distanze ovvero si ottengono  $N+1$  punti tridimensionali (che giacciono sulla superficie dell' oggetto). Questo insieme di

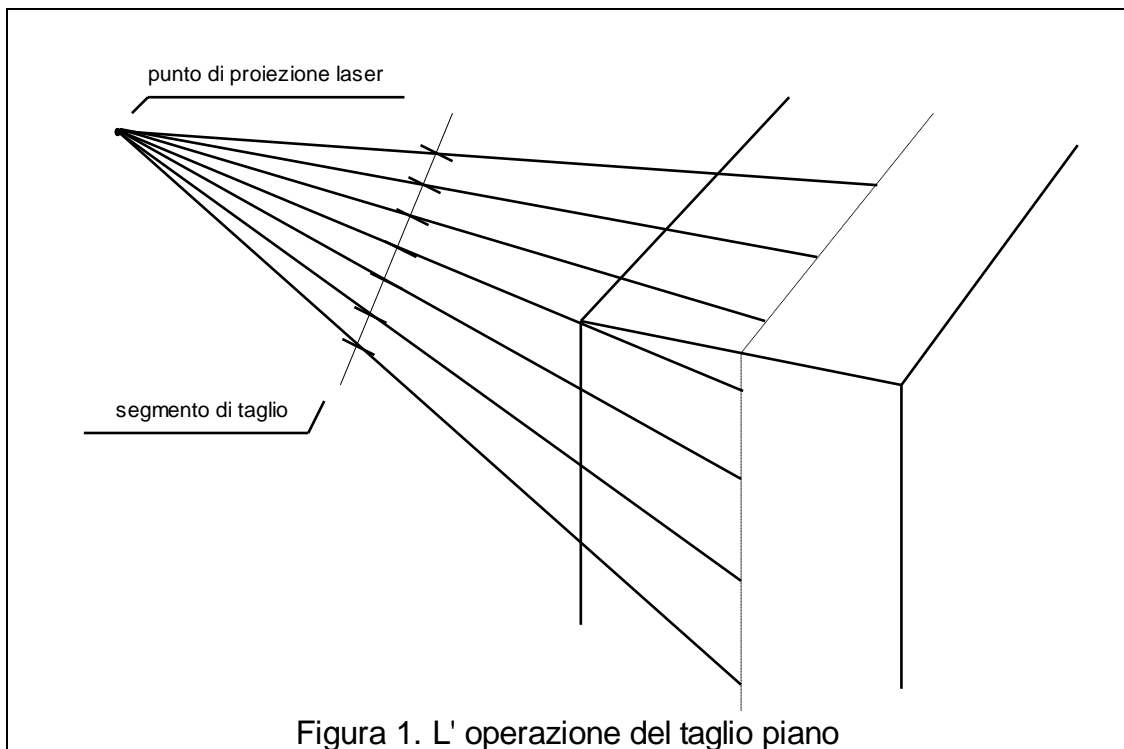


Figura 1. L' operazione del taglio piano

distanze o punti è detto *taglio* (si veda la fig. 1). Il piano individuato dal punto di proiezione del laser e dal segmento di taglio è detto *piano di taglio*.

Il taglio è ambivalentemente un insieme di punti ma anche di distanze. Nel software realizzato per la tesi c'è la possibilità di realizzare tagli (simulati) su un oggetto e di visualizzarli come assieme di punti nelle tre dimensioni e come tabulazione della distanza per ognuna delle  $N+1$  misure di cui sopra (ovvero in ascissa i numeri da 1 a  $N+1$  e in ordinata la distanza dal punto di proiezione laser).

Nel grafico del taglio come insieme di distanze troveremo discontinuità che corrispondono a quelle che vedremmo se sezionassimo idealmente l' oggetto con il piano di taglio.

Il sensore esegue un taglio lungo un dato segmento di taglio, rileva le discontinuità senza localizzarle esattamente poi passa ad eseguire altri tagli attorno alle discontinuità rilevate nel primo passaggio per localizzarle con maggiore esattezza.

Nel primo e nel secondo passaggio le spaziature dei punti sul segmento di taglio possono essere diverse, tipicamente la spaziatura del primo taglio (detto per questo grossolano) è maggiore che nei tagli successivi.

Quando non ci sarà equivoco, chiameremo risoluzione la spaziatura. Il termine risoluzione viene però spesso riferito al piano di proiezione che è un piano fisso sul quale si possono pensare costruite le immagini complete di

distanza. Nella nostra terminologia una immagine di distanza non è altro che la sistemazione in forma di matrice di tagli effettuati lungo segmenti di taglio disposti parallelamente per es. per righe sul piano di proiezione che è fisso.

Nel sensore RISC abbiamo la possibilità di posizionare ed orientare a piacere il segmento di taglio. Nel paragrafo successivo vedremo con quali accorgimenti e limiti ciò si può fare.

## 2.2. Il controllo del segmento di taglio

Supponiamo di dover effettuare delle misure di distanza su di una superficie piana ortogonale al piano del foglio ed obliqua rispetto all' asse ottico mostrato in fig. 2. Per es. l' inclinazione di tale superficie potrebbe coincidere con quella del segmento di taglio riportato in fig. 2.

L' esempio della superficie piana può apparire banale ma semplifica la spiegazione.

Supponiamo di progettare un filtro FIR (Finite Impulse Response) che vogliamo applicare ad un campionamento della superficie. Se effettuiamo un campionamento uniforme su di un segmento di taglio disposto come il piano di proiezione, sulla superficie otterremo campionamenti in generale non uniformi (si veda anche la fig. 3) e variabili con l' inclinazione della superficie.

In tale situazione i risultati dell' applicazione del filtro al campionamento non potranno che differire a seconda dell' inclinazione della superficie.

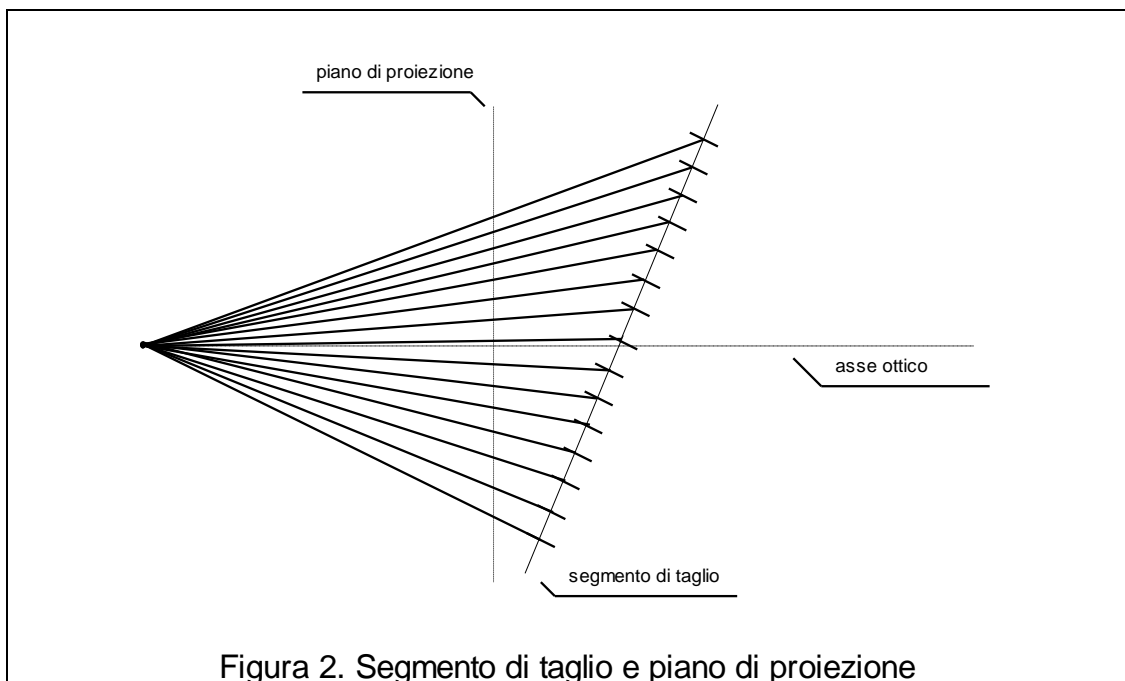


Figura 2. Segmento di taglio e piano di proiezione

Se invece il campionamento è effettuato in modo uniforme sulla superficie, qualsiasi sia l' inclinazione della stessa, ovvero se si rilevano le misure utilizzando un segmento di taglio inclinato sempre come la superficie, i risultati non varieranno con l' inclinazione. La progettazione fatta del filtro per un dato campionamento uniforme non sarà resa subottimale dalla variazione, che non c'è più, del campionamento che sarà sempre effettuato in modo uniforme e non in modo non uniforme e variabile.

Occorre stabilire se sia o meno lecito campionare in modo uniforme la superficie invece del piano di proiezione ovvero, dualmente, se sia possibile effettuare campionamenti non sempre uniformi bensì anche non uniformi e variabili sul piano di proiezione.

Una prima obiezione a ciò sta nel fatto che quanto detto non può applicarsi per ogni inclinazione della superficie come è facilmente intuibile.

All' aumentare dell' inclinazione della superficie le prestazioni in termini di precisione e di risoluzione spaziale del sensore non possono che degradare costringendo il campionamento a diventare sempre meno fitto.

Però, data una inclinazione della superficie, tale degradazione è circa uniforme sulla superficie.

Ciò vuol dire che per ogni inclinazione dovremo adottare diverse spazature di campionamento, che però possono essere prese uniformi sul segmento di taglio.

Il problema non sta infatti nella variabilità della risoluzione del campionamento, bensì nella sua uniformità.

Quando sia possibile effettuare un campionamento uniforme, il fatto che la sua risoluzione vari non costituisce un problema.

Una seconda obiezione sta nel fatto che si può pensare che la risoluzione spaziale del sensore sia caratterizzabile in modo angolare ovvero che sia esprimibile in radianti.

Questo sarebbe dovuto al fatto che l' errore commesso dal sensore sarebbe un errore di puntamento del laser (dimentichiamo per ora il PSD ovvero l' apparecchio che osservando lo spot per triangolazione ricava la distanza) di natura appunto angolare.

Ma se l' errore ha natura angolare, ovvero è uniformemente distribuito sulle direzioni, vanno campionate le direzioni, indipendentemente dall' inclinazione di qualsiasi superficie osservata e questo perché altrimenti non si frutterebbe la massima risoluzione del sensore e soprattutto perché

campionando il segmento di taglio ci si potrebbe non accorgere di essere andati al di sotto della risoluzione angolare minima del sensore.

Accade però che la risoluzione spaziale del sensore di distanza a triangolazione laser non sia caratterizzabile in modo angolare.

Per spiegare quale sia la reale caratterizzazione della risoluzione spaziale del sensore, iniziamo ad introdurre un concetto metrico di risoluzione spaziale.

Se la risoluzione spaziale fosse di tipo angolare, accadrebbe che in termini metrici la risoluzione sarebbe per es. di 1 mm a distanza di 1 metro e di 2 mm a distanza di 2 m ovvero sarebbe, intesa in termini metrici, proporzionale alla distanza.

Questa risoluzione metrica la indichiamo con la sigla RSM (Risoluzione Spaziale Metrica).

Nel sensore di distanza a triangolazione laser, la RSM non è data solo dall' errore angolare di puntamento, va preso in considerazione anche lo spot. Uno spot di grandi dimensioni limita la RSM. Se lo spot ha un diametro di 1 mm, la RSM non può essere migliore di 1 mm e questo qualunque sia la distanza dal sensore.

Si può obiettare che se il sensore è in grado di rilevare il baricentro dello spot, la dimensione dello spot non ha importanza e quindi conta solo l' errore di puntamento angolare.

Una prima risposta a tale obiezione sta nel fatto che il rilevamento esatto del baricentro dello spot può avvenire solo su superficie piana e liscia. Se la superficie ha dettagli di frequenza spaziale non bassa, lo spot produce un filtraggio passa basso delle frequenze spaziali che è tanto maggiore quanto più lo spot è grande. Tale filtraggio limita la risoluzione spaziale del sensore. La limitazione della massima risoluzione spaziale che il sensore impone a causa dei suoi errori, è infatti riguardabile come filtraggio passa basso delle frequenze spaziali.

Inoltre la localizzazione del baricentro dello spot non necessariamente riesce in modo perfetto perché la superficie, anche piana, non è mai perfettamente liscia e le rugosità possono riflettere la luce del laser in modo complesso deformando lo spot e spostando in modo considerevole il baricentro. Infine noi siamo interessati alle discontinuità e se uno spot cade a cavallo della discontinuità, la sua forma non è più circolare e il baricentro non è più nella posizione teorica. Mediamente quindi il baricentro dello spot può essere trovato ben lontano dalla posizione ideale.

Posto quindi che la RSM è determinata non solo dall' errore angolare ma anche dallo spot, notiamo che nei sensori qui esaminati la dimensione dello spot diminuisce con la distanza a causa della focalizzazione.

Il raggio laser viene fatto passare per una lente per es. di lunghezza focale 1 m per cui lo spot diminuisce in diametro per es. da 0,5 mm iniziali a 0 mm a distanza di 1 m (poi lo spot ingrandisce però noi considereremo limitato ad 1 m il raggio di azione del sensore).

Quindi, preso in considerazione il diametro dello spot, la RSM migliora con la distanza. La RSM, considerando solo lo spot, passerebbe da 0,5 mm a distanza 0, fino a 0 mm a distanza 1 m.

Va tenuto conto della componente angolare che invece cresce con la distanza ottenendosi una compensazione che varia con la particolare implementazione che si fa del sensore e che può risultare in una RSM circa costante con la distanza o in alcuni casi anche decrescente (cioè migliorante) con la distanza.

Questo particolare comportamento del sensore ci permette di variare l' inclinazione del segmento di taglio come detto sopra.

Occorre inoltre che il segmento di taglio sia avvicinato alla superficie, quando questa si allontani o si avvicini, per ottenere su di essa un campionamento di spaziatura sempre uguale.

Anche questo è possibile per la costanza della RSM. Puntualizziamo che la costanza della RSM è valida solo fino ad una distanza uguale alla lunghezza focale della lente che focalizza lo spot, distanza che definisce il raggio di azione del sensore.

Tornando all' inclinazione della superficie, osserviamo che la variazione della risoluzione del sensore a causa dell' inclinazione della superficie non è di grande entità: se la superficie è inclinata di  $80^\circ$ , l' errore aumenta del 60% avendo usato una base-line (la distanza tra punto di proiezione laser e punto di vista (PSD)) di soli 200 mm peggiorando così la situazione.

Un 60% non è molto considerata la criticità di una inclinazione di  $80^\circ$ .

Comunque abbiamo detto che l' inclinazione non è problematica, salvo adeguare ad essa la spaziatura comunque uniforme del segmento di taglio.

L' orientamento ed il posizionamento del segmento di taglio in funzione della superficie osservata possono essere fatti se si hanno informazioni a priori anche grossolane sulla posizione della superficie, cosa che accade in problemi

di riconoscimento e localizzazione limitati e in problemi di correzione automatica degli errori.

Lo si può fare anche in casi generali a causa dell' implementazione in due tempi della rilevazione delle discontinuità nel sensore RISC come vedremo in seguito.

### **2.3. Il controllo della risoluzione spaziale**

La risoluzione spaziale è la spaziatura del § 2.1. Idealmente si può pensare di utilizzare la spaziatura minima consentita dal sensore fisico, che è attorno al decimo di millimetro, uniformemente su tutti i segmenti di taglio usati.

Ma la raccolta di misure di distanza è una operazione che richiede tempo ed in operazioni di assemblaggio industriale il tempo è estremamente limitato per cui non possiamo permetterci di sprecarlo raccogliendo misure inutili. Dobbiamo anzi valutare attentamente le spaziature da usare in modo da ottimizzare i costi temporali della rilevazione.

Occorre essere in grado di dire quali spaziature sono necessarie per il conseguimento degli obiettivi dello specifico compito per il quale il sensore viene usato, e non si può eccedere tale limite perché si aumenterebbe inutilmente il costo della rilevazione.

Va inoltre precisato che lavorare alla risoluzione ottimale, che non è quella massima, consente di togliere alla vista del sensore alcuni piccoli particolari presenti nell' oggetto che non interessano e che potrebbero essere fonte di equivoci.

Nello scegliere le risoluzioni occorre prestare attenzione al problema dell' aliasing.

Dato il compito che il sensore è chiamato ad assolvere, il calcolo delle risoluzioni ottimali così come quello del posizionamento dei segmenti di taglio può essere fatto in base al modello geometrico dell' oggetto osservato.

### **2.4. Orientamento al compito ed orientamento all' oggetto**

Il sensore RISC è orientato al compito e all' oggetto.

E' orientato al compito in quanto è specificamente progettato al fine di consentirne un uso attivo e guidato dal compito. E' peraltro naturale che ottenendosi da questo sensore un singolo taglio piano, possa essere necessario raccogliere altre informazioni effettuando un secondo taglio per il quale va scelta la posizione del segmento di taglio e la spaziatura.

Può sembrare che in compiti complessi come il riconoscimento e la localizzazione, un solo taglio sia veramente molto poco. Vedremo nei §§ 11 e 12 come da un taglio si possa invece ottenere molto ai fini del riconoscimento e della localizzazione. Quindi l' uso del sensore RISC permetterebbe il riconoscimento e la localizzazione, ma anche la correzione automatica degli errori, con costi temporali molto bassi.

L' orientamento all' oggetto del sensore è implicito già nel § 2.2. Nel § 2.6 sarà illustrato un esempio in cui si mostra come l' adattamento del segmento di taglio all' oggetto permetta di conseguire vantaggi nella misura di spigoli circolari. Nel § 2.8 mostriamo come il controllo di tutti i parametri del sensore RISC, adattandoli all' oggetto in esame, permette di superare alcune ambiguità in compiti di riconoscimento e localizzazione che impedirebbero l' uso di certe strategie. Nel § 13.2 mostreremo il miglioramento nelle prestazioni di un sistema di riconoscimento ottenuto adattando all' oggetto i parametri del sensore RISC.

## **2.5. I vincoli temporali nell' acquisizione di misure di distanza e la necessità di raggiungere la massima risoluzione spaziale**

I problemi da affrontare nell' ambito dell' assemblaggio industriale richiedono una notevole precisione nella localizzazione di oggetti o di parti di oggetti. I robot sono caratterizzati da una ripetibilità dell' ordine del decimo di millimetro per cui anche la precisione nel localizzare deve essere simile per essere utile.

Il sensore RISC effettua le sue misurazioni in due tempi, prima effettua un taglio grossolano di risoluzione minore al quale seguono tagli fini ad una risoluzione migliore.

Può essere richiesto, in dipendenza dal compito, che la risoluzione fine sia quella massima consentita dal sensore fisico.



Occorre quindi che il sensore logico non sia strutturato in modo tale da impedire il raggiungimento di tale risoluzione massima.

La risoluzione massima consentita dal sensore fisico è attorno ai 0,2 mm.

Il fatto che possa essere richiesto di lavorare alla massima risoluzione spaziale richiede una notevole densità di misure e quindi aumenta il tempo necessario all'acquisizione delle stesse, tempo proporzionale appunto al numero di misure richieste.

Il problema sta nel fatto che i sensori attuali richiedono tempo per l'acquisizione delle misure. Inoltre si prevedono limiti nella velocità raggiungibile. C'è infine un problema di costi crescenti esponenzialmente con la velocità richiesta.

Il miglior sensore attualmente esistente è capace di 250000 misure al secondo. Si ritiene inoltre che esista un limite di un milione di misure al secondo.

Queste informazioni provengono da [1] (par. 1.2.5 pg. 5 e par. 6.3.1 pg. 265). Per quanto riguarda il limite di 1 milione di misure al secondo, esso è legato alla necessità di progettare il sensore fisico in modo tale che sia adatto ad applicazioni industriali.

Occorre tenere però conto anche del fatto che un sensore da 250000 misure al secondo è molto costoso. Attualmente i prezzi di tali sensori sono a sei cifre (in dollari) ([1] pg. 5).

Queste considerazioni rendono impellente la necessità di studiare l'uso del minore numero possibile di misure per ridurre i tempi e il costo del sensore fisico.

Ed è proprio questo che si vuole fare con il sensore RISC concepito per l'ottenimento di limitate quantità di misure (i tagli) in modo guidato.

Il sensore fisico che prenderemo in considerazione è capace di sole 10000 misure al secondo per cui è decisamente più economico dei sensori da 250000 misure al secondo.

Nel § 8.2 vedremo come l'ottenimento di piccole quantità di misure permetta di realizzare operazioni di correzione degli errori in tempi minimi e con il vantaggio del basso costo del sensore fisico ed anche dell'hardware di calcolo.

## **2.6. I fori e il controllo del segmento di taglio**

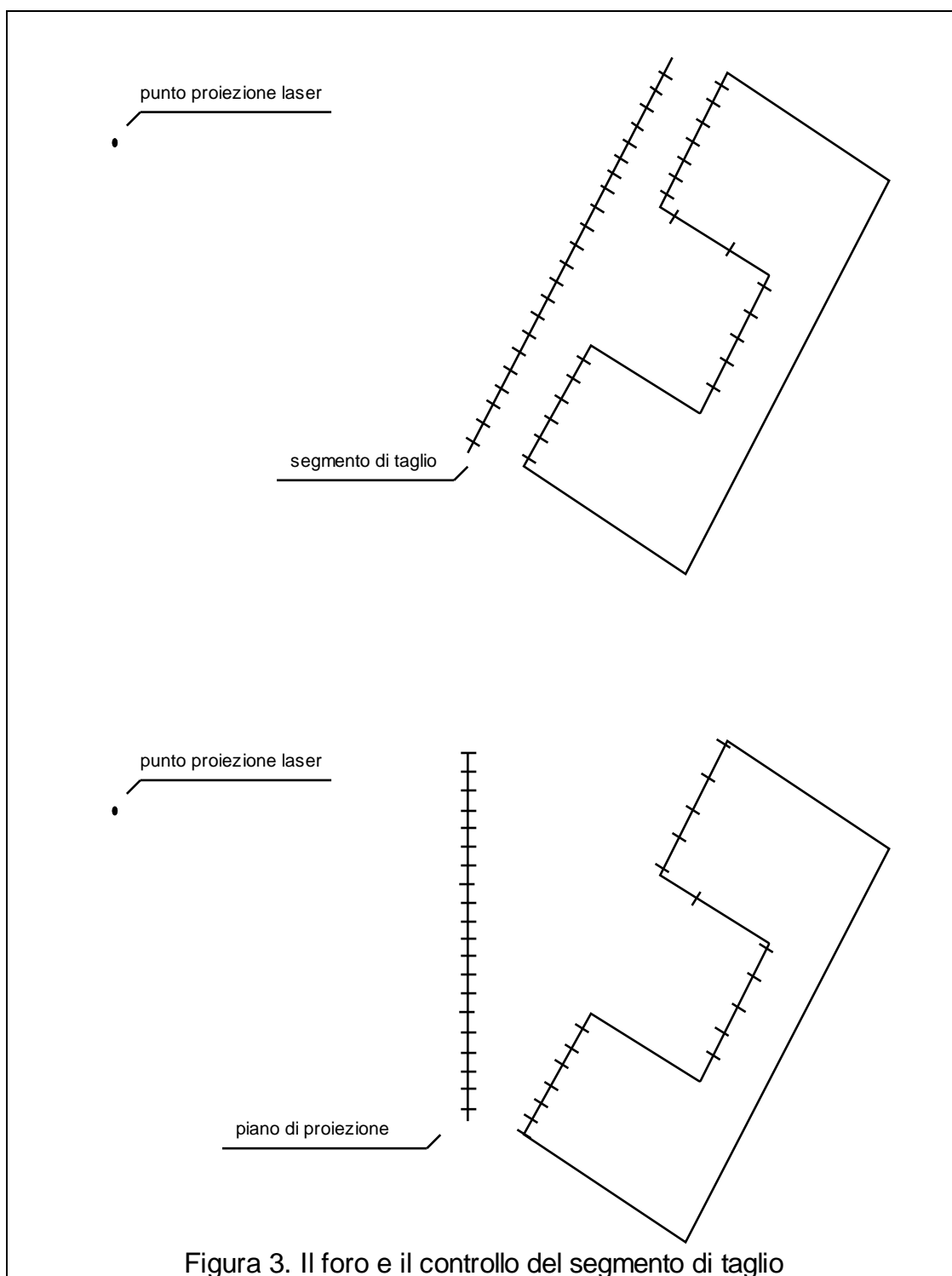


Figura 3. Il foro e il controllo del segmento di taglio

Consideriamo ora un foro (non passante), che abbiamo disegnato in sezione nella fig. 3, e confrontiamo un taglio, effettuato con un segmento di taglio parallelo al piano del foro, con un taglio effettuato invece con un segmento di taglio posto sul piano di proiezione.

Si osserva chiaramente come nel caso del piano di proiezione i punti ottenuti sull' oggetto siano più radi nella parte superiore del foro rispetto alla parte inferiore. Ciò vuol dire che l' orlo del foro verrà rilevato con minor precisione nella parte superiore rispetto alla parte inferiore. Inoltre le discontinuità inferiori sono dei salti nell' andamento della distanza mentre quelle superiori sono degli angoli per cui la precisione di rilevazione è già per questo minore nelle discontinuità superiori.

Ciò vuol dire che volendo ottenere dei punti appartenenti all' orlo del foro, ne otterremo alcuni con una certa varianza e altri con una varianza nettamente superiore.

Poi eseguiremo il fitting ai minimi quadrati del cerchio costituente l' orlo del foro per localizzare il foro.

Nel fare ciò dovremmo pesare ogni singolo punto utilizzato nel fitting con la sua varianza. Ma chi può dirci con precisione tale varianza? Gli algoritmi di rilevazione delle discontinuità contengono molte tecniche intelligenti per ottenere la migliore rilevazione possibile e ciò fa sì che il loro comportamento statistico sia di difficile enucleazione.

Probabilmente inseriremo nelle formule delle varianze approssimate. Ma ammesso pure di riuscire a inserire delle varianze vicine alla realtà, se le varianze sono diverse tra loro, il fitting ai minimi quadrati può non essere corretto perché la distribuzione può essere ben diversa dalla gaussiana. Forse è più vicina alla uniforme o forse è una via di mezzo o forse niente di tutto ciò. Si possono fare esempi in cui si mostra che il fitting ai minimi quadrati può essere decisamente lontano da quello giusto se la distribuzione non è gaussiana ma uniforme e questo soprattutto quando le varianze sono diverse.

Perciò è utile uniformare le varianze con l' uso del segmento di taglio orientato parallelamente al piano del foro piuttosto che lavorare sul piano di proiezione.

Quello del foro non è un caso particolare perché ogni oggetto industriale ne ha più di uno e si tratta dei punti meglio lavorati nelle parti industriali oltre ad essere proprio nei fori che gran parte dei particolari vengono inseriti. Il problema molto visitato del peg-in-hole ne è la prova.

E' anzi necessario esaminare accuratamente proprio questo specifico caso studiando le strategie per la localizzazione dei fori catalogando le varie forme di foro che appaiono comunemente.

Discorsi analoghi si possono fare per i cilindri, altri oggetti molto frequenti in ambito industriale.

## 2.7. Il cilindro comando ganasce freni e il controllo della risoluzione spaziale

Nel § 1.4 abbiamo parlato del cilindro comando ganasce citando da [9] (fascicolo 2 pg. 23):

... linea di montaggio del cilindro comando ganasce. La superficie esterna dell' oggetto montato non ha delle zone di presa lavorate e quindi è possibile uno scostamento fra l' asse del foro e quello del dispositivo di inserimento del gruppo premiguarnizioni. Se questo scostamento si verifica e l' inserimento non riesce al primo tentativo, esso viene riprovato compatibilmente con il tempo ciclo mentre il robot cerca l' allineamento dei due assi con un lento moto rotatorio.

Abbiamo raffigurato schematicamente il cilindro nella fig. 4. Esso può scivolare nella mano del robot non avendo zone di presa ben lavorate per cui quando il robot presenta il cilindro al dispositivo di inserimento del gruppo premiguarnizioni, l' inserimento non riesce.

Dato che la direzione di scivolamento è quella in figura, il taglio ivi raffigurato certamente troverà il foro del cilindro.

Se il piano del foro ha uno spessore di 10 mm, una risoluzione di 2 mm nel taglio basterà a rilevare il foro. Poi si passerà alla fase di localizzazione fine

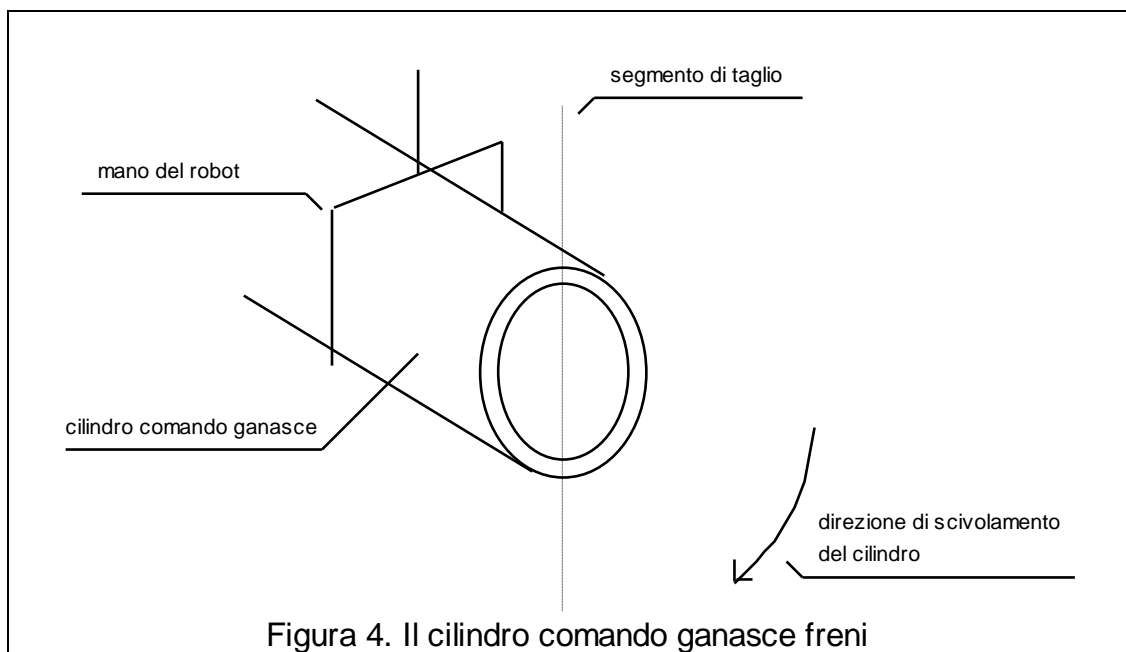
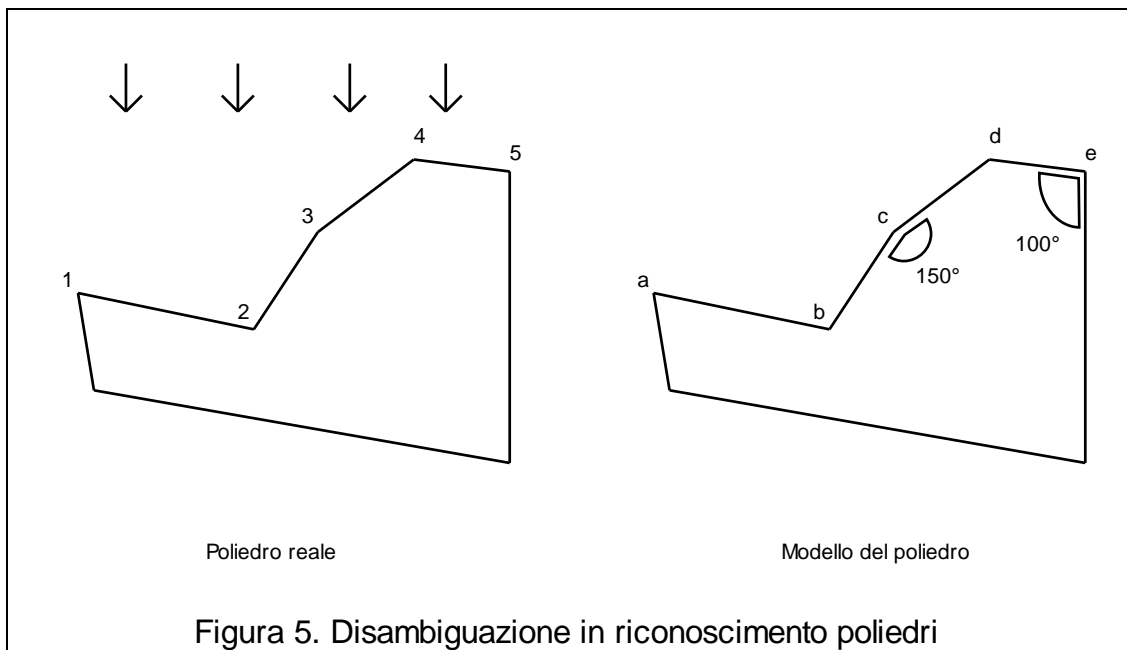


Figura 4. Il cilindro comando ganasce freni



eseguendo altri tagli sul bordo del foro per localizzarlo con esattezza.

L' utilizzo nel taglio grossolano di una risoluzione di 2 mm invece della risoluzione massima di 0.2 mm, vuol dire un notevole risparmio (di un fattore 10) sul numero di punti da rilevare. Inoltre occorre anche tenere conto del fatto che gli algoritmi della prima fase di rilevazione grossolana sono più veloci di quelli della rilevazione fine ottenendosi un ulteriore risparmio.

Anche questo esempio è suscettibile di ampia generalizzazione.

## 2.8. Utilizzo attivo del sensore per la disambiguazione in compiti di riconoscimento/localizzazione

Consideriamo un esempio di riconoscimento/localizzazione di un poliedro esposto in [78] pg. 1545. In fig. 5 abbiamo un poliedro disegnato in pianta. Precisamente le pareti di tale poliedro sono verticali e i vertici a, b, c, d, e corrispondono a spigoli verticali ortogonali al foglio.

A destra abbiamo il modello del poliedro mentre a sinistra abbiamo il poliedro reale. Le frecce rappresentano i raggi laser proiettati dal sensore di distanza per semplicità paralleli come se il punto di proiezione laser fosse molto distante.

Nel processo di riconoscimento è utile fare uso di vincoli di adiacenza tra spigoli. Per riconoscere occorre fare delle ipotesi di match tra spigoli del

modello e spigoli osservati nell' oggetto reale. Per esempio si può ipotizzare che lo spigolo 4 osservato corrisponda allo spigolo d del modello.

Per supportare tale ipotesi si può andare a vedere se accanto allo spigolo 4 osservato c'è uno spigolo 3 con un angolo di  $150^\circ$  a sinistra e uno spigolo 5 con un angolo di  $100^\circ$  a destra così come accade nel modello per lo spigolo d. Se ciò non accade si rigetta l' ipotesi fatta di corrispondenza tra d e 4.

Ma lo spigolo 3 ha un angolo piuttosto difficile da individuare a causa della piccola ampiezza. Può quindi accadere che si individuino solo 1, 2, 4, e 5 per cui adiacente a 4 ci sarebbe 2 che ha un angolo ben diverso da quello atteso di  $150^\circ$  e l' ipotesi di corrispondenza tra d e 4 verrebbe rigettata pur essendo corretta.

Ciò impedisce l' uso di questo tipo di strategia almeno nei casi in cui gli angoli siano di rilevanza critica.

Ma se il sensore in prima battuta non ha trovato lo spigolo 3, ciò non vuol dire che dobbiamo rinunciare a rilevarlo. Grazie alle informazioni che a questo punto abbiamo sull' intorno dello spigolo 3, possiamo riprovare ad individuarlo variando opportunamente i parametri del sensore.

Per es. sappiamo che lo spigolo 3 dovrebbe trovarsi tra lo spigolo 2 e lo spigolo 4 che abbiamo rilevato. Ciò vuol dire che il sensore può dedicarsi alla ricerca di 3 sapendo di non avere altre discontinuità che disturbano perché tra 2 e 4 c'è solo 3. Questa è una ipotesi che aiuta molto un rilevatore di discontinuità a lavorare meglio.

Inoltre sappiamo quali spazi ci sono tra 2 e 3 e tra 3 e 4 per cui possiamo utilizzare degli operatori di supporto adeguato (del supporto degli operatori si parlerà nel § 5, qui basti sapere che se il supporto è troppo lungo l' operatore rischia di confondere lo spigolo 3 con il 2 o con il 4, mentre se è troppo corto si rischia di determinare 3 con scarsa precisione o di non individuarlo affatto), cosa che non potremmo fare a priori, quando non abbiamo informazioni, sia pur in forma di ipotesi da verificare, sull' oggetto osservato.

Conoscendo poi la direzione della retta 2-4, possiamo collocare su di essa il segmento di taglio in modo che gli operatori si trovino effettivamente ad operare sulle lunghezze di cui abbiamo appena parlato. Senza conoscere tale direzione, le lunghezze di cui sopra sarebbero inutili.

Nel caso dei poliedri, la distanza varia chiaramente in modo lineare tra uno spigolo e un altro, se ci fossero superfici quadratiche (coni, cilindri, sfere) la distanza varierebbe quadraticamente. Le modalità del fitting eseguito dal

sensores dovrebbero essere variate per ogni discontinuità a seconda della natura delle superfici separate da tale discontinuità.

Questo non sempre può essere fatto a causa della mancanza di informazioni a priori. Ma nella situazione del riconoscimento del poliedro, di cui sopra, noi sappiamo che tipo di superficie c'è tra 2 e 3 e tra 3 e 4. In questo caso si tratta di superfici piane. Allora possiamo consegnare tale informazione al sensore che adatterà la sua modalità di fitting ottenendo risultati indubbiamente migliori che in un caso non informato.

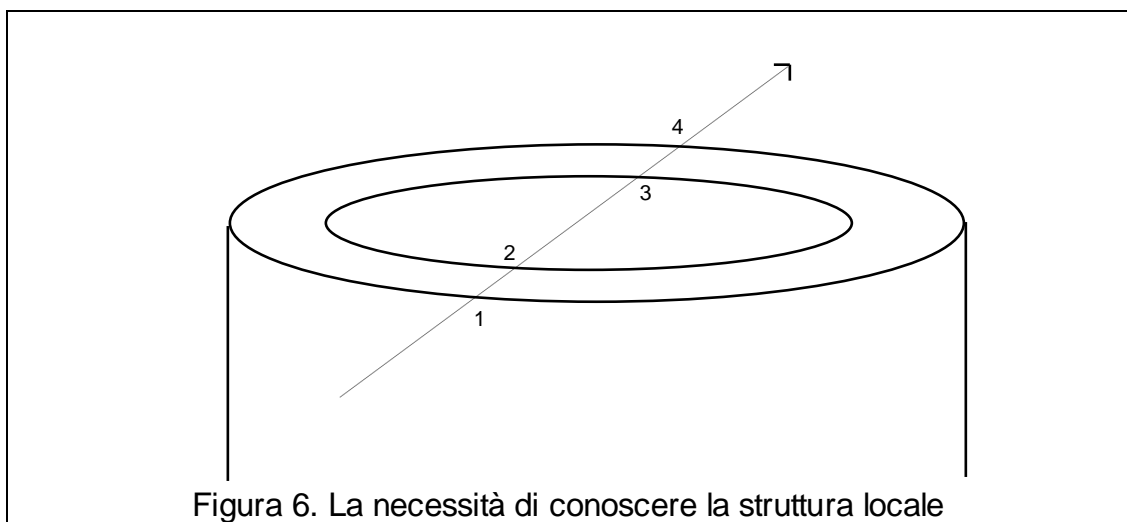
In conclusione abbiamo visto quante possibilità ha il sensore RISC di essere utilizzato in modo attivo, impiegando informazioni già ottenute dall'algoritmo di riconoscimento, per aumentare considerevolmente la probabilità di rilevare uno spigolo precedentemente non rilevato, se non addirittura per rendere certa tale rilevazione, in modo da permettere al riconoscitore l'utilizzo di strategie altrimenti proibite.

## 2.9. Rilevazione di discontinuità tra superfici lisce e superfici filettate

Supponiamo di avere un foro filettato. Il piano del foro è liscio mentre sulle pareti del foro è presente una filettatura. Anche questo è un caso molto comune nella pratica industriale.

Abbiamo quindi una discontinuità, l'orlo del foro, alla cui destra, per es., c'è un piano liscio, e alla cui sinistra c'è una superficie filettata.

Ora gli operatori del sensore hanno di default un comportamento simmetrico. Ma è chiara la netta differenza tra la natura di una superficie piana



e quella di una superficie filettata. Vista questa situazione in sezione si vedrebbe un tratto lineare corrispondente al piano e un tratto diciamo sinusoidale corrispondente alla filettatura.

Se il sensore esegue un fitting lineare da ambo le parti, il fitting riuscirà dalla parte del piano e fallirà dalla parte della filettatura. Se il fitting fosse invece sinusoidale, avverrebbe il contrario. Comunque non si avrebbe risultato.

Il sensore può autonomamente accorgersi che l' errore del fitting piano dalla parte della filettatura è stranamente alto mentre dalla parte del piano è basso, e può quindi tentare un fitting differenziato dalle due parti riducendo anche il supporto dalla parte filettata.

Ma il sensore può fare ciò anche in base a delle informazioni a priori che gli vengano fornite.

Il rilevamento del foro filettato può essere reso possibile o migliore di nuovo per utilizzo attivo del sensore ovvero per utilizzo di informazioni a priori di alto livello nell' operazione di rilevazione sensoriale tradizionalmente considerata di basso livello.

## **2.10. La necessità di conoscere la struttura locale delle discontinuità**

E' già piuttosto evidente da quanto precede che il sensore deve fornire la struttura locale delle discontinuità ovvero deve dire se ha trovato un angolo oppure un salto, quanto è ampio l' angolo o il salto, quale è la tangente all' oggetto nel punto di discontinuità sia a destra che a sinistra, quali sono le curvature ecc. .

Facciamo un ulteriore esempio in cui mostriamo la possibilità di usare tale informazione nel riconoscimento/localizzazione di un foro.

In fig. 6 abbiamo un foro e un segmento di taglio. Lungo il segmento di taglio troviamo 4 discontinuità. La 1 è un angolo tra una superficie cilindrica e una piana, la 2 è un salto in cui la distanza dal punto di proiezione laser aumenta (data la direzione di percorrenza del taglio indicata dalla freccia), la 3 è ancora un angolo mentre la 4 è un salto "nel vuoto" nel senso che al di là di 4 non c'è più l' oggetto (ci sarà uno sfondo che possiamo chiamare "vuoto").

In particolare l' orlo del foro è caratterizzato dall' avere di fronte una discontinuità a salto (a distanza crescente) e una discontinuità ad angolo.



Inoltre i segmenti 1-2 e 3-4 devono essere sulla stessa retta (perché l'intersezione del piano di taglio con il piano del foro è una retta).

Il sensore fornisce tutte queste informazioni che sono essenziali per capire se ci troviamo effettivamente di fronte ad un foro oppure no.

Quindi è indispensabile che il sensore fornisca tutte le informazioni possibili sulle discontinuità che rileva.

### **3.**

## **ENUNCIAZIONE DEL PROBLEMA DELLA RILEVAZIONE DELLE DISCONTINUITÀ**

### **3.1. Gli scopi del presente capitolo**

Nel § 2 abbiamo delineato le caratteristiche del sensore RISC. Si è parlato di controllo del segmento di taglio e della risoluzione spaziale, si è detto della necessità di rilevare la struttura locale delle discontinuità, si sono individuati diversi modi di utilizzo attivo del sensore, si è detto che il sensore deve essere orientato all' oggetto e al compito.

Tutti questi requisiti sono da considerarsi di alto livello se rapportati ad un basso livello costituito dagli algoritmi di rilevazione delle discontinuità.

Mentre la struttura di alto livello del sensore RISC è originale e specificamente concepita per un certo ambiente applicativo, la problematica di basso livello relativa alla rilevazione delle discontinuità suggerisce immediatamente il confronto con il vasto mondo degli edge detector e dei discontinuity detector e degli strumenti matematici in essi contenuti.

In questo capitolo vogliamo formulare il problema che, relativamente alla rilevazione delle discontinuità, il sensore RISC è chiamato a risolvere, ponendolo in relazione ai problemi dello stesso tipo che, nell' ambito della visione automatica, vengono comunemente affrontati.

Una considerazione di comune metodologia scientifica è infatti quella per cui qualsiasi problema si cerchi di risolvere deve essere accuratamente formulato nella convinzione che la soluzione dello stesso non possa che dipendere strettamente dal modo in cui lo si è formulato.

Alla formulazione del problema non si deve rinunciare quando la natura dello stesso risulti indefinita, anzi è proprio in tal caso che l' analisi della formulazione del problema deve essere più accurata.

Le citazioni relative agli argomenti qui trattati sono tutte raccolte nel § 4.

## **3.2. Introduzione alla visione automatica**

La ricerca nel campo della visione automatica ha lo scopo di automatizzare la capacità umana di vedere e di interpretare ciò che si vede.

La maggior parte delle ricerche scinde nettamente il problema di vedere e di interpretare ciò che si vede dal problema dell' utilizzo dei dati rilevati e delle loro interpretazioni.

Con il sensore RISC si vuole invece evidenziare l' influenza che l' utilizzo dei dati può avere sull' ottimizzazione degli stessi algoritmi di basso livello di rilevazione delle discontinuità, algoritmi che nella visione automatica tradizionale sono completamente indipendenti dall' utilizzo e dall' ambiente.

Si vuole pensare al compito della rilevazione delle discontinuità come riferito ad un preciso insieme di utilizzi in un preciso ambiente che è quello industriale.

## **3.3. Analisi dell' enunciazione di alcuni problemi della visione automatica**

### **3.3.1. La rilevazione di angoli nelle curve piane**

E' data una curva piana chiusa che presenta dei punti in cui risulta non definita la tangente.

Tale curva è descritta in modo discreto indicando le caselle di una griglia regolare che tale curva attraversa. Si rende parzialmente indipendente tale curva dalle coordinate assolute delle caselle utilizzando il chain-code. Si possono usare anche rappresentazioni continue come la rappresentazione  $\theta$ -s (angolo del vettore posizione in funzione dell' ascissa curvilinea) [13].

Spesso non è tenuto in considerazione il rumore e quando se ne tiene conto esso non ha direzioni preferenziali ovvero è applicato in modo uniforme su tutto il contorno della curva.

La formulazione del problema ha un aspetto matematico e istanze di tale problema non si trovano solo nella visione automatica ma anche in cartografia.

### 3.3.2. La rilevazione degli edge

#### 3.3.2.1. Caratteristiche generali del problema

Le informazioni sensoriali cui il problema dell' edge detection si riferisce sono mappe di rilevazioni fotometriche (o più comunemente immagini suddivise in pixel).

Il problema ha una formulazione euristica. L' immagine ha un dato contenuto informativo. Si ritiene che il compito di fruire utilmente di tale informazione debba necessariamente comportare una preliminare riduzione di tale informazione. La riduzione deve tendere a conservare l' informazione più rilevante ai fini dell' interpretazione dell' immagine. L' euristica a questo punto si trova nella ricerca di quali informazioni siano rilevanti per l' interpretazione.

La vastità di tale formulazione non fa che rafforzare la natura euristica del problema. Per poter realizzare qualcosa di funzionante i ricercatori devono ricondursi a formulazioni più matematiche decidendo per esempio che la riduzione dell' informazione di cui sopra va effettuata cercando di individuare le discontinuità dell' intensità luminosa che si possono ricondurre a discontinuità nell' illuminazione o nella riflettanza.

Ma gli elementi da conservare nell' operazione di riduzione possono essere molteplici.

Occorre sottolineare che il problema non contempla nella sua definizione l' uso di informazioni contestuali sull' immagine anzi esalta la capacità dell' edge detector di funzionare su qualsiasi immagine con il minor numero possibile di parametri da regolare.

E' naturale che una formulazione così generica comporti la quasi totale assenza di termini precisi di confronto tra i risultati.

Scelto di rilevare le discontinuità, scelta prevalente ma non unica, si tratta di dire cosa sia una discontinuità. Il fenomeno fisico sottostante la fotometria, lascia spazio a molte interpretazioni. Intanto non è mai visibile una netta separazione tra i livelli di grigio da una parte e dall' altra della discontinuità, bensì è presente il fenomeno dello sfocamento che smussa qualsiasi discontinuità. Inoltre la struttura locale della discontinuità ovvero il comportamento dei livelli di grigio nell' intorno della discontinuità non è caratterizzabile in modo generale in quanto dipendente non solo dall' oggetto

ma anche dall' illuminazione ambientale e non solo dalla geometria dell' oggetto ma anche dalla natura della sua superficie.

Il modello di discontinuità usato è perciò del tutto generale, completamente indipendente dall' oggetto visto e molto semplice; spesso si tratta di una discontinuità a salto ideale (discontinuità a salto in una funzione costante o step-edge) o di una discontinuità ad angolo simmetrica (cambio di segno nella derivata altrimenti costante o roof-edge).

La modellizzazione del rumore non è facile in quanto ad esso contribuiscono fattori imprevedibili come la natura delle superfici e l' illuminazione. Anche l' entità del rumore può variare, e notevolmente.

In definitiva il problema dell' edge detection è un problema dalla natura essenzialmente euristica, che ignora completamente l' oggetto osservato, in cui si cercano informazioni salienti in immagini complete troppo complesse per essere analizzate nella loro interezza, informazioni salienti spesso identificate con le discontinuità di intensità luminosa, oggetti dei quali non si può dare un modello dettagliato per ragioni legate alla fisica della trasduzione.

### 3.3.2.2. Differenziazione matematica

Si è detto che il problema dell' edge detection richiede la scelta delle informazioni da estrarre dall' immagine per operarne una riduzione necessaria per affrontare il problema della sua interpretazione.

Qui consideriamo la scelta delle discontinuità nell' intensità luminosa come elementi salienti, discontinuità delle quali è ipotizzato un modello elementare (discontinuità a salto ideale o ad angolo simmetrica).

Matematicamente la derivata di una discontinuità a salto ideale è impulsiva in corrispondenza della discontinuità e nulla altrove per cui si può pensare di derivare il segnale rilevato e di individuarne il massimo. Il fatto che la discontinuità sia in realtà soggetta a sfocamento dovuto al sensore fisico, introduce un errore nella misura della posizione dell' edge che, se la discontinuità fosse isolata e fosse nota l' entità dello sfocamento, si potrebbe compensare. Però ciò in pratica non avviene.

Ma il problema dell' edge detection formulato come problema di derivazione numerica è mal posto a causa del rumore il quale rende insignificante l' operazione del calcolo della derivata in un punto.

Ciò conduce alla necessità di regolarizzare i dati. La regolarizzazione è un problema espresso generalmente in termini variazionali che conduce a filtri che vengono approssimati con filtri con risposta finita all' impulso (FIR).

### 3.3.2.3. Lo spazio delle scale

Qui si fa una ipotesi ulteriore rispetto a quelle del paragrafo precedente. Si afferma che il problema di regolarizzazione di cui sopra va risolto con un filtro gaussiano.

Inoltre si utilizza un modello delle discontinuità più dettagliato nel senso che non si considera una discontinuità isolata, bensì si ipotizza la presenza di più discontinuità, ipotesi resa necessaria dalla diversità delle risposte del filtro gaussiano ad una discontinuità quando variano le distanze di questa rispetto alle altre discontinuità.

Precisamente si chiama spazio delle scale il luogo delle posizioni delle discontinuità rilevate all' aumentare della dimensione del filtro gaussiano.

Se in corrispondenza della dimensione zero del filtro, ovvero dell' assenza di filtraggio, consideriamo le posizioni reali delle discontinuità, vedremo che esse vengono restituite più fedelmente quando la dimensione del filtro è bassa. Quando la dimensione del filtro aumenta, le posizioni delle discontinuità vengono "attratte" o "respinte" dalle altre discontinuità fino ad ottenere fenomeni di fusione o di divergenza.

Però non appaiono, all' aumentare della dimensione del filtro, discontinuità fantasma e le discontinuità prodotte dal rumore, oltre ad avere un comportamento anomalo, finiscono sempre per scomparire.

Partendo da una dimensione abbastanza grande da permettere di avere la sicurezza di non prendere in considerazione discontinuità dovute a rumore, si può pensare di scendere di dimensione seguendo la posizione delle discontinuità che a basse scale finisce per coincidere con la posizione reale. Questo è l' edge focusing. Si può anche trattare lo scale-space nella sua interezza. Il problema è che il rumore può confondere l' inseguimento delle posizioni di discontinuità quando giungiamo alle scale basse.

### 3.3.2.4. Regolarizzazione globale

Abbiamo già parlato di regolarizzazione come metodo per rendere ben posto il problema della derivazione locale della funzione di intensità (§ 3.3.2.2).

Qui invece la regolarizzazione è globale nel senso che si suppone di avere una funzione continua che è stata corrotta da rumore. Si vuole recuperare la funzione originaria.

La regressione lineare è un noto esempio di tale problema.

Il modello ipotizzato in tale problema è una funzione continua a tratti. Tale funzione è corrotta da rumore e di ciò che ne risulta abbiamo a disposizione solo un campionamento.

Quello che si fa è risolvere un problema variazionale in cui ad una funzione continua è richiesto di minimizzare l' errore di fitting rispetto ai dati ma anche di avere un certo grado di regolarità per esempio rappresentato da un termine proporzionale alla derivata seconda della funzione.

Ne può venire fuori una spline cubica che viene fittata ai dati producendone una approssimazione che non può essere corretta a causa delle discontinuità presenti. Si tratta allora di indovinare dove il fitting della spline è particolarmente inadeguato a causa delle discontinuità. Ma può accadere che il fitting riesca a far scomparire una discontinuità perché risulta adeguatamente fittare la funzione in corrispondenza di essa.

Ciò è dovuto al fatto che la funzione trattata è generica al massimo grado essendo vincolata da ipotesi esclusivamente matematiche.

#### 3.3.2.5. Fitting di superfici

Si tratta di metodiche espressamente studiate per l' applicazione diretta alle due dimensioni piuttosto che metodi monodimensionali estesi alle due dimensioni come è il caso di molti dei lavori relativi ai problemi enunciati fin qui.

Si fa quindi qui l' ipotesi che l' edge abbia un modello da esprimere nelle due dimensioni e tale modello è una superficie che si ritiene assomigliare all' andamento che generalmente hanno i toni di grigio in un intorno (bidimensionale) di un edge.

La modellizzazione è più calzante ma pur sempre del tutto generale e comunque non comprendente la stima della struttura locale della discontinuità, stima che comunque sappiamo non affidabilmente ottenibile.

#### 3.3.2.6. Altre enunciazioni

Esistono altre enunciazioni basate quasi tutte sulla ricerca delle discontinuità dell' intensità luminosa modellizzata come step-edge. In qualche

caso si fanno ipotesi statistiche di correlazione tra i pixel dalle due parti di un edge.

### **3.3.3. La rilevazione delle discontinuità nel contesto del problema dell' edge detection**

Abbiamo detto che la struttura locale delle discontinuità nel contesto del problema dell' edge detection non è affidabilmente rilevabile in modo generale in quanto troppo dipendente da fattori imprevedibili e molto meno dalla geometria degli oggetti.

La rilevazione della struttura locale delle discontinuità non può quindi essere proposta con la generalità che caratterizza la formulazione del problema dell' edge detection.

Il tentativo di individuare la struttura locale delle discontinuità nelle immagini esula quindi dal problema dell' edge detection ma ha comunque un senso se si vincola il dominio di applicazione: le immagini non sono più generiche bensì caratterizzate come ritraenti certe classi di oggetti con illuminazione non completamente generica.

In tal caso la struttura locale delle discontinuità risulta meglio caratterizzabile, anche se ancora dipendente non solo dall' oggetto ma anche dall' illuminazione e dalla natura delle superfici, per cui il problema di rilevarla diventa ben posto.

Il problema viene ricondotto ad una formulazione matematica ipotizzando una funzione continua a tratti della quale individuare le discontinuità restituendone anche la struttura locale.

La funzione è ancora intesa in senso generico per cui si cerca di ottenere un detector di utilizzo generale e il più possibile privo di parametri da tarare per l' ottimizzazione delle prestazioni.

### **3.3.4. L' applicazione dell' edge detection ad immagini di distanza**

E' comunissima l' applicazione di edge detector elaborati per le immagini di intensità luminosa anche alle immagini di misure di distanza previa trasformazione di queste in immagini di intensità trasformando le distanze in livelli di grigio.



Questo approccio non è concettualmente errato in quanto l' edge detection è pensato per l' applicazione a qualsiasi immagine comunque ottenuta.

Però si dimentica così la natura del tutto particolare delle misure di distanza che permette una formulazione del problema di rilevazione delle discontinuità, come vedremo, completamente diversa dalla formulazione del problema dell' edge detection in immagini di intensità.

### **3.4. Enunciazione del problema della rilevazione delle discontinuità da misure di distanza su oggetti industriali**

Le ipotesi di base sono già nel titolo di questo paragrafo: si parla di misure di distanza e non di immagini di intensità luminosa. Inoltre l' oggetto delle misure è esplicitamente specificato: si tratta di una parte industriale.

#### **3.4.1. Il problema della rilevazione delle discontinuità come problema di matching**

La geometria delle parti industriali è ben caratterizzabile. Le superfici sono piane, cilindriche, coniche o sferiche (sferiche raramente) ma possono essere presenti superfici di complessità nettamente superiore come le filettature o gli ingranaggi. Il foro è un particolare molto frequente e importante nelle operazioni di assemblaggio. Ne deriva che le sezioni di tali oggetti sono prevalentemente sezioni coniche ovvero curve del secondo ordine.

Talvolta gli oggetti possono essere poliedrici o più realisticamente possono avere parti poliedriche.

Ma la considerazione più importante riguardo alla geometria delle parti industriali è che di esse abbiamo il modello CAD per cui possiamo conoscerne la geometria in modo esplicito.

Tenuto conto inoltre della stretta correlazione tra le misure di distanza e la geometria degli oggetti, non può prescindersi, nella rilevazione delle discontinuità, dall' utilizzare le informazioni sulla geometria.

Il problema è allora di matching tra un modello e dei dati sensoriali, dove il modello non è un generico modello di step-edge, bensì un modello di discontinuità suggerito dalla geometria dell'/degli oggetto/i in gioco.

Ma un match tra i dati sensoriali ed un modello completo di discontinuità può risultare troppo oneroso. Inoltre in tale metodica verrebbe ad essere del tutto assente la generalità che si vuole invece in qualche grado conservare.

Il tipo di match che si vuole proporre è tra i dati sensoriali e l'ordine della superficie circostante la discontinuità da rilevare. Se l'oggetto è poliedrico le superfici circostanti una discontinuità (spigolo) sono piane (del primo ordine) per cui il detector potrà operare sempre il match di segmenti rettilinei con i dati sensoriali (la sezione di un oggetto poliedrico è una spezzata) ovvero avrà sempre la certezza di effettuare un match corretto in quanto l'informazione a priori sull'ordine della superficie circostante la discontinuità è completa.

Se l'oggetto non è poliedrico le cose si complicano perché possono esserci superfici di ordine diverso e l'ordine corretto da usare nel match varia a seconda della discontinuità osservata.

Ma possono esistere informazioni a priori su ciò che si sta osservando come nel caso dell'applicazione del sensore RISC alla correzione automatica degli errori e nel caso del riconoscimento/localizzazione limitato (vedi § 2).

Inoltre informazioni possono essere raccolte durante il processo stesso di rilevazione sensoriale ed utilizzate per determinare l'ordine probabile delle superfici in modo da rendere corretto il match di tale ordine con i dati sensoriali.

Anche in assenza di informazioni sull'ordine il detector deve provare ad eseguire ugualmente il matching con un ordine prestabilito determinato in base alla geometria generale delle parti industriali, però un match non corretto può comunque comportare la perdita di precisione nella rilevazione di alcune discontinuità e la mancata rilevazione di altre.

Ciò allo stesso modo in cui usare un modello errato per riconoscere un oggetto porta al fallimento del riconoscimento.

Vogliamo evidenziare il cambiamento completo di ottica che si ha in questo problema rispetto ai precedenti essendo qui esplicitamente chiamato in causa l'oggetto osservato ed essendo considerata la ricerca delle discontinuità come riconoscimento di caratteristiche geometriche di un oggetto piuttosto che come ricerca generica, non guidata dalla natura dell'oggetto, di discontinuità euristicamente specificate.

Con il sensore RISC si vuole proporre un esempio di rilevamento delle discontinuità guidato dalle caratteristiche dell'oggetto. Si sono fatti e si faranno

esempi di situazioni in cui tale nuova ottica risulta vantaggiosa oltre ad essere più corretta.

La trattazione prosegue con la descrizione di altri aspetti dell'enunciazione del problema.

### **3.4.2. La rilevazione multiscala**

Le discontinuità non sono isolate. Non si può trattare il problema di rilevarle ipotizzando un modello in cui compare una sola discontinuità. Ci saranno discontinuità molto vicine tra loro e altre invece più lontane.

La scala o supporto di una discontinuità è la grandezza dei tratti continui (cioè privi di discontinuità) adiacenti la discontinuità. Perciò una discontinuità ha una grande scala o supporto se è molto distante da altre discontinuità.

Rilevazione multiscala vuol dire che occorre riuscire a rilevare discontinuità a tutte le scale.

Una osservazione: spesso si usa il termine multirisoluzione al posto del termine multiscala. Qui si è optato per multiscala al fine di evitare confusione con la risoluzione che non ha nulla a che fare con la scala.

### **3.4.3. La restituzione della struttura locale**

E' evidente a questo punto che la restituzione della struttura locale delle discontinuità è possibile nelle ipotesi fatte grazie alla natura della modalità di rilevazione sensoriale e alla natura degli oggetti in gioco. Ma oltre ad essere possibile è obbligatoria perché non rilevare la struttura locale significherebbe non rispondere correttamente all'impostazione del problema. Abbiamo poi visto nel § 2 quanta importanza abbia la struttura locale nei compiti che il sensore RISC è chiamato ad affrontare.

### **3.4.4. La trattazione del rumore**

A proposito dell'edge detection abbiamo detto che il rumore non è facilmente modellizzabile neppure in entità. Per le misurazioni di distanza in un ambiente controllato come è quello industriale, il rumore è invece ben modellizzabile e di nota entità trattandosi dell'errore di misura del sensore.

Ciò vuol dire che abbiamo informazioni a priori sull'entità di tale rumore per cui non siamo tenuti a collaudare il sensore in presenza di quantità diverse

di rumore, anche grandi, bensì dobbiamo collaudarlo nel suo reale ambiente operativo ovvero con la reale quantità di rumore che il sensore fisico produce.

Vedremo inoltre che la distribuzione del rumore non è gaussiana bensì può avvicinarsi di più alla distribuzione uniforme.

Infine ricordiamo la particolare natura delle caratteristiche della risoluzione spaziale del sensore di distanza a triangolazione, caratteristiche che abbiamo descritto nel § 2 ed in particolare nel § 2.2. Qualsiasi soluzione al problema della rilevazione delle discontinuità deve tenere conto anche di ciò.

### **3.4.5. L' occlusione**

Le misure di distanza forniscono informazioni esplicite sull' occlusione di parti di un oggetto su altre parti dello stesso oggetto o di altri oggetti.

E' richiesto di tenere conto di tali informazioni.

### **3.4.6. La molteplicità dei parametri**

Nell' impostazione del problema dell' edge detection è richiesto di limitare il numero dei parametri del detector al fine di ottenere un funzionamento il più possibile automatico del detector.

Nel nostro caso, invece, i parametri devono essere molti in quanto ogni parametro in più è uno strumento che ci permette di controllare meglio il detector.

L' uso delle informazioni a priori necessario per portare alla correttezza il matching di cui al § 3.4.1, non sarebbe possibile se il detector non consentisse il controllo per es. dell' ordine di match (l' ordine dei polinomi, usato nel rilevamento delle discontinuità e posto a confronto con quello delle superfici).

Ciò che è richiesto ai parametri non è quindi di essere pochi bensì è richiesto che i parametri siano "comprensibili" cioè deve essere facile comprendere quale effetto abbiano sulle prestazioni del detector e deve essere facile correlarli alla geometria dell' oggetto osservato. Questi parametri sono variabili di controllo delle prestazioni del sensore e ad ogni variabile di controllo è richiesto di essere "comprensibile" ovvero che siano chiari i suoi effetti sull' oggetto del controllo. Altrimenti sarebbe impossibile studiare qualsiasi strategia di controllo.

### 3.5. Conclusioni

Abbiamo distinto tra un alto ed un basso livello nella problematica relativa alla realizzazione del sensore RISC. Abbiamo visto che la problematica di basso livello non può sottrarsi al confronto con la problematica di basso livello della visione automatica a causa dell' affinità che intuitivamente si coglie tra esse.

L' analisi della formulazione dei problemi della visione automatica ed il confronto con la formulazione del problema che invece siamo chiamati a risolvere in relazione al sensore RISC, mostrano che l' affinità di cui sopra è soltanto intuitiva.

Né è scientificamente serio porre un confronto tra soluzioni a problemi di enunciazione diversa oppure trasportare risultati relativi ad un problema, nell' ambito di un altro problema non potendo essi soddisfare l' enunciato di quest' ultimo essendo elaborati in funzione dell' enunciato del primo.

Quando il problema è diverso si deve partire dalle sue ipotesi e sviluppare delle soluzioni indipendentemente da qualsiasi altro problema.

Nel § 4 non miriamo dunque a porre a confronto la nostra soluzione al problema descritto nel § 3.4 con le soluzioni dei problemi di cui al § 3.3, ma vogliamo mostrare che l' analisi e le conclusioni espresse in questo capitolo sono fondate su di un estensivo lavoro di ricerca bibliografica. Inoltre si è ritenuto utile andare alla ricerca di strumenti matematici di base valutandone l' utilizzabilità nell' ambito del nostro problema.

## **4.**

# **RICERCHE PRECEDENTI SUL PROBLEMA DELLA RILEVAZIONE DELLE DISCONTINUITÀ**

### **4.1. Introduzione**

L' impostazione del presente capitolo è chiara da quanto detto nel § 3.5. Non si tratta di confrontare la soluzione che dobbiamo cercare al problema enunciato nel § 3.4, con la letteratura esistente in quanto c'è diversità nell' impostazione dei problemi.

Si tratta invece di mostrare il lavoro di ricerca effettuato al fine di maturare l' analisi e le conclusioni oggetto del § 3 ed inoltre di esaminare gli strumenti matematici di base usati in letteratura per valutarne l' applicabilità al nostro lavoro.

Faremo costante riferimento alle enunciazioni date nel § 3.3 per indicare appunto quale problema ogni lavoro intende affrontare.

L' indicazione "problema n.m" si riferisce al problema enunciato nel paragrafo 3.3.n.m mentre il nostro problema, quello enunciato nel § 3.4 sarà chiamato problema RISC.

### **4.2. La rilevazione di angoli nelle curve piane**

Il problema a cui riferirsi è l' 1. La matematica utilizzata in questi lavori è troppo semplice per l' uso nel problema RISC e tratta solo discontinuità angolari e non discontinuità a salto. Spesso è ignorato il rumore.

#### **4.2.1. Angoli nelle curve codificate con il chain-code**

La rappresentazione delle curve tramite il chain-code si riferisce a curve costituite da pixel contigui facenti parte di immagini ovvero di griglie rettangolari regolari di valori di intensità luminosa.

La rappresentazione delle curve con il chain-code è inapplicabile al problema RISC dato che le misure effettuate dal sensore RISC non sono fornite sotto forma di griglie, né è possibile disporle in tale forma.

Rosenfeld e Johnston [10] descrivono un algoritmo che nonostante l'età risulta ancora tra i migliori nella rilevazione degli angoli.

Teh e Chin [11] confrontano molti lavori sulla rilevazione degli angoli e propongono una rilevazione multiscale basata su criteri euristici di loro ideazione.

Liu e Srinath [12] propongono un sistematico confronto tra algoritmi esistenti.

#### **4.2.2. Angoli nelle curve codificate nel piano $\theta$ -s**

Della rappresentazione  $\theta$ -s abbiamo detto nel § 3.3.1. Neppure la rappresentazione  $\theta$ -s ci interessa anche se permette una migliore invarianza nella descrizione della curva e permette di applicare, come fanno Gottschalk e al. [13], strumenti diversi da quelli usati sul chain-code, ovvero l'individuazione degli estremi nella curvatura previo filtraggio gaussiano. L'uso del filtraggio gaussiano ci riconduce alla matematica spesso utilizzata nei lavori di edge detection.

#### **4.2.3. Uso esplicito dello scale-space**

Rattarangsi e Chin [14] rappresentano la curva con due funzioni: l'ascissa e l'ordinata sul piano dei punti della curva in funzione dell'ascissa curvilinea.

Poi tracciano i massimi della curvatura sullo scale-space ottenuto per filtraggio gaussiano (vedi problema 2.3) e sviluppano una tecnica di tracking dei massimi della curvatura dalle alte alle basse scale.

Asada e Brady [15] [139] studiano l'effetto dei valori di curvatura adiacenti una discontinuità sullo scale-space esaminando anche configurazioni di discontinuità che possono trovarsi in oggetti reali.

#### **4.2.4. Angoli dai livelli di grigio**

Si tratta di individuare angoli non sul chain-code di una curva ricavata da una immagine bidimensionale, bensì di individuare gli angoli direttamente nell'immagine, lavorando sui livelli di grigio.

Singh e Shneier [38] confrontano tecniche basate sul gradiente con tecniche di matching con pattern prestabiliti enucleando interessanti proposizioni sul trade-off che qualsiasi detector ha tra localizzazione e rilevamento.

Liu e Tsai [39] utilizzano il principio della conservazione del momento per eseguire il match di pattern con finestre di livelli di grigio.

Rangarajan e al. [140] usano metodi variazionali per sviluppare dei pattern che sovrapposti ai punti dell'immagine restituiscano una misura della loro "angolarità" ovvero della plausibilità della presenza di un angolo.

Mehrotra e al. [141] modellizzano l'angolo come giunzione di due semirette ed usano la prima e la seconda derivata della gaussiana.

### **4.3. La rilevazione degli edge**

#### **4.3.1. Differenziazione matematica**

Visto il problema dell'edge detection come problema di differenziazione matematica (problema 2.2), si rende necessaria la regolarizzazione al fine di rendere il problema ben posto. Ma la regolarizzazione è necessaria solo perché lo strumento usato è quello della differenziazione.

##### **4.3.1.1. Operatori elementari di differenziazione**

Si tratta di filtri FIR descritti da finestre molto limitate (tipicamente 3x3) che realizzano un equivalente discreto della derivata. Poiché il problema della differenziazione è mal posto, essi sono sensibili al rumore.

Park e Choi [142] fanno una analisi spettrale di tre noti e, nonostante tutto, usati, operatori (Sobel, Prewitt e Kirsch) e ne mostrano la somiglianza per arguirne quindi l'equivalenza.



Kitchen e Malin [143] analizzano le risposte di sei operatori ad un edge rettilineo isolato (il rumore è assente) mostrando la variabilità delle risposte dovuta anche alla discretizzazione.

#### 4.3.1.2. Filtraggio gaussiano

Si tratta della classe di metodi più popolari nell' edge detection. La differenziazione viene regolarizzata generalmente tramite l' uso di filtraggio gaussiano. L' uso di tale tipo di filtraggio è giustificato risultando essere la soluzione di problemi variazionali originati dall' ottimizzazione di diverse cifre di merito ed inoltre da proprietà peculiari della risposta del filtro al variare della sua dimensione (scale-space).

Il filtraggio gaussiano gode inoltre di una efficiente implementazione tramite collegamento in cascata di filtri uniformi come descritto in [144].

Si ricorda che il modello di edge generalmente usato è quello dello step-edge.

Canny [16] risolve un problema variazionale che tiene conto della probabilità di rilevare un edge, della precisione nella sua localizzazione e della necessità di mantenere ridotto il numero delle false risposte. Se ne ricava un filtro sinusoidale molto simile alla derivata di una gaussiana.

Haralick [18] localizza gli edge negli zeri della derivata seconda applicando l' operazione di derivazione ad una regolarizzazione dei dati ottenuta per fitting di una superficie polinomiale (bidimensionale). Grimson e Hildreth [17] commentano i suoi risultati affermando errata l' implementazione che Haralick fa di un edge detector concorrente (quello di Marr e Hildreth descritto in diversi articoli qui indicati per la sua fama) che pone a confronto con il suo per mostrare la superiorità di quest' ultimo.

Clark [145] affronta il problema di eliminare gli zeri fantasma dalle risposte dell' operatore derivata seconda isotropa (laplaciano) della gaussiana (operatore noto ed usato quanto quello di Canny di cui è parente).

Petrou e Kittler [146] applicano la metodica di Canny alla ricerca di un detector ottimale per i ramp-edge (invece di uno scalino, come negli step-edge, si ha una rampa ovviamente non illimitata).

Lacroix [147] esamina diversi detector introducendo anche modelli di thin-edge cioè di edge molto sottili (al limite un pixel) che non corrispondendo al modello dello step-edge creano problemi ai detector basati su tale modello.

Van Vliet e al. [19] utilizzano operatori di differenziazione non lineari previo filtraggio gaussiano.

Giraudon [21] propone di identificare gli edge tramite i massimi negativi della derivata seconda invece che con gli zeri.

#### 4.3.1.3. Regolarizzazione funzionale per il filtraggio

I filtri usati per rendere ben posta l'operazione di derivazione possono essere derivati da criteri funzionali ovvero si considera un punto qualsiasi di una funzione di cui è noto un campionamento e si cerca di migliorare la stima della derivata valutando la derivata nel punto di una approssimazione continua dei campioni.

Precisamente Torre e Poggio [148] e poi Poggio e al. [20] cercano una funzione continua a cui è richiesto di approssimare bene i campioni ma anche di avere una derivata seconda mediamente bassa (se la funzione approssimasse perfettamente i campioni affetti da rumore, non risolverebbe il problema di regolarizzare).

Si ottiene una spline cubica molto somigliante ad una gaussiana.

#### 4.3.2. Scale-space

Qui ci riferiamo al problema 2.3. Il problema della rilevazione multiscala delle discontinuità è di interesse anche nell'ambito del problema RISC.

##### 4.3.2.1. Trattamento globale dello scale-space

Witkin [26] introduce il concetto di scale-space ed illustra una tecnica per l'uso dell'intero scale-space al fine di ottenere una regolarizzazione di una funzione che tenga conto delle discontinuità e della loro scala.

Lindeberg [22] e Yuille e Poggio [23] esaminano in modo teorico le proprietà dello scale-space costruito sulla base del filtraggio gaussiano.

Babaud e al. [24] dimostrano l'unicità del comportamento dello scale-space gaussiano (vedi problema 2.3).

Williams e Shah [25] analizzano in particolare l'interazione nello scale-space di due discontinuità.

#### 4.3.2.2. Edge focusing

Bergholm [28] esegue il tracking delle posizioni delle discontinuità dalle scale alte a quelle basse campionando l'asse delle scale in modo che da una scala alla successiva la posizione degli edge non si sposti più di un pixel.

Chen e Medioni [27] propongono un metodo iterativo per cui da una prima stima della posizione degli step-edge si giunge ad una stima dell'entità del salto da cui si ottiene una correzione della posizione ecc.

#### 4.3.3. Regolarizzazione globale

Il problema 2.4 è quello di interesse qui.

Lee e Pavlidis [35], sviluppando un precedente lavoro di Terzopoulos, risolvono il problema variazionale descritto parlando del problema 2.4 e localizzano le discontinuità nei punti di massima curvatura della spline approssimante per poi raffinarle iterativamente.

Mumford e Shah [41] includono nella cifra di merito funzionale la cui minimizzazione porta al problema variazionale, anche la posizione delle discontinuità.

Bojanov [149] studia in modo matematico l'applicazione delle spline ai problemi di optimal recovery.

#### 4.3.4. Fitting di superfici

Il problema 2.5 è affrontato da Nalwa e Binford [29] con una superficie di fitting che in realtà è monodimensionale in quanto ottenuta muovendo una curva monodimensionale parallelamente a se stessa (è un cilindro generalizzato). La curva monodimensionale è la tangente iperbolica.

#### 4.3.5. Altre tecniche

Tabatabai e Mitchell [31] utilizzano la tecnica del matching dei momenti per localizzare il modello dello step-edge nei dati.

Mazumdar e al. [32] confrontano la tecnica dei momenti con una stima alla massima verosimiglianza e con una stima bayesiana.

Kundu [150] cerca di aggiungere robustezza al rilevamento degli edge utilizzando tecniche statistiche che esaminano l'intensità media e la correlazione dei pixel nell'intorno dell'edge.

Pitas e Venetsanopoulos [151] studiano detector non lineari di step-edge.

## **4.4. La rilevazione delle discontinuità nel contesto del problema dell' edge detection**

### **4.4.1. Filtraggio**

Lee [33] cerca un detector capace di stimare l' entità della discontinuità oltre che di localizzarla. L' entità di una discontinuità a salto è il valore del salto, quella di una discontinuità ad angolo è la differenza delle derivate destra e sinistra.

La tecnica usata prevede un filtraggio seguito da una operazione di pattern matching. Il filtro è ricavato per minimizzazione di un prodotto che tiene conto congiuntamente del rapporto segnale rumore e della necessità di minimizzare il numero delle risposte spurie. Ciò che si ottiene risulta essere ottimale anche nei confronti della bontà di localizzazione.

I filtri ottenuti sono delle spline cubiche a supporto limitato differenti per la rilevazione delle discontinuità a salto e di quelle ad angolo.

Agapakis [34] illustra metodi elementari di rilevazione delle discontinuità in un segnale monodimensionale ottenuto dalla proiezione di una lama di luce. Illustra anche la scelta della scala degli operatori in funzione di informazioni a priori sulle feature attese nel segnale.

### **4.4.2. Fitting**

Leclerc [37] e Leclerc e Zucker [36] rilevano discontinuità tramite il fitting di ordine variabile eseguito punto per punto e validato mediante test statistici basati su di una ipotesi gaussiana del rumore. Il problema della scala è trattato tramite i concetti, introdotti dagli autori, dell' intra- e inter-scale inhibition, che consistono in considerazioni statistiche ad hoc tese a correggere i casi in cui il fitting fallisce per l' insufficienza del supporto di fitting (lunghezza dell' operatore) o per interazione con altre discontinuità.

Queste idee sono di interesse nell' ambito del problema RISC ma il modello gaussiano del rumore non è adatto al tipo di rumore presente nelle misure di distanza e il trattamento della scala nel problema RISC sarà

completamente differente anche per la necessità di realizzare la rilevazione in due fasi distinte e per soddisfare i requisiti di ottimizzazione dei costi temporali richiesti al sensore RISC (§ 2.7).

#### **4.5. L' applicazione dell' edge detection ad immagini di distanza**

Bhandarkar e Siebert [105] forniscono una panoramica di applicazioni di edge detector sviluppati per le immagini di intensità alle immagini di distanza. Vi sono edge detector gaussiani, operatori elementari di differenziazione, ecc. . Viene riconosciuta l' inadeguatezza di tali operatori nell' applicazione alle immagini di distanza per le quali viene ad essere più diffusa la pratica della segmentazione superficiale come illustrato proprio in [105] e in altri lavori ([70], [106]-[112], [114]). In [113] sono ancora usati gli zero-crossing della derivata prima e seconda con filtraggio gaussiano.

## **5.**

# **DISCUSSIONE TEORICA DELLA SOLUZIONE PROPOSTA AL PROBLEMA DELLA RILEVAZIONE DELLE DISCONTINUITÀ CON CONTROLLO DELLA RISOLUZIONE SPAZIALE**

## **5.1. Introduzione al rilevamento delle discontinuità mediante fitting**

### **5.1.1. La simbologia usata e le caratteristiche statistiche delle variabili casuali maggiormente usate**

#### **5.1.1.1. La funzione di distanza**

Come noto le discontinuità vanno trovate in una funzione che restituisce la distanza dal punto di proiezione laser.

Si è definito il taglio (§ 2.1) ottenendo  $N$  misure di distanza, una per ogni intervallo in cui è stato suddiviso il segmento di taglio.

Sia allora  $d(k)$ ,  $k=1,\dots,N$ , la funzione  $\mathbf{d}: \mathbf{1},\dots,N \rightarrow \mathbf{R}$  che fornisce le distanze misurate in corrispondenza di ognuno degli  $N$  punti del segmento di taglio.

Con [En] indicheremo il file MathCAD numero  $n$  riportato nell' appendice E. Nell' appendice D sono riportati alcuni richiami relativi alle nozioni di statistica utilizzate qui. Per maggiori dettagli si può consultare qualsiasi testo di statistica, per es. [6].

### 5.1.1.2. Simbologia e caratteristiche statistiche delle variabili casuali di interesse

Si indicherà con  $U$  la variabile casuale a distribuzione uniforme i cui valori sono appunto uniformemente distribuiti nell' intervallo  $[-1,1]$ , la cui ddp (densità di probabilità) è quindi:

$$U \text{ af} = \frac{1}{2}, \quad x \in [-1,1], \quad U \text{ af} = 0, \quad \text{altrimenti} \quad (1)$$

$U^2$  sarà la variabile casuale quadrato di  $U$  la cui ddp è:

$$U^2 \text{ af} = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad x \in [0,1], \quad U^2 \text{ af} = 0, \quad \text{altrimenti} \quad (2)$$

La media di  $U$  è nulla mentre quella di  $U^2$  è  $1/3$ , questa ultima coincidente con la varianza di  $U$ . La varianza di  $U^2$  è  $4/45$ .

In [E1] si trovano dettagli su queste ddp.

Indicheremo con  $\chi_v^2$  la variabile, somma di  $v$  quadrati di gaussiane normalizzate, di ddp:

$$\chi_v^2 \text{ af} = \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma(\frac{v}{2})} e^{-\frac{x}{2}} x^{\frac{v}{2}-1}, \quad x \geq 0 \quad (3)$$

Con  $X_v^2$  (leggasi chi maiuscolo quadro a  $v$  gradi di libertà) indicheremo l' analogo in termini di variabili uniformi ovvero la variabile somma di  $v$  quadrati di variabili uniformi. Occorre fare attenzione ad un fattore  $1/3$  nel senso che mentre  $\chi_v^2$  è somma di quadrati di variabili gaussiane di varianza unitaria,  $X_v^2$  è somma di quadrati di variabili uniformi che hanno varianza  $1/3$ .

La media di  $\chi_v^2$  è  $v$  e la sua varianza è  $2v$ .

Ci interesserà anche la variabile rapporto di due  $\chi_v^2$  e analogamente quella rapporto di due  $X_v^2$  che vengono indicate con  $F_{a,v}$  e  $\Phi_{a,v}$  rispettivamente, dove  $\lambda$  e  $v$  sono i gradi di libertà delle  $\chi_v^2$  (o delle  $X_v^2$ ) al numeratore e al denominatore ( $\Phi_{a,v}$  si legge phi maiuscolo con  $\lambda$  gradi di libertà al numeratore e  $v$  al denominatore).

Per la  $F_{a,v}$  abbiamo la distribuzione esplicita:

$$F_{a,v} \text{ af} = \frac{\lambda^{\frac{\lambda}{2}} v^{\frac{v}{2}} \Gamma(\frac{\lambda+v}{2})}{\Gamma(\frac{\lambda}{2}) \Gamma(\frac{v}{2}) \Gamma(\frac{\lambda+v}{2})} x^{\frac{\lambda-2}{2}}, \quad x \geq 0 \quad (4)$$

La forma della  $\Phi_{a,v}$  è invece estremamente più complessa e in [E1] si può trovare la  $\Phi_{a,v}$ . Peraltro quando il numero dei gradi di libertà aumenta, la  $\Phi_{a,v}$  e la  $F_{a,v}$  tendono a coincidere.

Per la precisione  $\Phi_{a,vf}$  tende ad assomigliare non a  $F_{a,vf}$ , bensì a  $F_{\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, v}$ .

La ragione di ciò è da ricercare nel rapporto tra la varianza di  $U^2$  e quella di  $\frac{1}{3}\chi_1^2$  sua corrispondente gaussiana, rapporto che è appunto  $5/2$  ( $(2/9)/(4/45)$ ) (vedi [E2]). Il coefficiente  $1/3$  tiene conto della non normalizzazione (varianza non unitaria bensì di  $1/3$  appunto) della  $U$ .

Similmente  $X_v^2$  non corrisponde a  $\frac{1}{3}\chi_v^2$ , bensì a  $\frac{1}{3}\chi_{\frac{5}{2}, v}^2$ . Il coefficiente  $1/3$  si semplifica nella  $\Phi_{a,vf}$ .

Infine la media di  $N$  variabili  $U$  converge asintoticamente, per il teorema centrale del limite, verso una  $\frac{1}{\sqrt{3N}}Z$  (vedi [E3]).

### 5.1.2. Il fitting destro e sinistro

Supponiamo che in  $d(\cdot)$  ci sia una discontinuità in corrispondenza dell'ascissa  $m$ . Con ciò intendiamo dire che la funzione  $R \rightarrow R$  che indicheremo con  $D(x)$  di cui  $d(k)$  è il campionamento, ha una discontinuità nel valore o nella derivata nell'intervallo  $[m, m+1] \subset R$ . Per ascisse minori di  $m$  o maggiori di  $m+1$ ,  $D(x)$  è da supporre  $C^1$ .

E' chiaro che  $D(x)$  è una funzione ideale, priva di rumore, mentre  $d(k)$  è un campionamento di  $D(x)$  soggetto a rumore:

$$d(k) = D(k) + \varepsilon_k \quad (5)$$

dove  $\varepsilon$  è un rumore che supponiamo a distribuzione uniforme e di varianza che può essere differente a destra e a sinistra della discontinuità.

Prendiamo allora in considerazione una delle due funzioni continue a destra o a sinistra della discontinuità. Ciò che dobbiamo analizzare è un campionamento soggetto a rumore di tale funzione continua incognita. Si tratta di un problema molto frequente in ambito scientifico: ci sono dei dati soggetti a rumore e si vuole trovare il modello che li spiega.

Il modello che noi useremo è quello polinomiale perché sappiamo di avere a che fare con sezioni di oggetti costituiti generalmente da superfici del secondo ordine al massimo.

Chiameremo supporto il numero di dati usati nell'eseguire il fitting del modello. Precisamente sono interessati dall'operazione di fitting i dati  $d(m+1), \dots, d(m+s)$  a destra e  $d(m-s+1), \dots, d(m)$  a sinistra, dove  $s$  è il supporto.



Dobbiamo tenere conto del fatto che, coincidendo l'asse delle ascisse di  $d(k)$  (o  $D(x)$ ) con il segmento di taglio, si ha una deformazione dell'ordine di  $D(x)$  rispetto all'ordine della sezione dell'oggetto. Tale deformazione, che tende ad aumentare l'ordine, è però modesta soprattutto se considerata nell'ambito, che a noi interessa, del supporto e non su lunghezze superiori. Studi su tale deformazione sono in [E4].

In [E5] ci sono esempi di fitting di polinomi di ordine 1, 2, 3 a dati ottenuti simulando un taglio corrispondente ad una sezione ellittica dell'oggetto (che si trova ad una distanza di 500 mm).

Quindi noi sappiamo abbastanza bene in generale quali sono gli ordini di fitting da usare: non si va praticamente mai al di là del terzo ordine.

Inoltre andrà stabilita, in assenza di altre informazioni, una progressione crescente dell'ordine in funzione del supporto.

Per spiegare ciò consideriamo una situazione in cui non ci sia alcuna informazione a priori sull'ordine del fitting da usare. Si sarebbe tentati di usare il massimo ordine possibile per spiegare al meglio i dati. Al limite tale ordine è  $s-1$  e il polinomio semplicemente passa per tutti i punti forniti producendo un errore di fitting nullo. Ciò non è una cosa meravigliosa bensì è una cosa stupida. In realtà l'ordine di fitting ideale è quello che lascia un errore quadratico medio residuo corrispondente alla deviazione standard del rumore cui sono soggetti i dati. Ciò si traduce in un intervallo di confidenza per l'errore di fitting: l'errore di fitting non deve essere né troppo grande, né troppo piccolo.

Tutto ciò a rigore vale per l'ipotesi gaussiana del rumore. Se il rumore è distribuito in modo uniforme, accade che la verosimiglianza del fitting cresce all'aumentare dell'ordine di fitting finché in corrispondenza del 100% delle ascisse (es. quelle destre  $m+1, \dots, m+s$ ) il polinomio fittato rientra nei limiti delle distribuzioni uniformi che in ogni ascissa descrivono il rumore cui è soggetta la misura. A quel punto la verosimiglianza è 1 e non può più aumentare. Se aumentiamo oltre l'ordine del fitting, la verosimiglianza continua a rimanere unitaria. Si tratta allora di trovare l'ordine minimo di fitting per il quale la verosimiglianza diventa unitaria.

Occorre precisare che con l'ipotesi di distribuzione uniforme del rumore, il fitting non andrebbe fatto con la solita tecnica dei minimi quadrati perché essa produce il fitting di massima verosimiglianza solo se il rumore è gaussiano. La ricerca del fitting di massima verosimiglianza per rumore

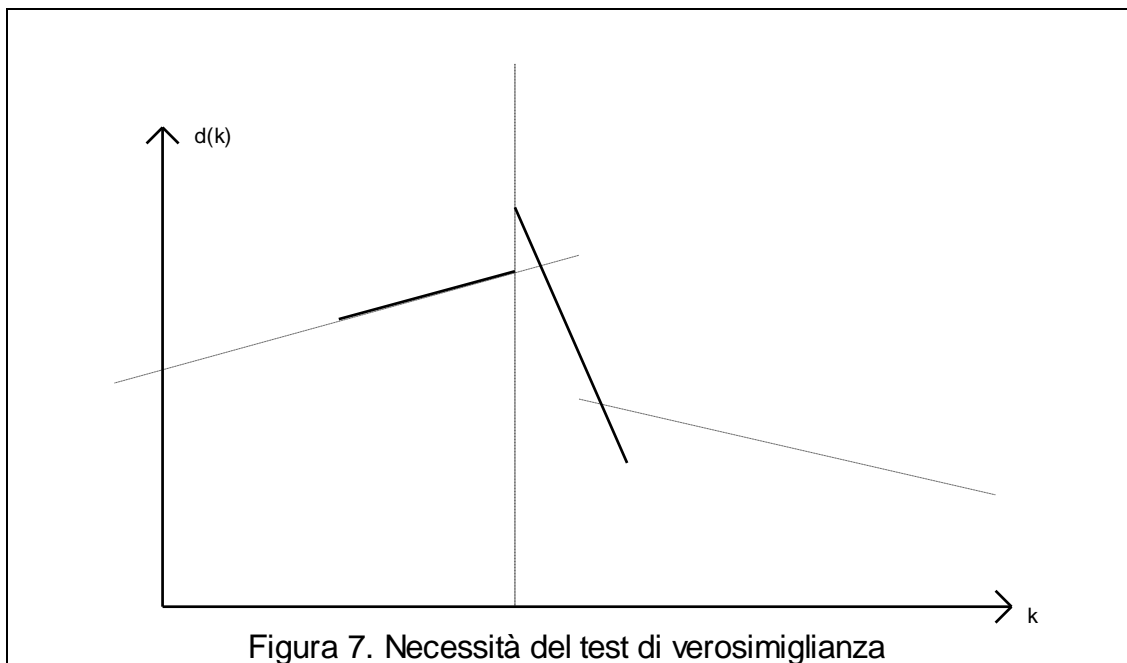


Figura 7. Necessità del test di verosimiglianza

uniforme è però molto complessa e non efficiente come il fitting ai minimi quadrati. Inoltre si è notato che quando il rumore ha varianza costante sul supporto e la funzione sottostante non ha una grossa variabilità nel supporto, ipotesi entrambe verificate nel nostro caso, il fitting ai minimi quadrati è circa di massima verosimiglianza anche per distribuzioni uniformi del rumore. La differenza si fa sentire, come abbiamo detto nel § 2.7, se le varianze non sono costanti sul supporto.

In linea del tutto teorica si tratterebbe quindi di eseguire fitting di ordine sempre più elevato fino al raggiungimento della condizione di cui sopra. Ciò richiede molto tempo ed inoltre è un procedimento che non sfrutta affatto le informazioni a priori che qui abbiamo a disposizione.

In assenza di informazioni a priori la nostra strategia sarà quella di utilizzare ordini di fitting crescenti da un minimo di 1 ad un massimo di 3 al crescere del supporto. Questi parametri godranno di ampia controllabilità da parte dell'utente in modo da permettere l'uso di informazioni a priori.

### 5.1.3. La correttezza del fitting

Abbiamo visto come la verifica della verosimiglianza del fitting sia semplicemente parte della procedura stessa del fitting. Non ha molto senso eseguire un fitting senza verificarne poi la verosimiglianza. Ciò vuol dire che occorrerà avere una stima della varianza del rumore  $\varepsilon$ . Trattandosi del rumore di misura del sensore fisico, saranno disponibili informazioni a priori sulla sua

varianza, informazioni che verranno usate per integrare la misurazione statistica del rumore che sarà fatta come descritto nel § 6.

Ma facciamo vedere come il test di verosimiglianza del fitting sia ancora più importante nell'ambito della rilevazione delle discontinuità.

In fig. 7 stiamo esaminando l'ipotesi che ci sia una discontinuità in corrispondenza della linea tratteggiata. Come si può vedere la discontinuità è invece più avanti ed è una discontinuità a salto. Abbiamo eseguito il fitting destro e quello sinistro indicati dalle linee continue. Tra i due fitting esiste una discontinuità piuttosto marcata per cui si dedurrebbe la presenza di una discontinuità nonostante la funzione sia continua.

Però il fitting destro non è corretto, la sua verosimiglianza è molto bassa. Perciò la conclusione per cui sarebbe presente una discontinuità in corrispondenza della linea tratteggiata, viene rigettata. Si osservi che allo stesso modo non si può dire che ivi la funzione sia continua.

Vedremo ora come effettuare il test di correttezza del fitting e, dichiarato corretto il fitting cioè proponibile la domanda che chiede se c'è o meno una discontinuità nel punto, vedremo come decidere appunto della presenza della discontinuità.

## 5.2. Il test di correttezza del fitting

Esaminiamo ora due metodi per decidere della correttezza del fitting, il primo maggiormente adatto a rumore di natura gaussiana ma applicabile anche a rumore uniforme, il secondo più adatto a rumore uniforme.

### 5.2.1. Test sul rapporto delle varianze

Dal fitting abbiamo ottenuto una funzione  $f(x)$  che vorrebbe essere la migliore stima della funzione  $D(x)$  nel tratto di interesse. Gli errori commessi da tale fitting sono:

$$e_k = d_{a+k} - f_{a+k}, \quad k \in [1, \dots, s] \quad (6)$$

dove si è preso in considerazione il fitting destro.

Esplicitiamo anche la formulazione del fitting che supponiamo di grado  $n$ :

$$f_{a+k} = c_{D,0} + c_{D,1} \frac{k}{2} + c_{D,2} \frac{k^2}{2} + \dots + c_{D,n} \frac{k^n}{2}, \quad k \in [1, \dots, s] \quad (7)$$

per il fitting destro e

$$f_{a-k+1} = c_{s,0} + c_{s,1} \left(k - \frac{1}{2}\right) + c_{s,2} \left(k - \frac{1}{2}\right)^2 + \dots + c_{s,n} \left(k - \frac{1}{2}\right)^n \quad k \in [1, \dots, s] \quad (8)$$

per il fitting sinistro. Questa formulazione dei fitting fa sì che la loro origine si trovi per entrambi nel punto  $m+1/2$  intermedio tra i punti  $m$  e  $m+1$  tra i quali si sospetta la presenza della discontinuità.

Indichiamo con  $N_r$  il supporto dell' operatore che stima il rumore. Vedremo che il rumore viene stimato eseguendo un fitting su un supporto abbastanza piccolo da permettere di avere la pratica certezza che la funzione  $D(x)$  sia lineare per cui si può fare un fitting lineare con alta probabilità di trovarlo corretto.

Occorre una certezza di questo tipo perché, visto che stiamo stimando il rumore, non possiamo validare la verosimiglianza di questo fitting perché tale operazione richiede appunto di avere una stima del rumore.

I gradi di libertà relativi alla stima del rumore sono allora  $N_r - 2$  per un singolo intervallo su cui venga effettuata la stima del rumore, e sono

$$l_r = s \frac{N_r - 2}{N_r} \quad (9)$$

relativamente alla stima del rumore su tutto il supporto.

Sia ora  $S_r^2$  la somma degli scarti quadratici prodotti dagli operatori che stimano il rumore, somma i cui gradi di libertà sono dati da  $l_r$ , mentre

$$S_f^2 = \sum_{k=1}^s e_k^2 \quad (10)$$

è la somma degli scarti quadratici prodotti dal fitting, somma i cui gradi di libertà sono dati da:

$$l_f = s - a + 1 \quad (11)$$

Se consideriamo ora la grandezza:

$$f_c = \frac{S_f^2 - S_r^2}{S_r^2 / l_r} \quad (12)$$

essa è una realizzazione della variabile

$$\Phi_{d_{-l_r, l_r}} \quad (13)$$

Invece la grandezza:

$$f'_c = \frac{S_f^2 / l_f}{S_r^2 / l_r} \quad (14)$$

è una realizzazione della variabile

$$\Phi_{d_{l_r, l_r}} \quad (15)$$

Sulla prima variabile è più giusto un test ad una coda mentre sulla seconda è più indicativo quello a due code in quanto  $f_c$  dovrebbe tendere ad

annullarsi se il fitting ha prodotto un errore residuo corrispondente proprio al rumore di misura, mentre nella stessa situazione  $f_c'$  tende ad essere unitaria.

Il test può essere realizzato con una significatività dell' 1% o del 5%.

Ricordiamo che

$$\Phi_{a,v} \cong F_{\frac{2}{2}, \frac{2}{2}, v} \quad (16)$$

puntualizzando però che per bassi gradi di libertà la corrispondenza tende a non essere buona soprattutto per valori piccoli di  $\Phi$  per cui andrebbe preferito il test ad una coda se non fosse per il fatto che esso comporta proprio una riduzione dei gradi di libertà in gioco.

Comunque è sempre possibile usare le soglie esattamente calcolate per  $\Phi$ . In [E1] ci sono confronti tra  $\Phi$  ed F mentre in [E6] troviamo alcune valutazioni campionarie di  $\Phi$  con gradi di libertà sia alti che bassi al numeratore e comunque alti al denominatore.

### Appendice al paragrafo

La formula (9) esprime i gradi di libertà relativamente alla stima del rumore. Proveremo a darne una spiegazione intuitiva essendo difficoltoso e tedioso riportarne la dimostrazione completa.

La stima del rumore viene fatta con un fitting effettuato su di un supporto di lunghezza  $N_r$ . Si esegue il fitting di una retta per cui i parametri da stimare sono 2. I gradi di libertà sono quindi  $N_r - 2$  come si può ottenere applicando le considerazioni fatte nell' appendice D al paragrafo "I gradi di libertà". Il "tenore" di gradi di libertà rispetto al supporto è allora  $N_r - 2$  e, applicandolo su tutto il supporto, essendo la stima del rumore fatta su tutto il supporto s, si ottiene appunto la (9).

La dimostrazione rigorosa della (9) è stata condotta esaminando dettagliatamente la procedura di stima del rumore che è descritta in § 6.3.2 e seguendo il percorso che i gradi di libertà delle variabili seguono mentre queste vengono elaborate.

Per quanto riguarda la (11) si veda ancora il paragrafo "I gradi di libertà" dell' appendice D.

Per quanto riguarda le (12) e (14), vogliamo chiarire la scelta tra test ad una e a due code.

Nella (12) si fa la differenza tra il residuo di fitting e la stima del rumore. Come spiegato nell'appendice D al paragrafo "La verosimiglianza del fitting", la situazione ideale è quella in cui residuo e rumore si equivalgono. In tal caso  $f_c$  (data dalla (12)) tende ad annullarsi. Da ciò si può intuire che la variabile  $\Phi_{d_{-l_r, l_r}} i$  di cui  $f_c$  è una estrazione, avrà una ddp somigliante ad un esponenziale decrescente dovendo la probabilità essere concentrata vicino al valore nullo. In questa situazione il test si fa su di una coda (vedi appendice D paragrafo "Test ad una e a due code").

Per quanto riguarda invece  $f'_c$  (vedi (14)), essa risulta essere unitaria in corrispondenza del fitting corretto per cui, come si può verificare per esame diretto della ddp, la ddp di  $\Phi_{d_{l_r}} i$  sarà a forma di campana anche se definita per soli valori positivi. Il test sarà allora su due code.

### 5.2.2. Test di verosimiglianza

Questo test è espressamente studiato per rumore a distribuzione uniforme. Lo stimatore del rumore fornisce una valutazione della varianza del rumore per ognuno dei punti del supporto (queste valutazioni non sono indipendenti essendo  $l_r < s$  i gradi di libertà della stima del rumore). Indichiamo con  $\sigma_k^2$  tale varianza e chiaramente con  $\sigma_k$  la rispettiva deviazione standard (radice della varianza).

Se una distribuzione uniforme a media nulla ha deviazione standard  $\sigma_k$ , essa ha limiti  $\pm\sqrt{3}\sigma_k$  ed entro essi ha valore  $1/\sqrt{3}\sigma_k$ .

Per ogni  $k$  si può allora calcolare la coppia di limiti nei quali  $e_k$  deve essere compreso per fornire supporto alla verosimiglianza del fitting.

La verosimiglianza del fitting è allora:

$$L = \frac{1}{s} \left| \left\{ k \mid |e_k| < \sqrt{3}\sigma_k \right\} \right| \quad (17)$$

Il valore massimo di  $L$  è 1 che corrisponde ad un fitting perfetto essendo come noto sensato parlare di perfezione del fitting uniforme anche quando l'ordine del fitting è inferiore a  $s-1$ , situazione in cui il polinomio passa per tutti i punti per cui non ci può essere errore residuo.

In [E5] troviamo infine un test di verosimiglianza effettuato con la  $\chi^2_{l_f}$  (sostituibile con la  $X^2_{l_f}$  facendo attenzione ai gradi di libertà) che ha lo stesso spirito del test di cui al § 5.2.1 però considera deterministica la varianza del rumore. L'uso della  $\chi^2_{l_f}$  denuncia il fatto che tale test è pensato per rumore gaussiano.

### 5.3. Il test di presenza della discontinuità

Appurata la validità dei fitting destro e sinistro mediante il test di verosimiglianza, occorre decidere se sia presente o meno una discontinuità. Proponiamo di nuovo due metodi dei quali il secondo, valido come il primo, è però più economico quindi preferibile.

#### 5.3.1. Il test del triplo fitting

Indichiamo con  $c_{D,i}$  e  $c_{S,i}$  rispettivamente i coefficienti dei polinomi costituenti il fitting destro e quello sinistro.

Per decidere se c'è o meno una discontinuità possiamo sottoporre a test le seguenti ipotesi:

$$\begin{aligned} H_0: & \quad c_{D,0} = c_{S,0} \quad \text{e} \quad c_{D,1} = c_{S,1} \\ H_1: & \quad c_{D,0} = c_{S,0} \end{aligned} \tag{18}$$

L'ipotesi  $H_0$  asserisce la continuità del valore e della derivata prima della funzione di distanza. Infatti  $H_0$  dice che il valore in corrispondenza dell'ascissa 0 del polinomio di fitting destro deve uguagliare l'analogo del polinomio sinistro ottenendosi così continuità nel valore. Analogamente per la derivata.

Se l'ipotesi  $H_0$  viene rigettata, vuol dire che la funzione non è continua. Allora occorre testare l'ipotesi  $H_1$  che, se verificata, asserirebbe la continuità del valore della funzione per cui, avendo rigettato  $H_0$ , la funzione ha una discontinuità nella derivata. Se anche  $H_1$  viene rigettata, la funzione ha invece una discontinuità a salto.

Va osservato che la semplicità e la correttezza della formulazione delle (18) è dovuta anche alla formulazione dei fitting, espressa nelle (7) e (8) fatta appunto in modo che  $c_{D,0}$  e  $c_{S,0}$  rappresentino le stime sulla base dei due fitting, del valore della funzione nello stesso punto  $m+1/2$ . E' chiaro infatti che l'ipotesi di continuità va posta sul valore della funzione in un punto e non certo confrontando il valore in due punti diversi.

Si tratta ora di stabilire come vanno eseguiti i test delle ipotesi suddette.

La tecnica è comune al test di entrambe le ipotesi. Si tratta di considerare contemporaneamente i fitting destro e sinistro avendo però non  $2(n+1)$  coefficienti incogniti da calcolare, bensì solo  $2(n+1)-2$  coefficienti per la  $H_0$  e  $2(n+1)-1$  per la  $H_1$  essendo imposta l'uguaglianza tra  $c_{D,0}$  e  $c_{S,0}$  e tra  $c_{D,1}$  e  $c_{S,1}$  per la  $H_0$  e solo tra  $c_{D,0}$  e  $c_{S,0}$  per  $H_1$ .

Ne risulta il solito problema ai minimi quadrati da cui si ottengono i coefficienti cercati. Avendo imposto a questo nuovo fitting globale di essere  $C^1$  o  $C^0$  in  $m+1/2$ , se invece la funzione è discontinua, accadrà che l'errore di fitting del fitting globale sarà ben maggiore del rumore di misura.

Eseguiamo un test in cui l'errore di fitting del fitting globale è confrontato dapprima col rumore di misura e poi con l'errore di fitting dei fitting destro e sinistro che supposti corretti, forniscono anche loro una stima dell'errore di misura.

Indichiamo con  $S_{fg}^2$  la somma dei residui quadratici lasciati dal fitting globale. I gradi di libertà di tale somma sono  $2l_f + h$  con  $h=2$  per  $H_0$  e  $h=1$  per  $H_1$ . E' chiaro che con meno coefficienti da trovare i gradi di libertà aumentano. Sia invece  $S_f^2$  la somma dei residui quadratici lasciati dai fitting destro e sinistro assieme. I gradi di libertà sono  $2l_f$ . Per la stima del rumore abbiamo invece la somma  $S_r^2$  di gradi di libertà  $2l_r$ .

Si hanno al solito valori campionari delle dovute  $\Phi$ . Per il confronto tra fitting globale e fitting destro e sinistro abbiamo:

$$\frac{S_{fg}^2 - S_f^2}{S_f^2} \frac{n}{2l_f + h} = \frac{S_{fg}^2 - S_f^2}{S_f^2} \frac{n}{2l_f} \quad (19)$$

che è una estrazione della  $\Phi_{2l_f, n}$ , oppure possiamo usare il valore

$$\frac{S_{fg}^2 / (2l_f + h)}{S_f^2 / 2l_f} \quad (20)$$

che è una estrazione della  $\Phi_{2l_f+h, 2l_f}$ .

La (19) è da utilizzarsi con un test su una coda, mentre per la (20) il test va fatto su due code.

Per il confronto con il rumore stimato, abbiamo invece

$$\frac{S_{fg}^2 - S_r^2}{S_r^2} \frac{n}{2l_f + h - 2l_r} \quad (21)$$

estrazione della  $\Phi_{2l_f+h-2l_r, 2l_r}$ , per il test su di una coda e



$$\frac{S_{fg}^2 / (2l_f + h)}{S_r^2 / (2l_r + h)} \quad (22)$$

estrazione della  $\Phi_{d_{l_f+h, 2l_r}}$ , per il test su due code.

I fitting da eseguire sono quindi tre: la coppia destro-sinistro (eq. (7) ed (8)), il fitting globale per la verifica dell' ipotesi  $H_0$  e il fitting globale per la verifica dell' ipotesi  $H_1$ .

### Appendice al paragrafo

Per i gradi di libertà relativi ai fitting richiesti nella verifica delle ipotesi  $H_0$  e  $H_1$ , essendo coinvolti sia il fitting destro che il fitting sinistro (§ 5.1.2), i gradi di libertà dovrebbero essere la somma di quelli dei due fitting ovvero  $2l_f$  dove  $l_f$  è il numero di gradi di libertà del fitting destro che poi è uguale al numero di gradi di libertà del fitting sinistro ( $l_f$  è dato dalla (11)). Però l' ipotesi  $H_0$  impone due vincoli sui coefficienti dei due fitting. Ciò vuol dire che avremo due coefficienti in meno da determinare quando si tratterà di calcolare i coefficienti dei fitting. Invece di  $(n+1)+(n+1)$  coefficienti da determinare tra i due fitting, ne avremo solo  $(n+1)+(n+1)-2$ . Come spiegato nell' appendice D, il numero di coefficienti da determinare va a detrarre il numero di dati per ottenere così i gradi di libertà. Se abbiamo meno coefficienti da determinare avremo più gradi di libertà.

Ecco quindi spiegato come i gradi di libertà per l' ipotesi  $H_0$  siano  $2l_f + 2$ . Analogamente i gradi di libertà per  $H_1$  sono  $2l_f + 1$ .

Per la scelta del test ad una o a due code si possono fare considerazioni del tutto analoghe a quelle fatte in appendice al paragrafo 5.2.1.

### 5.3.2. Test della media dei coefficienti

Più semplicemente è possibile sottoporre a test sulla differenza tra le medie i coefficienti  $c_{D,0}$  e  $c_{S,0}$  per la verifica della presenza di discontinuità sul valore e i coefficienti  $c_{D,1}$  e  $c_{S,1}$  per la verifica della presenza di discontinuità sulla derivata.

Occorre però conoscere la ddp di tali coefficienti. Tali coefficienti sono calcolati tramite una combinazione lineare dei valori di  $d(\cdot)$ . Precisamente indichiamo con  $c_D$  e  $c_S$  i vettori colonna dei coefficienti del fitting destro e sinistro. Siano invece  $D$  ed  $S$  le matrici contenenti i fattori delle combinazioni lineari necessarie a produrre i coefficienti. Siano  $d_D$  e  $d_S$  i vettori colonna dei

dati cioè  $[d(m+1), \dots, d(m+s)]$  per  $d_D$  e  $[d(m), \dots, d(m-s+1)]$  per  $d_S$ . Il calcolo dei coefficienti si ottiene quindi con le:

$$c_D = Dd_D \quad e \quad c_S = Sd_S \quad (23)$$

Inoltre è:

$$c_{D,0} = D_0 d_D \quad (24)$$

dove  $D_0$  è la prima riga di  $D$ . Analogamente si scrive per gli altri coefficienti di interesse.

Il rumore da cui è affetta la variabile casuale  $c_{D,0}$  è quindi combinazione lineare dei rumori  $\varepsilon_k$  secondo la:

$$\varepsilon_{D,0} = \sum_{k=1}^s D_{0,k} \varepsilon_k \quad (25)$$

La distribuzione di  $\varepsilon_{D,0}$  si ottiene da quella, uniforme, degli  $\varepsilon_k$  mediante convoluzione successiva delle distribuzioni uniformi come è stato fatto in [E7] per i fitting di ordine 1, 2 e 3 su di un supporto  $s=30$  che è spesso usato dal detector. Si osserva che per tale supporto, la gaussianità della distribuzione di  $\varepsilon_{D,0}$  è già molto accentuata e se la distribuzione degli  $\varepsilon_k$  è esattamente  $U(x)$ , la distribuzione di  $\varepsilon_{D,0}$  risulta essere una gaussiana di varianza:

$$\sigma_{D,0}^2 = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^s D_{0,k}^2 \quad (26)$$

Le formule per il coefficiente  $c_{D,1}$  e quelle per i corrispondenti coefficienti del fitting sinistro sono analoghe.

Ma la distribuzione degli  $\varepsilon_k$  non è  $U(x)$  bensì è

$$\frac{1}{\sqrt{3}\sigma_\varepsilon} U\left(\frac{x}{\sqrt{3}\sigma_\varepsilon}\right) \quad x \in [-1, 1] \quad (27)$$

dove  $\sigma_\varepsilon$  è la deviazione standard del rumore  $\varepsilon$ . Però  $\sigma_\varepsilon$  non è nota bensì viene stimata ovvero è anche essa una variabile casuale di distribuzione non impulsiva.

In altri termini non ci interessa la distribuzione della variabile casuale  $\varepsilon_{D,0}$ , bensì quella della variabile casuale  $\sqrt{3}\mathcal{E}_\varepsilon \varepsilon_{D,0}$  dove  $\mathcal{E}_\varepsilon$  è la variabile casuale stima di  $\sigma_\varepsilon$ . Ora la variabile casuale  $\mathcal{E}_\varepsilon$  è una

$$\sqrt{3 \frac{X_{l_r}^2}{l_r} \overline{\sigma_r^2}} \quad (28)$$

approssimabile con una

$$\sqrt{\frac{\chi_{5, l_r}^2}{5} \overline{\sigma_r^2}} \quad (29)$$

come già detto.  $\bar{\sigma}_r$  è la media di  $\mathcal{S}_\varepsilon$ .

La distribuzione della variabile  $\sqrt{3}\mathcal{S}_\varepsilon\varepsilon_{D,0}$  si ottiene allora dalle distribuzioni di  $\mathcal{S}_\varepsilon$  e di  $\varepsilon_{D,0}$  mediante la regola della distribuzione del prodotto (vedi appendice D ed [E8]) ottenendosi quindi finalmente per  $c_{D,0}$  una distribuzione ancora gaussiana (per i dettagli vedi [E8]) di varianza:

$$\sigma_{c_{D,0}}^2 = \bar{\sigma}_r^2 \sum_{k=1}^s \mathcal{G}_{0,k}^2 h \quad (30)$$

Per  $\bar{\sigma}_r$  si userà, nel fare il test, il valore campionario ottenuto a partire dalle stime del rumore, come indicato nella (28) dove appare appunto  $l_r$ , oppure quello ottenuto dal residuo del fitting ed in tal caso occorrerebbe sostituire  $l_f$  a  $l_r$  nella (28).

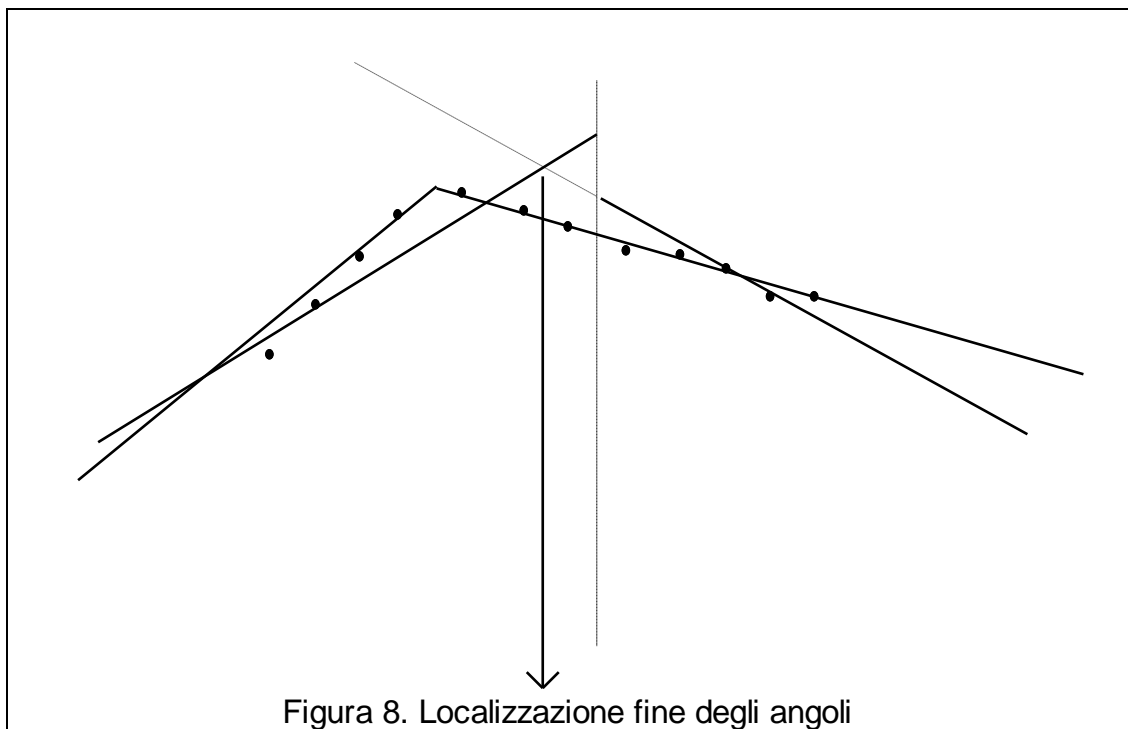
Non resta allora che applicare il test sulla differenza delle medie alla differenza tra  $c_{D,0}$  e  $c_{S,0}$  confrontando il valore

$$\frac{c_{D,0} - c_{S,0}}{\sqrt{\sigma_{c_{D,0}}^2 + \sigma_{c_{S,0}}^2}} \quad (31)$$

estrazione di gaussiana normalizzata, con le soglie per un test al 5% o all' 1% (i famosi 1,960 e 2,576).

Se il valore dato dalla (31) eccede tali soglie, siamo in presenza di una discontinuità. Il test per  $c_{D,1}$  e  $c_{S,1}$  è del tutto analogo.

### Appendice al paragrafo



Introdotta la formula (25) si è detto che la ddp di  $\varepsilon_{D,0}$  si ottiene da quelle degli  $\varepsilon_k$  per convoluzione. Precisamente occorre ricavare la ddp dei singoli prodotti  $D_{0,k}\varepsilon_k$  in cui  $D_{0,k}$  è una costante.

Per questo ci si riferisca alla (53) (appendice D). Poi le  $D_{0,k}\varepsilon_k$  vanno sommate e la ddp della somma si ricava con la (56). Se le variabili sono indipendenti, introducendo la (55) nella (56), l'integrale della (56) diventa un integrale di convoluzione.

Subito dopo l'introduzione della formula (27) si è parlato di variabile casuale di distribuzione non impulsiva. Una variabile casuale di distribuzione impulsiva è una variabile su di un valore della quale si concentra tutta la probabilità. In pratica si tratta di una costante nota.

Con riferimento alla (28) e alla (29), ricordiamo che la variabile casuale  $\mathcal{S}_\varepsilon$  è la radice quadrata della media dei quadrati delle singole istanze del rumore. Appare quindi la variabile  $X_{l_r}^2$  somma di quadrati di variabili a distribuzione uniforme come sono appunto le variabili casuali corrispondenti al rumore.

La  $X_{l_r}^2$  appare divisa per  $l_r$  perché si deve fare la media dei rumori. La media viene fatta dividendo per  $l_r$  e non per il numero di variabili di rumore che compongono  $\mathcal{S}_\varepsilon$  (s) perché così si deve fare per avere una stima corretta di  $\sigma_\varepsilon$  (si consulti [6] per la dimostrazione).

Appare infine  $\overline{\sigma}_r^2$  perché altrimenti la media di:

$$\sqrt{3 \frac{X_{l_r}^2}{l_r}}$$

sarebbe sempre unitaria mentre il rumore può avere entità variabile.

## 5.4. Miglioramento della localizzazione delle discontinuità

### 5.4.1. Scelta della discontinuità di massima verosimiglianza congiunta

Abbiamo visto che le discontinuità possono trovarsi solo in corrispondenza di un fitting destro e di un fitting sinistro dei quali sia verificata la correttezza. Inoltre un punto, per candidarsi come discontinuità deve soddisfare il test di presenza della discontinuità. A questo punto può capitare che ci siano ancora dei punti contigui tutti ugualmente validi come candidati ad essere discontinuità.

La scelta tra questi viene fatta scegliendo quello per il quale è massima la verosimiglianza congiunta dei fitting destro e sinistro ovvero semplicemente il prodotto delle due verosimiglianze sempre che non si sia richiesto, per la correttezza del fitting, una verosimiglianza unitaria.

#### **5.4.2. Localizzazione fine degli angoli per intersezione dei fitting destro e sinistro**

Supponiamo di essere in presenza di una discontinuità ad angolo che abbiamo rilevato tra i punti  $m$  ed  $m+1$ .

La situazione è descritta dalla fig. 8 dove in corrispondenza della linea tratteggiata si è rilevata una discontinuità ad angolo. C'è anche una discontinuità a salto ma supponiamo che sia irrilevante. Il problema sta nel fatto che prolungando il fitting destro ci accorgiamo che esso interseca il sinistro al di fuori dell' intervallo  $[m, m+1]$  (la linea tratteggiata indica l' ascissa  $m+1/2$  e i punti continui si trovano alle ascisse  $m$  e  $m+1$ ) indicando quindi la non validità della localizzazione effettuata della discontinuità.

Si tratterà allora di spostarsi all' ascissa  $m-1/2$  effettuando lo stesso test. Si assume che le ascisse che si sottopongono a questo test siano tutte validi candidati, nel senso sopra descritto, per la presenza di discontinuità.

Al solito la convergenza di tale procedura è assicurata solo in assenza di rumore per cui occorreranno degli accorgimenti per controllare il numero delle iterazioni.

#### **5.4.3. Caratteristiche statistiche della precisione di rilevamento delle discontinuità**

Le discontinuità a salto sono generalmente meglio rilevabili di quelle ad angolo a causa del miglior rapporto segnale rumore che presentano.

Tra le discontinuità ad angolo sono inoltre meglio rilevabili quelle meglio marcate sempre per il miglior rapporto segnale rumore.

Il caso degli elementi riflettenti a questo proposito è singolare: supponiamo di avere una discontinuità tra due superfici delle quali una sia perfettamente riflettente per cui in corrispondenza di essa il sensore non restituisce dato di distanza.

Nel taglio si trova quindi una discontinuità tra punti in cui la distanza è definita e punti in cui non lo è. Si tratta quindi di una discontinuità molto

evidente e di ottima localizzabilità (come si suol dire non tutto il male viene per nuocere).

## 5.5. Fitting e smoothing gaussiano

E' molto seguita la pratica di ridurre il rumore mediante smoothing gaussiano ovvero mediante il filtraggio dei dati per mezzo di un filtro gaussiano.

Tra l' altro tale filtro è realizzabile in modo molto efficiente ([144]) come cascata di filtri uniformi.

Facciamo vedere in [E9] come lo smoothing gaussiano serva semplicemente a convertire il rumore in errore di localizzazione delle discontinuità perché arrotonda queste ultime e ne rende quindi più difficile la rilevazione e la localizzazione.

Il trattamento del rumore qui presentato è molto più sofisticato.

## 5.6. La rilevazione multiscala

Esamineremo un metodo più generale ma costoso per la rilevazione di discontinuità di diverso supporto, poi esamineremo un metodo più economico e che tiene conto anche dell' esigenza di usare risoluzioni diverse e di realizzare l' operazione di rilevazione delle discontinuità in due tempi.

### 5.6.1. Metodo di incremento progressivo del supporto

Si tratta di eseguire la rilevazione delle discontinuità come descritto sopra utilizzando supporti progressivamente maggiori. Grazie al test di correttezza del fitting, non si rischiano interferenze della discontinuità in corso di rilevazione con le discontinuità adiacenti quando il supporto del fitting fosse abbastanza grande da coprire due discontinuità contigue. Però in tale situazione neppure si ottiene una rilevazione per cui occorre utilizzare supporti minori del fitting.

Occorre notare come, a parte il problema dell' interferenza tra discontinuità, all' aumentare del supporto del fitting la rilevazione della discontinuità migliori sempre più al contrario di quanto accade per il filtraggio gaussiano nel quale un aumento del supporto dell' operatore significa aumentare l' errore di localizzazione della discontinuità.

La metodica dell' incremento progressivo del supporto è ovviamente molto onerosa sia perché la si applica sempre alla stessa risoluzione, sia perché è in generale mediamente più complessa di quanto sarebbe necessario.

Un' altra idea è quella di rilevare le discontinuità con un set di filtri di supporti prescelti (es.  $s=10,15,20..$ ) poi, solo in corrispondenza di una discontinuità rilevata, cercare di prolungare il supporto con incrementi unitari per migliorare la localizzazione.

### **5.6.2. Metodo dei fitting sfalsati**

Eseguiamo prima un taglio grossolano di risoluzione (o meglio spaziatura) sufficiente a rilevare le discontinuità di interesse facendo attenzione a non ridurre troppo però la spaziatura perché potrebbero sorgere problemi di aliasing spaziale.

Su questo taglio eseguiamo dei fitting di supporto progressivamente più grande secondo incrementi non unitari (es. nel software si sono usati i supporti 6,8,10,14,18,24,30,36,44,52,60,68,76).

Precisamente si inizia col supporto 6, eseguendo un fitting per es. sulle ascisse  $m,..,m+5$ , poi si fa un fitting alle ascisse  $m+3,..,m+8$  e così via spostandocisi ogni volta di metà della lunghezza del supporto. Si passa poi al supporto superiore ecc.

Di ognuno di questi fitting si esegue il test di verosimiglianza. Se il test fallisce, vuol dire che da qualche parte nel supporto del fitting in esame c'è una discontinuità.

Se per un fitting di un certo supporto risulta che non ci sono discontinuità, se alcuni fitting di supporto inferiore interessanti quello stesso segmento di dati avevano invece rilevato discontinuità, queste rilevazioni vengono cancellate come spurie dando la precedenza al risultato ottenuto con il fitting di ordine superiore ritenuto più affidabile.

Se invece un fitting rileva discontinuità, se nel suo supporto erano già presenti rilevazioni di discontinuità, vengono conservate queste ultime perché meglio localizzate.

Se però le discontinuità già presenti nel supporto si riducono ad una sola, è meglio conservare quella di supporto maggiore perché ci informa meglio sul supporto della discontinuità (il supporto della discontinuità è il minor numero tra la distanza della più vicina discontinuità a sinistra e la distanza della più vicina

discontinuità a destra, distanza espressa in numero di campioni sul segmento di taglio), informazione preziosa per la scelta del supporto del fitting.

Per conoscere ancora meglio il supporto della discontinuità si possono esaminare i fitting che a destra e a sinistra della grossolana posizione della discontinuità rilevata, risultano essere privi di discontinuità.

E' chiaro che questa tecnica, mentre difficilmente fallisce nel rilevare una discontinuità, lascia invece buon margine di incertezza nella localizzazione.

La localizzazione fine che segue, effettuata su nuovi tagli fatti in corrispondenza delle discontinuità rilevate sul taglio grossolano, deve quindi essere in grado di far fronte alla possibilità di trovarsi in presenza di più di una discontinuità da rilevare e deve utilizzare operatori di supporto non fisso e pari a quello suggerito dalla rilevazione grossolana, bensì deve utilizzare più supporti attorno a quello suggerito (es. quattro supporti).

In seguito chiameremo fitting grossolani quelli ora descritti e fitting fini quelli successivi al fitting grossolani ed effettuati non sul taglio grossolano ma su quelli fini effettuati nelle zone in cui si è rilevata la presenza di discontinuità.



## **6.**

# **DESCRIZIONE DELL' IMPLEMENTAZIONE REALIZZATA DEL SENSORE DI DISCONTINUITÀ A RISOLUZIONE SPAZIALE CONTROLLATA**

### **6.1. Il sensore fisico**

#### **6.1.1. Descrizione**

Il sensore di distanza a triangolazione laser è uno dei più affermati e affidabili e se ne trovano diverse descrizioni in letteratura ([1],[48]-[58]).

Peraltro la tecnologia impiegata solo di recente è giunta a livelli tali da fornire velocità e precisioni utilizzabili mentre i costi non sono ancora tali da rendere facilmente proponibile l' uso industriale di questi sensori se non utilizzando sensori relativamente lenti (10000 misure al secondo) e studiando l' utilizzo di piccole quantità di misure come detto nel § 2.

Il sensore è costituito da un proiettore laser e da un PSD. Il proiettore laser consta di un laser che emette un sottile raggio luminoso, tipicamente di diametro inferiore al mm, che passa poi per un beam-expander ovvero un sistema di lenti che ingrandisce il raggio diminuendone però la divergenza in modo da rendere possibile poi la focalizzazione del raggio tramite una lente di grande lunghezza focale (1000 mm). Ciò per avere uno spot (punto luminoso prodotto dal laser sull' oggetto) di dimensioni medie minori (es. tra 0,1 e 0,25 mm) ottenendo una migliore risoluzione spaziale (vedi [51] per la descrizione di questo sottogruppo).

Poi il raggio laser viene deflesso da due specchietti (uno per l' azimuth e uno per l' elevazione) comandati galvanicamente.

Tali specchietti sono comandati con una tensione analogica tra -10 e +10 V per cui, per l' interfacciamento al computer va usata una scheda di conversione digitale↔analogico di frequenza di campionamento maggiore di 10 KHz (per un sensore capace di 10000 punti al secondo). Sono necessari due canali di conversione digitale→analogico. Le caratteristiche di questi specchietti sono in [8]. Sottolineiamo qui l' angolo di deflessione che può arrivare a 50° e osserviamo che la LSK non è la società leader del settore, si trovano prodotti migliori, chiaramente pagando, per es. rivolgendocisi alla General Scanning.

Lo spot viene poi rilevato da un PSD (Position Sensing Detector), dotato di ottica di focalizzazione, che è un dispositivo che misura le coordinate bidimensionali, sul piano di proiezione, del baricentro dello spot.

Un filtro ottico che lascia passare una banda di 10 nm attorno alla lunghezza d' onda della luce emessa dal laser, posto davanti al PSD, elimina il 95% della luce ambientale migliorando le prestazioni del PSD.

Occorrono due canali di conversione analogico→digitale per il PSD.

Occorrerebbe poi un sistema di controllo dell' intensità luminosa del laser per far fronte alle variazioni nella riflettanza che possono mettere in difficoltà il PSD anche se questo è il dispositivo più adatto per far fronte a questo tipo di problemi ([1] pg. 265). Un esempio di controllo dell' intensità del laser è in [49].

Per le ottiche, i filtri ottici, i filtri spaziali, i beam-expander, i laser, le lenti focalizzanti si veda [7] dove si trovano anche le nozioni scientifiche di interesse.

Per il sensore descritto definiamo un asse ottico coincidente con la retta di proiezione laser avente elevazione e azimuth nulli.

In [1] c'è un elenco di società produttrici di sensori completi di distanza.

### **6.1.2. Problemi della rilevazione di distanza per triangolazione laser e confronto con altre tecniche**

In [1] cap. 6 par. 6.3, c'è un' ottima descrizione dei problemi della rilevazione di distanza per triangolazione laser. Vedremo singolarmente questi problemi poi esamineremo i sensori che utilizzano lame di luce anziché singoli raggi ed infine vedremo un metodo per incrementare la già buona precisione dei PSD.

#### 6.1.2.1. Range dinamico della riflettanza

Di questo si è già detto parlando della necessità di controllare l'intensità del laser e della necessità di utilizzare dispositivi come il PSD in grado di reagire meglio alle variazioni di riflettanza. In casi limite la variazione di riflettanza può giungere a rapporti di 1 a 100000, mentre sono comuni rapporti dell'ordine di 1 a 1000 ([1] pg. 265).

Occorre tenere conto del fatto che le variazioni di riflettanza possono essere ben più rapide dei tempi di risposta del sistema di controllo dell'intensità. Ciò non vuol dire che tale sistema sia inutile.

#### 6.1.2.2. Artefatti dovuti alla riflettanza

Se lo spot cade tra due superfici di riflettanza diversa, il PSD nel rilevare il baricentro dello spot tende a spostarlo verso la superficie di maggior riflettanza ovvero di maggior luminosità. Una soluzione è rimpiccolire lo spot.

#### 6.1.2.3. Riflessioni secondarie

Accade che il laser venga riflesso dalla superficie verso cui è stato deflesso e vada a produrre lo spot su di un'altra superficie. Il PSD rileverebbe questo ultimo spot ma l'incongruenza della retta di proiezione del laser e della retta di vista (congiungente lo spot con il centro ottico del PSD) che sarebbero distanti in modo anomalo, denuncerebbe chiaramente il fenomeno a meno che le due rette non vengano ancora ad essere complanari (improbabile) nel qual caso si otterrebbe un punto apparentemente valido, ma che può ancora essere eliminato in base a delle euristiche basate sul fatto che i punti devono seguire una data progressione nello spazio essendo raccolti orientando il laser verso punti successivi di una retta (la retta di taglio) e usando per es. l'informazione per cui non ci sono oggetti occludenti ai quali il punto in esame possa appartenere. Tutto ciò è descritto in [54] pg. 302.

Aggiungiamo inoltre che quando le superfici degli oggetti (industriali) sono particolarmente lavorate per cui possono dare il problema della riflessione, vengono protette con un velo di un liquido apposito che produce anche una certa opacizzazione della superficie riducendone così la specularità.

Precisiamo infine che è più frequente la possibilità di avere due spot, sia quello primario, sia quello secondario, rispetto alla possibilità di avere il solo

spot secondario. Il problema rimane ma c'è la possibilità di una soluzione tecnica come vedremo più avanti.

#### 6.1.2.4. Non visibilità

Il fatto che si abbiano due punti di vista, quello di proiezione del laser e quello del PSD, fa sì che il sensore possa rilevare la distanza solo dei punti dell'oggetto visti contemporaneamente dai due punti per cui la visibilità è ridotta rispetto al caso di un solo punto di vista.

Ciò non necessariamente è una grande limitazione in quanto facilmente i punti di interesse sono ben visibili perché spesso interessati da operazioni di montaggio eseguite dal robot, per cui, dovendo essere accessibili al robot, facilmente sono anche visibili senza problemi.

Per rendersi conto dell'entità del problema basta porre una sorgente di luce nella posizione prevista per il PSD e osservare dalla posizione prevista per il laser. Le ombre che si vedono indicano le zone in cui non si otterrà misura.

#### 6.1.2.5. Confronto con altre tecniche e miglioramento della precisione del PSD

Invece che di singoli raggi, si può far uso di lame di luce ottenute facendo passare il raggio laser attraverso una lente cilindrica. Però la divergenza di tale lama di luce è generalmente maggiore di quella del singolo raggio rendendo più difficile la focalizzazione. Inoltre è più grave il problema delle riflessioni secondarie e degli artefatti dovuti alla riflettanza come detto anche in [1],[51],[54].

Esistono molti altri sensori che misurano la distanza (passive stereo, time-of-flight, phase shift) ma le loro limitazioni sono molto più serie di quelle del sensore a triangolazione laser.

Nella visione stereo esiste il problema della corrispondenza reso critico dalla specularità, anche incompleta, delle superfici. Nei sensori time-of-flight e phase shift c'è il problema della grande variabilità nella riflettanza per oggetti metallici che porta a fenomeni di saturazione. Inoltre non è possibile focalizzare lo spot perché ciò può interferire con il funzionamento del sensore e richiedere direttamente al sensore un piccolo spot peggiora la sua precisione o ne aumenta notevolmente i costi. Il problema del costo rimane comunque rilevante per questo tipo di sensori. Per informazioni più dettagliate si vedano [1] e [54].

Riguardo il miglioramento della precisione del PSD, ciò che occorrerebbe fare è curare attentamente la realizzazione ottica e meccanica che pongono le limitazioni più serie. La precisione intrinseca del PSD è attorno a 0,1 ppm (0,0001‰) con una linearità che nei PSD più grandi (20 mm x 20 mm) è di  $\pm 0,3\%$ . Comunque in [56] è descritto il PSD array che consta di diversi PSD disposti a matrice (es. 4 PSD di dimensioni 10 mm x 10 mm) e indirizzati singolarmente in modo da quadruplicare la precisione e migliorare la linearità. Questo migliora anche la rapidità di risposta (comunque elevata: circa 0,8  $\mu$ s per il PSD da 20 mm x 20 mm).

Può darsi inoltre che 4 PSD meno precisi disposti a matrice producano la stessa precisione di un singolo PSD con minore costo.

Ma il PSD array ha un altro grande vantaggio legato al problema delle riflessioni secondarie (§ 6.1.2.3). Le riflessioni secondarie spesso si presentano non come scomparsa della riflessione primaria e apparizione di una riflessione secondaria, bensì come presenza di entrambi gli spot, quello primario e quello riflesso.

Se ho un PSD array, è possibile che lo spot primario abbia la sua immagine in un PSD, mentre lo spot secondario ha l'immagine in un altro PSD dell' array. Allora posso accorgermi, esaminando individualmente le uscite dei singoli PSD, se ci sono due spot ed isolare quello corretto, cosa che non potrei fare se il PSD è unico. In tal caso infatti il PSD effettuerebbe una media dei due spot restituendo il punto medio tra essi, punto che verrebbe poi rigettato dall' analisi della congruenza tra la retta di proiezione e la retta di vista.

## **6.2. Il modello osservato**

Il sistema software realizzato simula l' ottenimento di misure di distanza per triangolazione quando l' oggetto sotto osservazione è descritto da due modelli: il solido di rotazione e il modello poliedrico.

### **6.2.1. Il solido di rotazione**

Si tratta di un modello che somiglia molto ad oggetti industriali avendo in particolare la caratteristica di avere superfici del secondo ordine (cilindri e coni) che sono molto frequenti negli oggetti industriali.

Si consideri nel piano x-z una spezzata connessa. La si ruoti attorno all'asse z. I segmenti paralleli all'asse x producono delle superfici piane o meglio delle corone circolari aventi il centro sull'asse z. I segmenti paralleli all'asse z producono dei cilindri il cui asse è l'asse z. I segmenti obliqui producono coni.

Esempi di queste spezzate e di viste di questi oggetti sono nell'appendice A.

Sono stati generati automaticamente 100 modelli di questo tipo in modo casuale per avere un ampio e valido banco di prova degli algoritmi di rilevazione delle discontinuità.

Il fatto di avere solo superfici di rotazione non rende meno vario l'insieme delle possibili discontinuità che possono trovarsi. Anzi, la generazione casuale del modello e la generazione casuale poi anche dei segmenti di taglio, fa sì che l'algoritmo di rilevazione delle discontinuità si trovi di fronte ai casi più disparati.

E' stata simulata la presenza di elementi riflettenti e di elementi sui quali è presente del *rumore di modello* ovvero feature del tipo filettature o simili. Il rumore in questione è stato simulato bianco anche se più realisticamente dovrebbe essere colorato, però la realizzazione di rumore spaziale colorato è molto complessa e avrebbe aumentato spropositatamente i tempi di calcolo già notevoli.

### **6.2.2. Modello poliedrico**

Non è altro che il classico modello poliedrico descritto con una lista dei vertici e una lista delle facce queste ultime descritte indicando ordinatamente i vertici che compongono la faccia.

Sono inclusi nel modello anche dati ausiliari, calcolabili comunque in base ai vertici e alla descrizione delle facce, che sono la normale alla faccia e l'equazione del piano della faccia.

### **6.2.3. Simulazione dell' errore di misura**

L'errore di misura deriva da errori nel puntamento del raggio laser, dell'ordine di 0,2 mrad come specificato in [8], ed errori nel rilevamento dello spot da parte del PSD, dell'ordine ancora di 0,2 mrad. In via prudenziale questi errori sono stati portati rispettivamente a 0,3 e 0,4 mrad.

Per l' errore di misura si è utilizzata la distribuzione uniforme in quanto la misurazione per triangolazione ha una natura autocorrettiva nel senso, come già accennato in § 6.1.2.3, che se la retta di proiezione laser e la retta di vista divergono molto, la rilevazione è da considerarsi non valida. In altri termini noi dobbiamo ricavare le coordinate di un punto, che sono 3, da 4 informazioni: azimut ed elevazione della retta di proiezione laser ed azimut ed elevazione della retta di vista. Quindi abbiamo una ridondanza che risulta correttiva.

Partendo dalla retta teorica di proiezione laser si è quindi aggiunto un errore di puntamento uniforme che produce una diversa retta di puntamento che quindi interseca l' oggetto in un punto P diverso da quello teorico. La retta di vista dovrebbe a questo punto congiungere P con il centro ottico del PSD. Ma anche la retta di vista è soggetta a rumore per cui si discosta da quella dovuta. Si ottengono due rette, quella di proiezione laser e quella di vista, diverse da quelle teoriche. Queste rette sono in generale sghembe. Il punto risultato della misura si ottiene allora come punto medio del segmento di minima distanza tra le due rette.

La simulazione del rumore è quindi molto dettagliata, non approssimata con modelli semplificati, bensì costruita col miglior realismo possibile.

Chiaramente il rumore dipende dalla normale alla superficie e dalla direzione della retta di taglio e della retta di vista rispetto alla normale alla superficie. Un modello semplificato è in [57].

Si è tenuto conto anche di errori consistenti nell' assenza di misure dovuta a riflessioni ecc., come si vedrà più avanti.

Nell' appendice B ci sono i risultati della valutazione statistica dell' errore di misura eseguita su di un gran numero di punti misurati nelle più disparate situazioni.

## **6.3. Descrizione dell' algoritmo**

Ora descriveremo le fasi della rilevazione delle discontinuità considerando di avere come dato iniziale un taglio grossolano.

### **6.3.1. Partizione del taglio**

Nel taglio ci sono sequenze di punti indefiniti e sequenze di punti definiti. I punti indefiniti sono punti del segmento di taglio in corrispondenza dei quali non

si è ottenuta la misura perché la superficie è riflettente, oppure perché, a causa del problema della non visibilità (§ 6.1.2.4), lo spot non viene visto dal PSD, oppure perché il punto non appartiene all' oggetto bensì allo sfondo, tale fatto è stato riconosciuto e il punto è stato cancellato.

Nelle sequenze di punti definiti, ci possono essere punti isolati o coppie di punti indefiniti a causa di riflessioni secondarie (§ 6.1.2.3). Ugualmente nelle sequenze di punti indefiniti ci possono essere singoli punti o coppie di punti definiti.

E' necessario allora individuare le sequenze di punti indefiniti e quelle di punti definiti, inglobando i punti isolati (o le coppie) nelle sequenze. Nei punti isolati non definiti che si trovano dentro alle sequenze di punti definiti, si mette un valore di distanza intermedio tra quelli adiacenti secondo una interpolazione lineare in modo tale da rendere completamente definita ovvero priva di "buchi" la sequenza definita.

Così facendo si evita agli algoritmi successivi di trovarsi di fronte a "buchi" nelle sequenze di punti definiti che devono esaminare.

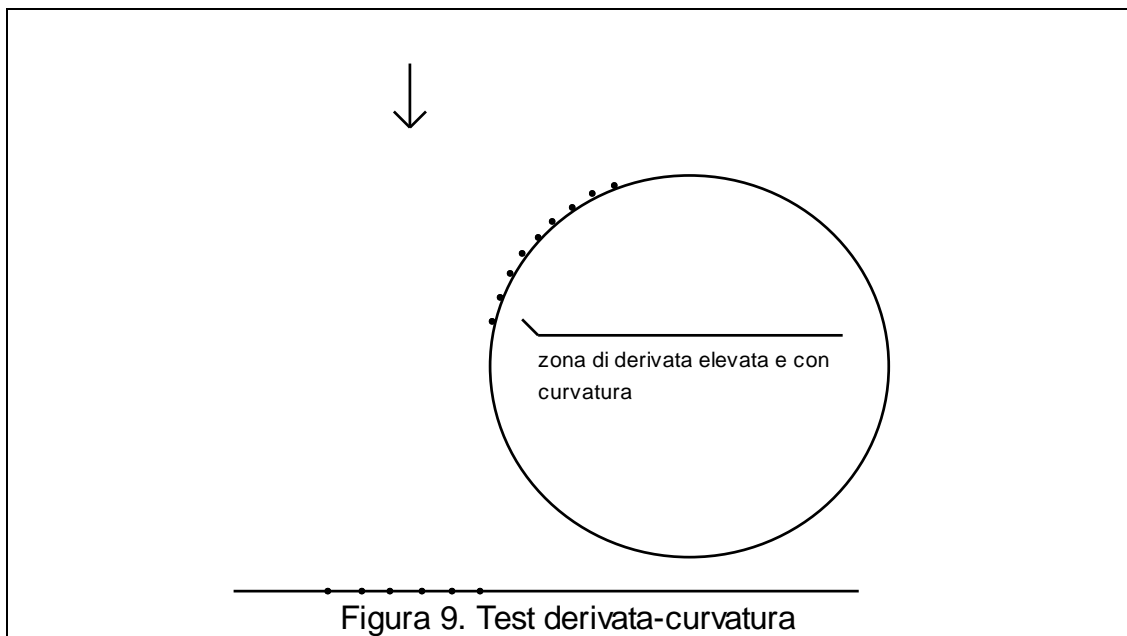
### **6.3.2. Stima del rumore**

Per stimare il rumore si esegue il fitting lineare su di un intervallo di 4 punti e questo shiftando il supporto del fitting di un punto alla volta. Si ottiene un residuo di fitting per ogni punto.

Però il fitting, sia pur di piccolo supporto, è sensibile alle discontinuità, specialmente quelle a salto. Overo darà un residuo di fitting ben più alto del rumore di misura quando l' intervallo di 4 punti è a cavallo di una discontinuità.

Questi casi vengono eliminati con due regole: se il residuo di fitting al punto  $m$  è maggiore per es. del doppio del rumore di fitting dei punti  $m-2$  e  $m+2$ , la valutazione del rumore dei punti  $m-1, m, m+1$  è dichiarata non valida. Infatti, se non è valida la valutazione del rumore in  $m$ , non lo può essere neppure in  $m-1$  e  $m+1$  perché anche questi punti sono interessati dalla discontinuità.





Si fa un test analogo confrontando il rumore in  $m$  con i rumori in  $m-4, m-3, m+3, m+4$  e dichiarando non validi i punti  $m-2, m-1, m, m+1, m+2$ .

La valutazione del rumore nei punti invalidati è ricostruita per interpolazione lineare delle valutazioni adiacenti.

Infine si fa la media di 4 valori adiacenti per ridurre la variabilità delle stime.

Inoltre si aggiunge una informazione a priori asserendo che il rumore di misura non può scendere al di sotto di una certa soglia che è stata valutata esaminando un particolare assieme di condizioni di misura (non inverosimili però).

### 6.3.3. Rilevazione e localizzazione delle discontinuità

Per la rilevazione delle discontinuità si è usato il metodo descritto in § 5.6.2 mentre per la localizzazione si sono usati il test di correttezza per verosimiglianza (§ 5.2.2) e il test di presenza che fa uso della media dei coefficienti (§ 5.3.2).

Viene inoltre effettuato un test sulla curvatura delle superfici: se in corrispondenza di una discontinuità a salto si scopre che da una delle due parti la derivata è elevata e c'è curvatura, vuol dire che la discontinuità non corrisponde ad uno spigolo, bensì la superficie è continua. La situazione è illustrata in fig. 9 dove si mostra la sezione di un cilindro. Chiaramente tale sezione non ha discontinuità. Nei dati di distanza, presi secondo la direzione

della freccia, si trova una discontinuità a salto che però viene ignorata appunto perché si osserva una forte inclinazione e la presenza di curvatura.

Il risultato finale dell' algoritmo è una struttura dati in cui vengono raccolti tutti i dati ottenuti relativi alle discontinuità.

## 6.4. Il testing della performance

### 6.4.1. Il test statistico

L' algoritmo di rilevazione/localizzazione delle discontinuità è stato testato eseguendo migliaia di tagli sui 100 solidi di rotazione osservati da 8 diverse disposizioni, scelte in modo casuale, della coppia punto di proiezione - punto di vista. Nel software uno di questi insiemi di 8 disposizioni viene chiamato *sistema di triangolazione*. In particolare 4 disposizioni presentano una base-line di 200 mm e 4 una base-line di 500 mm. La base-line è la distanza tra punto di proiezione e punto di vista: una grande base-line vuol dire misure più accurate ma maggiori problemi di visibilità (§ 6.1.2.4). Punto di vista e di proiezione laser sono a 500 mm dall' oggetto.

Per ogni taglio si è calcolato il numero e la posizione dei punti di discontinuità che l' algoritmo dovrebbe trovare, ottenendo misure di precisione nella localizzazione delle discontinuità ed ottenendo anche il numero di discontinuità trovate sul totale di quelle trovabili. Statistiche queste ottenute in modo differenziato per le due base-line.

I punti di discontinuità si trovano su cerchi perché nei solidi di rotazione gli spigoli sono cerchi. Quando i punti su di uno stesso cerchio sono più di uno, si possono integrare le loro misure in modo da localizzare con maggior precisione il cerchio. E' stato fatto proprio questo producendo appunto statistiche di localizzazione dei cerchi.

Il report di uno dei test effettuati è nell' appendice B.

Nel valutare i risultati occorre tenere conto del fatto che molte discontinuità sono difficili da rilevare, anche se teoricamente visibili, perché molto vicine ad altre discontinuità.

In fig. 10, P è il punto di proiezione laser dal quale parte una retta di proiezione. Il segmento AB risulta essere vicino al parallelismo con la retta di

proiezione per cui sarà difficile distinguere tra le discontinuità A e B. Lo stesso accade per la retta di vista.

Un' altra difficoltà sta nelle discontinuità dovute alla transizione tra zone visibili e zone non visibili, o al punto di proiezione laser, o al punto di vista (PSD), quindi prive di misure. Si tratta di discontinuità che possono essere confuse con discontinuità reali come quelle tra superfici riflettenti e non.

Le zone in cui non c'è visibilità sono dette anche "zone d' ombra".

#### 6.4.2. La visualizzazione grafica

Il software permette di effettuare tagli su indicazione dell' utente e di visualizzare le discontinuità individuate assieme alla descrizione della struttura locale (vengono visualizzati i fitting destro e sinistro) e ad una rappresentazione del modello stesso visto in sezione per rendere più visibili le discontinuità interessate dal taglio.

Esempi di tali visualizzazioni sono nell' appendice A.

### 6.5. Altre funzionalità del software

Il software permette di creare dei tagli su indicazione dell' utente oppure in modo casuale, e di visualizzarli come funzione  $d(k)$  (§ 5.1.1.1) oppure come punti nello spazio tridimensionale visualizzati in proiezione ortogonale su uno

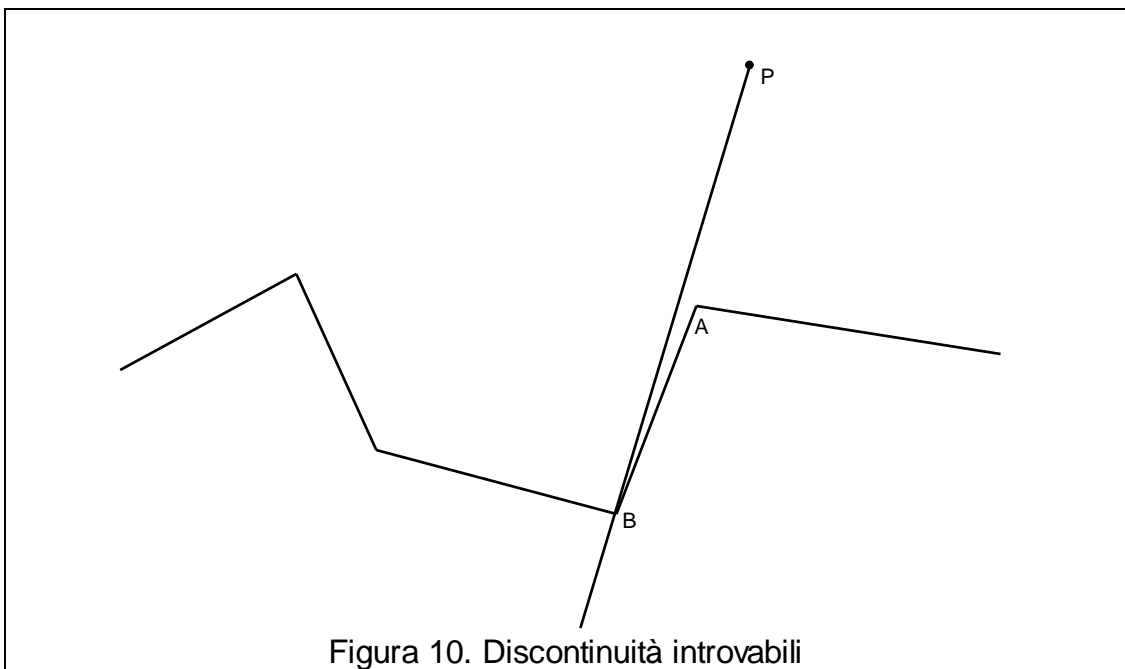


Figura 10. Discontinuità introvabili

dei tre piani x-y, y-z, x-z scelto come quello per il quale è di area massima l'ellisse centrale di inerzia dei punti proiettati, in modo da ottenere la visualizzazione più significativa. C'è anche la gestione degli archivi di tali tagli.

Per la generazione casuale dei tagli si usano i cosiddetti sistemi di triangolazione che sono insiemi di 8 coppie punto di proiezione laser - punto di vista. Se ne è parlato nel § 6.4.1. I sistemi di triangolazione vengono generati casualmente, archiviati e visualizzati.

Anche i solidi di rotazione hanno il loro software di gestione archivi e visualizzazione ed anche la possibilità di calcolare statistiche sui modelli creati come le dimensioni medie, il numero di elementi della spezzata, ecc. C'è anche l'algoritmo di creazione casuale dei modelli.

E' possibile creare immagini di distanza dei modelli inserendo il punto di proiezione laser, quello di vista (PSD), e i parametri identificativi dell'inquadratura.

## **7.**

# **DIREZIONI DI SVILUPPO DEL SENSORE**

### **7.1. Miglioramento della stima del rumore con introduzione di stime a priori**

Chiariamo che le idee esposte nel presente capitolo non sono implementate attualmente nel sensore bensì sono linee guida per futuri ampliamenti.

Il ruolo della stima del rumore di misura nella rilevazione delle discontinuità è di fondamentale importanza.

Abbiamo già fatto uso di una informazione a priori nella stima del rumore, sotto forma di limite inferiore per il rumore.

Le stime a priori possono essere molto utili per migliorare la stima diretta del rumore che può essere piuttosto incerta.

Ora introduciamo un' ulteriore idea per la valutazione di altre stime a priori.

Supponiamo di aver effettuato i fitting grossolani (§ 5.6.2) e di aver identificato zone in cui non risultano discontinuità. In tali zone i fitting sono stime fedeli (circa) della sottostante funzione di distanza. I fitting grossolani hanno chiaramente già fatto uso di una stima del rumore per cui ciò che stiamo cercando è una stima migliore per la seconda fase, quella del fitting fine.

Dato un fitting grossolano, esso produce un vincolo sulla normale alla superficie nei punti che costituiscono il suo supporto.

Infatti la normale alla superficie dell' oggetto in corrispondenza di un punto P del fitting, non può che trovarsi su di un piano ortogonale alla curva del fitting in P. Inoltre tale normale non può ruotare di  $360^\circ$ , ma soltanto di  $180^\circ$  per ragioni di visibilità. In pratica si possono porre vincoli più stringenti sull' arco di rotazione della normale perché rilevazioni di distanza con il raggio laser o la retta di vista molto inclinati rispetto alla superficie, è improbabile che riescano.

Supponendo di porre un vincolo di  $150^\circ$  nell' inclinazione della normale, la normale non deve essere angolata più di  $150^\circ$  sia rispetto alla retta di proiezione laser, sia rispetto alla retta di vista.

Inoltre possono esserci informazioni a priori sulla localizzazione dell' oggetto che vincolano ulteriormente l' orientamento della normale.

Ottenuta quindi una localizzazione sia pure parziale dell' orientamento della normale, la si può usare, assieme alla direzione della retta di proiezione laser e alla retta di vista, per predire il rumore di misura ed integrare poi tale informazione, tenendo conto però della sua incompletezza, con la stima diretta del rumore.

Precisamente si potrebbero elaborare, dalla predizione del rumore, due limiti, uno inferiore e uno superiore tra i quali il rumore stimato direttamente deve rimanere.

Occorre inoltre effettuare uno studio sul rumore effettivamente prodotto da un sensore fisico reale che al Laboratorio di Robotica del Politecnico di Milano non è attualmente disponibile. Si tratta di ricavare la reale distribuzione del rumore anche in dipendenza dalle angolazioni della superficie, della retta di proiezione e della retta di vista.

## **7.2. Miglioramento della rilevazione degli angoli**

Le discontinuità nella derivata sono quelle di più problematico rilevamento avendo generalmente un rapporto segnale-rumore meno marcato rispetto a quello delle discontinuità nel valore della funzione.

Andrebbe pertanto studiato il caso delle discontinuità nella derivata in modo differenziato rispetto al caso delle discontinuità nel valore.

Abbiamo già individuato alcuni accorgimenti per il miglioramento della localizzazione degli angoli nel § 5.4.2.

Un' altra idea è quella di analizzare la curvatura dei fitting in corrispondenza della discontinuità, perché un valore della curvatura più elevato rispetto alla curvatura presente mediamente nel fitting, può denunciare il fatto che la parte terminale del fitting, quella nei pressi della discontinuità, è in realtà sovrapposta alla discontinuità ovvero il fitting non è valido nonostante il test di validità.

### **7.3. Studio della problematica delle riflessioni**

In presenza di oggetti metallici il raggio laser può essere riflesso rendendo impossibile la misura come detto nel § 6.1.2.3.

Però, se la retta di vista corrispondente allo spot riflesso risulta complanare alla retta di proiezione laser ovvero lo spot secondario giace sul piano formato da retta di proiezione e centro ottico del PSD, il sensore può essere tratto in inganno restituendo una falsa misura.

Ciò è piuttosto improbabile e può avvenire solo se la normale alla superficie dell' oggetto nel punto di riflessione primaria, è complanare al piano formato dalla retta di proiezione e dal centro ottico del PSD.

Comunque può essere vantaggioso esaminare anche questi casi come descritto in [54] pg. 302.

Precisamente si tratta di indagare l' improbabilità dei punti ottenuti che per es. dovrebbero appartenere ad oggetti occludenti che è noto non essere presenti. Oppure questi punti possono essere troppo distanti dagli altri per poter far parte dell' oggetto in osservazione. Ancora, può darsi che, in base ad informazioni a priori sull' oggetto osservato, sia noto che in quella zona deve esserci una superficie molto riflettente per cui i punti possono essere eliminati proprio in base a tale informazione supportata magari anche dalla presenza di un' altra superficie sulla quale si potrebbe essere formato lo spot secondario giustificando grossolanamente la posizione osservata dal sensore.

### **7.4. Criteri per l' ottimizzazione delle risoluzioni spaziali e la scelta del segmento di taglio**

Abbiamo parlato dell' esigenza di ottimizzare i costi temporali delle rilevazioni (§ 2.7) perché i sensori di distanza hanno chiaramente costi decisamente crescenti con la velocità e perché il tempo di ciclo è molto costoso e non può essere sprecato.

L' ottimizzazione delle risoluzioni spaziali vuol dire diretto risparmio di costi in quanto ogni misura da effettuare richiede, col sensore fisico descritto in § 6.1.1, 0,1 msec.

Si tratta di una problematica molto correlata al tipo di impiego cui il sensore viene destinato, però si possono esaminare comunque degli aspetti di questa problematica che siano di interesse comune per tutti gli impieghi, come

lo studio dell' entità dell' aliasing in funzione della geometria dell' oggetto in osservazione ricavando in modo automatico limiti alla riduzione della risoluzione.

Anche la scelta del segmento di taglio è molto guidata dal compito però probabilmente è possibile fare anche qui delle considerazioni di carattere generale.

E' chiaro che poi, accanto alle considerazioni generali ci dovranno essere quelle legate al particolare compito, certamente non minori in importanza, anzi decisamente più interessanti ed importanti.



## **8.**

# **APPLICAZIONE DEL SENSORE AL PROBLEMA DELLA CORREZIONE AUTOMATICA DEGLI ERRORI**

### **8.1. Uno strumento per la specifica di operazioni di monitoraggio automatico degli errori**

L' obiettivo generalmente associato alla problematica della correzione automatica degli errori è quello di realizzare sistemi in grado non solo di effettuare operazioni di rilevamento degli errori, ma anche di scegliere in modo del tutto automatico le operazioni da effettuare nell' ipotesi di possedere tutti gli elementi necessari per decidere quale sia l' operazione necessaria e migliore.

Si ritiene in genere che i dati necessari a pianificare le rilevazioni sensoriali di monitoraggio siano tutti di natura geometrica e che sia possibile valutare l' importanza relativa delle possibili sorgenti di errore ancora su base geometrica.

Esaminando la realtà industriale si scopre invece che spesso ci sono altre considerazioni da fare nel decidere dove e come intervenire con il monitoraggio e tali considerazioni possono risultare determinanti. Un esempio è il cilindro comando ganasce freni (§ 2.7). In quel caso lo scivolamento del cilindro non è prevedibile da dati geometrici o lo è con l' introduzione nel sistema di una complessità ingiustificabile se rapportata ai benefici.

L' idea che si vuole sostenere qui è che non si deve pensare realizzabile uno strumento di pianificazione completamente automatica delle operazioni di monitoraggio senza in realtà avere una idea esatta di quali possano essere le reali necessità del monitoraggio dell' assemblaggio industriale, ed il fatto che questa idea sia assente è confermato dalla convinzione appunto che bastino informazioni geometriche per risolvere il problema.

Ciò che invece è più opportuno fare è realizzare uno strumento in grado di effettuare verifiche secondo specifiche dell' utente, liberandolo dal compito di codificare il rilevatore delle discontinuità e tutta quella architettura software che può essere fatta dipendere solo da considerazioni geometriche e da considerazioni di carattere generale relative all' ambiente dell' assemblaggio industriale.

E' giusto ipotizzare che il progettista industriale possa ricavare beneficio dal non dover avere a che fare con i test statistici, mentre non pare ancora possibile privarlo del controllo sulla pianificazione delle operazioni di monitoraggio.

Il software che intravediamo è in grado di acquisire una descrizione dell' incertezza di localizzazione di un oggetto ottenuta in modo automatico, se possibile, e comunque con la possibilità di aggiungere manualmente gradi di incertezza che la sola geometria non può contemplare.

Poi, richiesto di effettuare una verifica, il sistema sarebbe in grado di realizzarla tenendo conto dell' incertezza da cui è affetto l' oggetto per cui per es. se devo fare verifiche di presenza di un oggetto, devo sapere se l' incertezza di localizzazione mi permette di fare verifiche significative oppure se è necessario, prima, localizzare meglio l' oggetto.

Inoltre il software eseguirebbe i calcoli per l' ottimizzazione della risoluzione spaziale, effettuerebbe le misure e ricaverebbe la nuova localizzazione dell' oggetto o altro risultato richiesto.

Le operazioni che il software deve essere in grado di svolgere sono molteplici, devono essere descrivibili parametricamente e costituiscono un vocabolario il più possibile ragionato sulla base del rilievo delle esigenze dell' assemblaggio industriale non essendo concepibile, lo ripetiamo, la costruzione di uno strumento da utilizzarsi in ambito industriale in cui non ci sia traccia di analisi di caratteristiche non puramente geometriche delle operazioni di assemblaggio robotizzato.

## **8.2. Integrazione di una verifica di presenza con una localizzazione limitata**

Vogliamo illustrare l' uso della caratteristica del sensore RISC di operare in due tempi: prima il taglio grossolano, poi quelli fini.

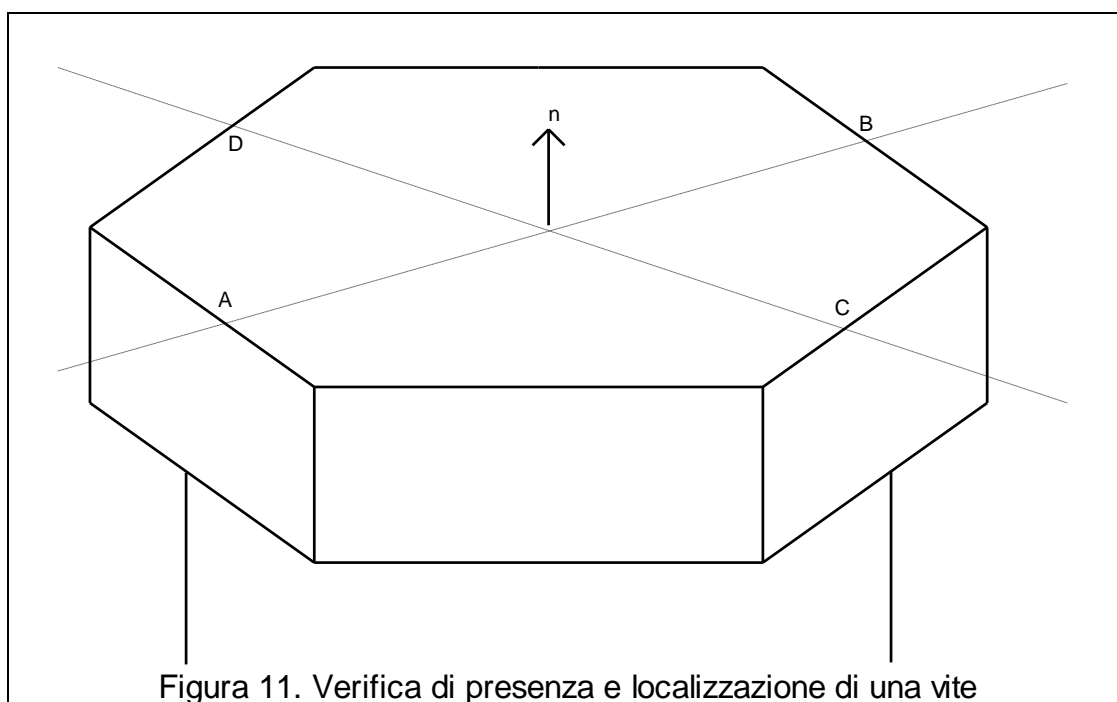


Figura 11. Verifica di presenza e localizzazione di una vite

Inoltre vogliamo esaminare la complessità di calcolo dell'algoritmo nell'esecuzione dell'operazione che descriveremo.

L'oggetto che considereremo è una vite a testa esagonale di cui dobbiamo verificare la presenza e il corretto montaggio. In fig. 11 è rappresentata questa vite assieme ai tagli grossolani che faremo.

Precisamente supponiamo di voler conoscere la normale al piano della testa della vite e la posizione di un punto del piano. Poi vogliamo conoscere 4 punti del contorno esagonale della testa (ad esempio i punti A, B, C, D in fig. 11).

Il lato dell'esagono è di 10 mm per cui la larghezza massima della testa della vite è di 20 mm.

Per il taglio grossolano supponiamo di scegliere la risoluzione di 1 mm ed eseguiremo tagli da 30 punti ciascuno.

Poi occorrerà fare 4 tagli fini, uno per ognuna delle 4 discontinuità, supponiamo con risoluzione di 0,25 mm e costituiti da 40 punti l'uno.

	Complessità per punto	Punti interessati	Complessità totale
Preelaborazione			
partizione taglio	15	220	3300
Valutazione rumore			
fitting	50	220	11000
calcolo residuo	30	220	6600

eliminazione	45	220	9900
valutaz. errate			
varie	5	220	1100
Rilevazione			
discontinuità			
fitting	182	60	10920
verosimiglianza	27	60	1620
varie	20	60	1200
Localizzazione			
discontinuità			
fitting	420	160	67200
verosimiglianza	60	160	9600
varie	2000		2000
Totale			124440

Figura 12. Tabella complessità operazione di verifica

Esaminiamo la dinamica dell' operazione di verifica. Si fanno i due tagli grossolani e si esegue su di essi l' algoritmo di rilevazione grossolana. Poi si prendono in considerazione i fitting grossolani privi di discontinuità compresi tra il punto A e il punto B (e analogamente tra il punto C e il punto D). Si ottiene una descrizione dei segmenti AB e CD dalla quale si ricava facilmente la normale  $n$  e il punto di intersezione tra AB e CD giacente sul piano della testa.

Queste informazioni permettono di effettuare una verifica di presenza del pezzo in base alla quale, in caso di esito negativo, possiamo evitare di passare alla seconda fase dei tagli fini.

I tagli fini ci restituiranno poi, se la verifica di presenza è positiva, i quattro punti A, B, C, D di cui abbiamo ipotizzato di aver bisogno.

Abbiamo ora tutti i dati per il calcolo della complessità concreta dell' operazione descritta. Per complessità concreta si intende il costo computazionale, in termini di operazioni elementari effettuate dall' elaboratore, delle funzioni esaminate.

Le complessità per punto sono allora le operazioni elementari eseguite dall' elaboratore per ogni misura di distanza effettuata.

In fig. 12 le singole operazioni eseguite dall' algoritmo sono analizzate in termini di operazioni elementari. Nel calcolo si è considerato un rapporto 1,5 tra la moltiplicazione e l' addizione ottenuto sperimentalmente.

Si è considerato l' uso di long integer (interi a 32 bit) nei calcoli.

Il numero totale di operazioni indicato in tabella verrà moltiplicato per 10 per ottenere il reale numero di cicli di clock necessari per l'esecuzione di ognuna delle istruzioni elementari e, ipotizzando l'uso di un processore a 32 bit reali (es. 80486) funzionante a 50 MHz, si ottiene un tempo di esecuzione pari a 0,025 secondi ed aggiungendo 0,022 secondi per l'ottenimento delle misure ed inoltre arrotondando per eccesso, si ottiene un tempo complessivo di 0,05 secondi per l'intera operazione.

In altri termini sarebbero possibili 20 verifiche al secondo utilizzando hardware di calcolo molto economico (personal computer!) e non costosi calcolatori paralleli. Ricordiamo che anche il sensore è economico in quanto in grado di ottenere solo 10000 misure al secondo invece delle 250000 attualmente ottenibili con i sensori più veloci disponibili.

Ciò dimostra come il sensore RISC sia molto vicino ad una proficua utilizzazione industriale sia in termini di tempi che in termini di costi.

## **9.**

# **ENUNCIAZIONE DEL PROBLEMA DEL RICONOSCIMENTO E DELLA LOCALIZZAZIONE DI PARTI INDUSTRIALI**

### **9.1. Formulazione generale del problema del riconoscimento e della localizzazione di parti industriali**

#### **9.1.1. Introduzione**

Si premette che i richiami bibliografici relativi a quanto trattato nel presente capitolo sono raccolti nel capitolo 10, individualmente commentati.

La più intuitiva definizione del problema del riconoscimento e della localizzazione (R&L) si enuncia come l' utilizzo di rilevazioni sensoriali per riconoscere un oggetto e localizzarne la posizione nello spazio.

Molte ricerche di R&L si riferiscono a questa formulazione mentre una formulazione più generale ma meno visitata enuncia il problema come la scelta, la pianificazione e l' utilizzo di rilevazioni sensoriali per il R&L di un oggetto. Poche sono le ricerche che affrontano il problema di decidere quali rilevazioni sensoriali effettuare in modo da ottenere il numero più grande possibile di successi nel riconoscimento e la precisione migliore nella localizzazione.

In ambito industriale il numero di oggetti diversi da riconoscere non è molto grande. Da [9] si ricava che nelle applicazioni non si hanno più di 20 oggetti diversi e che in media si hanno 7 oggetti differenti. Molte di queste varianti possono riguardare il diametro o la lunghezza dell' oggetto e in generale gli oggetti sono spesso molto simili tra loro. Tale somiglianza conduce all' esigenza di misure relativamente precise in grado di evidenziare le differenze.

Un' altra caratteristica degli oggetti industriali è il fatto che di essi si ha un dettagliato modello CAD a cui riferirsi e le tolleranze con cui gli oggetti sono realizzati sono generalmente piccole soprattutto in corrispondenza delle parti interessate da operazioni di assemblaggio, parti che hanno spesso particolare importanza funzionale nell' oggetto.

In base a questa ultima osservazione diremo che il compito di R&L deve rapportarsi alla tolleranza media con cui è realizzato l' oggetto mentre possono rendersi necessarie successive localizzazioni più precise dei soli punti interessati alle operazioni di assemblaggio consentite dalle migliori tolleranze.

Tutto ciò esclude l' uso di tecniche di R&L che prendono in considerazione rilevanti variabilità nella geometria di un oggetto o che utilizzano modelli parametrici nel matching.

Parlando del R&L in generale si possono individuare alcune problematiche con le quali deve raffrontarsi qualsiasi tecnica di R&L. Chiaramente è sempre necessario conoscere un modello degli oggetti da riconoscere. Poi occorre scegliere quali dettagli (feature) del modello utilizzare nel processo di matching tra modello e dati sensoriali. Quando il match giunge ad una o più ipotesi sull' identità e la localizzazione dell' oggetto, la verifica di tali ipotesi può essere condotta con tecniche diverse da quelle usate in fase di match tanto da giustificare la separazione delle due fasi. Una trattazione a parte è necessaria per i metodi di ricerca attiva nei quali è molto rilevante la problematica della scelta delle rilevazioni sensoriali da effettuare in modo efficiente ed ottimale.

Esamineremo separatamente ognuna di queste problematiche.

### **9.1.2. Modelli**

La scelta del modello caratterizza fortemente una tecnica di R&L indicandone la generalità di applicazione o meglio l' applicabilità in un dato ambito. La rappresentazione interna del modello, essendo la struttura dati più importante del sistema, ha una importanza fondamentale nella caratterizzazione dell' efficienza della tecnica.

Occorre tenere presente che spesso il modello CAD di un oggetto non è utilizzabile direttamente nel R&L in quanto spesso non descrive direttamente le feature dell' oggetto che il sensore è in grado di osservare. Per es. il modello CSG (§ 9.2.1.1) non descrive esplicitamente gli spigoli tra le parti di un oggetto

mentre gli spigoli sono tra le feature più importanti che un sensore possa individuare.

In generale il modello CAD va rielaborato perché deve essere usato per il matching tra feature del modello e corrispondenti feature sensoriali o più in generale perché va utilizzato nell' ambito di una tecnica di R&L.

### 9.1.3. Scelta delle feature

Supponendo predeterminato l' insieme di dati che il sensore fornisce, è generalmente riconosciuta la necessità di elaborare tali dati ricavandone informazione che, rispetto a quella iniziale, sia riassuntiva e più significativa. Si ottengono le cosiddette *feature di base* che rappresentano gli elementi indivisibili di informazione con le quali il sistema avrà a che fare rinunciando alla possibilità di trattare i dati iniziali.

Chiaramente la scelta delle feature di base non può che condizionare tutto ciò che segue.

Ma le feature di base possono essere messe assieme a formare i *feature cluster* (FC) che sono appunto insiemi di feature creati nel modo più intelligente possibile in quanto verranno usati nel procedimento di match col modello. La dimensione di tali FC ha una influenza diretta sul match in quanto se grandi riducono la ramificazione del match però se scelti male possono precludere il raggiungimento della soluzione; se piccoli non rischiano il raggiungimento della soluzione però aumentano la ramificazione del matching. Non è escluso che i FC coincidano con le feature di base.

### 9.1.4. Matching

In generale il compito del R&L è descrivibile come l' ottenimento di un insieme completo di associazioni di FC sensoriali con corrispondenti FC del modello. Se nel campo visivo è presente un solo oggetto e se le associazioni sono corrette, dovremmo ottenere che le associazioni supportano una sola ipotesi di identità e saremo poi in grado di calcolare la posizione dell' oggetto rispetto ad un riferimento fisso.

Può non essere possibile identificare con certezza l' oggetto se la parte visibile di esso non lo permette. Può non essere possibile localizzare in modo univoco l' oggetto se esso presenta delle simmetrie tali da impedirlo.



Il matching può essere formulato come esame di un FC sensoriale e ricerca di un FC dei modelli che possa essergli associato tenuto conto chiaramente del fatto che le possibili associazioni possono essere diverse.

Dualmente si può invece pensare di prendere in considerazione un FC di modello e di cercare un FC sensoriale da associargli.

Il primo è un approccio data-driven, il secondo è un approccio model-driven. In [78] pg. 1539 si illustra un ragionamento in base al quale risulta preferibile l'approccio data-driven perché più efficiente.

In generale il procedimento di matching si configura come l'analisi di un albero di associazioni. Il primo livello di tale albero ha come nodi le associazioni possibili tra il primo FC sensoriale e tutti i FC dei modelli. Al secondo livello ci sono le associazioni del secondo FC sensoriale con tutti i FC di modello e precisamente ogni nodo di primo livello ha tanti figli quante sono le associazioni possibili del secondo FC sensoriale con i FC di modello, escluso il FC di modello che è oggetto dell'associazione contenuta nel nodo padre (un FC di modello non può essere associato con più di un FC sensoriale).

Chiaramente va ricercata una euristica che permetta di evitare l'esame esaustivo delle possibili associazioni.

In certi casi, scegliendo in modo opportuno il sensore, le feature di base e i FC, le euristiche possono giungere a conservare ben poco del significato ad esse attribuito nell'ambito del graph searching per diventare vincoli imperativi che eliminano molte delle associazioni possibili o addirittura selezionano alcune specifiche associazioni.

Nel primo caso si ha la SCTS (Sequential Constrained Tree Search) ovvero la ricerca vincolata, nel secondo si ha la ricerca invariante associata anche al termine *hashing*.

Anche nei casi in cui l'euristica non diventa né ricerca vincolata, né hashing, essa ha comunque una natura più specifica rispetto al termine generico usato nell'ambito del graph searching perché è ricca di riferimenti geometrici legati alla peculiare natura del R&L.

### 9.1.5. Verifica

Spesso le strategie di R&L vengono suddivise in due tempi. Nel primo tempo si effettua il matching cercando di ottenere un numero ristretto di ipotesi di identità e localizzazione. Nel secondo tempo si passa a verificare tali ipotesi avendo ovviamente evitato di utilizzare tutti i dati disponibili nella fase di match.

Questo perché si ritiene che si otterranno risultati migliori utilizzando una parte dei dati in modo diverso da quello del match. Inoltre i dati in fase di verifica possono venire raggruppati o trattati in modo diverso rispetto alla fase di matching.

Un altro genere di verifica è invece contenuto nella fase di match in quanto si possono utilizzare criteri per interrompere l' esame di un ramo dell' albero delle associazioni che si scopra prematuramente essere infruttifero oppure può capitare di scoprire che una associazione non è compatibile con quelle fatte precedentemente.

#### **9.1.6. Ricerca attiva**

Ricerca attiva vuol dire che le rilevazioni sensoriali non sono un dato del problema, bensì occorre pianificare le rilevazioni da effettuare per cui sorgono il problema di studiare dei criteri in base ai quali scegliere, in un modo che vuole essere ovviamente ottimale, quali rilevazioni fare e il problema di integrare i risultati delle diverse rilevazioni.

In questo ambito nasce un nuovo concetto che è quello di *probing*. Abbiamo visto come nel caso delle informazioni sensoriali si tenda a organizzare riassuntivamente e significativamente i dati in feature. Nel caso della ricerca attiva si cerca di individuare dei modi di rilevazione sensoriale parametrizzati per cui la scelta delle rilevazioni sensoriali viene ricondotta alla scelta di alcuni parametri. Sarebbe troppo oneroso scegliere tra infinite possibilità di rilevazione.

Il probing è appunto un modo specifico di rilevazione personalizzabile solo usando pochi parametri.

### **9.2. Modelli**

Presentiamo ora una panoramica di modelli indicando la loro applicabilità nell' ambito del R&L.

#### **9.2.1. Descrittivi e/o approssimati**

Si tratta di modelli che non sono pensati specificatamente per il R&L bensì sono pensati unicamente per descrivere l' oggetto. Oppure sono approssimati nel senso che l' oggetto viene da essi descritto in modo

generalmente semplice però approssimato ovvero accade che le superfici del modello approssimato non coincidano neppure a meno di una tolleranza uniforme con quelle dell' oggetto reale. Però i sensori ricavano misure, sia pur rumorose, di oggetti reali, non di loro approssimazioni.

#### 9.2.1.1. CSG

La Constructive Solid Geometry è una tecnica, molto importante in ambito CAD, che rappresenta i solidi come unione, intersezione e differenza di solidi elementari come blocchi, cilindri, coni, sfere. Si costruisce un albero binario le cui foglie sono i solidi elementari e gli archi sono le operazioni in modo tale che i nodi non terminali sono oggetti composti. La rappresentazione è molto compatta però non rappresenta in modo esplicito gli spigoli e non è in grado di rappresentare superfici più complesse di quelle del secondo ordine viste (cilindri, coni, sfere).

#### 9.2.1.2. Descritti da superfici

Un esempio è quello delle superquadriche deformate ([101]) che sono superfici che si intende usare per la modellizzazione di interi oggetti in modo approssimato ovvero con l' intenzione di conservare caratteristiche di forma degli oggetti. Non è un approccio confacente al R&L industriale. Altre superfici vengono usate nei modelli CAD per descrivere oggetti con superfici non semplici ([152] par. 5.2 pg. 435).

#### 9.2.1.3. Occupazione spaziale

Si rappresenta un solido dicendo quali porzioni dello spazio tridimensionale esso occupa e quali no. Esempi sono le rappresentazioni voxel, oct-tree, decomposizione in celle tetraediche, hyperpatch ([152]).

Sono rappresentazioni approssimate, di scarsa significatività e inadatte per il R&L.

#### 9.2.1.4. Triangolazione

Si approssima la superficie dell' oggetto mediante una rete di triangoli adiacenti scelti in modo da fornire il minimo errore di approssimazione dato il numero di triangoli che si vogliono usare. La descrizione non è quindi univoca

ed è approssimata, oltre ad non avere molta significatività in più rispetto alla descrizione spaziale.

#### 9.2.1.5. Ottenuti per misurazione

Si tratta di descrizioni ottenute in modo automatico effettuando misure con un sensore di distanza direttamente sull' oggetto fisico.

La precisione è limitata a quella del sensore e la significatività è bassa non essendo esplicitati gli spigoli e la natura geometrica delle superfici.

Se gli spigoli vengono trovati poi con algoritmi di edge o discontinuity detection, si aggiunge al rumore di misura, anche il rumore di localizzazione del detector.

### 9.2.2. Geometrie semplici

Esaminiamo ora modelli più semplici ovvero in grado di modellare un minor numero di oggetti reali rispetto ad altre tecniche. Però questi modelli sono più significativi, più adatti al R&L ed esatti (non approssimati).

#### 9.2.2.1. Wireframe

Sono modelli composti da punti (vertici) e da spigoli senza una esplicita rappresentazione delle superfici e dei volumi. Sono modelli molto semplici ma troppo incompleti e soggetti ad ambiguità proprio per la mancanza di rappresentazione di volumi e superfici.

#### 9.2.2.2. Poliedri

I poliedri sono rappresentati in modo completo mediante i vertici e le facce, intese queste come elenco ordinato dei vertici che le compongono.

Una classificazione importante dei poliedri è tra convessi e concavi. I poliedri concavi creano maggiori problemi per il R&L.

Il modello poliedrico è uno dei più usati nell' ambito del R&L per la semplicità e la relativa generalità. Può comunque essere necessario corredarlo di informazioni ausiliarie ricavate dalla sua geometria (per es. le normali alle facce, le equazioni dei piani cui le facce appartengono, ecc.).

Molto lavoro si è fatto per caratterizzare la visibilità delle facce da un generico punto di vista.

#### 9.2.2.3. Quadrici

Sono unioni di piani, cilindri, coni, sfere in cui si esplicitano gli spigoli. La rappresentazione avviene tramite un grafo in cui i nodi sono i solidi elementari e gli archi sono gli spigoli.

Non c'è la generalità della rappresentazione CSG ma sono esplicitati gli spigoli. Anche questa rappresentazione è piuttosto usata perché adatta al R&L.

#### 9.2.2.4. Coni generalizzati

Un cono generalizzato è la superficie descritta da una figura piana il cui baricentro percorre una curva nello spazio mentre la figura rimane ortogonale alla curva. La figura piana può ingrandire o rimpicciolire in modo proporzionale durante il tragitto.

Si tratta di un modello piuttosto specifico che viene usato anche come approssimazione. Nonostante la specificità, il modello è usato e non sono pochi i casi di applicabilità.

### 9.2.3. Surface boundary (B-rep)

Si descrive un oggetto mediante una collezione di superfici e di intersezioni tra di esse. È una rappresentazione più generale che però può avere problemi di unicità di rappresentazione. Molto usata nel CAD. Richiede adattamenti per l'uso nel R&L.

### 9.2.4. Multiple view

Si descrive l'oggetto per es. dando la descrizione della figura bidimensionale (silhouette) che l'oggetto produce sul piano immagine quando visto da un dato punto di vista. Ciò viene ripetuto per un numero sufficientemente grande di punti di vista.

I dati che possono essere forniti in corrispondenza di ognuno dei punti di vista possono essere diversi, il concetto fondamentale è che le descrizioni sono assolutamente view dependent ovvero dipendenti dal punto di vista e ripetute per molti punti di vista.

Sicuramente è una descrizione adatta al R&L in quanto disegnata appositamente per certi specifici algoritmi di R&L (§ 9.4.7).

### 9.2.5. Reali

Oggetti reali vengono descritti comunemente con modelli CAD. Il problema è che non basta descrivere, occorre farlo in modo tale che tali descrizioni siano utilizzabili nel R&L. I modelli CAD possono ignorare particolari dell' oggetto che non ha importanza descrivere per es. ai fini della realizzazione dell' oggetto, scopo per il quale viene spesso progettato il sistema CAD. Tali particolari vengono però rilevati dal sensore per cui necessitano descrizione. Un modello CAD può per es. ignorare del tutto una filettatura se non fosse necessario includerne le specifiche nel modello, mentre tali specifiche possono servire in fase di R&L.

La lavorazione superficiale e le tolleranze sono altre informazioni utili mentre ancora più importante è il fatto che il modello deve contenere esplicitamente l' indicazione degli spigoli e la loro descrizione dettagliata, l' ordine delle superfici, la normale alle superfici, le relazioni di adiacenza, i vertici con l' indicazione degli spigoli e delle facce che in essi concorrono ecc.

In generale sarebbe auspicabile un tool di descrizione geometrico-fisica degli oggetti che permetta di estrarre dal modello una gran varietà di informazioni che possono sembrare ridondanti ma che sono necessarie per rendere possibile l' uso del modello per il R&L.

Un modello sarebbe costituito da uno o più grafi aumentati ovvero arricchiti da attributi su nodi e archi. Ma le strutture dati possono anche diventare più specifiche ed articolate a seconda del sensore, delle feature di base, dei FC, dei metodi di match.

## 9.3. Scelta delle feature

La scelta delle feature su cui lavorare è di fondamentale importanza in quanto pregiudiziale nei confronti di tutta la tecnica di R&L.

### 9.3.1. Feature di base

Solitamente si usano come feature di base spigoli e superfici ma anche discontinuità della derivata seconda. Chiaramente non tutti i sensori sono in grado di fornire ogni tipo di feature. I sensori di distanza forniscono feature più vicine alla reale geometria dell' oggetto. Essi sono in grado di fornire le

superfici oltre agli spigoli mentre ciò non accade per i sensori di intensità che riescono a fornire solo spigoli.

Per quanto riguarda gli oggetti industriali, le discontinuità sono preferibili rispetto alle superfici in quanto risentono meno del problema delle occlusioni anche perché spesso tali discontinuità hanno forme ben definite, le discontinuità circolari per es. sono diffusissime, per cui è possibile ricostruirne l' eventuale parte mancante, cosa che non si può fare con le superfici che invece variano troppo imprevedibilmente.

Per questi stessi motivi, basandocisi sulle discontinuità, è possibile usare euristiche basate sulla geometria caratteristica delle parti industriali per il R&L come si fa per es. in [72] e [73].

Occorre notare che vengono considerate feature anche tutte le informazioni correlate a discontinuità e superfici come lunghezze, aree, normali, angoli tra normali, angoli tra spigoli, angoli tra diedri, ampiezza delle discontinuità a salto, ecc.

### **9.3.2. Feature cluster**

Ovviamente i FC vengono assemblati unendo feature adiacenti perché solo così si può sperare di ottenere il maggior numero possibile di FC sensoriali. Se si utilizzassero invece feature non adiacenti, alcune di tali feature potrebbero non essere viste dal sensore per occlusioni o perché proprio non visibili dal dato punto di vista, per cui il FC non potrebbe essere composto.

A volte, in casi fortunati, il FC può essere ottenuto elaborando misure sensoriali tutte molto localizzate abbinando il vantaggio di avere un FC che è più significativo per il matching, al vantaggio di risentire poco del problema delle occlusioni, vantaggio caratteristico in genere delle feature di base ma non dei FC.

### **9.3.3. Probing**

Lo studio dei probing è poco sviluppato almeno nell' ambito di ricerche complete di R&L. Spesso si immagina di variare il punto di vista di una telecamera o di un sensore di immagini di distanza mentre in altri casi si utilizzano sensori particolari come sensori di prossimità posizionati dal robot stesso ([84]). Queste idee sono molto onerose in termini temporali per cui sono

di proponibilità molto improbabile in ambito industriale se non forse in casi particolari.

Non si deve pensare di poter risolvere il problema per es. utilizzando più telecamere in punti fissi o mettendo il sensore di prossimità nella mano del robot mentre la mano percorre il tragitto fisso imposto dall' operazione di assemblaggio. Infatti in questi casi non si parla di probing perché le rilevazioni sensoriali non sono scegliibili con adeguata generalità o non sono scegliibili affatto. In questi casi l' unico problema è quello della fusione dei dati sensoriali.

#### **9.3.4. View dependent o view independent**

In dipendenza dal sensore, molte feature possono risultare dipendenti dal punto di vista o meno. Questo vuol dire che il sensore fornisce dei dati relativi alla feature fisica dell' oggetto che non sono costanti al variare del punto di vista ovvero non sono in realtà misurazioni di grandezze fisiche ma di loro immagini. Per es. l' area dell' immagine di un quadrato non coincide con l' area fisica del quadrato e varia col punto di vista.

Ciò rende sostanzialmente più difficile il matching con i modelli in quanto nel caso del quadrato, l' unica cosa che possiamo dire è che non possiamo fare il match con modelli di quadrati aventi area inferiore a quella misurata perché l' immagine di un quadrato non può avere area maggiore di quella del quadrato stesso.

Il discorso è invece sostanzialmente diverso se fossimo in grado di misurare l' area fisica, perché in tal caso il match sarebbe ristretto ai soli modelli di quadrato di area uguale, a meno di tolleranze, a quella misurata.

Quando il sensore è capace di misure view independent, si parla anche di misurazione di invarianti. Possono essere invarianti le feature ma più spesso lo sono i FC.

I sensori di distanza più facilmente forniscono misure di invarianti.

### **9.4. Matching**

Segue una panoramica di metodi di matching in cui si evidenziano i metodi maggiormente idonei al R&L in ambito industriale di oggetti tridimensionali (non ci interessa qui la visione bidimensionale).



#### 9.4.1. Match invariantivo

Per il match invariantivo occorrono chiaramente feature o FC invarianti. Data la misura dell' invariante, le feature di modello associabili alla feature sensoriale sono solo quelle aventi lo stesso invariante salvo tolleranze.

Ovviamente la ramificazione dell' albero delle associazioni viene in tal modo ridotta al minimo anche se tale riduzione dipende dall' invariante scelto e se molte feature hanno lo stesso invariante, la capacità discriminante dell' invariante può risultare ridotta.

Nel valutare la capacità discriminante dell' invariante occorre tenere conto della reale geometria degli oggetti. Per es. nei poliedri l' angolo tra le facce (diedro) è spesso retto per cui misurare un angolo retto tra due facce non è molto discriminante.

#### 9.4.2. Subgraph matching, esatto o inesatto

I FC possono essere semplicemente dei grafi i cui nodi rappresentano delle feature e i cui archi rappresentano relazioni tra le feature come per es. l' adiacenza, la complanarità, la collinearità, un certo angolo tra normali, una distanza minima e una massima tra i punti delle feature ecc. .

Il problema di trovare una associazione tra FC sensoriale e di modello è allora un problema di subgraph matching se il modello è anche esso descritto come un grafo relazionale.

Tale matching può essere eseguito in modo inesatto ovvero cercando non un sottografo identico a quello sensoriale, bensì un sottografo il più possibile vicino ad esso secondo certe definizioni di distanza. Ciò va fatto se c'è considerevole incertezza nelle misure o se le relazioni tra feature sono deboli.

#### 9.4.3. Vincoli ed euristiche

Qui gli strumenti usati per ridurre la ramificazione dell' albero delle associazioni sono vincoli tra feature che in genere sono applicabili quando si sono fatte almeno due associazioni essendo vincoli espressi tra coppie o triple di feature. Sono quindi vincoli che permettono di interrompere l' esame di un ramo prima di arrivare in fondo allo stesso.

Si utilizzano anche considerazioni tese a determinare se il ramo che si sta esaminando può o meno giungere ad una soluzione e se tale soluzione ha

maggiori probabilità di essere corretta rispetto a quelle già trovate (si parla di forward checking).

#### **9.4.4. Dynamic programming e relaxation labeling**

Il dynamic programming è una tecnica di ottimizzazione utilizzabile nel subgraph matching inesatto in cui le differenze tra il grafo ottenuto sensorialmente e quelli del modello, sono rilevanti, o addirittura il modello è descritto parametricamente invece che in modo fisso. E' una tecnica che non serve per oggetti industriali. Il termine dynamic programming proviene dalla Ricerca Operativa.

Il relaxation labeling vuole parallelizzare la procedura del matching, che ha una natura essenzialmente sequenziale, eliminando associazioni che non rispettano i vincoli esaminandole in modo parallelo. Si rende così possibile l'implementazione su macchine multiprocessore.

#### **9.4.5. Knowledge-based**

Sistemi di R&L completamente basati sull' utilizzo di conoscenza sotto forma di regole, non si riferiscono al riconoscimento di oggetti ma di scene oppure di oggetti di forma variabile e non industriali.

L' utilizzo però di conoscenza specifica anche in metodi di matching più tradizionali può rilevarsi molto preziosa per le caratteristiche peculiari della geometria delle parti industriali.

#### **9.4.6. Structural grouping**

L' idea è quella di realizzare FC in modo incrementale partendo da FC semplici per passare a FC più complessi enfatizzando la significatività nella scelta del FC. Si enfatizza anche l' utilizzo di conoscenza relativa al dominio.

#### **9.4.7. Match di viste**

Come accennato nel § 9.2.4 l' oggetto è descritto dicendo come appare da molti punti di vista. Per ogni vista si hanno pochi numeri che descrivono la vista. Tali numeri vanno posti a confronto con quelli ottenuti dal sensore in modo da individuare quale sia il particolare punto di vista, rispetto all' oggetto, dal quale si sta vedendo l' oggetto. In tal modo si localizza l' oggetto. Il

riconoscimento avviene scartando gli oggetti per i quali nessuna descrizione di vista coincide con la descrizione fatta dal sensore.

La precisione della localizzazione è limitata dal numero delle viste usate nel descrivere l' oggetto e dalla precisione di misura delle caratteristiche che identificano una vista, limiti, questi, considerevoli.

## **9.5. Verifica**

Per accrescere la robustezza degli algoritmi di R&L si aggiunge spesso una fase di verifica delle ipotesi in cui si cerca di fare un uso dei dati sensoriali che sia ovviamente in qualche modo trasversale rispetto all' uso fatto dei dati in fase di matching.

### **9.5.1. Template matching**

Individuata una ipotesi di identità e localizzazione di un oggetto, si crea una immagine simulata (supponiamo di avere a che fare con sensori che restituiscono immagini) con l' oggetto ipotizzato nella posizione ipotizzata, e la si confronta interamente con l' immagine prodotta dal sensore. Occorre tenere conto del fatto che l' oggetto può essere parzialmente nascosto da altri oggetti. Questo problema è più facile da affrontare se l' immagine è di distanza.

### **9.5.2. Supporting feature searching**

Si tratta di cercare feature, che ovviamente non siano ancora state esaminate, che supportino l' ipotesi di identità e localizzazione ottenuta dal matching.

### **9.5.3. Pose clustering**

La fase di match può venire configurata come produzione di ipotesi tra le quali scegliere quella che riceve maggiori consensi. Se allora la fase di matching produce le ipotesi, la fase di verifica si occupa di individuare l' ipotesi più valida.

#### **9.5.4. Pose elimination**

La fase di matching può venire configurata come produzione di insiemi di ipotesi che si escludono a vicenda per cui di due insiemi di ipotesi occorre conservare solo l' intersezione. La verifica qui può essere effettuata dinamicamente nel corso del matching restringendo progressivamente l' insieme delle ipotesi.

### **9.6. Ricerca attiva**

Esaminiamo due matematiche utilizzabili per la scelta dei probing e poi due matematiche utilizzabili per la fusione dei dati sensoriali ottenuti da probing diversi (§ 9.1.6).

#### **9.6.1. Scelta dei probing: Entropia e Bayes**

Utilizzando l' entropia per la scelta dei probing, si vuole scegliere il probing che massimizza la riduzione dell' incertezza nell' identità e nella localizzazione. L' incertezza è valutata appunto con il contenuto entropico dello stato del sistema dove per stato del sistema si intende l' agglomerato delle ipotesi di identità e localizzazione presenti in una certa fase del processo di R&L.

L' utilizzo di criteri bayesiani si configura invece come massimizzazione di una funzione di utilità di un probing che può essere costruita con l' intento di dare il maggiore possibile potere discriminante al probing. Si tratta di massimizzare il valore atteso dell' utilità coinvolgendo le densità di probabilità degli stati del sistema.

#### **9.6.2. Fusione sensoriale: Dempster-Shafer e Bayes**

La matematica di Dempster e Shafer ipotizza che le rilevazioni sensoriali abbiano il compito di produrre evidenza a supporto di insiemi di ipotesi, non solo di singole ipotesi. Se gli insiemi di ipotesi che le rilevazioni possono supportare non costituiscono una ricopertura dell' insieme delle possibili ipotesi, quanto sopra non si riconduce a considerare gli insiemi come singole ipotesi.

Dempster e Shafer hanno fornito un metodo per combinare queste evidenze e produrre infine una evidenza per ogni singola ipotesi. Si sottintende che l'operazione finale sarà scegliere l'ipotesi supportata dalla massima evidenza.

La scelta del metodo di calcolo dell'evidenza di un insieme di ipotesi dipende dal compito specifico.

I metodi bayesiani di fusione sensoriale si rifanno alle formule ben note di integrazione di una informazione a priori con una informazione a posteriori.

## **10.**

# **RICERCHE PRECEDENTI SUL PROBLEMA DEL RICONOSCIMENTO E DELLA LOCALIZZAZIONE DI PARTI INDUSTRIALI**

### **10.1. Introduzione**

Il presente capitolo vuole presentare una panoramica di ricerche sul problema del riconoscimento e della localizzazione (R&L).

Gli esempi di soluzioni complete del problema di R&L sono classificati in base al metodo di matching usato essendo chiaramente esso la parte più importante del sistema. Non è però escluso che i singoli lavori utilizzino diversi metodi di matching e vengano classificati secondo il metodo più rilevante.

Si presentano anche ricerche sulle matematiche di base utilizzabili per risolvere problemi di R&L.

Si è dedicata generalmente più attenzione alle ricerche in cui si fa uso di sensori di distanza.

### **10.2. Panoramiche**

Chin e Dyer [96], Suetens e al. [97], Besl e Jain [152] presentano panoramiche di ricerche di R&L.

In particolare [152] si riferisce all' utilizzo di sensori di immagini di distanza.

### **10.3. Modelli**

Presentiamo alcuni lavori sulla modellizzazione finalizzata al R&L. Altri modelli sono descritti chiaramente in tutti i lavori completi di R&L.

### **10.3.1. Poliedri**

Il problema di caratterizzare l' aspetto delle viste dei poliedri è indubbiamente di interesse nel R&L e si presenta ricco di interessanti risultati per la peculiare geometria dei poliedri.

Kirousis [66], Shapira [67], Ben-Arie [88], Gigus e Malik [153] si occupano di tale problema. In particolare in [88] si cerca di valutare la probabilità che una feature sia visibile con particolare attenzione al caso dei poliedri concavi.

La concavità dei poliedri è un noto problema che si presenta nel loro R&L complicando gli algoritmi. Gli effetti sulla prestazione degli algoritmi possono essere caratterizzati mediante una misura della convessità come per esempio l' entropia poligonale introdotta da Stern in [68].

### **10.3.2. Descrizione tramite superfici**

Solina e Bajcsy [101] e Hemler e al. [102] si occupano della descrizione di oggetti mediante superquadriche con deformazioni globali e mediante quadriche.

Rieger [89] si occupa del problema di caratterizzare le viste di oggetti descritti mediante superfici ovvero di caratterizzarne l' aspetto da vari punti di vista.

### **10.3.3. Triangolazione**

Soucy e al. [154] e Boissonnat e Faugeras [155] descrivono tecniche per la descrizione di oggetti con poliedri a facce triangolari (§ 9.2.1.4).

## **10.4. Matching**

### **10.4.1. Euristico**

Bolles e al. [72] e Horaud e Bolles [73] descrivono il sistema 3DPO per il R&L di parti industriali reali. Il modello è quindi quello di una parte industriale reale e non una qualche geometria semplificata. Gli autori ritengono che l' abbondanza di feature delle parti industriali reali possa essere utilizzata per

rendere più efficiente il R&L. Si può inoltre utilizzare molta euristica specifica sulle feature circolari che sono spesso abbondanti nelle parti industriali. In 3DPO si fanno ragionamenti euristici per costruire FC (§ 9.1.3) significativi da porre a confronto con il modello con tecniche di subgraph matching esatto (§ 9.4.2).

Jain e Hoffman [69] utilizzano misure di similarità e basi di regole di evidenza personalizzate per l'oggetto ma ricavabili in modo automatico in base al modello dell'oggetto.

Wang e Iyengar [71] analizzano la curvatura superficiale ed utilizzano regole per il R&L di oggetti da immagini di distanza.

Ben-Arie [74] utilizza un'euristica probabilistica asserendo che sul piano immagine gli angoli tra spigoli sono mediamente della stessa ampiezza di quelli reali.

#### **10.4.2. Vincolato**

Grimson e Lozano-Perez [75] affrontano il problema del R&L di poliedri tramite rilevazione di punti sulle superfici di tali poliedri utilizzando sensori tattili o dati di distanza. Si presume di ottenere sia i punti, sia la normale alla superficie in tali punti. Si applicano vincoli sulla distanza tra i punti e sull'angolo tra le normali.

Faugeras e al. [76] applicano vincoli sulle normali a modelli descritti da superfici confrontati con immagini di distanza segmentate. Le superfici sono piane o quadriche.

Grimson [77] esamina teoricamente il matching vincolato e in particolare vincoli su lunghezze, aree, normali, distanze, analizzando anche la complessità. Si esamina anche la tecnica del pose clustering (Hough).

Chen e Kak [78] utilizzano vincoli view dependent come aree e lunghezze di spigoli in immagini di distanza. Aree e lunghezze in immagini di distanza sono feature view dependent non perché il sensore non sia in grado di misurarle, ma perché possono venire parzialmente ridotte da occlusioni che variano col punto di vista. Si descrive anche la fase di verifica in cui si calcola una grandezza, la direzione principale, delle feature sensoriali, che rototraslata secondo l'ipotesi di localizzazione ottenuta dalla fase di matching, deve coincidere con la direzione principale della corrispondente feature di modello.



Cho e Kim [79] utilizzano vincoli relazionali su due o tre associazioni feature sensoriale-feature di modello ed anche tecniche di forward checking (§ 9.4.3).

#### **10.4.3. Invariantivo**

Flynn e Jain [80] utilizzano invarianti angolari ricavati misurando l'angolo tra direzioni principali associate a coppie di superfici. Gli invarianti permettono l'accesso diretto al data base delle feature di modello.

#### **10.4.4. Basato su feature cluster**

Si tratta di metodi di matching in cui si enfatizza la ricerca di feature cluster (FC) locali che fornirebbero interpretazioni tra le quali scegliere la migliore.

Umeyama e al. [81] costruiscono "primitive local patterns" combinando facce adiacenti per costruire interpretazioni localmente coerenti utilizzando informazioni relative sia alle facce (che sono piane perché il modello è poliedrico) che agli spigoli.

Dickinson e al. [82] propongono una descrizione gerarchica dei modelli che vedrebbero come composti da primitive volumetriche (blocchi, blocchi piegati, cilindri, coni, piramidi, ecc.) composte a loro volta da facce e spigoli. Le primitive sono descritte anche con caratterizzazioni da diversi punti di vista. Si utilizzano vincoli ed anche indexing.

Hoffman e al. [83] costruiscono insiemi di feature estraendoli automaticamente dal modello CAD e producendone descrizioni da diversi punti di vista che vengono confrontate con le feature sensoriali tramite misure di correlazione.

#### **10.4.5. View dependent**

Reeves e Taylor [86] [87] valutano descrittori di Fourier e momenti di silhouette di oggetti visti da molti punti di vista. I descrittori valutati sull'immagine fornita dal sensore vengono confrontati con quelli del modello per ottenere il punto di vista dal quale si sta osservando l'oggetto e quindi la sua localizzazione. Tutto ciò non è applicabile nel caso di occlusioni.

Qion e al. [90] utilizzano il modello di occupazione spaziale degli oggetti, precisamente quello che fa uso dei voxel (§ 9.2.1.3). Da tale modello ricavano descrizioni view dependent.

## 10.5. Ricerca attiva

Tang e Lee [85] costruiscono dei grafi di discriminazione dei candidati (CADIG) ovvero dei grafi in cui si evidenziano le differenze tra i diversi modelli in gioco, in modo tale che si possa pianificare una rilevazione sensoriale che abbia il massimo potere discriminante. La combinazione dei risultati delle rilevazioni avviene utilizzando la teoria di Dempster e Shafer e mostrando la convergenza del processo verso la soluzione dovuta al fatto che l'incertezza sull'identità e sulla localizzazione dell'oggetto, misurata mediante l'entropia, diminuisce.

Lee e Hahn [84] utilizzano un sensore di prossimità che misura distanze e normali alle superfici. Tale sensore viene posizionato nello spazio da un robot che fa sì che le rilevazioni vengano ad essere contenute in un piano. Questa modalità di rilevamento è quindi un probing (§ 9.3.3). Le normali ottenute vengono raggruppate per ottenere l'identificazione di piani, cilindri, coni, sfere che sono per ipotesi gli unici elementi che compongono l'oggetto. La scelta del probing avviene per valutazione del potere discriminante atteso del probing.

## 10.6. Metodi basati sull'uso di luce strutturata

Asada e Tsuji [91] si occupano dell'estrazione di informazioni 2½D dalla proiezione di stripe pattern sulla scena, ricavando anche il grado di curvatura delle superfici.

Bania e Lin [92] presentano idee per una tecnica di riconoscimento che utilizza come dati sensoriali quelli ottenuti per proiezione di stripe parallele. Le feature sensoriali sarebbero il numero di stripe che vengono a proiettarsi su di una superficie e i punti di discontinuità delle stripe.

Hu e Stockman [93] propongono una tecnica di proiezione di una griglia luminosa. Si tratta di risolvere il problema della corrispondenza (come nella visione stereo) per ottenere dati di distanza. Le superfici devono avere curvatura lentamente variabile (nello spazio!). La tecnica è utilizzabile per

problemi di R&L di specifiche classi di oggetti aventi appunto superfici di certe caratteristiche.

## 10.7. Metodi vari

Magee e al. [94] presentano una tecnica di R&L che combina immagini di intensità e dati di distanza.

Shu e al. [95] estraggono feature vector da immagini di distanza di poliedri utilizzando punti e normali. Per confronto dei modelli, si ricavano feature vector che sono maggiormente discriminanti. Si ottengono evidenze di riconoscimento che vengono raggruppate.

Biland e Wahl [103] esaminano in generale la trasformata di Hough tridimensionale per il R&L di poliedri.

Bolles e Fischler [104] si occupano delle tecniche di fitting ai minimi quadrati da utilizzarsi per la localizzazione e il riconoscimento di cilindri, sviluppando anche tecniche per l'eliminazione degli outliers.

## 10.8. Localizzazione

Questi lavori riguardano la localizzazione di un oggetto di identità nota.

Gordon e Seering [98] sviluppano la matematica necessaria per la localizzazione di un poliedro utilizzando una lama di luce ottenuta da un laser con lente cilindrica. Si illustra l'applicazione alla localizzazione di un cubo.

Bolle e Cooper [99] sviluppano una tecnica per la localizzazione di oggetti composti da piani, cilindri, sfere. La procedura viene implementata in parallelo sulle singole feature ottenendo da ognuna di esse un contributo alla stima della posizione dell'oggetto. Si utilizzano misure di distanza delle quali si modella l'errore. Si tiene conto anche delle possibili inaccuratezze nella descrizione dell'oggetto fatta dal modello.

Linnainmaa e al. [100] ricavano ipotesi di localizzazione di un oggetto eseguendo il match di triple di punti e poi individuando l'ipotesi corretta tramite la trasformata di Hough. I dati sono immagini di intensità.

## **10.9. Pattern recognition**

Presentiamo ora alcune tecniche di base di interesse per la soluzione dei problemi di R&L.

### **10.9.1. Panoramiche**

Bunke [115] fa una panoramica di metodi di pattern recognition esaminando anche soluzioni in cui si fa uso integrato di diverse tecniche.

### **10.9.2. Rule-based**

Giakoumakis e al. [116] propone un sistema basato su regole per il pattern recognition confrontandolo con le tradizionali tecniche statistiche e sintattiche.

### **10.9.3. Piecewise linear classifier**

Si tratta di sistemi che esaminano istanze di oggetti appartenenti a diverse classi ed identificati da punti per es. sul piano, e ricavano un insieme di disequazioni che permettono una rapida ed il più possibile accurata classificazione di nuove istanze.

Foroutan e Sklansky [117] propongono un sistema di questo tipo che implementano utilizzando un particolare algoritmo di branch&bound.

### **10.9.4. Minimum interdependence**

L' obiettivo è quello di progettare una trasformazione di un vettore molto grande di misure, in un vettore invece molto piccolo, al limite uno scalare o addirittura una variabile con un numero finito di valori, in modo tale che sia più facile eseguire una classificazione.

Kapur [118] affronta il problema di ridurre un vettore molto grande ad un piccolo numero di misure con minima perdita di informazione, minima perdita di potere discriminante e minima ridondanza tra le componenti del vettore ridotto.

Atiya e El-Sheikh [119] esaminano il problema della riduzione di un vettore di tre componenti in uno scalare.

Bialasiewicz [120] esamina il problema di ridurre un vettore ad una variabile avente un numero finito di valori. Si valuta la perdita di informazione mediante l' entropia di Shannon e si confronta il metodo con le tecniche fuzzy.

#### **10.9.5. Nearest neighbors**

MacLeod e al. [121], Luk e MacLeod [122], Ruiz [123], Davies [124] propongono soluzioni per il problema di trovare la feature di modello più vicina al dato sensoriale, nell' ipotesi che le feature siano rappresentabili come punti in uno spazio cartesiano.

### **10.10. Matematiche per la ricerca attiva**

Ricordo che la teoria di Dempster e Shafer è applicabile alla combinazione dei risultati di diverse rilevazioni sensoriali mentre l' entropia è utile per la scelta dei probing. La teoria di Bayes può essere usata per entrambi gli scopi.

#### **10.10.1. Teoria di Dempster e Shafer**

Smets [158] presenta ed analizza la teoria mentre Barnett [157] ne fa un' analisi computazionale.

Hutchinson e Kak [47] illustrano un possibile uso della teoria per il R&L e precisamente per la combinazione di diverse rilevazioni sensoriali. Il sensore è di immagini di distanza e si tratta di scegliere i punti di vista tenendo conto degli insiemi di punti di vista dai quali si vedono le stesse facce dell' oggetto (i cosiddetti aspetti).

Hummel e Landy [63] esaminano le implicazioni probabilistiche della teoria mentre Stephanou e Lu [64] mostrano che mentre si fondono evidenze mediante la teoria di Dempster e Shafer, l' entropia diminuisce.

Safranek e al. [156] applicano la teoria a compiti di verifica del corretto posizionamento di oggetti con sensori di immagini di intensità.

#### **10.10.2. Teoria di Bayes**

Cameron e Durrant-Whyte [45] descrivono un approccio bayesiano al posizionamento ottimo di sensori ottenuto mediante la massimizzazione del

valore atteso di una funzione di utilità che tiene conto del potere discriminante della rilevazione.

Hager e Mintz [46] utilizzano metodi bayesiani sia per la pianificazione delle rilevazioni, sia per la fusione sensoriale. Nella pianificazione, la funzione di utilità delle rilevazioni è determinata dal particolare scopo per il quale le rilevazioni vengono fatte.

Beckerman [159] utilizza la teoria di Bayes per la fusione sensoriale occupandosi anche della determinazione delle ddp da utilizzare che in assenza di altre informazioni sono ddp di massima entropia soddisfacenti eventuali vincoli imposti dal problema.

### 10.10.3. Entropia

Caglioti [42] introduce teoricamente l' utilizzo dell' entropia per la scelta di rilevazioni sensoriali ottime per il R&L. Si descrive un metodo per il calcolo dell' entropia sia per variabili continue, sia per variabili discrete. Ciò permette di considerare unitariamente sia l' identità, sia la localizzazione degli oggetti. La cifra di merito da massimizzare è la diminuzione attesa dell' incertezza nell' identità e nella localizzazione ottenuta grazie alla rilevazione. Vengono illustrati risultati teorici a sostegno dell' utilizzo dell' entropia come misura di incertezza e si fa vedere come la cifra di merito complessiva dipenda da grandezze legate prevalentemente alla natura del sensore, considerazione questa che permette una migliore individuazione delle grandezze in gioco in problemi concreti e una migliore prestazione computazionale. La cifra di merito complessiva risulta premiare una elevata incertezza a priori sul risultato delle misure ovvero un alto contenuto informativo nelle misure ed una elevata precisione di misura dello stato (identità e localizzazione dell' oggetto).

Caglioti [43] applica il criterio entropico alla scelta di una rilevazione sensoriale con la quale un robot mobile dovrebbe ridurre l' incertezza sulla propria localizzazione.

Olivier e Dessoude [44] utilizzano l' entropia per la scelta di rilevazioni sensoriali binarie (sensori hit-or-miss) per la stima dello stato in robot mobili. Le variabili sono discrete.

Goldman [65] illustra la matematica dell' entropia delle distribuzioni continue.

## **11. RICONOSCIMENTO E LOCALIZZAZIONE DI POLIEDRI CON TRE GRADI DI LIBERTÀ PER MEZZO DI SCANSIONI PIANE E IDENTIFICAZIONE DI DIEDRI**

### **11.1. Caratterizzazione del problema del riconoscimento e della localizzazione di poliedri con tre gradi di libertà**

Si tratta di riconoscere e localizzare un poliedro che essendo poggiato su di un piano, ha solo tre gradi di libertà. Le configurazioni stabili del solido sono in numero finito e possono essere viste come solidi diversi.

E' possibile quindi definire un piano di riferimento che può essere scelto come piano x-y di un sistema cartesiano. La localizzazione del poliedro è definita da tre coordinate:  $x$ ,  $y$  e  $\phi$ . Inoltre la coordinata  $z$  di ogni punto del poliedro rimane immutata al variare delle posizioni del poliedro (salvo cambiamento nella posizione stabile che però viene considerato come un cambiamento di oggetto).

### **11.2. Delineazione delle strategie per la scelta dei probing e per il matching**

#### **11.2.1. Strategie di scelta dei probing**

I probing (per una definizione del termine probing si veda § 9.1.6) che proponiamo sono uno orizzontale ed uno verticale nei quali sono compresi probing di diedri.

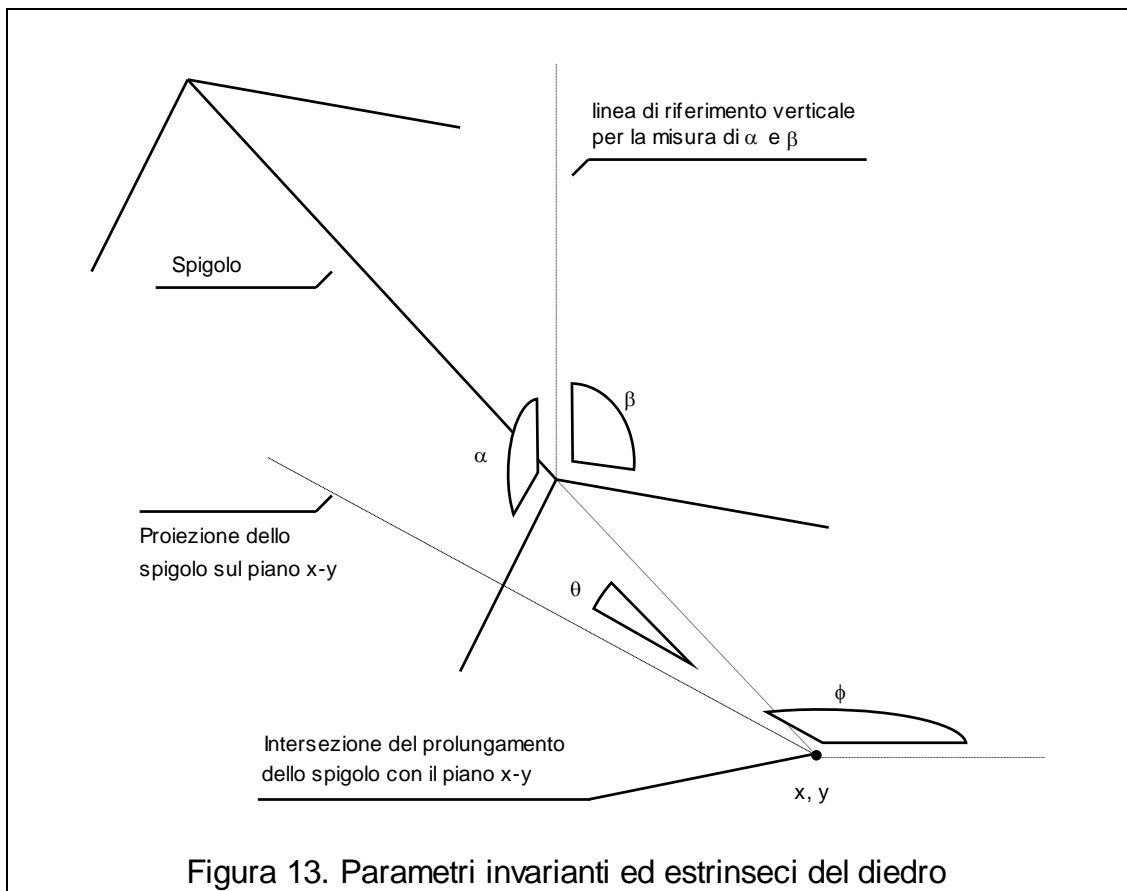


Figura 13. Parametri invarianti ed estrinseci del diedro

Il probing orizzontale è un taglio il cui piano di taglio è appunto orizzontale. Esiste un solo probing di tale genere dato che il piano rimane definito dall'essere orizzontale e dal dover passare per il punto di proiezione del laser. Si tratta però di scegliere a quale quota  $z$  posizionare il punto di proiezione del laser.

Le discontinuità trovate nel taglio sono punti appartenenti agli spigoli del poliedro.

In corrispondenza di ognuna di tali discontinuità si effettua un probing obliquo per ottenere la misurazione del diedro ovvero di tutte le caratteristiche dello spigolo che non è possibile ottenere da un solo taglio.

Successivamente si effettuano tagli verticali per i quali è possibile scegliere l'orientamento del piano di taglio.

Anche qui in corrispondenza di ogni discontinuità si misura il diedro con un taglio obliquo.

Tutte queste operazioni saranno dettagliate nel seguito.



### 11.2.2. Metodi di matching

Le grandezze misurate nel corso dei diversi probing, sono prevalentemente invarianti per cui la tecnica di matching prevalentemente usata è quella del match invariante (§ 9.4.1).

Si possono però utilizzare anche vincoli ovvero si può far uso di matching vincolato (§ 9.4.3).

## 11.3. Riconoscimento e localizzazione di un diedro

### 11.3.1. Definizione di un diedro

Un diedro (fig. 13) non è altro che lo spigolo di un poliedro e di esso sono considerati parte integrante i piani a cui appartengono le facce adiacenti lo spigolo.

I diedri di un poliedro con tre gradi di libertà si identificano per mezzo di tre parametri invarianti e di tre parametri estrinseci. I parametri invarianti sono caratteristici del diedro, lo differenziano dagli altri e sono invarianti alla rototraslazione del poliedro, i tre parametri estrinseci sono quelli che individuano la posizione del diedro, posizione che coincide con quella del poliedro a meno di una rototraslazione (piana) rigida.

Non si devono confondere i parametri invarianti con quelli intrinseci. Il diedro ha un solo parametro intrinseco che è l'angolo tra le facce che lo definiscono. In generale solo tale parametro sarebbe invariante. Nel caso che qui esaminiamo, avendo il poliedro solo tre gradi di libertà, otteniamo tre parametri invarianti che sono trattabili come se fossero intrinseci.

Con riferimento alla fig. 13 i parametri invarianti sono  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\theta$  mentre quelli estrinseci sono  $x$ ,  $y$  e  $\phi$ .

### 11.3.2. Probing da utilizzare per il riconoscimento e la localizzazione di un diedro

Con un primo probing (taglio) individuiamo un punto appartenente allo spigolo (il punto P della fig. 14). Effettuiamo poi un secondo taglio centrato su P ed obliquo rispetto al primo.

Si individuano così i vettori  $vs_1$ ,  $vs_2$ ,  $vd_1$ ,  $vd_2$ . Il prodotto vettoriale di  $vs_1$  e di  $vs_2$  fornisce la normale al piano della faccia sinistra mentre il prodotto vettoriale di  $vd_1$  e  $vd_2$  fornisce la normale al piano della faccia destra. Essendo noto il punto  $P$  sono note le equazioni di tali piani e quindi è nota la retta cui appartiene lo spigolo. Si ottengono i parametri  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\theta$  ed anche i parametri  $x$ ,  $y$  e  $\phi$  intersecando la retta con il piano  $x-y$ .

Si è ottenuta quindi la completa determinazione dei parametri invarianti ed estrinseci del diedro.

I parametri invarianti vengono usati per un accesso diretto al data base dei diedri ottenendo un ristretto numero di ipotesi di associazione feature sensoriale - feature di modello, mentre i parametri estrinseci forniscono direttamente (a meno di una rototraslazione piana) una ipotesi di localizzazione del poliedro.

### 11.3.3. Angolo ottenuto da un probing piano

Vogliamo calcolare l'angolo che il sensore restituisce effettuando un taglio piano di un diedro. Non si tratta della misurazione di un diedro, che abbiamo visto sopra, bensì di fare un taglio piano e di valutare l'angolo compreso tra le due semirette che si ottengono come intersezione tra il piano di probing e il diedro.

Tale angolo viene restituito dal sensore in quanto la discontinuità che si rileva in questa situazione è appunto una discontinuità ad angolo.

Per ottenere per es. il vettore  $V_s$  che identifica la semiretta

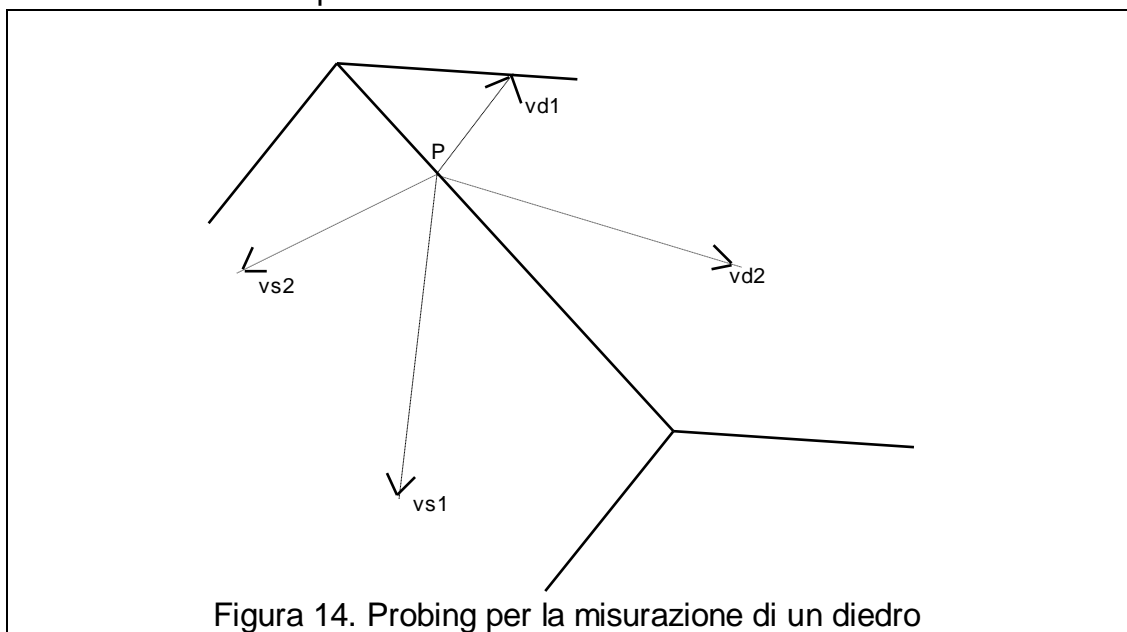


Figura 14. Probing per la misurazione di un diedro

corrispondente all' intersezione del piano di taglio con il semipiano sinistro del diedro, si deve ricavare la normale al semipiano sinistro.

Nel fare ciò si dovrà ad un certo punto inserire l' angolo  $\alpha$  e se per es. consideriamo  $\alpha$  sempre positivo e compreso tra 0 e  $\pi$ , occorrerà esplicitare con un segno, se l' angolo è da misurarsi in senso orario o antiorario a partire dal riferimento verticale (fig. 13).

Ottenuta tale normale, il prodotto vettoriale con la normale al piano di taglio fornirà il vettore  $V_s$ .

Posto che l' equazione del piano di taglio è:

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (32)$$

in cui il vettore  $[a \ b \ c]$  è normalizzato ovvero coincide con la normale al piano, il vettore  $V_s$  e l' analogo  $V_d$  sono dati da:

$$V_s = \begin{pmatrix} a \cos \alpha \cos \phi \pm \sin \theta \sin \phi \sin \alpha \\ a \sin \alpha \cos \theta \sin \alpha - c \sin \phi \cos \alpha \pm \sin \theta \cos \phi \sin \alpha \\ c \sin \phi \cos \alpha \pm \sin \theta \cos \phi \sin \alpha - b \cos \alpha \cos \phi \pm \sin \theta \sin \phi \sin \alpha \end{pmatrix} \quad (33)$$

e

$$V_d = \begin{pmatrix} a \cos \beta \cos \phi \pm \sin \theta \sin \phi \sin \beta \\ a \sin \beta \cos \theta \sin \beta - c \sin \phi \cos \beta \pm \sin \theta \cos \phi \sin \beta \\ c \sin \phi \cos \beta \pm \sin \theta \cos \phi \sin \beta - b \cos \beta \cos \phi \pm \sin \theta \sin \phi \sin \beta \end{pmatrix} \quad (34)$$

L' angolo fornito dal sensore sarà allora l' angolo  $\delta$  definito da:

$$\cos \delta = \frac{V_s \cdot V_d}{|V_s| |V_d|} \quad (35)$$

Tale angolo dipende in generale anche dai parametri estrinseci del diedro però non da  $x$  e  $y$  bensì solo da  $\phi$ .

#### 11.3.4. Angoli ottenuti da un probing orizzontale e da un probing verticale

Si tratta semplicemente di particularizzare le formule date al par. precedente nei casi in cui il piano di taglio è orizzontale o verticale.

Se il piano è verticale, abbiamo  $a=b=0$  e  $c=1$  e l' angolo  $\delta$  è dato da:

$$\cos \delta = \frac{\pm \sin \alpha \sin \beta \sin^2 \theta + \cos \alpha \cos \beta}{\sqrt{c^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \cos^2 \alpha} \sqrt{c^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \cos^2 \beta}} \quad (36)$$

Come ci aspettavamo, in questo caso  $\delta$  non dipende dal parametro estrinseco  $\phi$  ma solo da parametri invarianti per cui  $\delta$  è un invariante e può essere usato per l' accesso diretto al data base (matching invariante).

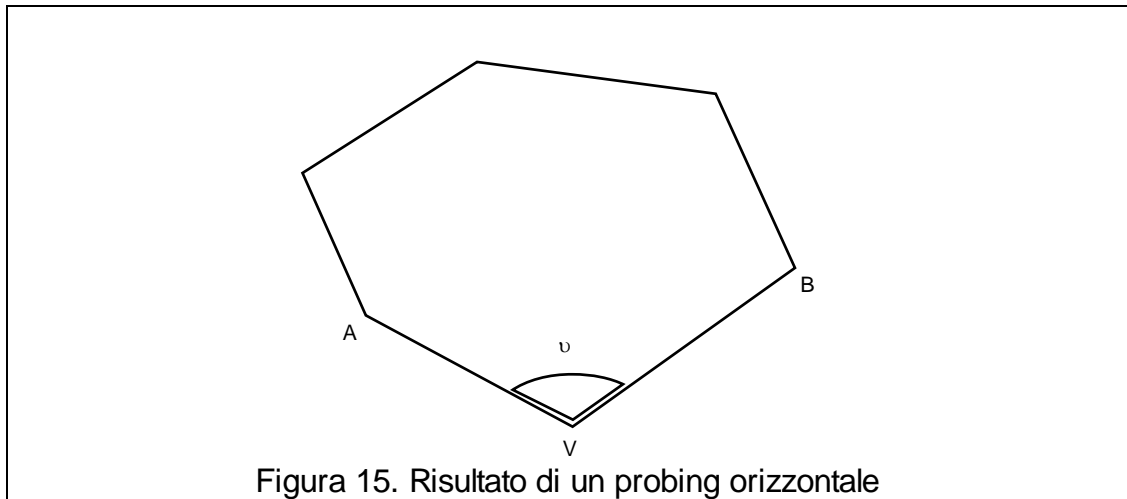


Figura 15. Risultato di un probing orizzontale

Nel caso di piano verticale,  $\delta$  dipende ancora da  $\phi$  però data una ipotesi su  $\phi$ , si può predire  $\delta$  e questo lo si fa con minore dispendio computazionale rispetto al caso in cui si scelgano piani di taglio ortogonali al piano y-z o al piano x-z.

La misura di  $\delta$  data dal sensore può essere usata allora come verifica di una ipotesi fatta su  $\phi$ .

Tutto ciò solo se si vuole evitare di misurare il diedro oppure in aggiunta a tale misura, ricordando che la misura del diedro fornisce dati invarianti, indipendenti cioè da parametri estrinseci.

La formula per  $\delta$  nel caso di taglio verticale si ottiene ponendo nelle (33) (34) (35),  $c=0$ ,  $a=\cos\gamma$ ,  $b=\sin\gamma$  dove  $\gamma$  è l'orientamento del piano verticale.

## 11.4. Prima fase: probing orizzontale

### 11.4.1. Invarianza dei risultati del probing orizzontale

Sezionando il poliedro con un piano orizzontale si ottiene un poligono che, fissata la quota z del piano, non varia con la posizione del poliedro. Il sensore restituirà la misura degli angoli e dei lati di tale poligono.

Prendendo in considerazione uno dei vertici di tale poligono, il sensore restituirà quindi l'angolo corrispondente a tale vertice e le misure dei lati che si incontrano in tale vertice. Per es. l'angolo  $\nu$  corrispondente al vertice V e i lati VA e VB della fig. 15.

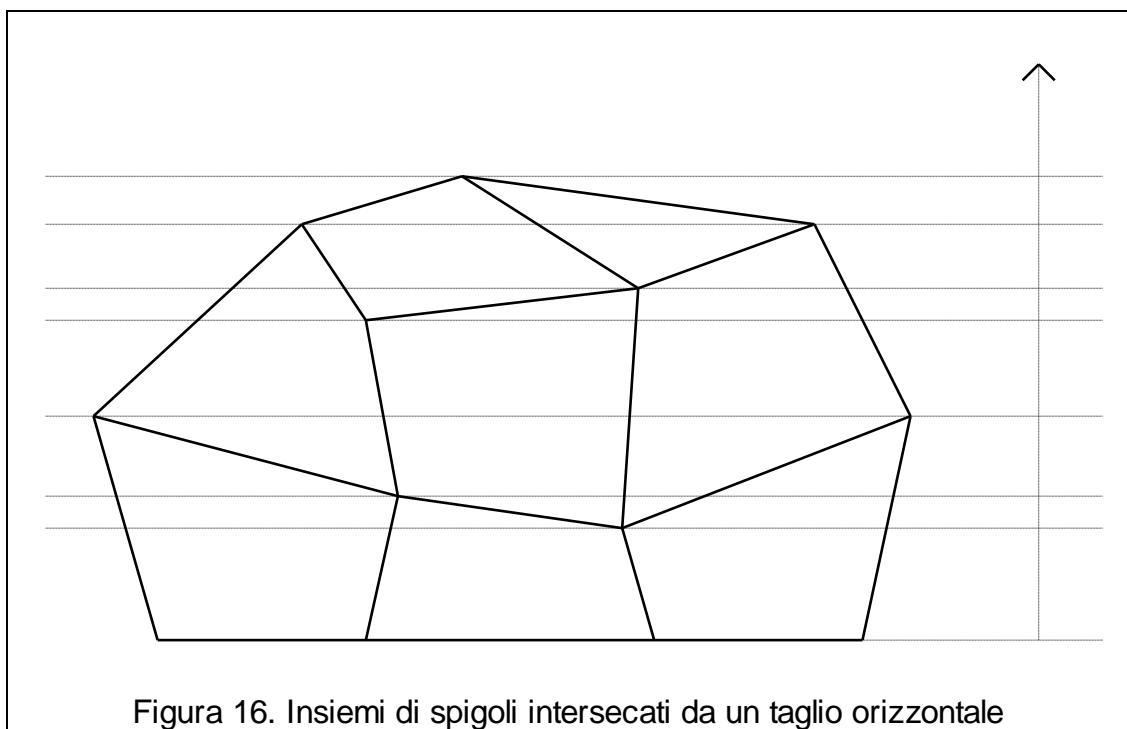
Si è fatta qui l'ipotesi che il sensore abbia rilevato le discontinuità corrispondenti ai punti A, V, B.

L'angolo  $\nu$  viene fornito dal sensore ma può anche essere indirettamente misurato utilizzando le posizioni di A, di V e di B ovvero come angolo compreso tra i vettori VA e VB. Questa doppia misura può essere usata come verifica. Infatti se le due misure differiscono significativamente, può essere accaduto che il sensore non abbia individuato un'altra discontinuità per es. tra i punti V e B.

Comunque, per ogni discontinuità, otteniamo la misura di tre invarianti:  $\nu$ , VA e VB e questa tripla di informazioni può essere utilizzata come chiave di accesso per un matching invariantivo. A queste tre informazioni si aggiungono le altre tre fornite dalla misura del diedro che verrà fatta, con un probing aggiuntivo come descritto sopra, in corrispondenza di V. Non si hanno 6 informazioni indipendenti in quanto  $\nu$  non è indipendente dai tre parametri invarianti del diedro, però le 6 informazioni sono da utilizzare assieme perché  $\nu$  funge da verifica.

La presenza di 6 informazioni come chiavi per il matching, fa sì che la riduzione dei candidati ammissibili per il match sia significativa, riducendo in modo rilevante la ramificazione dell'albero delle associazioni (§ 9.1.4).

Ma tale riduzione è ancora maggiore in quanto è ridotto l'insieme di spigoli che il probing orizzontale può intersecare ovvero si ottiene una ulteriore



riduzione delle possibili ipotesi di associazione.

In fig. 16 si illustra tale considerazione. La figura mostra un poliedro visto in proiezione ortogonale sul piano x-z (o y-z se preferite) e sull'asse disegnato a fianco sono riportati gli intervalli di quote z tali che, scegliendo come quota del probing orizzontale una di quelle comprese nell'intervallo, si ottiene di intersecare sempre uno stesso insieme di spigoli.

#### **11.4.2. Scelta del probing migliore**

Per la scelta del probing si può utilizzare una tecnica bayesiana in cui si massimizza il valore atteso di una funzione di utilità che tiene conto del potere discriminante del probing ovvero che è proporzionale alla differenza tra la probabilità a priori e quella a posteriori dello stato inteso come identità dell'oggetto.

Vanno calcolate le probabilità che un certo spigolo venga osservato e la probabilità che l'osservazione di tale spigolo conduca ad una certa ipotesi di identità.

Si deve tenere conto della descrizione probabilistica dell'errore di misura.

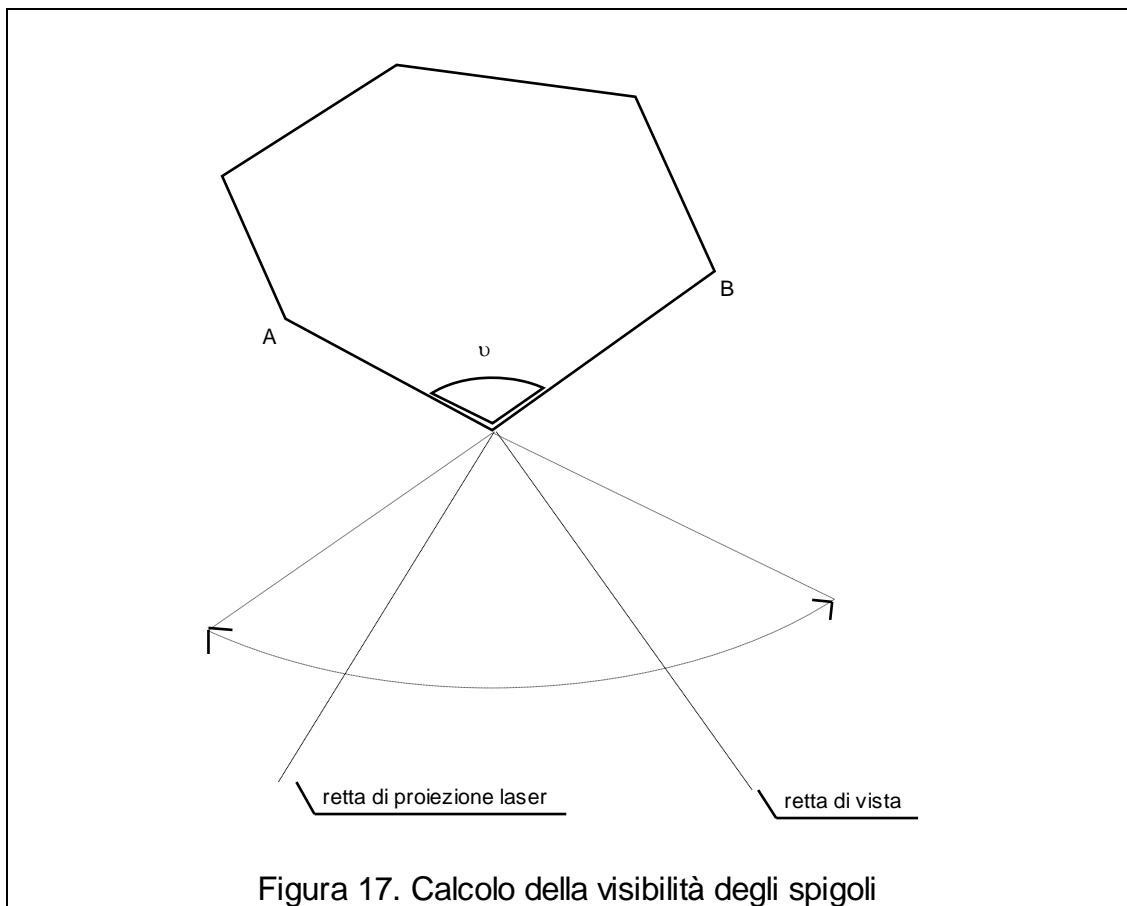
L'uso dell'entropia sposta invece l'attenzione dalla differenza tra le ddp a priori e a posteriori, alla dispersione dei risultati ritenendosi di dover premiare la riduzione dell'incertezza ovvero la concentrazione dei risultati su di una specifica ipotesi di identità e di localizzazione.

Vedremo in seguito un possibile metodo per l'applicazione dell'entropia alla scelta dei probing verticali.

### **11.5. Calcolo delle probabilità di osservabilità dei diedri nel probing orizzontale**

Ipotizziamo che il poliedro possa risultare orientato indifferentemente sull'arco dei 360°. La probabilità di rilevare uno spigolo non dipende quindi dall'orientamento del poliedro.

Se il poliedro è convesso, la probabilità di rilevare uno spigolo dipende poco anche dalla distanza del poliedro dal punto di proiezione laser. Se il poliedro è concavo la dipendenza si fa più seria a causa dell'occlusione di certe parti del poliedro da parte di altre.



In ogni caso è possibile valutare tali probabilità ipotizzando che il baricentro dell' oggetto si trovi sempre in una precisa posizione. Ciò è infatti ottenibile facilmente in quanto posizionare un oggetto in una certa zona è più semplice che vincolarne l' orientamento. L' incertezza di localizzazione di un oggetto è minore per quanto riguarda le coordinate  $x$  e  $y$  e invece maggiore se non totale per quanto riguarda  $\phi$ .

Supponiamo che il punto di proiezione laser e il punto di vista (PSD) siano sullo stesso piano orizzontale. Uno spigolo dell' oggetto, per essere visibile, deve esserlo sia dal punto di proiezione che dal punto di vista.

In fig. 17 abbiamo un vertice  $V$  del poligono che si ottiene intersecando il poliedro con un piano orizzontale.

Affinché il vertice  $V$  sia visibile e con esso anche i lati adiacenti in modo da ottenere tutte le informazioni sopra descritte, occorre che sia la retta di proiezione che la retta di vista siano comprese nell' angolo indicato dalla freccia.

Questo pone una limitazione alla visibilità che si può eliminare ponendo il PSD non sul piano orizzontale bensì verticalmente sopra al punto di proiezione del laser. In tal caso la proiezione sul piano orizzontale della retta di proiezione

e di quella di vista coincidono per cui è una sola retta che deve rientrare nell'angolo della fig. 17 con una limitazione minore alla visibilità.

Adottando questa ultima soluzione occorre però tenere presente che ci saranno maggiori problemi di visibilità nei probing verticali. Inoltre anche nel caso del probing orizzontale posizionare il PSD sopra al punto di proiezione del laser fa sì che ci possano essere ostacoli che intersecano la retta di vista e che non sono esplicitamente visualizzati nella sezione piana per cui diventa più difficoltoso il calcolo delle probabilità di visibilità.

Comunque non è cosa problematica calcolare le suddette probabilità. Alcuni studi a proposito sono stati citati nel § 10.3.1.

## 11.6. Seconda fase: probing verticale

Il probing verticale, come si è già detto, è un taglio verticale al quale si aggiungono degli altri tagli, in corrispondenza delle discontinuità trovate, per la misura del diedro.

L'insieme di ipotesi che si ottengono con questo probing va intersecato con l'insieme delle ipotesi trovate dal primo taglio perché solo quelle compatibili con i risultati di entrambi i probing possono sopravvivere (pose elimination § 9.5.4).

La misura di due diedri richiede inoltre il soddisfacimento di vincoli relazionali. Si è visto che la misura di un diedro porta alla conoscenza dei suoi parametri estrinseci (oltre che di quelli invarianti). Considerati due diedri, accade che la differenza dei parametri estrinseci (la  $x$  del primo diedro detratta della  $x$  del secondo, idem per  $y$  e  $\phi$ ) sia ancora invariante alla rototraslazione per cui l'associazione dei due diedri rilevati con due diedri del modello, deve essere fatta nel rispetto di tale vincolo.

Si può rendere ancora più efficiente l'uso di tale vincolo se si memorizzano tutte le coppie, o almeno solo quelle contigue, di diedri associandole a delle chiavi di accesso (invarianti) costituite dai tre parametri invarianti del primo diedro, dai tre del secondo diedro e dalle tre differenze tra i parametri estrinseci dei due diedri.

La memorizzazione di tutte le possibili coppie di diedri non necessariamente costituisce un problema dato che gli oggetti da riconoscere in una applicazione industriale sono pochi mentre la memoria dei calcolatori diventa sempre più economica (nel 2000 si prevede che 32 Mbyte saranno



contenuti in un singolo chip il cui costo sarà di poche centinaia di migliaia di lire). La velocità è invece ancora problematica per cui nella realizzazione del software relativo a queste applicazioni va posta molta cura nell'ottimizzazione dei tempi mentre non è problematica l'occupazione di memoria.

Si possono utilizzare anche altri vincoli. Due punti appartenenti a due spigoli trovati consecutivamente dal taglio devono appartenere alla stessa faccia del poliedro. Inoltre prendiamo in considerazione la fig. 18. Il taglio orizzontale ha rilevato gli spigoli  $ab$  e  $cd$  della faccia  $F$ . Il taglio verticale interseca quello orizzontale in  $P$  e questo vuol dire che gli spigoli  $bc$  e  $ad$  rilevati dal taglio verticale devono far parte anche loro della faccia  $F$ .

### 11.7. Cenni sull' utilizzo del criterio entropico per la scelta dei probing verticali

I probing verticali si differenziano per l'angolo  $\gamma$  che ne definisce l'orientamento (§ 11.3.4 in fondo). Dovendo scegliere  $\gamma$  sarà necessario individuare un numero finito di scelte tenuto conto di ipotesi sulla localizzazione grossolana dell'oggetto che individuano un certo intervallo di variabilità di  $\gamma$ .

Apriamo una parentesi per introdurre il criterio entropico di scelta delle rilevazioni sensoriali.

Sia  $S = \{s_1, \dots, s_i, \dots\}$  un insieme numerabile di possibili stati. Si indichi con  $z_j$  una misura effettuata sullo stato che può avere diversi risultati distinti dal

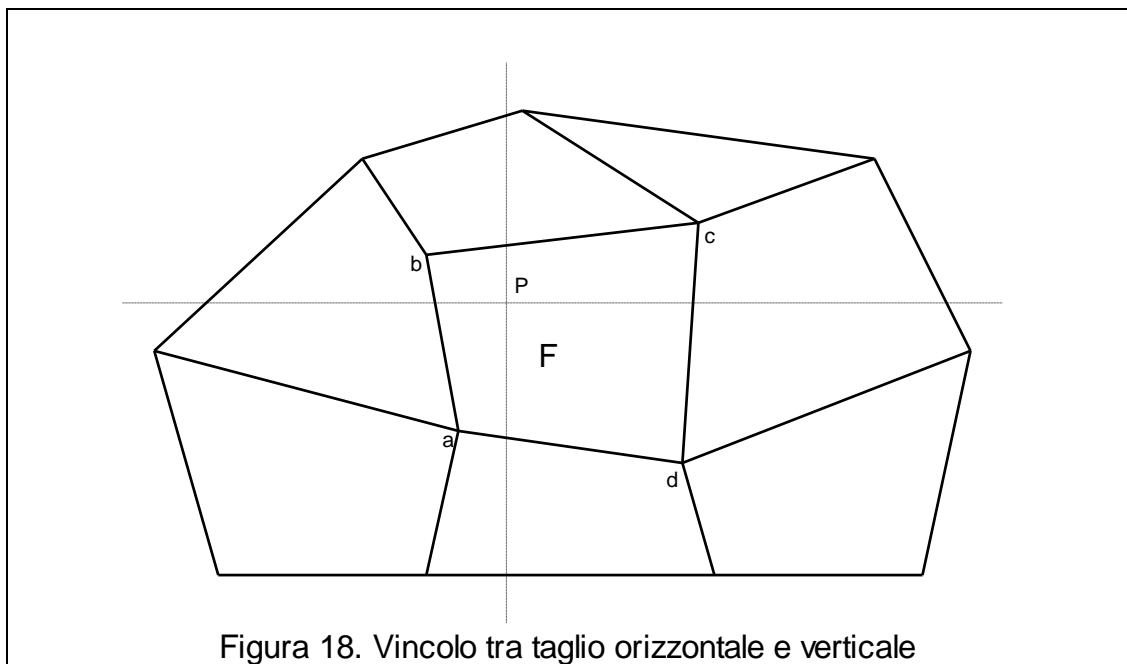


Figura 18. Vincolo tra taglio orizzontale e verticale

pedice j.

Sia  $H_S$  l'entropia dello stato prima della misura (a priori):

$$H_S = - \sum_i \Pr(O_i) \ln \Pr(O_i) \quad (37)$$

Sia  $H_{S/Z}$  l'entropia dello stato dopo la misura (a posteriori):

$$H_{S/Z} = - \sum_j \Pr(z_j) \sum_i \Pr(O_i / z_j) \ln \Pr(O_i / z_j) \quad (38)$$

$H_{S/Z}$  esprime l'informazione che mediamente abbiamo sullo stato dopo che è stata fatta una misura.  $H_S$  esprime l'informazione che abbiamo invece prima della misura.

Il criterio entropico di scelta delle rilevazioni sensoriali conduce alla scelta dell'alternativa sensoriale avente dei risultati  $z_j$  tali da massimizzare la differenza  $H_{S/Z} - H_S$  ovvero tale da fornire il maggiore possibile incremento di informazione sullo stato.

Il problema sta ora nell'estendere la definizione di entropia alle variabili di stato continue mentre fino ad ora lo stato aveva valori discreti.

Abbiamo allora una variabile di stato  $x$  continua ed una idea per applicare ad  $x$  la (37) o la (38) è quella di tradurre la  $x$  in un insieme di valori discreti corrispondenti ad una successione di intervallini di ampiezza  $\delta x$  aventi probabilità  $f_x \delta x$ . Successivamente faremo tendere a zero  $\delta x$ .

Si scopre che tale limite non esiste per la sola entropia  $H_S$ , però esiste per la differenza  $H_{S/Z} - H_S$ .

Si ottiene quindi la seguente espressione per la variazione attesa dell'entropia tra la situazione a priori e quella a posteriori:

$$- \lim_{\delta x \rightarrow 0} \left[ \int f_{X/Z} \ln f_{X/Z} \delta x dx - \int f_X \ln f_X \delta x dx \right] \quad (39)$$

Per maggiori dettagli, e per la presentazione di ulteriori risultati relativi al criterio entropico, si rimanda a [42].

Indichiamo con  $O_i$  non gli oggetti da riconoscere, bensì i singoli spigoli (diedri) degli oggetti. Si avverte quindi già da ora che nella valutazione delle probabilità in gioco andrà tenuto conto del legame rigido che c'è tra i diedri di un singolo poliedro.

Questa convenzione viene presa perché è così più facile caratterizzare le proprietà statistiche della misura di  $O_i$  che è appunto un diedro ovvero un ente geometrico direttamente e completamente misurabile dal sensore.

Le alternative sensoriali sono date, come sappiamo, da valori diversi di  $\gamma$ . Tali valori verranno distinti dal pedice  $k$  ( $\gamma_k$ ). Il criterio entropico fornirà una cifra di merito, da minimizzare, funzione di  $k$ . Con  $z_k$  intendiamo la misura che

il probing fornisce dello stato di  $O_i$ , ovvero il vettore dei parametri estrinseci del diedro.

Con  $X$  si indicherà lo stato reale del diedro. Si ricorda che i parametri estrinseci dei diedri sono tra di loro legati per l'appartenenza dei diedri ad uno stesso oggetto.

La cifra di merito da minimizzare in funzione di  $k$  è:

$$J(k) = - \sum_i \ln O_i \int_{z_k} f_{z_k/O_i} \cdot f_{z_k/O_i, X} \cdot f_{z_k, O_i, X} \cdot \ln^* f_{z_k/O_i, X} \cdot f_{z_k, O_i, X} dx \quad (40)$$

Questa cifra di merito proviene dal criterio entropico e viene elaborata in [42] (formula (4) in [42]). Per la notazione ed in particolare per la definizione dell'operatore  $\ln^*$  ci si riferisca a [42].

In quanto segue cercheremo di dare delle idee su come condurre il calcolo delle ddp che appaiono in (40).

La ddp  $f_{X/O_i}$  esprime in pratica le conoscenze attuali sullo stato del diedro  $O_i$  nell'ipotesi che sia esso quello osservato. Si ricorda che in realtà è l'intero oggetto che abbiamo sotto osservazione e non un solo diedro, quindi queste ddp saranno tra loro vincolate. Tale vincolo è precisamente un vincolo di rototraslazione rigida tra lo stato (localizzazione) del poliedro e quello dei diedri.

Se non si sono ancora fatte misure e non ci sono altre informazioni a priori, le ddp in esame possono venire calcolate col criterio della massima entropia (definito in [159] e [160]). Le probabilità  $Pr O_i$  saranno le stesse per tutti gli  $O_i$  salvo informazioni a priori sulle probabilità di occorrenza degli oggetti.

Se invece si sono fatte delle misurazioni, si sono ottenute delle ipotesi di identità e localizzazione o più in generale le possibili ipotesi hanno ricevuto probabilità diverse da quelle a priori per interazione tra tali probabilità a priori e quelle delle misure condizionate dalle ipotesi.

Si applica cioè il teorema di Bayes:

$$f_{X/Z} = \frac{f_{Z/X} \cdot f_{X/O_i}}{f_Z} \quad (41)$$

ottenendo in questo caso le nuove  $f_{X/O_i}$  (che in (41) sono le  $f_{X/Z}$ ) date le vecchie  $f_{X/O_i}$  (che in (41) sono le  $f_X$ ), data la descrizione  $f_{Z/O_i, X}$  di come il sensore restituisce le misure di stati dati (le  $f_{Z/X}$ )

della (41)) e data la ddp delle misure del sensore ovvero la caratterizzazione di eventuali informazioni a priori (le  $f_z$  in (41)).

Nella  $f_{z/O_i, X}$  riportata qui sopra le  $z$  non hanno il pedice  $k$  perché non si tratta dei probing verticali, che dobbiamo scegliere col criterio entropico, bensì del probing orizzontale.

L'analisi della valutazione della  $f_{z/O_i, X}$  va condotta pensando nei seguenti termini: è dato un oggetto, anzi precisamente è dato uno specifico diedro  $O_i$  ed uno stato  $X$  dell'oggetto e conseguentemente del diedro. Occorre in tali condizioni valutare quale misura il probing restituisce e quale sia la ddp di tale misura. Se in certi stati  $O_i$  non è visibile al sensore, possiamo supporre che il sensore restituisca una sorta di valore di fondo scala sul quale si concentra la probabilità ovvero i valori di  $f_{z/O_i, X}$ . Comunque l'integrale di  $f_{z/O_i, X}$  lungo  $z$  a  $x$  e  $O_i$  costanti deve essere unitario.

Per individuare la forma della  $f_{z/O_i, X}$  quando  $O_i$  è visibile, si ripensi al fatto che  $z$  è semplicemente la misura dello stato  $x$ . Nel caso ideale il sensore restituirebbe  $z=x$ . In realtà ci sarà un errore di misura che può dipendere dallo stesso  $x$  e da  $O_i$ . La forma del diedro e la sua posizione influenzano infatti la bontà delle misure fatte dal sensore.

Però il fatto di esserci concentrati sui singoli diedri associando appunto  $O_i$  al diedro, permette di ricavare più facilmente le proprietà della misura.

Le  $f_z$  caratterizzano la significatività delle misure. Se  $f_z$  fosse molto concentrata attorno a specifici valori, vorrebbe dire che la misura ci dice cose che già sappiamo almeno in parte. Una misura è molto informativa se su di essa si sa poco a priori ovvero se  $f_z$  si avvicina alla ddp di massima entropia che rispetti vincoli generali eventualmente presenti non connessi con la natura del sensore.

Non va imputato al sensore quindi non va a detrimento della significatività della misura, il fatto che esso non sarà in grado di misurare stati (localizzazioni) che non rientrano nel suo campo di azione.

Abbiamo quindi concluso l'esame della ddp  $f_{X/O_i}$  che è una delle ddp che appaiono nella (40). Abbiamo anche visto come la  $f_{X/O_i}$  possa essere aggiornata a seguito dell'ottenimento di nuove misure.

Le ddp  $f_{z_k/O_i, X}$  e  $f_{z_k}$ , che appaiono anche esse nella (40), possono essere valutate con considerazioni simili a quelle fatte per  $f_{z/O_i, X}$  e  $f_z$ .

Si tratta ora di valutare le  $\Pr D_i$ , anche esse personaggi della (40), o meglio si tratta di dire come esse possano essere aggiornate a seguito delle misure.

Anche per le  $\Pr D_i$  si può usare il teorema di Bayes:

$$\Pr G_i / Z_j = \frac{\Pr G_j / O_i \Pr D_i}{\Pr G_j} \quad (42)$$

Le  $\Pr G_i / Z_j$  sono le  $\Pr D_i$  a seguito dell'aggiornamento che stiamo esaminando. Le  $\Pr G_j / O_i$  individuano la capacità del sensore di identificare un diedro.  $Z_j$  è l'identità del diedro osservato ovvero il sensore in questo caso fornisce come risultato l'identificatore  $O_j$  del diedro che crede di aver visto. Nel caso ideale, dato  $O_i$ ,  $\Pr G_j / O_i$  è concentrata in  $Z_i$  ovvero il sensore individua  $O_i$  senza equivoci. In casi più reali avremo equivoco e della probabilità verrà attribuita anche ad altri diedri. Questo avverrà sicuramente se ci sono diedri diversi perché posti in punti diversi dell'oggetto, però uguali come parametri invarianti (qui sarebbe più intuitivo dire intrinseci) per cui il sensore osservandoli non può dire quale dei due si tratti (è come vedere due gemelli che sono indistinguibili ma diversi).

Le  $\Pr G_j$  di nuovo individuano la significatività della capacità del sensore di riconoscere i diedri. Un esempio di limitazione di tale capacità è che sappiamo a priori che il sensore non ci dirà mai di aver riconosciuto un diedro che non è in grado di vedere comunque sia disposto l'oggetto (cosa che può capitare se il poliedro è concavo).

Abbiamo quindi visto come si possono tenere aggiornate le probabilità relative allo stato e all'identità dei diedri e come si possano valutare i termini che compaiono nella (40). Va infine valutata la (40) in corrispondenza di ogni alternativa sensoriale ( $\gamma_k$ ) e scelta quella che minimizza  $J^{\text{al}}$ .

## **12.**

# **RICONOSCIMENTO E LOCALIZZAZIONE DI POLIEDRI CON SEI GRADI DI LIBERTÀ TRAMITE IDENTIFICAZIONE DI DIEDRI E CON L' UTILIZZO DELLA SUPERFICIE DI COMPATIBILITÀ**

### **12.1. Riconoscimento e localizzazione di poliedri con sei gradi di libertà per identificazione di diedri**

Quando i gradi di libertà sono sei, un probing (taglio) piano, con l' aiuto di tagli ausiliari, permette di identificare l' angolo tra i semipiani che definiscono uno spigolo, detto anche angolo di diedro.

Si tratta quindi di un solo parametro invariante che è poi quello intrinseco del diedro. Ci sono poi vincoli da rispettare: due punti (appartenenti a spigoli) rilevati consecutivamente dal taglio devono far parte della stessa faccia. Inoltre la distanza tra questi due punti non deve superare la massima distanza tra punti ottenibile sulla faccia di cui fanno parte.

Prendendo in considerazione due diedri consecutivi, si può avere come invariante una coppia di angoli di diedro. In tal caso occorre memorizzare tutte le coppie di angoli di diedro per diedri adiacenti.

### **12.2. Utilizzo della superficie di compatibilità**

Ci occupiamo ora di un caso di matching non invariante. L' ipotesi che si fa è che per qualche motivo non sia possibile effettuare i tagli che abbiamo usato per misurare i diedri. Per es. può accadere che disponiamo di un telemetro che consenta l' orientamento del laser con un solo grado di libertà. Si

può quindi fare solo un taglio piano che restituisce punti appartenenti a spigoli ed angoli che non coincidono con gli angoli di diedro (si veda § 11.3.3 per le formule che forniscono tali angoli dato il piano di probing). Per ottenersi l'angolo di diedro il piano di taglio dovrebbe essere ortogonale allo spigolo.

### 12.2.1. La teoria della superficie di compatibilità

Quando non si hanno informazioni invarianti che permettono un accesso diretto al data base, in linea teorica occorre considerare ogni singola feature di modello e controllarne la sua compatibilità con le informazioni che si hanno.

Siano  $c$  i gradi di vincolo dell'informazione sensoriale acquisita. Siano  $d$  i parametri intrinseci che definiscono la feature di modello. Se  $c=6$ , significa che l'informazione sensoriale è in grado solo di vincolare nello spazio la feature localizzandola ma non è in grado di porre vincoli supplementari sui parametri intrinseci della feature. Allora, nel caso  $c=6$ , data una feature di modello, i dati sensoriali dicono solo che, ammesso che sia quella la feature che stiamo osservando, essa si trova in una certa posizione nello spazio ovvero è rototraslata in un certo modo rispetto al suo riferimento di origine (6 sono i gradi di libertà di un oggetto nello spazio).

Ottenuta tale informazione si può solo andare a cercare un'altra feature sapendo che se la prima è stata localizzata in una certa posizione, la seconda deve trovarsi in un'altra posizione ben precisa essendo le due feature collegate rigidamente. Però questo procedimento va ripetuto scegliendo come prima feature, a turno, tutte le feature in gioco.

Se  $c>6$ , i dati sensoriali diventano in grado di porre dei vincoli ai parametri intrinseci della feature per cui non tutte le feature potranno essere proposte per il match con tali dati sensoriali.

La prima cosa che viene in mente è esaminare ancora tutte le feature, e scartare quelle che non sono congruenti con i dati sensoriali.

Ciò vuol dire che la complessità dell'algoritmo sarà comunque  $O(N)$  se  $N$  è il numero di feature di modello.

La tecnica della superficie di compatibilità serve ad evitare l'esame delle feature che non possono essere proposte per il match con i dati sensoriali perché sufficientemente lontane dall'essere con essi compatibili.

Abbiamo detto che se  $c>6$  i dati sensoriali pongono vincoli da rispettare sui parametri intrinseci. Precisamente pongono  $c-6$  vincoli. Ciò vuol dire che, in generale, non saranno compatibili con i dati sensoriali tutti gli  $N$  modelli

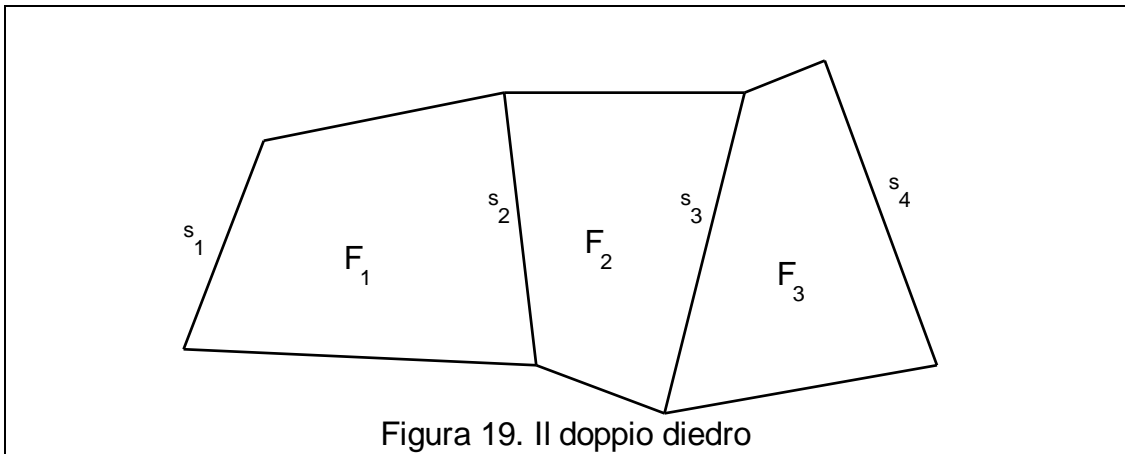


Figura 19. Il doppio diedro

contenuti nello spazio  $d$ -dimensionale, bensì solo quelli che si trovano su di una superficie  $(d-(c-6))$  dimensionale (la superficie di compatibilità).

Tramite una tecnica descritta in [161] si riesce a scandire solo questa superficie invece che tutto lo spazio. La complessità che era  $O(N)$  diventa  $O(N^{\frac{d-(c-6)}{d}})$  nel caso generale ovvero quando i modelli sono uniformemente distribuiti nello spazio  $d$ -dimensionale.

Il problema sta nel riuscire ad esprimere la superficie di compatibilità ovvero le  $c-6$  equazioni che la definiscono esprimendo  $c-6$  parametri intrinseci in funzione degli altri  $d-(c-6)$ .

### 12.2.2. Descrizione di un doppio diedro e dei dati raccolti da un taglio piano

La feature di modello alla quale vogliamo applicare il discorso fatto sopra è un doppio diedro. Precisamente si tratta di quattro spigoli appartenenti a tre facce adiacenti come mostrato in fig. 19.

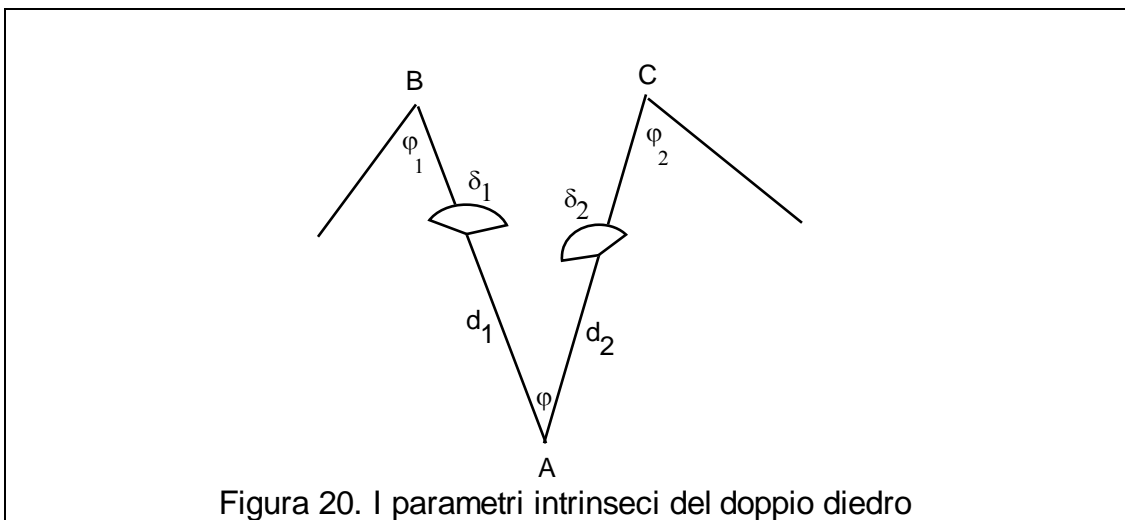
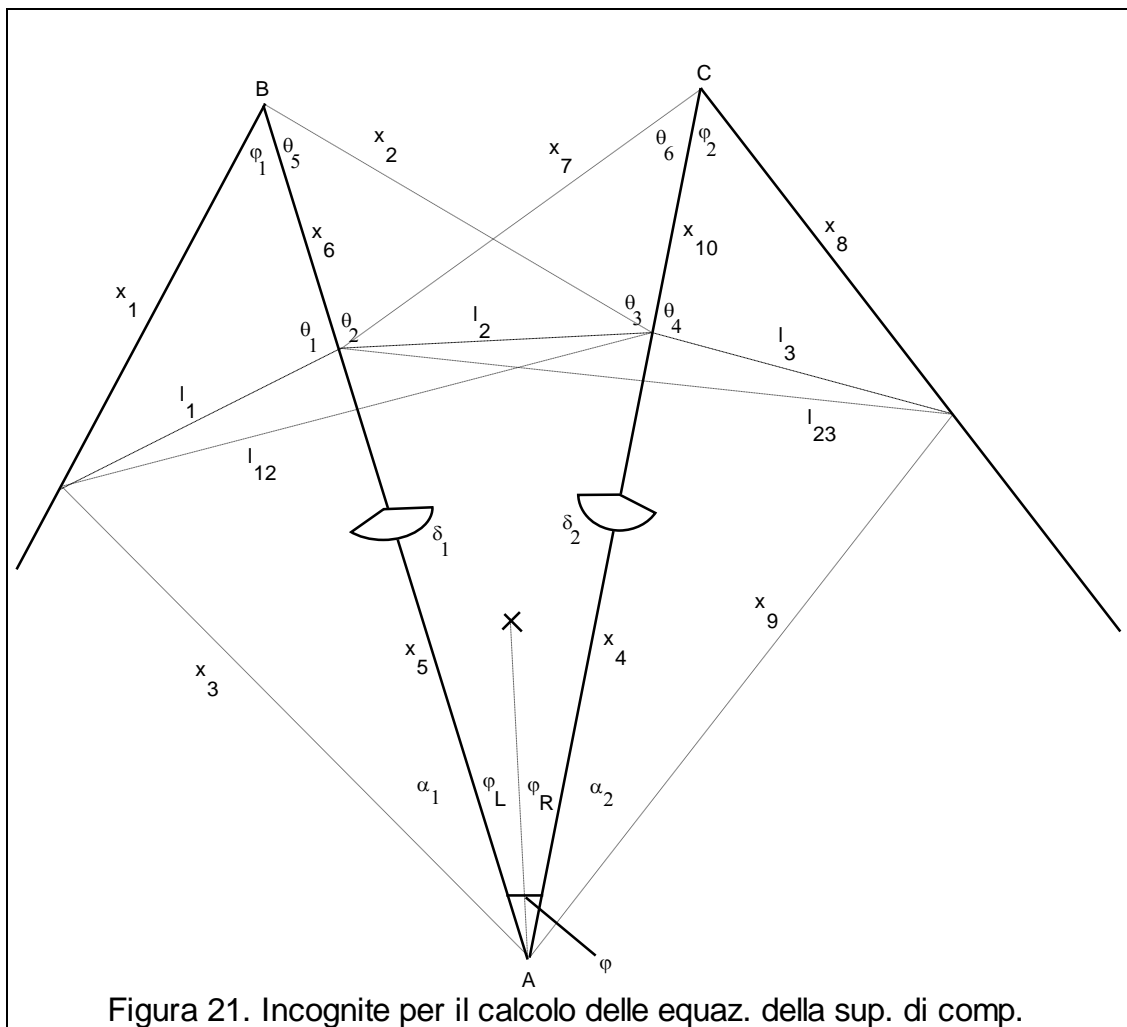


Figura 20. I parametri intrinseci del doppio diedro





Un taglio piano rileva quattro punti appartenenti ai quattro spigoli, tre distanze tra tali punti, due angoli in corrispondenza dei punti trovati sugli spigoli  $s_2$  e  $s_3$ , angoli che ricordiamo non coincidenti con quelli di diedro.

Tutte queste informazioni sono implicite nei quattro punti, che giacendo sul piano di taglio, hanno solo due gradi di libertà ciascuno. In totale quindi abbiamo  $c=8$  ovvero abbiamo  $c-6=2$  equazioni.

Per la determinazione di  $d$ , si esamini la fig. 20 in cui sono individuati i 7 parametri intrinseci del doppio diedro (quindi  $d=7$ ) che sono  $\varphi, \varphi_1, \varphi_2, d_1, d_2, \delta_1, \delta_2$ .  $\delta_1$  e  $\delta_2$  sono gli angoli di diedro mentre  $d_1$  e  $d_2$  sono le lunghezze dei segmenti AB e AC prolungamenti, assieme alle semirette che partono da B e C, dei quattro spigoli in gioco. Precisamente AB è il prolungamento dello spigolo  $s_2$  della fig. 19, AC è il prolungamento di  $s_3$ , la semiretta uscente da B è il prolungamento di  $s_1$ , la semiretta uscente da C è il prolungamento di  $s_4$ . Quindi  $\varphi$  è l'angolo tra  $s_2$  e  $s_3$ ,  $\varphi_1$  è l'angolo tra  $s_1$  e  $s_2$ ,  $\varphi_2$  è l'angolo tra  $s_3$  e  $s_4$ .

Si possono usare, come dati equivalenti ai 7 parametri visti, anche le tre normali alle facce F1, F2, F3 (fig. 19) assieme a  $\varphi_1, \varphi_2, d_1, d_2$ .

### 12.2.3. Calcolo dell' equazione della superficie di compatibilità per il doppio diedro

In fig. 21 sono mostrate le variabili che è possibile utilizzare per la ricerca delle due equazioni che legano  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  al resto dei parametri intrinseci e ai dati sensoriali. In fig. 3 le linee continue sono i prolungamenti degli spigoli, le linee tratteggiate sono le tracce, sulle facce del doppio diedro, della sezione operata dal taglio. Overo sono i punti soggetti a misura. Di questi fanno parte i quattro punti trovati sugli spigoli. Le punteggiate sono linee di riferimento per la definizione degli angoli e delle distanze in gioco.

$\varphi_L$  e  $\varphi_R$  sono gli angoli compresi rispettivamente tra il secondo spigolo e l' intersezione tra la prima e la terza faccia, e tra l' intersezione tra la prima e la terza faccia e il terzo spigolo.

Apparirà nelle equazioni anche un  $l_{123}$  che non è stato indicato in fig. 21 per non complicarla e che è la distanza tra il punto trovato dal probing sul primo spigolo e quello trovato sul quarto spigolo. Un altro dato non indicato è  $\delta_3$  che è l' angolo del diedro formato dalla prima e dalla terza faccia.

Le incognite sono  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ ,  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6$ ,  $\alpha_1, \alpha_2$  oltre naturalmente a  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  che sono le incognite che ci interessano mentre le altre sono incognite ausiliarie da eliminare.

I dati sono  $d_1, d_2, \varphi, \varphi_L, \varphi_R, \delta_1, \delta_2, \delta_3, l_1, l_2, l_3, l_{12}, l_{23}, l_{123}$ .

Si scrivono 20 equazioni coinvolgenti le 20 incognite utilizzando ragionamenti geometrici elementari. Si eliminano poi le 10 incognite  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  ottenendo 10 equazioni in 10 incognite che sono:

$$\begin{aligned}
 \varphi + \pi &= \theta_2 + \theta_3 \\
 l_2 \frac{\sin(\theta_2 + \theta_5) \sin \varphi_1 + \sin \theta_3 \sin \theta_5}{\sin \theta_5 \sin \varphi} &= d_1 \\
 l_2 \frac{\sin(\theta_3 + \theta_6) \sin \varphi_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_6}{\sin \theta_6 \sin \varphi} &= d_2 \\
 \frac{l_1}{\sin \varphi_1} - \frac{l_1 \sin(\theta_2 + \theta_5)}{\sin \theta_5 \sin(\varphi_1 + \varphi)} &= \frac{l_2}{\sin \varphi} - \frac{l_2 \sin \theta_3}{\sin \theta_1 - \alpha_1} \\
 \frac{l_1}{\sin \alpha_1} - \frac{l_2 \sin \theta_3}{\sin \varphi \sin \theta_1 - \alpha_1} &= \frac{l_2 \sin \theta_3}{\sin \theta_1 - \alpha_1}
 \end{aligned} \tag{43}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{l_6 \sin(\theta_3 + \theta_6)}{\sin \theta_6 \sin(\theta_4 + \varphi_2)} - \frac{l_6}{\sin \varphi_2} \\
& \frac{l_2 \sin \theta_2}{\sin \varphi_1 \sin(\theta_4 - \alpha_2)} - \frac{l_6}{\sin \theta_2} \\
& l_1^2 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \varphi_1 + l_2^2 \sin^2 \theta_2 \sin^2 \theta_1 \\
& - 2l_1 l_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \varphi_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1 \cos \varphi_1 + \sin \theta_1 \sin \varphi_1 \cos \theta_1 \\
& l_{12}^2 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \varphi_1 \\
& l_3^2 \sin^2 \theta_4 \sin^2 \varphi_1 + l_2^2 \sin^2 \theta_3 \sin^2 \theta_2 \\
& - 2l_3 l_2 \sin \theta_3 \sin \theta_4 \sin \varphi_1 \sin \theta_2 \cos \theta_2 \cos \varphi_1 + \sin \theta_2 \sin \varphi_1 \cos \theta_2 \\
& l_{23}^2 \sin^2 \theta_2 \sin^2 \varphi_1 \\
& l_3^2 \sin^2 \theta_4 \sin^2 \theta_1 + l_1^2 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \\
& - 2l_3 l_1 \sin \theta_1 \sin \theta_4 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\
& \cdot \cos \theta_1 + \varphi_L \cos \theta_2 + \varphi_R \sin \theta_1 + \varphi_L \sin \theta_2 + \varphi_R \cos \theta_3 \\
& l_{123}^2 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2
\end{aligned}$$

Nell' appendice F si trovano le 20 equazioni iniziali e il metodo usato per ottenerle.

Un metodo alternativo alla soluzione di queste equazioni sta nell' uso dei quaternioni.

Si considerino le tre normali  $\dot{n}_1, \dot{n}_2, \dot{n}_3$  alle tre facce del doppio diedro. Precisamente  $\dot{n}_1, \dot{n}_2, \dot{n}_3$  siano le normali alle facce del doppio diedro di riferimento, non quelle del particolare doppio diedro che stiamo osservando.

Noi abbiamo infatti il modello del doppio diedro in un riferimento base e conosciamo le normali alle sue facce in tale riferimento. Vogliamo conoscere le normali alle facce del particolare doppio diedro che stiamo osservando. Queste si ottengono per rototraslazione (precisamente solo per rotazione) di quelle relative al riferimento base.

Tale rototraslazione (meglio, rotazione) verrà espressa con notazione quaternionica: sia  $\dot{n}_k = n_{k,x}\mathbf{i} + n_{k,y}\mathbf{j} + n_{k,z}\mathbf{k}$  e sia  $q = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k}$  un quaternionione unitario ( $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$ ).

Ricordiamo che il coniugato di un quaternionione è:

$$q^* = q_0 - q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k} \quad (44)$$

Un quaternionione  $q$  esprime una rotazione nello spazio attorno ad un asse  $\dot{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$  (unitario) di un angolo  $\rho$  potendosi scrivere anche:

$$q = \cos \frac{\rho}{2} + \sin \frac{\rho}{2} (a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}) \quad (45)$$

Per convincersi della correttezza della (45) si consideri la seguente formula:

$$\mathbb{N}_k = q \mathbb{N}_k^* \quad (46)$$

in cui i prodotti si eseguono come normali prodotti matematici tenendo presente che:

$$\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = -1, \mathbf{ij} = \mathbf{k}, \mathbf{jk} = \mathbf{i}, \mathbf{ki} = \mathbf{j}, \mathbf{ji} = -\mathbf{k}, \mathbf{kj} = -\mathbf{i}, \mathbf{ik} = -\mathbf{j} \quad (47)$$

Tale formula, data la normale  $\dot{\mathbf{n}}_k$ , produce appunto una normale  $\mathbb{N}_k$  che risulta essere ottenuta da  $\dot{\mathbf{n}}_k$  per rotazione attorno all' asse  $\dot{\mathbf{a}}$  di un angolo  $\rho$  se il quaternionione è espresso appunto dalla (45).

La formula (46) fornisce quindi le normali  $\mathbb{N}_k$  alle facce del doppio diedro che stiamo osservando date le normali  $\dot{\mathbf{n}}_k$  alle facce del doppio diedro di riferimento, sempre che il quaternionione in essa introdotto sia quello che ruota le facce del doppio diedro di riferimento in modo da farle coincidere con quelle del doppio diedro che stiamo osservando. In realtà è proprio tale quaternionione che stiamo cercando per cui cercheremo delle equazioni che ci permettano di determinare le componenti  $q_0, q_1, q_2, q_3$  di tale quaternionione.

Siano  $\dot{\mathbf{l}}_1, \dot{\mathbf{l}}_2, \dot{\mathbf{l}}_3$  i vettori corrispondenti alle lunghezze  $l_1, l_2, l_3$  indicate in fig. 21 ovvero ai tre segmenti individuati dal taglio sulle tre facce del doppio diedro. Il loro orientamento non è importante, è importante la direzione, non importa neppure che abbiano modulo  $|\dot{\mathbf{l}}_k| = l_k$ .

Dovendo le normali ruotate  $\mathbb{N}_k$  essere ortogonali alle rispettive facce del doppio diedro in esame, esse dovranno essere ortogonali anche al rispettivo  $\dot{\mathbf{l}}_k$ , perché esso giace sulla faccia. Overo deve essere:

$$\dot{\mathbf{l}}_k \bullet \mathbb{N}_k = 0 \quad (48)$$

dove  $\bullet$  indica il prodotto scalare.

Questo conduce a tre equazioni nelle quattro incognite  $q_0, q_1, q_2, q_3$  legate però anche dall' unitarietà del quaternionione.

Si ottengono così 4 equazioni quadratiche che non hanno più di 8 soluzioni perché se un quaternionione risolve le equazioni, anche il quaternionione opposto (quello con tutte le componenti cambiate di segno) le risolve e rappresenta la stessa rotazione.

Dato un quaternionione risolvete, la matrice di rotazione che, moltiplicata per una normale di riferimento, dà la rispettiva normale ruotata, è:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2q_0q_3 + q_1q_2 & 2q_0q_2 + q_1q_3 & 2q_0q_1 + q_2q_3 \\ 2q_0q_3 + q_1q_2 & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2q_0q_1 + q_2q_3 & 2q_0q_2 + q_1q_3 \\ 2q_0q_2 + q_1q_3 & 2q_0q_1 + q_2q_3 & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 & 2q_0q_3 + q_1q_2 \\ 2q_0q_1 + q_2q_3 & 2q_0q_2 + q_1q_3 & 2q_0q_3 + q_1q_2 & q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 \end{pmatrix} \quad (49)$$

Per moltiplicare una matrice per una normale occorre considerare questa ultima come una colonna.

Note le normali ruotate, calcoli vettoriali e trigonometrici elementari conducono direttamente e semplicemente a  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$ .

Precisamente il prodotto vettoriale delle normali  $\vec{n}_1$  e  $\vec{n}_2$  fornisce il vettore direzione, che chiamiamo  $\vec{s}_2$ , dello spigolo  $s_2$ . Il prodotto scalare tra  $\vec{s}_2$  e  $\vec{l}_2$ , previa normalizzazione ottenuta dividendo per i moduli dei due vettori, fornisce il coseno dell'angolo compreso tra lo spigolo  $s_2$  e il segmento corrispondente a  $\vec{l}_2$ . Essendo noti l'angolo  $\varphi$  e la lunghezza  $l_2$ , del triangolo di cui tali elementi fanno parte e che ha un vertice in A, è noto tutto. Ma essendo nota la lunghezza  $d_1$  di AB, abbiamo un lato del triangolo avente vertice in B. Con le stesse operazioni vettoriali viste sopra, possiamo trovare l'angolo tra lo spigolo  $s_2$  e il segmento corrispondente a  $\vec{l}_1$ . Conosciamo infine la lunghezza  $l_1$  quindi del triangolo avente un vertice in B sappiamo tutto, anche l'angolo  $\varphi_1$  che è l'obiettivo delle nostre ricerche. Si opererà in modo simmetrico per  $\varphi_2$ .

Per la soluzione delle (48), così come per la soluzione delle (43), andranno utilizzati metodi iterativi ([4] [5]), per i quali le (48) sono più adatte.

## 13.

# DESCRIZIONE DELL' IMPLEMENTAZIONE REALIZZATA DI UN SISTEMA DI RICONOSCIMENTO DI POLIEDRI CON SEI GRADI DI LIBERTÀ TRAMITE LA SUPERFICIE DI INTERPRETAZIONE

### 13.1. Riconoscimento di due doppi diedri tramite uso della superficie di compatibilità

Il software realizzato permette di simulare le misure di distanza per triangolazione su di un qualsiasi poliedro come detto nel § 6.

Qui si sono costruite due superfici poliedriche costituite da tre facce ognuna ovvero due doppi diedri.

Questi due doppi diedri sono contraddistinti da diversi valori di  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$ . Precisamente il doppio diedro n.ro 1 ha  $\varphi_1^I = 42,09^\circ$  e  $\varphi_2^I = 33,36^\circ$  mentre il doppio diedro n.ro 2 ha  $\varphi_1^{II} = 29,91^\circ$  e  $\varphi_2^{II} = 42,28^\circ$ .

Le coppie  $\varphi_1, \varphi_2$  individuano punti in un piano cartesiano in cui per es.  $\varphi_1$  è l'ascissa e  $\varphi_2$  è l'ordinata.

La distanza tra i punti individuanti i due doppi diedri è di  $15,09^\circ$ .

Negli esperimenti fatti, i risultati dei quali sono nell'appendice C, si è scelto uno dei due doppi diedri e si sono effettuate misure di distanza su di esso. Precisamente si sono effettuati tagli piani disposti casualmente ma sempre tali da intersecare i quattro spigoli.

Ottenuti i quattro punti intersezioni del taglio con gli spigoli, si è fatta prima l'ipotesi che il doppio diedro in esame sia il primo dei due modellizzati. Si è quindi utilizzato il procedimento illustrato nel § 12 per ottenere  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  dai dati sensoriali e dai parametri intrinseci di modello corrispondenti al primo diedro. Si è utilizzata la matematica dei quaternioni.

Ugualmente si è proceduto per il secondo diedro ottenendo così due coppie di valori per  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  che indichiamo con  $\varphi'_1, \varphi'_2$  e  $\varphi''_1, \varphi''_2$ .

Se risulta:

$$\left\| \begin{array}{c} \varphi'_1 - \varphi'_2 \\ \varphi'_1 - \varphi'_2 \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} \varphi''_1 - \varphi''_2 \\ \varphi''_1 - \varphi''_2 \end{array} \right\| \quad (50)$$

allora si afferma di riconoscere, nel doppio diedro in esame, il doppio diedro n.ro 1, altrimenti si tratta del doppio diedro n.ro 2.

Nell' appendice C si sono riportati, per ogni esperimento, l' errore mediamente commesso nella misura della coppia  $\varphi_1, \varphi_2$  (la norma minore tra quelle indicate in (50)), la percentuale dei riconoscimenti riusciti e la percentuale dei casi in cui il sensore ha rilevato i quattro spigoli essendoci la possibilità che il sensore rilevi meno di quattro punti.

Ciò può accadere perché alcuni tagli possono risultare disposti in modo tale che due dei quattro punti risultino troppo ravvicinati per permetterne la rilevazione. Può accadere anche che gli angoli che si vengono a produrre, a causa della particolare inclinazione del taglio che può esserci in certi casi, risultino poco accentuati e quindi di difficile rilevazione.

Viene prodotto anche un istogramma di frequenza degli errori commessi nella misura della coppia  $\varphi_1, \varphi_2$  indicando le percentuali di errori che cadono in quattro intervalli ( $0^\circ-1^\circ$ ,  $1^\circ-2^\circ$ ,  $2^\circ-4^\circ$ ,  $4^\circ-$ ).

### 13.2. Un esempio di orientamento all' oggetto del sensore RISC

Nel § 2 si è parlato di orientamento all' oggetto del sensore RISC.

Nell' eseguire gli esperimenti di riconoscimento di doppi diedri con le modalità sopra descritte, i parametri che caratterizzano la modalità di funzionamento del sensore RISC sono quelli usati per i solidi di rotazione ovvero parametri del tutto generali non adattati a casi specifici.

I primi due esperimenti, relativi al primo e al secondo diedro, sono appunto realizzati in tale modo.

Si è poi eseguito un terzo esperimento in cui invece i parametri sono stati adattati alla misurazione di poliedri.

Per esempio si sono modificati gli ordini di fitting utilizzati sapendo che in un poliedro le superfici, e quindi anche le loro sezioni, sono del primo ordine.

Si è tenuto anche conto del fatto che almeno tra il secondo ed il terzo punto rilevati dal taglio sui rispettivi spigoli, c'è una discreta distanza ovvero un buon supporto che permette quindi l'uso di operatori di grande supporto ottenendo un miglioramento della precisione.

Questo terzo esperimento è stato fatto sul primo poliedro quindi va confrontato con il primo esperimento.

Si nota un miglioramento del 43% sulla precisione della misura della coppia  $\varphi_1, \varphi_2$ .

L'entità di questo miglioramento va a supporto dell'utilità di un orientamento all'oggetto del sensore RISC e va anche evidenziato come la modifica dei parametri che ha condotto al miglioramento nelle prestazioni, è stata facilmente suggerita dalla natura dell'oggetto grazie alla "comprensibilità" dei parametri ovvero grazie all'intuibilità degli effetti che i parametri hanno sulle prestazioni del sensore in relazione all'oggetto osservato.



## **14. CENNI ALL' APPLICAZIONE DEL SENSORE AL RICONOSCIMENTO ED ALLA LOCALIZZAZIONE DI PARTI INDUSTRIALI REALI**

### **14.1. Riconoscimento e localizzazione di parti industriali reali per mezzo dell' identificazione di diedri**

Nel § 11 abbiamo visto come sia possibile identificare dei diedri per mezzo di due probing piani tra di loro obliqui ed intersecantesi in corrispondenza del punto trovato sullo spigolo dal primo probing.

In un poliedro gli spigoli sono tutti rettilinei quindi i probing suddetti sono sufficienti a caratterizzare completamente lo spigolo.

Se l' oggetto non è poliedrico occorrerà cercare di effettuare la misura di un altro diedro facente parte dello stesso spigolo. Si riuscirà allora a capire se lo spigolo è rettilineo oppure no.

Se lo spigolo non fosse rettilineo si può ipotizzare che sia circolare essendo lo spigolo circolare molto frequente nelle parti industriali.

Da due diedri è già possibile dedurre quale sia il diametro dello spigolo ipotizzato circolare e la sua disposizione nello spazio. Si può quindi cercare di misurare un altro diedro a verifica dell' ipotesi fatta ottenendo anche un miglioramento della stima della posizione e della dimensione dello spigolo.

Il diametro è inoltre una informazione invariante utilizzabile anche per l' accesso diretto al data base.

Individuate delle feature circolari è utile cercare di determinarne alcune caratteristiche relazionali come la complanarità e la coassialità.

La ricerca di feature deve essere condotta nell' intorno di una data feature ovvero localmente affinché ci sia maggiore probabilità che le feature

appartengano allo stesso oggetto almeno nella situazione in cui siano presenti diversi oggetti nella scena.

L' esame locale delle feature dà inoltre maggiori probabilità di trovare un insieme di feature ovvero un feature cluster (FC, § 9.1.3) da porre a confronto col rispettivo FC di modello.

Se il FC non fosse locale, aumenterebbe la probabilità di trovarlo occluso nei dati sensoriali. Ciò ne impedirebbe il matching con il FC di modello.

In una feature circolare, anche interamente visibile, accade che i punti della stessa più vicini all' osservatore siano rilevati come discontinuità ad angolo e permettano la rilevazione del diedro, quelli più lontani sono invece discontinuità a salto per cui non si può rilevare interamente il diedro. Si ottiene comunque un punto dello spigolo e si può rilevare la normale solo sulla superficie visibile. Un esempio di tale situazione è nello spigolo circolare esterno del foro di fig. 6.

## **14.2. Riconoscimento e localizzazione limitati**

Nel § 1.3 abbiamo introdotto il problema del riconoscimento e della localizzazione limitati.

Un esempio può essere quello del riconoscimento e della localizzazione di un foro. Consideriamo quindi la fig. 6 del § 2.10. In tale figura è illustrato un possibile taglio e nel paragrafo vengono fatte considerazioni sul riconoscimento del foro.

Se si fa l' ipotesi che uno o eventualmente due tagli riescano a trovare comunque due punti del bordo del foro, il riconoscimento e la localizzazione del foro non presentano problemi se non quello di adottare semplici accorgimenti prudenziali tesi a verificare che ci si trovi realmente di fronte ad un foro.

Per ottenere il riconoscimento e la localizzazione del foro in queste ipotesi occorre che l' oggetto non si sposti dalla posizione nominale, in cui il taglio passerebbe per il centro del foro, in modo tale da far sì che il taglio non intersechi più il foro. Potremmo dire che lo spostamento massimo non deve superare il raggio del foro.

Si parla di riconoscimento e localizzazione limitati perché sono limitati gli spostamenti che all' oggetto sono consentiti affinché le feature utilizzate per il riconoscimento e la localizzazione risultino comunque individuabili dai probing pianificati per rilevarle.

In ragione della complessità delle strategie di probing utilizzate, le limitazioni imposte alla variabilità della posizione dell' oggetto possono essere meno restrittive a prezzo di un maggior costo delle strategie più complesse.

Questa tecnica di riconoscimento e localizzazione permette di evitare l' utilizzo di costosi sistemi di presentazione delle parti in grado di posizionare le parti con una precisione di decimi di millimetro, sostituiti da sistemi che posizionano con precisione molto minore, dell' ordine dei centimetri, sistemi questi molto meno costosi in quanto il costo di tali sistemi cresce esponenzialmente con la precisione.

Il sistema di riconoscimento e localizzazione risulta inoltre essere ben più semplice di quello che deve affrontare una completa incertezza di localizzazione.

## 15. CONCLUSIONI

L' introduzione dei sensori nella robotica industriale ed in particolare nell' assemblaggio automatizzato, ha notevoli potenzialità. I vantaggi conseguibili tramite l' utilizzo dei sensori sono molteplici: sensori in grado di riconoscere e localizzare le parti possono ridurre i costi connessi ai sistemi di posizionamento ed aumentare l' affidabilità; sensori utilizzati per il monitoraggio e la correzione automatica degli errori possono rendere più affidabili le operazioni di montaggio e ridurre i costi fino al punto, in certi casi, di rendere possibile la robotizzazione di talune operazioni di assemblaggio.

Rimane comunque molto difficile dimostrare la convenienza dell' introduzione di sensori nell' assemblaggio robotizzato ovvero realizzare sensori affidabili, economici, veloci.

Qualunque proposta di introduzione di sensori in robotica non può fare a meno di confrontarsi con tali problematiche e di tenere conto delle caratteristiche e delle esigenze dell' ambiente industriale.

Nel § 1 abbiamo introdotto lo scenario del riconoscimento e della localizzazione limitati, poi riesaminato nel § 14, che risulta essere un punto intermedio tra l' utilizzo di costosi sistemi di posizionamento delle parti senza utilizzo di sensori e l' utilizzo di sensori molto costosi senza sistemi di posizionamento. La proposta del riconoscimento e della localizzazione limitati vuole essere intermedia in quanto prevede l' uso di sistemi di posizionamento più semplici in congiunzione con sensori anche essi semplici. Tale proposta non è mai stata fatta prima nella letteratura a conoscenza dell' autore, anche perché essa è pensata appositamente in funzione del sensore RISC anche esso innovativo.

Inoltre questa proposta appare molto promettente ai fini del raggiungimento di soluzioni proficuamente applicabili alla robotica industriale.

Anche per quanto riguarda il tradizionale scenario del riconoscimento e della localizzazione di parti comunque posizionate, il sensore RISC fornisce soluzioni molto promettenti. Lo abbiamo visto nei §§ 11 e 12.

Ma anche per lo scenario della correzione automatica degli errori il sensore RISC fornisce una soluzione che ha ottime prestazioni in termini di tempi necessari per effettuare una operazione di monitoraggio, in termini di costo del sensore e in termini di affidabilità.

Abbiamo visto eloquenti misure delle prestazioni di velocità nel § 8.

Tutto ciò è dovuto alla peculiare natura delle misure di distanza che sono direttamente collegate alla natura geometrica degli oggetti osservati, ed al particolare uso che di tale misure viene fatto dal sensore RISC che privilegia l'ottenimento di una quantità limitata di misure, in modo da ottimizzare i costi, e l'utilizzo di strategie intelligenti nella pianificazione delle rilevazioni al fine di ricavare la massima quantità e qualità di informazione in stretta correlazione con il compito che il sensore è chiamato a svolgere.

Anche e soprattutto nello studio matematico degli strumenti di base della rilevazione delle discontinuità, si sono proposte soluzioni concepite espressamente in riferimento agli specifici compiti che il sensore è chiamato a svolgere ed all'ambiente in cui il sensore opera.

Si è mostrato come tenere conto dell'ambiente e del compito anche durante lo sviluppo degli strumenti matematici di base, oltre ad essere concettualmente necessario, è anche utile al fine di ottenere prestazioni decisamente migliori in quanto ottimizzate specificatamente in relazione al particolare oggetto osservato, in relazione alla particolare parte dell'oggetto, in funzione di tutte le informazioni disponibili sull'oggetto e sulla sua posizione e in funzione del compito.

Il presente lavoro propone un sensore funzionante ed utilizzabile per gli scopi suddetti che non è che l'inizio di un filone di ricerca che condurrà all'ottenimento di strumenti molto promettenti in termini di proficua utilizzabilità nell'ambito dell'assemblaggio robotizzato.

**APPENDICE** Error! Unknown switch argument.

## **ESPOSIZIONE GRAFICA DI ESEMPI DI UTILIZZO DEL SENSORE**

Proponiamo qui alcuni esempi di simulazione di tagli e di individuazione delle discontinuità su di essi.

Verranno esaminati tre solidi di rotazione, il n.ro 21, il n.ro 3 e il n.ro 100, e verranno mostrate: la spezzata che definisce il modello; il taglio effettuato, prima come proiezione ortogonale dei punti ottenuti, poi come funzione di distanza; la visualizzazione delle discontinuità rilevate.

La spezzata si trova sul piano x-z e, come noto, ruotandola attorno l' asse z si ottiene il solido (o meglio la superficie) di rotazione. Le croci individuano i centimetri sugli assi x e z. Un cerchio vuoto è posto in corrispondenza dell' origine del sistema cartesiano, mentre cerchi vuoti sugli elementi della spezzata indicano che l' elemento è riflettente e cerchi pieni indicano che l' elemento presenta rumore di modello (§ 6.2.1).

Il taglio viene prima visualizzato come proiezione ortogonale sul piano x-y o sul piano y-z o sul piano x-z. La scelta è fatta automaticamente dal sistema al fine di ottenere la visualizzazione più significativa. Indicheremo nella tabella che segue quale piano è stato scelto nei diversi casi. Le croci indicano i punti del taglio ed anche i centimetri sugli assi. I puntini, che a volte sono coperti dalle croci, indicano i punti ideali cioè privi di errore di misura e di rumore di modello.

Segue la visualizzazione come funzione di distanza nel senso specificato nel § 5. In ascisse c'è il numero d' ordine progressivo del punto sul segmento di taglio, in ordinate c'è la distanza dal punto di proiezione laser. La gradinata rappresenta i dati di distanza ideali cioè privi di errore di misura e di rumore di modello, le croci sono i dati comprensivi di tali rumori. Sull' asse delle ordinate, a sinistra, ci sono croci indicanti i centimetri.

Infine c'è la visualizzazione delle discontinuità trovate. E' visualizzato uno spaccato del modello eseguito tagliando il modello con il piano di taglio. E' eseguita una proiezione ortogonale sul piano di taglio. I punti trovati dal taglio sono indicati da puntini che a volte non si vedono perché coperti dalle croci che indicano i fitting locali eseguiti in corrispondenza delle discontinuità. Nel modello n.ro 100 i fitting locali sono stati eliminati per far vedere meglio i puntini. I cerchi indicano i punti di discontinuità. La videata viene centrata automaticamente dal sistema sul baricentro, sul piano di taglio, dei punti ottenuti.

La tabella che segue contiene i dati identificativi del taglio. Nelle visualizzazioni del risultato del taglio (proiezione ortogonale e funzione di distanza) i punti sono limitati a 200 per non rendere i grafici illeggibili.

Le lunghezze sono tutte in mm.

Modello n.ro	21	3	100
Punto di proiezione laser			
x	300	500	100
y	0	0	0
z	400	-170	400
Punto di vista (PSD)			
x	0	500	-100
y	0	500	0
z	400	-170	400
Segmento di taglio			
Punto di partenza			
x	-17	0	0
y	30	0	70
z	0	20	20
Punto di arrivo			
x	3	0	0
y	-30	10	-70
z	0	-360	20
Lungh. segmento di taglio	63	380	140
Punti sul segmento di taglio	126	760	280

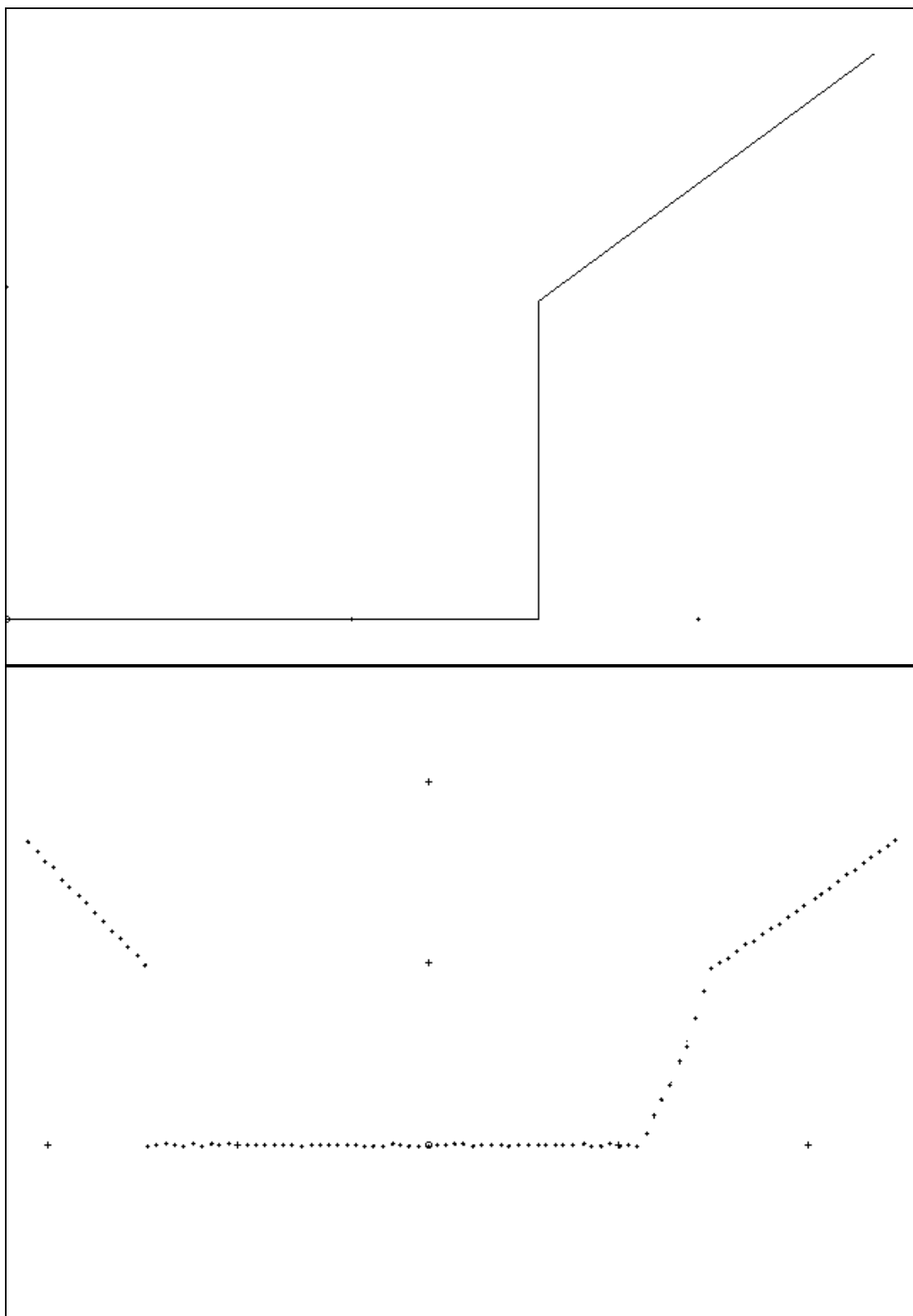
Piano di proiezione  
ortogonale per la  
visualizzazione del taglio

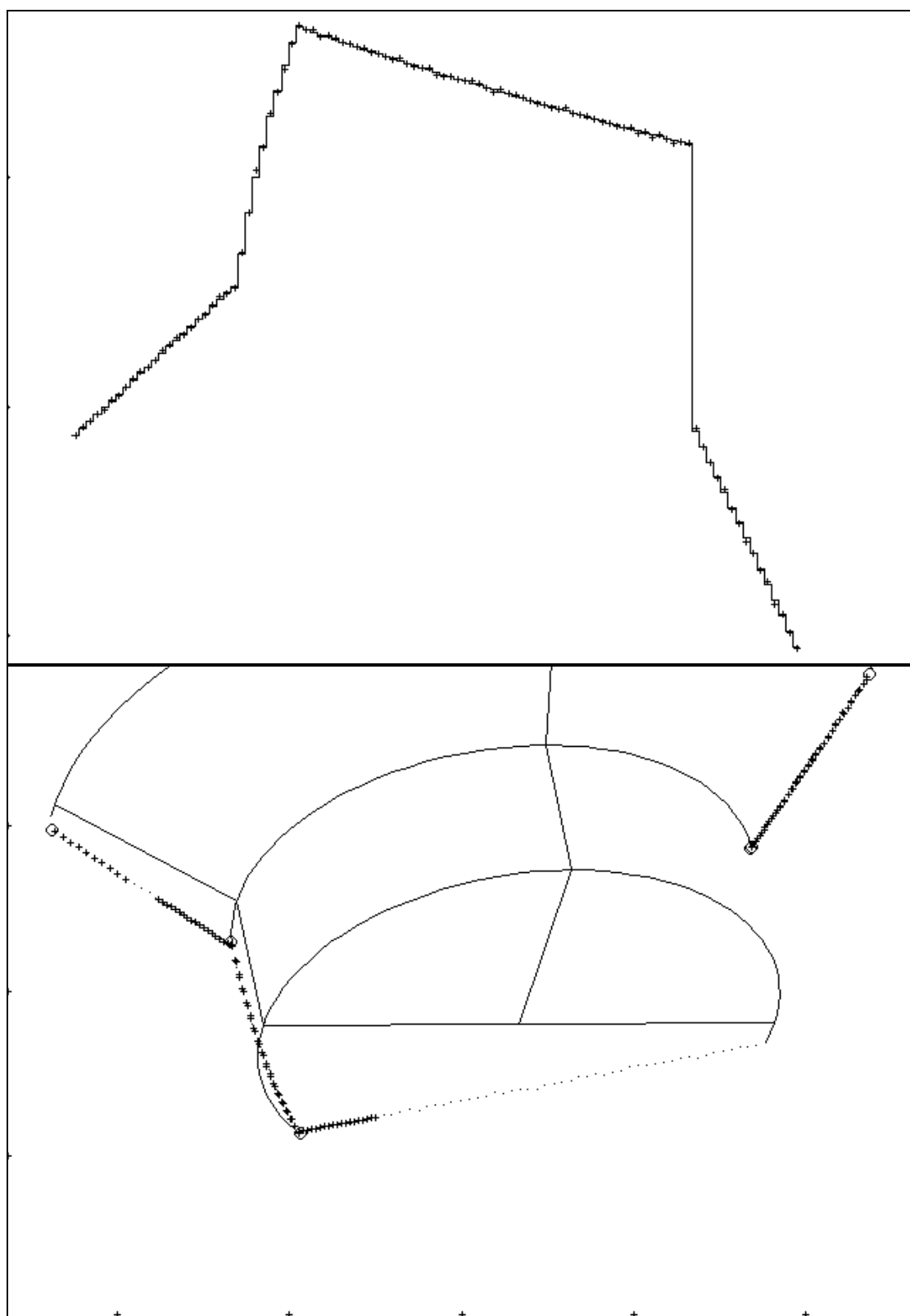
y-z

x-z

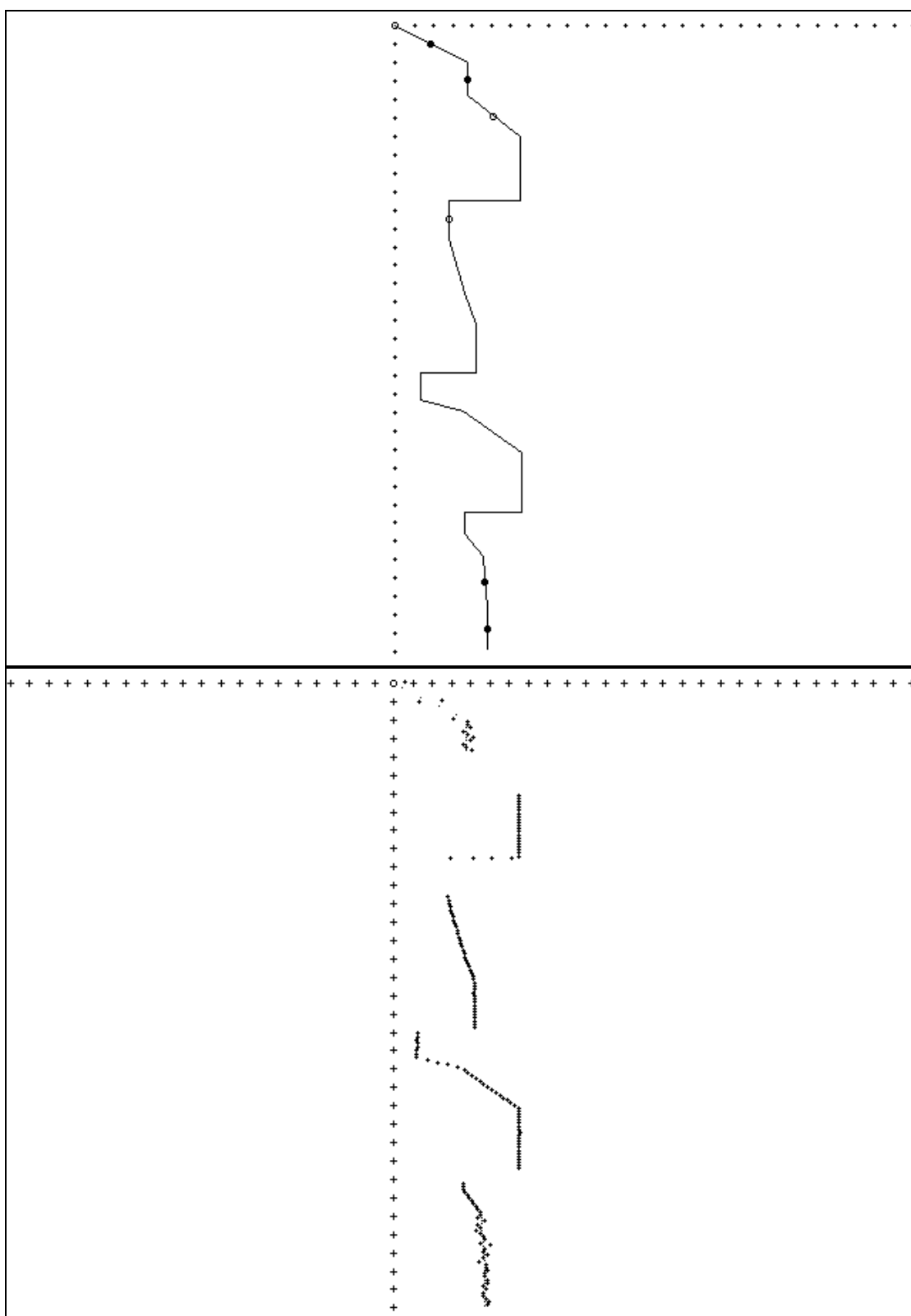
y-z

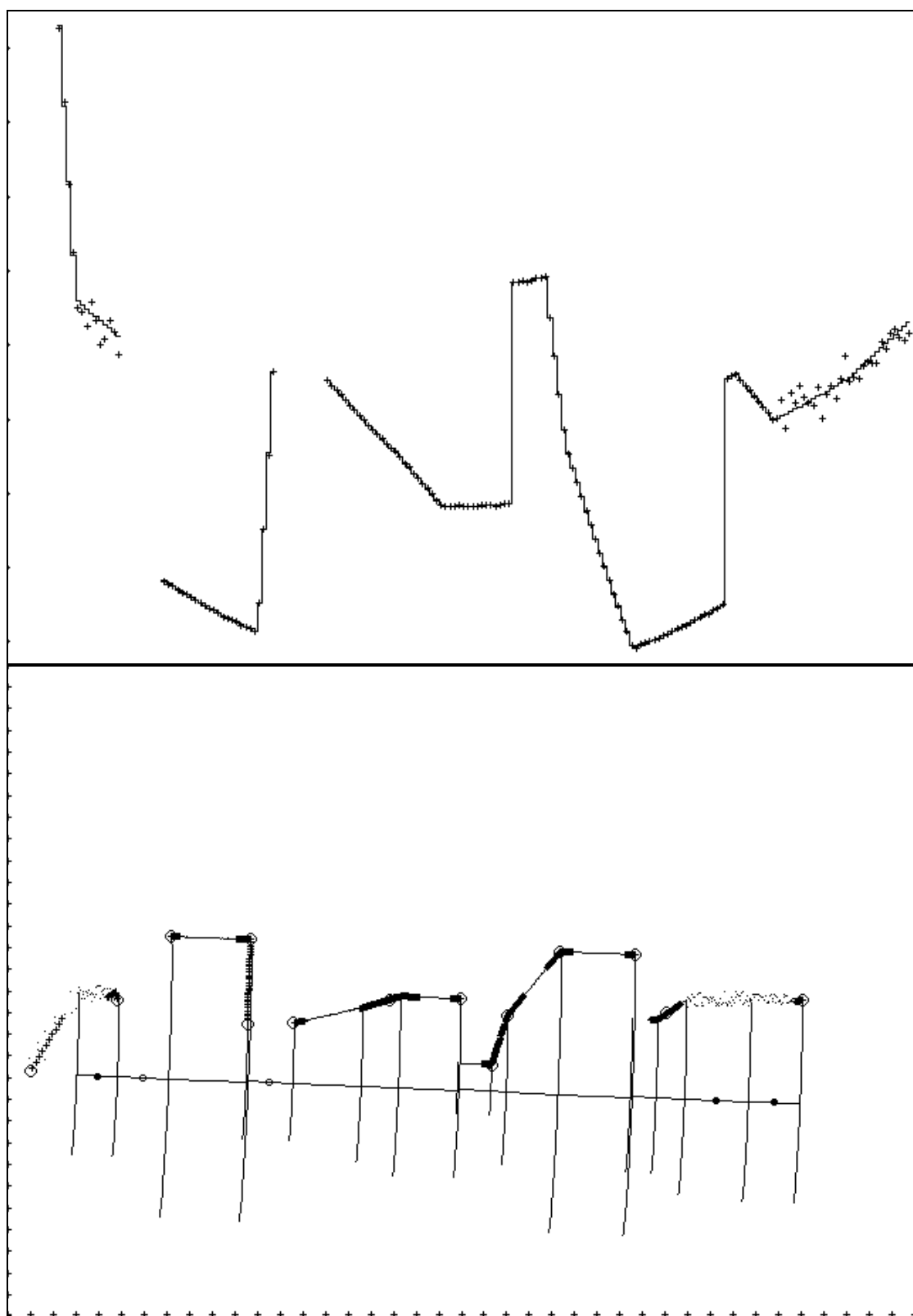


**Modello n.ro 21**

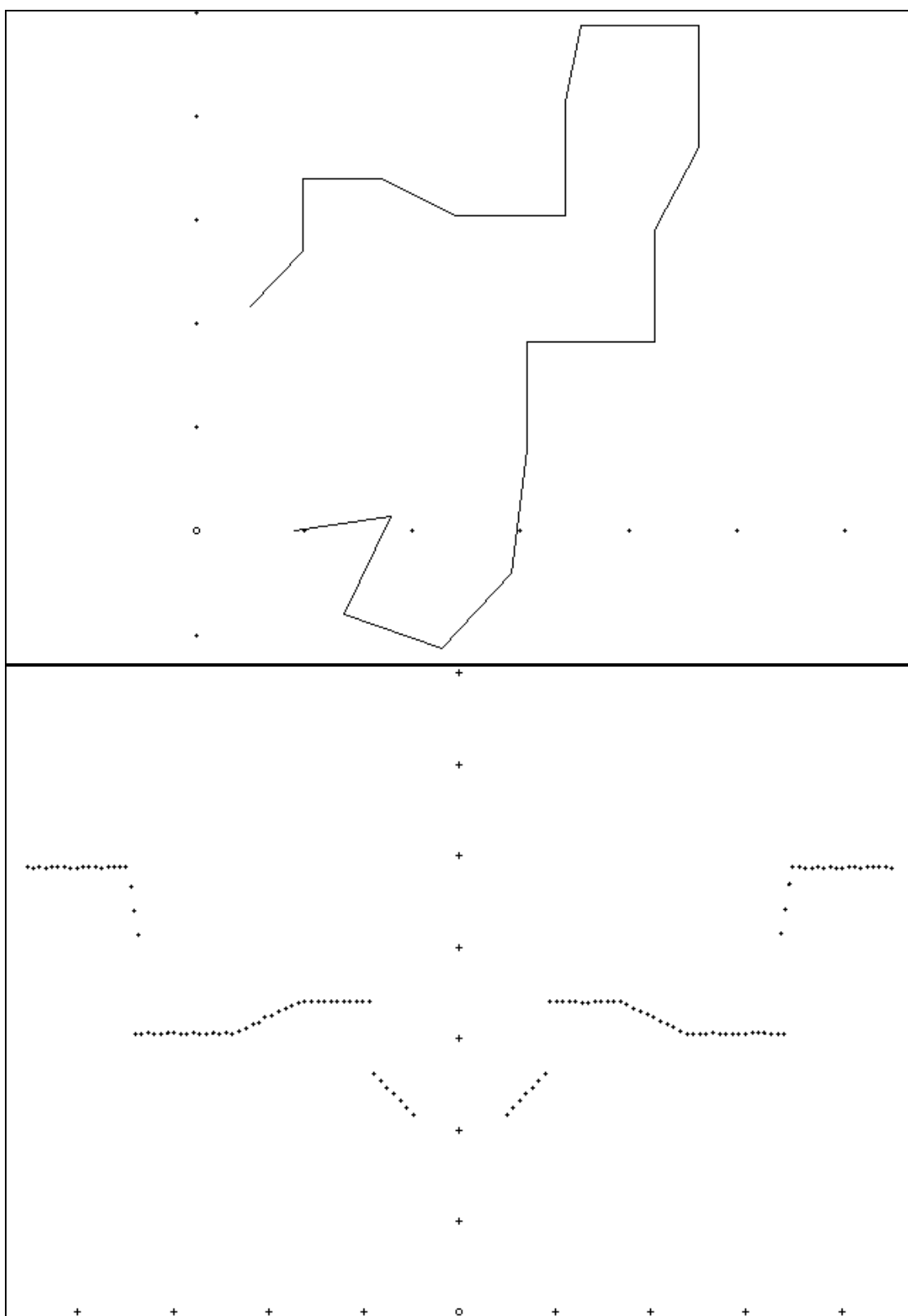


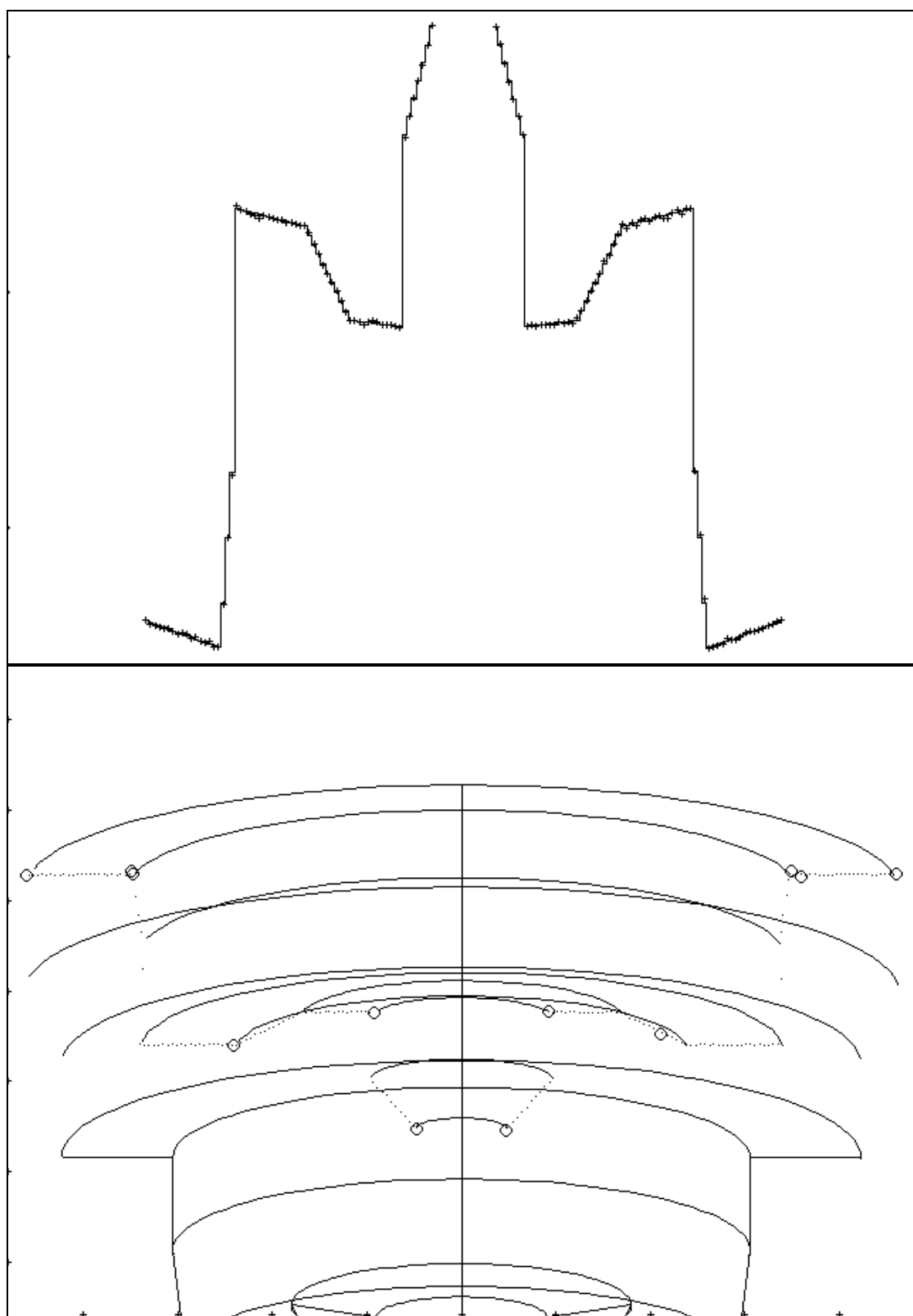
### Modello n.ro 3





## Modello n.ro 100





**APPENDICE** Error! Unknown switch  
argument.

## **RISULTATI DEGLI ESPERIMENTI DI CARATTERIZZAZIONE STATISTICA DEL SENSORE**

Nel § 6.4.1 abbiamo parlato del test statistico delle prestazioni del sensore. Qui è riportato il report di uno di tali test eseguito sui 100 solidi di rotazione presenti nel relativo data-base.

Sono riportati tutti i parametri usati dal software, anche i meno importanti, al fine di garantire la ripetibilità dell' esperimento. I più importanti sono quelli della sezione "Descrizione dei filtri di fitting". Questi sono commentati nei §§ 5 e 6.

Il commento dei risultati finali è nel § 6.4.1. La sezione "Risultati per ogni singolo modello" è stata ridotta mostrando i risultati per alcuni modelli scelti tra i 100 di cui il report originale indicava i dati. In tale sezione sono riportati gli errori di rilevazione delle discontinuità relativamente alle due base-line (§ 6.4.1), gli errori di localizzazione dei cerchi, la percentuale delle discontinuità rilevate rispetto a quelle rilevabili e quella delle discontinuità che sono state associate a discontinuità trovate rispetto al totale delle discontinuità che comprende anche quelle spurie (per es. dovute alle "zone d' ombra" legate al problema della visibilità, vedi § 6.4.1).

```
#####  
#####  
##   Report di un esperimento di Tridimensional Edge Finding  
#####  
#####
```

Codice esperimento: e0202240

```
#####  
##   Parametri usati nell' esperimento
```

```

#####

////////////////////////////////////
//  Parametri usati nella simulazione del modello e nei sistemi
//  di triangolazione
////////////////////////////////////

Massima deviazione angolare complessiva del laser (mrad)_:  0.300
Massima deviazione angolare complessiva del PSD (mrad)__:  0.400
Massimo allontanamento per rumore (mm)_____:  10.000
Distanza del punto di proiezione laser dal modello (mm)__: 500.000

////////////////////////////////////
//  Parametri usati nella ricerca delle discontinuità
////////////////////////////////////

Margine di sicurezza del rumore (#)_____:  1.200
Lunghezza minima del supporto per poter operare la
correzione di massimi locali del rumore (#)_____:  8
Lunghezza del supporto usato per la prima modalità di
correzione dei massimi locali del rumore (#)_____:  5
Rapporto tra punto di massimo e adiacenti nella prima
modalità di correzione del rumore (#)_____:  2.000
Lunghezza del supporto usato per la seconda modalità di
correzione dei massimi locali del rumore (#)_____:  9
Rapporto tra punto di massimo e adiacenti nella seconda
modalità di correzione del rumore (#)_____:  2.000
Numero massimo di filtri di ordine superiore abilitati
alla soppressione delle discontinuità inferiori (#)_____:  1
Soglia per la correzione dei valori del rumore
utilizzando stime a priori (mm)_____:  0.100
Valore di correzione per i valori sotto la soglia (mm)__:  0.100

////////////////////////////////////
//  Descrizione dei filtri di fitting
////////////////////////////////////

Numero di filtri per il fitting grossolano (#)_____:  8
Numero di filtri per il fitting fine (#)_____:  14

Num. filtro  Lungh. supp. Ordine fitt. Filtro fine  Soglia
0            4            1            0            0.750000
1            6            2            1            0.833333
2            8            2            2            0.875000
3           10            2            3            0.900000
4           14            2            4            0.928571
5           18            2            5            0.888889
6           24            2            6            0.916667
7           30            2            7            0.900000
8           36            3            8            0.916667
9           44            3            9            0.931818
10          52            3           10            0.903846
11          60            3           11            0.900000
12          68            3           12            0.911765

```



13                      76                      3                      13                      0.907895

```

////////////////////////////////////
//  Parametri usati nella localizzazione delle discontinuità
////////////////////////////////////

```

```

Numero dell' ultimo filtro "piccolo" (#)_____ :   3
Con riferimento al filtro nominale (quando "piccolo"),
numero del più basso filtro esaminato (#)_____ :   1
Con riferimento al filtro nominale (quando "piccolo"),
numero del più alto filtro esaminato (#)_____ :   4
Con riferimento al filtro nominale (quando "grande"),
numero del più basso filtro esaminato (#)_____ :   0
Con riferimento al filtro nominale (quando "grande"),
numero del più alto filtro esaminato (#)_____ :   3
Fattore di incremento della soglia oltre la quale si
rileva una discontinuità a salto (#)_____ :   3.000
Fattore di incremento della soglia oltre la quale si
rileva una discontinuità ad angolo (#)_____ :   3.000

```

```

////////////////////////////////////
//  Parametri usati nell' analisi discontinuità
////////////////////////////////////

```

```

Passo grossolano di spaziatura dei punti sulla
retta di taglio (mm)_____ :   0.500
Passo fine di spaziatura dei punti sulla
retta di taglio (mm)_____ :   0.250
Soglia di curvatura minima necessaria per dichiarare
che la discontinuità non è uno spigolo reale (1/mm)_____ :  -0.010
Soglia di angolazione minima necessaria per dichiarare
che la discontinuità non è uno spigolo reale (#)_____ :   6.000
Numero di tentativi di fitting per discontinuità di
bordo (#)_____ :   2
Numero di filtri usati per il fitting per discontinuità
di bordo (#)_____ :   4
Fattore di incremento del numero dei punti del taglio
fine eseguito per localizzare ogni discontinuità (#)_____ :   2.500

```

```

////////////////////////////////////
//  Parametri usati nell' associazione delle discontinuità
//  agli spigoli ideali
////////////////////////////////////

```

```

Soglia massima di distanza entro la quale una
discontinuità è associata ad uno spigolo (mm)_____ :   3.000
Soglia massima di distanza entro la quale una
discontinuità è dichiarata doppiata di un' altra (mm)_____ :   5.000

```

```

////////////////////////////////////
//  Modelli e sistemi di triangolazione usati nell' esperimento
////////////////////////////////////

```

```

Numero del primo modello rotondo da usare_____ :   1

```

Numero dell' ultimo modello rotondo da usare_____:	100
Numero del primo sistema di triangolazione da usare_____:	16
Numero dell' ultimo sistema di triangolazione da usare_____:	16
Numero di tagli per ognuna delle 8 base line del sistema di triangolazione_____:	3

```
#####
# Risultati dell' esperimento
#####
```

```

////////////////////////////////////
//  Risultati per ogni singolo modello
////////////////////////////////////

```

Mod	Errorre spig.	Errorre cerchi	ass/spig	ass/disc	dopp/disc	pti x cerchio						
	bsl 1	bsl 2	bsl 1	bsl 2	b 1	b 2	b 1	b 2	b 1	b 2	b 1	b 2
1	0.269	0.377	0.100	0.132	64.1	64.1	63.6	62.1	30.6	4.0	5	3
10	0.279	0.240	0.039	0.078	90.6	75.6	69.1	61.2	6.8	0.9	6	5
14	0.284	0.249	0.068	0.057	79.9	88.8	61.5	64.9	6.0	3.6	7	6
22	0.135	0.366	0.063	0.138	72.9	66.0	49.3	59.7	2.8	0.0	4	4
39	0.259	0.367	0.056	0.082	85.6	99.9	64.7	72.9	2.6	4.0	6	6
91	0.193	0.131	0.070	0.052	42.4	41.0	47.2	50.0	0.0	0.0	4	5
100	0.322	0.377	0.186	0.120	66.9	52.8	58.3	54.2	9.6	8.4	3	3

```

////////////////////////////////////
//  Risultati complessivi
////////////////////////////////////

```

	Base line 1	Base line 2
Errore medio commesso nella localizzazione delle discontinuità (mm)_____:	0.337	0.322
Errore medio commesso nella localizzazione dei cerchi costituenti i contorni degli elementi dei modelli (mm)_____:	0.143	0.140
Percentuale media di discontinuità nei tagli che sono state trovate rispetto al numero delle discontinuità che è possibile trovare in un taglio (%)_____:	58.4	57.0
Percentuale media di discontinuità trovate corrispondenti a discontinuità reali rispetto al totale delle discontinuità trovate (%)_____:	57.2	56.5
Percentuale delle presunte doppie risposte dell' algoritmo a discontinuità reali rispetto al totale delle discontinuità trovate (%) :	5.6	3.7

Numero medio di punti appartenenti ad un  
cerchio individuati (#) \_\_\_\_\_: 5 4

Nel § 6.2.3 si è parlato della valutazione dell' errore di misura del sensore. Qui riportiamo i risultati di un esperimento di valutazione dell' errore di misura in cui si sono effettuati 64 tagli per modello utilizzando il sistema di triangolazione (§§ 6.4.1 e 6.5) n.ro 16. Si sono ottenuti così 6400 tagli di 200 punti ciascuno per un totale di 1280000 misure delle quali solo 714033 sono significative ovvero hanno riportato un valore di distanza mentre le altre sono risultate indefinite essendo il raggio laser caduto fuori dell' oggetto oppure in "zone d' ombra".

L' errore è da intendersi come distanza tra il punto ideale e quello effettivamente rilevato dal sensore. Essendo una distanza tra due punti nello spazio tridimensionale, è sempre positivo. Non va confuso con un errore che può assumere valori positivi o negativi e che ha media nulla. Il nostro errore ha media sicuramente non nulla ed assomiglia alla "varianza" di un errore tradizionale a media nulla.

Si sono riportati i valori dell' errore angolare del laser e del PSD dai quali dipende l' entità dell' errore di misura. I risultati per ogni modello non sono riportati tutti per brevità.

#### Report valutazione errore misura

Deviazione laser (complessiva)\_: 0.300 mrad  
Deviazione PSD (complessiva)\_\_: 0.400 mrad

Num.mod.	Punti	Errore	Dev. std.
rotondo		medio	errore
1	6827	0.114	0.097
2	9330	0.105	0.081
4	6742	0.104	0.072
12	8746	0.101	0.064
14	5836	0.138	0.153
27	10807	0.102	0.078
39	6018	0.128	0.153
44	6593	0.132	0.148
49	8570	0.103	0.069
56	6822	0.101	0.065
65	5100	0.098	0.058
72	8211	0.121	0.147
81	6449	0.118	0.165
97	6490	0.133	0.152
100	8358	0.108	0.073

Punti totali: 714033

Errore medio\_\_\_\_\_: 0.111

Dev. std. dell' errore medio\_\_\_\_: 0.106

Media delle dev. std.\_\_\_\_\_: 0.101

Dev. std. delle dev. std.\_\_\_\_\_: 0.035

Minimo e massimo errore\_\_\_\_\_: 0.098 0.138

Minima e massima dev. std. err.\_\_\_\_: 0.061 0.229

I report qui illustrati sono, come abbiamo visto, riportati in modo incompleto per brevità. Negli archivi facenti parte del pacchetto software si possono trovare i report originali e nuovi report possono essere creati con le apposite funzionalità del software.

**APPENDICE** Error! Unknown switch  
argument.

## **RISULTATI DEGLI ESPERIMENTI DI RICONOSCIMENTO DI POLIEDRI**

Gli esperimenti di riconoscimento qui riportati sono descritti nel § 13. I primi due sono relativi ai due doppi diedri mentre il terzo si riferisce al primo doppio diedro essendosi adattati i parametri all' oggetto per ottenere migliori risultati come spiegato nel § 13.2.

Si può notare infatti come gli ordini dei fitting siano stati portati quasi tutti al primo ordine perché le sezioni piane (i tagli) di un poliedro producono curve del primo ordine.

Vengono riportati tutti i parametri usati nel programma al momento dell' esecuzione dell' esperimento analogamente a quanto fatto nei report illustrati nell' appendice B.

```
#####
#####
##   Report di un esperimento di localizz. e ricon. poliedri
#####
#####

Codice esperimento: p1011500

#####
##   Parametri usati nell' esperimento
#####

////////////////////////////////////
//   Parametri usati nella simulazione del modello
////////////////////////////////////

Massima deviazione angolare complessiva del laser (mrad)_: 0.300
Massima deviazione angolare complessiva del PSD (mrad)__: 0.400
Massimo allontanamento per rumore (mm)_____: 10.000
```

```

////////////////////////////////////
//  Parametri usati nella ricerca delle discontinuità
////////////////////////////////////

```

```

Margine di sicurezza del rumore (#)_____ :   1.200
Lunghezza minima del supporto per poter operare la
correzione di massimi locali del rumore (#)_____ :    8
Lunghezza del supporto usato per la prima modalità di
correzione dei massimi locali del rumore (#)_____ :    5
Rapporto tra punto di massimo e adiacenti nella prima
modalità di correzione del rumore (#)_____ :   2.000
Lunghezza del supporto usato per la seconda modalità di
correzione dei massimi locali del rumore (#)_____ :    9
Rapporto tra punto di massimo e adiacenti nella seconda
modalità di correzione del rumore (#)_____ :   2.000
Numero massimo di filtri di ordine superiore abilitati
alla soppressione delle discontinuità inferiori (#)_____ :    1
Soglia per la correzione dei valori del rumore
utilizzando stime a priori (mm)_____ :   0.100
Valore di correzione per i valori sotto la soglia (mm)_____ :   0.100

```

```

////////////////////////////////////
//  Descrizione dei filtri di fitting
////////////////////////////////////

```

```

Numero di filtri per il fitting grossolano (#)_____ :    8
Numero di filtri per il fitting fine (#)_____ :   14

```

Num. filtro	Lungh. supp.	Ordine fitt.	Filtro fine	Soglia
0	4	1	0	0.750000
1	6	1	1	0.833333
2	8	1	2	0.875000
3	10	2	3	0.900000
4	14	2	4	0.928571
5	18	2	5	0.888889
6	24	2	6	0.916667
7	30	2	7	0.900000
8	36	2	8	0.916667
9	44	2	9	0.931818
10	52	2	10	0.903846
11	60	3	11	0.900000
12	68	3	12	0.911765
13	76	3	13	0.907895

```

////////////////////////////////////
//  Parametri usati nella localizzazione delle discontinuità
////////////////////////////////////

```

```

Numero dell' ultimo filtro "piccolo" (#)_____ :    3
Con riferimento al filtro nominale (quando "piccolo"),
numero del più basso filtro esaminato (#)_____ :    1
Con riferimento al filtro nominale (quando "piccolo"),
numero del più alto filtro esaminato (#)_____ :    4
Con riferimento al filtro nominale (quando "grande"),

```

```

numero del più basso filtro esaminato (#)_____ : 0
Con riferimento al filtro nominale (quando "grande"),
numero del più alto filtro esaminato (#)_____ : 3
Fattore di incremento della soglia oltre la quale si
rileva una discontinuità a salto (#)_____ : 3.000
Fattore di incremento della soglia oltre la quale si
rileva una discontinuità ad angolo (#)_____ : 3.000

```

```

////////////////////////////////////
// Parametri usati nell' analisi delle discontinuità
////////////////////////////////////

```

```

Passo grossolano di spaziatura dei punti sulla
retta di taglio (mm)_____ : 0.400
Passo fine di spaziatura dei punti sulla
retta di taglio (mm)_____ : 0.200
Soglia di curvatura minima necessaria per dichiarare
che la discontinuità non è uno spigolo reale (1/mm)_____ : -0.010
Soglia di angolazione minima necessaria per dichiarare
che la discontinuità non è uno spigolo reale (#)_____ : 6.000
Numero di tentativi di fitting per discontinuità di
bordo (#)_____ : 2
Numero di filtri usati per il fitting per discontinuità
di bordo (#)_____ : 4
Fattore di incremento del numero dei punti del taglio
fine eseguito per localizzare ogni discontinuità (#)_____ : 2.500

```

```

////////////////////////////////////
// Parametri usati nell' associazione delle discontinuità
// agli spigoli ideali
////////////////////////////////////

```

```

Soglia massima di distanza entro la quale una
discontinuità è associata ad uno spigolo (mm)_____ : 3.000
Soglia massima di distanza entro la quale una
discontinuità è dichiarata doppiata di un' altra (mm)_____ : 5.000

```

```

////////////////////////////////////
// Poliedro esaminato e iterazioni
////////////////////////////////////

```

```

Numero del poliedro in esame_____ : 1
Numero delle iterazioni da compiere_____ : 500

```

```

#####
## Risultati dell' esperimento
#####

```

```

Errore medio commesso nel riconoscimento
del poliedro (°)_____ : 1.165
Percentuale dei successi nel riconoscimento
del poliedro (%)_____ : 98.6

```

Percentuale dei tentativi in cui si sono  
trovati i punti necessari al riconoscimento  
del poliedro (%) \_\_\_\_\_: 86.0  
Percentuali errori nelle fasce  
0°-1°, 1°-2°, 2°-4°, 4°- (%) \_\_\_\_\_: 56.4 27.4 14.2 2.1

```
#####
#####
## Report di un esperimento di localizz. e ricon. poliedri
#####
#####
```

Codice esperimento: p1022500

```
#####
## Parametri usati nell' esperimento
#####
```

```
////////////////////////////////////
// Parametri usati nella simulazione del modello
////////////////////////////////////
```

Massima deviazione angolare complessiva del laser (mrad)\_: 0.300  
Massima deviazione angolare complessiva del PSD (mrad)\_: 0.400  
Massimo allontanamento per rumore (mm)\_: 10.000

```
////////////////////////////////////
// Parametri usati nella ricerca delle discontinuità
////////////////////////////////////
```

Margine di sicurezza del rumore (#)\_: 1.200  
Lunghezza minima del supporto per poter operare la  
correzione di massimi locali del rumore (#)\_: 8  
Lunghezza del supporto usato per la prima modalità di  
correzione dei massimi locali del rumore (#)\_: 5  
Rapporto tra punto di massimo e adiacenti nella prima  
modalità di correzione del rumore (#)\_: 2.000  
Lunghezza del supporto usato per la seconda modalità di  
correzione dei massimi locali del rumore (#)\_: 9  
Rapporto tra punto di massimo e adiacenti nella seconda  
modalità di correzione del rumore (#)\_: 2.000  
Numero massimo di filtri di ordine superiore abilitati  
alla soppressione delle discontinuità inferiori (#)\_: 1  
Soglia per la correzione dei valori del rumore  
utilizzando stime a priori (mm)\_: 0.100  
Valore di correzione per i valori sotto la soglia (mm)\_: 0.100

```
////////////////////////////////////
// Descrizione dei filtri di fitting
////////////////////////////////////
```

Numero di filtri per il fitting grossolano (#)\_: 8



Numero di filtri per il fitting fine (#) \_\_\_\_\_: 14

Num. filtro	Lungh. supp.	Ordine fitt.	Filtro fine	Soglia
0	4	1	0	0.750000
1	6	1	1	0.833333
2	8	1	2	0.875000
3	10	2	3	0.900000
4	14	2	4	0.928571
5	18	2	5	0.888889
6	24	2	6	0.916667
7	30	2	7	0.900000
8	36	2	8	0.916667
9	44	2	9	0.931818
10	52	2	10	0.903846
11	60	3	11	0.900000
12	68	3	12	0.911765
13	76	3	13	0.907895

////////////////////////////////////  
 // Parametri usati nella localizzazione delle discontinuità  
 //////////////////////////////////////

Numero dell' ultimo filtro "piccolo" (#) \_\_\_\_\_: 3  
 Con riferimento al filtro nominale (quando "piccolo"),  
 numero del più basso filtro esaminato (#) \_\_\_\_\_: 1  
 Con riferimento al filtro nominale (quando "piccolo"),  
 numero del più alto filtro esaminato (#) \_\_\_\_\_: 4  
 Con riferimento al filtro nominale (quando "grande"),  
 numero del più basso filtro esaminato (#) \_\_\_\_\_: 0  
 Con riferimento al filtro nominale (quando "grande"),  
 numero del più alto filtro esaminato (#) \_\_\_\_\_: 3  
 Fattore di incremento della soglia oltre la quale si  
 rileva una discontinuità a salto (#) \_\_\_\_\_: 3.000  
 Fattore di incremento della soglia oltre la quale si  
 rileva una discontinuità ad angolo (#) \_\_\_\_\_: 3.000

////////////////////////////////////  
 // Parametri usati nell' analisi delle discontinuità  
 //////////////////////////////////////

Passo grossolano di spaziatura dei punti sulla  
 retta di taglio (mm) \_\_\_\_\_: 0.400  
 Passo fine di spaziatura dei punti sulla  
 retta di taglio (mm) \_\_\_\_\_: 0.200  
 Soglia di curvatura minima necessaria per dichiarare  
 che la discontinuità non è uno spigolo reale (1/mm) \_\_\_\_\_: -0.010  
 Soglia di angolazione minima necessaria per dichiarare  
 che la discontinuità non è uno spigolo reale (#) \_\_\_\_\_: 6.000  
 Numero di tentativi di fitting per discontinuità di  
 bordo (#) \_\_\_\_\_: 2  
 Numero di filtri usati per il fitting per discontinuità  
 di bordo (#) \_\_\_\_\_: 4  
 Fattore di incremento del numero dei punti del taglio  
 fine eseguito per localizzare ogni discontinuità (#) \_\_\_\_\_: 2.500

```

////////////////////////////////////
//  Parametri usati nell' associazione delle discontinuità
//  agli spigoli ideali
////////////////////////////////////

```

Soglia massima di distanza entro la quale una  
discontinuità è associata ad uno spigolo (mm)\_\_\_\_\_: 3.000  
Soglia massima di distanza entro la quale una  
discontinuità è dichiarata doppiata di un' altra (mm)\_\_\_\_: 5.000

```

////////////////////////////////////
//  Poliedro esaminato e iterazioni
////////////////////////////////////

```

Numero del poliedro in esame\_\_\_\_\_: 2  
Numero delle iterazioni da compiere\_\_\_\_\_: 500

```

#####
##  Risultati dell' esperimento
#####

```

Errore medio commesso nel riconoscimento  
del poliedro (°)\_\_\_\_\_: 1.537  
Percentuale dei successi nel riconoscimento  
del poliedro (%)\_\_\_\_\_: 97.0  
Percentuale dei tentativi in cui si sono  
trovati i punti necessari al riconoscimento  
del poliedro (%)\_\_\_\_\_: 92.8  
Percentuali errori nelle fasce  
0°-1°, 1°-2°, 2°-4°, 4°- (%)\_\_\_\_\_: 55.8 22.0 12.7 9.6

```

#####
#####
##  Report di un esperimento di localizz. e ricon. poliedri
#####
#####

```

Codice esperimento: p4051500

```

#####
##  Parametri usati nell' esperimento
#####

```

```

////////////////////////////////////
//  Parametri usati nella simulazione del modello
////////////////////////////////////

```

Massima deviazione angolare complessiva del laser (mrad)\_: 0.300  
Massima deviazione angolare complessiva del PSD (mrad)\_\_\_\_: 0.400

Massimo allontanamento per rumore (mm)\_\_\_\_\_: 10.000

////////////////////////////////////  
 // Parametri usati nella ricerca delle discontinuità  
 //////////////////////////////////////

Margine di sicurezza del rumore (#)\_\_\_\_\_: 1.200  
 Lunghezza minima del supporto per poter operare la  
 correzione di massimi locali del rumore (#)\_\_\_\_\_: 8  
 Lunghezza del supporto usato per la prima modalità di  
 correzione dei massimi locali del rumore (#)\_\_\_\_\_: 5  
 Rapporto tra punto di massimo e adiacenti nella prima  
 modalità di correzione del rumore (#)\_\_\_\_\_: 2.000  
 Lunghezza del supporto usato per la seconda modalità di  
 correzione dei massimi locali del rumore (#)\_\_\_\_\_: 9  
 Rapporto tra punto di massimo e adiacenti nella seconda  
 modalità di correzione del rumore (#)\_\_\_\_\_: 2.000  
 Numero massimo di filtri di ordine superiore abilitati  
 alla soppressione delle discontinuità inferiori (#)\_\_\_\_\_: 1  
 Soglia per la correzione dei valori del rumore  
 utilizzando stime a priori (mm)\_\_\_\_\_: 0.100  
 Valore di correzione per i valori sotto la soglia (mm)\_\_\_\_: 0.100

////////////////////////////////////  
 // Descrizione dei filtri di fitting  
 //////////////////////////////////////

Numero di filtri per il fitting grossolano (#)\_\_\_\_\_: 8  
 Numero di filtri per il fitting fine (#)\_\_\_\_\_: 14

Num. filtro	Lungh. supp.	Ordine fitt.	Filtro fine	Soglia
0	4	1	0	0.750000
1	6	1	1	0.833333
2	8	1	2	0.875000
3	10	1	3	0.900000
4	14	1	4	0.928571
5	18	1	5	0.888889
6	24	1	6	0.916667
7	30	1	7	0.900000
8	36	1	8	0.916667
9	44	1	9	0.931818
10	52	2	10	0.903846
11	60	2	11	0.900000
12	68	2	12	0.911765
13	76	2	13	0.907895

////////////////////////////////////  
 // Parametri usati nella localizzazione delle discontinuità  
 //////////////////////////////////////

Numero dell' ultimo filtro "piccolo" (#)\_\_\_\_\_: 3  
 Con riferimento al filtro nominale (quando "piccolo"),  
 numero del più basso filtro esaminato (#)\_\_\_\_\_: 2  
 Con riferimento al filtro nominale (quando "piccolo"),

```

numero del più alto filtro esaminato (#)_____ : 13
Con riferimento al filtro nominale (quando "grande"),
numero del più basso filtro esaminato (#)_____ : 0
Con riferimento al filtro nominale (quando "grande"),
numero del più alto filtro esaminato (#)_____ : 10
Fattore di incremento della soglia oltre la quale si
rileva una discontinuità a salto (#)_____ : 3.000
Fattore di incremento della soglia oltre la quale si
rileva una discontinuità ad angolo (#)_____ : 3.000

```

```

////////////////////////////////////
// Parametri usati nell' analisi delle discontinuità
////////////////////////////////////

```

```

Passo grossolano di spaziatura dei punti sulla
retta di taglio (mm)_____ : 0.400
Passo fine di spaziatura dei punti sulla
retta di taglio (mm)_____ : 0.200
Soglia di curvatura minima necessaria per dichiarare
che la discontinuità non è uno spigolo reale (1/mm)_____ : -0.010
Soglia di angolazione minima necessaria per dichiarare
che la discontinuità non è uno spigolo reale (#)_____ : 6.000
Numero di tentativi di fitting per discontinuità di
bordo (#)_____ : 2
Numero di filtri usati per il fitting per discontinuità
di bordo (#)_____ : 4
Fattore di incremento del numero dei punti del taglio
fine eseguito per localizzare ogni discontinuità (#)_____ : 6.000

```

```

////////////////////////////////////
// Parametri usati nell' associazione delle discontinuità
// agli spigoli ideali
////////////////////////////////////

```

```

Soglia massima di distanza entro la quale una
discontinuità è associata ad uno spigolo (mm)_____ : 3.000
Soglia massima di distanza entro la quale una
discontinuità è dichiarata doppiata di un' altra (mm)_____ : 5.000

```

```

////////////////////////////////////
// Poliedro esaminato e iterazioni
////////////////////////////////////

```

```

Numero del poliedro in esame_____ : 1
Numero delle iterazioni da compiere_____ : 500

```

```

#####
## Risultati dell' esperimento
#####

```

```

Errore medio commesso nel riconoscimento
del poliedro (°)_____ : 0.813

```

Percentuale dei successi nel riconoscimento del poliedro (%)	:	99.8
Percentuale dei tentativi in cui si sono trovati i punti necessari al riconoscimento del poliedro (%)	:	99.6
Percentuali errori nelle fasce 0°-1°, 1°-2°, 2°-4°, 4°- (%)	:	73.4 18.9 7.4 0.2

**APPENDICE** Error! Unknown switch argument.

## **RICHIAMI DI STATISTICA E COMMENTI AL CAPITOLO 5**

### **La verosimiglianza del fitting**

L' operazione del fitting consiste nel cercare la funzione che meglio si adatta ai dati. Tale funzione va scelta in una certa famiglia per es. quella dei polinomi di un certo ordine.

Individuato tale polinomio come quello che minimizza l' errore quadratico medio commesso nello spiegare i dati, occorre stabilire se l' ordine scelto corrisponde a quello del polinomio che si ipotizza aver prodotto i dati che sono poi stati corrotti da rumore.

Owero nell' eseguire il fitting si deve cercare di indovinare quale polinomio, nascosto dal rumore, ha prodotto i dati e tentato il fitting occorre avere gli strumenti per decidere se il polinomio aveva l' ordine giusto o meno.

Se l' errore quadratico medio che si ottiene è superiore alla varianza del rumore che corrompe i dati, vuol dire che l' ordine del polinomio scelto è troppo basso. Se l' errore quadratico medio è inferiore alla varianza del rumore, vuol dire che il polinomio è di ordine troppo elevato ed utilizza gli ordini, ovvero i gradi di libertà, eccedenti per adattarsi al rumore.

La situazione ideale è quella in cui errore e varianza del rumore si equivalgono avendo in tal caso l' operazione di fitting correttamente individuato la separazione tra la funzione che ha prodotto i dati e il rumore che li ha corrotti.

Se però non è nota la varianza del rumore, non è possibile valutare la correttezza del fitting. In tal caso, invece, se è nota la funzione che ha prodotto i dati, possiamo stimare il rumore.

Non è possibile stimare le due cose contemporaneamente.

Il test di verosimiglianza è quello che confronta la varianza del rumore con l'errore di fitting per stabilire la correttezza del fitting. Il test avrà successo se l'errore di fitting non è né troppo grande rispetto al rumore, né troppo piccolo.

Le cose sono un po' diverse nel caso in cui il rumore abbia distribuzione uniforme. In tal caso occorre immaginare attorno ad ogni dato un intervallo indicante l'entità del rumore. Se per es. il rumore è compreso tra -1 e 1 con distribuzione uniforme su tale intervallo, se un dato è pari a 45, ad esso assoceremo l'intervallo [44,46]. Indicati graficamente tutti gli intervalli relativi ai dati, il fitting sarà verosimile se passerà internamente al maggior numero possibile di intervalli. Due fitting sono ugualmente verosimili se passano internamente a tutti gli intervalli. La loro verosimiglianza, usando i termini del § 5.1.2, è unitaria.

## Test ad una e a due code

Prendiamo in considerazione una variabile gaussiana di varianza unitaria e a media nulla. Ci troviamo inoltre di fronte al numero 1000000. Vogliamo decidere se tale numero è o meno una estrazione della suddetta variabile casuale. Ovviamente risponderemo di no perché non appare verosimile che il numero 1000000 possa venire prodotto, anche se tale evento non è impossibile.

In pratica potremo rigettare l'ipotesi che un numero sia una realizzazione di una gaussiana di varianza unitaria e media nulla se tale numero è maggiore di 2,576 o anche minore di -2,576. La simmetria della ddp della gaussiana impone di effettuare il test su due code ovvero di rigettare sia numeri positivi troppo grandi, sia numeri negativi troppo grandi (in modulo). Il fatto di rigettare un numero se non compreso nell'intervallo  $[-2,576, 2,576]$  vuol dire che abbiamo l'1% di probabilità di rigettare dei numeri che invece sono realmente delle estrazioni della variabile. Questo 1% è chiamato significatività del test. Per un test di significatività pari al 5% l'intervallo di accettazione è  $[-1,960, 1,960]$ .

Nel caso di una ddp esponenziale, definita solo per valori positivi della variabile, il test su due code sarebbe errato, vanno rigettati solo valori grandi, valori piccoli (qui la variabile è sempre positiva) sono invece ben verosimili.

E' possibile fare il test su due code anche per variabili definite solo per valori positivi, nel caso in cui la loro ddp abbia un andamento a campana e

quindi una coda che si estende, decrescendo, verso l' infinito ed una coda, decrescente fino a zero verso l' origine dell' asse.

## La funzione Gamma

Nelle ddp utilizzate nel § 5 si indica spesso la funzione Gamma valutata per argomento intero o semintero (multipli interi di 1/2). La definizione della funzione Gamma per tali valori è la seguente:

$$\begin{aligned}\Gamma(x+1) &= x\Gamma(x) \\ \Gamma(1) &= 1 \\ \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) &= \frac{\sqrt{\pi}}{2}\end{aligned}\tag{51}$$

da cui si ricava anche:

$$\Gamma(x) = (x-1)!, \quad k \text{ intero}\tag{52}$$

## I gradi di libertà

Supponiamo di aver eseguito il fitting di un polinomio ad una sequenza di  $s$  dati. Tale polinomio sia di ordine  $n$ . Esso avrà allora  $n+1$  coefficienti da determinare.

Consideriamo ora gli errori o residui quadratici prodotti da tale operazione di fitting. Essi sono le differenze tra i dati e il polinomio. Si tratta di piccole differenze se il polinomio risulta essere un fitting corretto dei dati.

Associamo ad ogni dato un grado di libertà. Si tratta di  $s$  gradi di libertà. I residui non avranno gli stessi gradi di libertà perché vengono determinati non solo in base ai dati, ma anche per differenza con un polinomio che impone  $n+1$  gradi di dipendenza tra tali residui.

I gradi di libertà di tali residui sono quindi  $s-(n+1)$ .

In generale per ottenere i gradi di libertà, che poi identificano le variabili  $\chi^2_v$ , si detrae il numero di parametri stimati sulla base dei dati al numero dei dati.



## Regole per l'ottenimento della ddp di variabili composte

Sia  $x$  una variabile casuale di ddp  $f_x$ . Sia  $y=ax$  in cui  $a$  è una costante. La ddp di  $y$  è:

$$f_y = \frac{1}{a} f_x \left( \frac{y}{a} \right) \quad (53)$$

Siano  $x_1$  e  $x_2$  due variabili casuali di ddp congiunta:

$$f_{x_1, x_2} \quad (54)$$

Se le variabili sono indipendenti risulta:

$$f_{x_1, x_2} = f_{x_1} f_{x_2} \quad (55)$$

Consideriamo la variabile casuale  $y$  somma di  $x_1$  e  $x_2$ . La ddp di  $y$  è:

$$f_y = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x_1, y-x_1} dx_1 = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x_1, x_2} dx_2 \quad (56)$$

Per la variabile  $y$  prodotto di  $x_1$  e  $x_2$  si ha invece:

$$f_y = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x_1, \frac{y}{x_1}} \frac{dx_1}{x_1} = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x_1, x_2} \frac{dx_2}{x_2} \quad (57)$$

Infine per la variabile  $y$  rapporto di  $x_1$  e  $x_2$  ( $y = x_1/x_2$ ,  $x_2 \geq 0$ ) è:

$$f_y = \int_0^{\infty} f_{x_1, yx_2} dx_2 \quad (58)$$

## APPENDICE Error! Unknown switch argument.

### DETTAGLIO DI ALCUNI STUDI MATEMATICI EFFETTUATI

Gli studi matematici qui riportati sono stati realizzati con lo strumento software MathCAD per Windows. Si tratta di un ambiente software che permette di scrivere e valutare formule ed equazioni. I documenti che sono qui riportati sono quindi più simili a programmi software che a pagine di testo.

Questi studi sono tutti richiamati nel § 5. Ne riportiamo di seguito un elenco con l' indicazione del contenuto di ognuno. Tra parentesi tonde è indicato il paragrafo in cui c'è il primo richiamo.

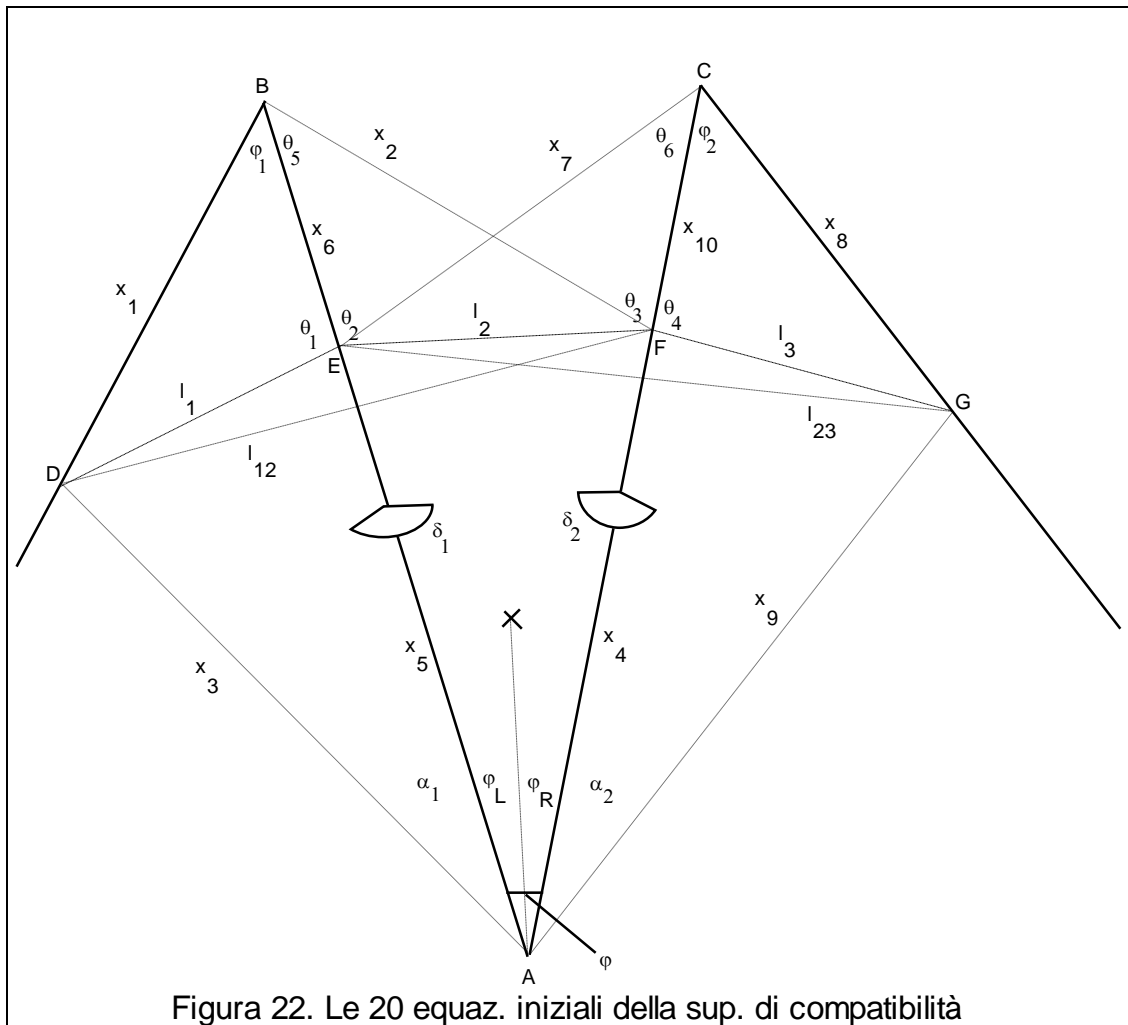
1. Calcolo delle ddp delle variabili  $X_1^2, X_2^2$ , e  $\Phi_{a,f}$  (§ 5.1.1.2).
2. Confronto tra le variabili  $\sqrt{\chi_{75}^2/75}$  e  $\sqrt{X_{30}^2/30}$  relative alla stima della dev. std. del rumore (§ 5.1.1.2).
3. Convergenza della media di N variabili uniformi ad una variabile gaussiana di varianza  $1/3N$  (§ 5.1.1.2).
4. Studio sull' ordine dei fitting da usare nella rilevazione delle discontinuità (§ 5.1.2).
5. Esempi di fitting di polinomi di ordine 1, 2 e 3 su dati di distanza comprensivi di discontinuità, e valutazione della verosimiglianza dei fitting.
6. Valutazioni campionarie delle ddp delle variabili  $X_{10}^2/10, \Phi_{a,10f}$  e  $\Phi_{a,10f}$  (§ 5.2.1).
7. Valutazione delle ddp dei coefficienti di grado 0 e 1 dei polinomi di fitting lineare, quadratico e cubico. Si tratta delle variabili casuali  $\varepsilon_{D,0}$  e  $\varepsilon_{D,1}$  (§ 5.3.2).
8. Valutazione della ddp complessiva dei coefficienti di cui allo studio 7 tenuto conto della ddp della dev. std. del rumore. Si tratta delle variabili  $c_{D,0}$  e  $c_{D,1}$  (§ 5.3.2).
9. Studio sull' effetto dello smoothing gaussiano sulle discontinuità (§ 5.5).

**APPENDICE** Error! Unknown switch argument.

## **EQUAZIONI PER LA SUPERFICIE DI COMPATIBILITÀ**

Nel § 12.2.3 abbiamo riportato 10 equazioni che implicitamente definiscono la superficie di compatibilità.

Tali equazioni derivano dall' aver eliminato le incognite  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  da un insieme di 20 equazioni che qui ci accingiamo a riportare spiegando come sono state ottenute.



In quanto segue verrà taciuto l' uso di relazioni molto elementari come  $\sin \alpha = \frac{a}{c}$  e analoghe.

Ricordiamo che le lunghezze  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  e gli angoli  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6, \alpha_1, \alpha_2$ , sono incognite da eliminare per ottenere l' espressione delle incognite  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  in funzione dei parametri intrinseci dati, che sono gli angoli  $\varphi, \delta_1, \delta_2$  e le lunghezze  $d_1, d_2$ , e in funzione dei dati sensoriali che sono le lunghezze  $l_1, l_2, l_3, l_{12}, l_{23}, l_{123}$  di cui si è parlato nel § 12.2.3.

Si utilizzano anche gli angoli  $\varphi_L, \varphi_R, \delta_3$  che sono ricavabili dagli angoli  $\varphi, \delta_1, \delta_2$  ma vengono indicati esplicitamente per non complicare le equazioni. Tali angoli sono descritti nel § 12.2.3.

Precisamente per ottenere  $\varphi_L$  utilizzeremo le normali alle tre facce del doppio diedro,  $\dot{n}_1, \dot{n}_2, \dot{n}_3$ . Noi non conosciamo però queste normali, conosciamo gli angoli  $\varphi, \delta_1, \delta_2$ .

Le suddette normali hanno complessivamente 9 componenti legate subito da tre equazioni in quanto le normali devono avere modulo unitario.

Altre due equazioni le otteniamo imponendo che il prodotto scalare tra  $\dot{n}_1$  e  $\dot{n}_2$  coincida col coseno di  $\delta_1$  e che il prodotto scalare tra  $\dot{n}_2$  e  $\dot{n}_3$  coincida col coseno di  $\delta_2$ . Per ottenere l' ultima equazione si scriva il vettore  $\dot{s}_2$  corrispondente allo spigolo  $s_2$  e ottenibile tramite prodotto vettoriale di  $\dot{n}_1$  e  $\dot{n}_2$ . Analogamente si scriva  $\dot{s}_3$ .  $\dot{s}_2$  e  $\dot{s}_3$  contengono le incognite componenti delle normali. Il prodotto scalare di  $\dot{s}_2$  e  $\dot{s}_3$  deve coincidere con il coseno di  $\varphi$ .

Rimangono tre equazioni da trovare per avere il completo insieme di 9 equazioni necessarie per determinare le normali. Ma le normali alle facce non sono invarianti alla rotazione mentre i parametri  $\varphi_L, \varphi_R, \delta_3$  che stiamo cercando sono degli invarianti. Allora possiamo fissare a piacere tre componenti delle normali ovvero possiamo ruotare l' assieme delle normali come vogliamo nello spazio, perché comunque  $\varphi_L, \varphi_R, \delta_3$  saranno sempre uguali.

Trovate quindi le normali, il prodotto scalare di  $\dot{n}_1$  e  $\dot{n}_3$  fornisce il coseno di  $\delta_3$ . Per l' angolo  $\varphi_L$  scriviamo direttamente la formula:

$$\cos \varphi_L = \frac{(\dot{n}_1 \times \dot{n}_2) \cdot (\dot{n}_1 \times \dot{n}_3)}{|\dot{n}_1 \times \dot{n}_2| |\dot{n}_1 \times \dot{n}_3|} \quad (59)$$

Per l' angolo  $\varphi_R$  la formula è analoga:

$$\cos \varphi_R = \frac{(\dot{n}_2 \times \dot{n}_3) \cdot (\dot{n}_1 \times \dot{n}_3)}{|\dot{n}_2 \times \dot{n}_3| |\dot{n}_1 \times \dot{n}_3|} \quad (60)$$

Scriviamo finalmente le 20 equazioni da risolvere esplicitando  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  in funzione dei dati, o più realisticamente da risolvere con metodi iterativi.

$$x_{10} + x_4 = d_2 \quad (61)$$

$$x_6 + x_5 = d_1 \quad (62)$$

$$\frac{l_2}{\sin \varphi_1} = \frac{x_5}{\sin \theta_3} \quad (63)$$

$$\frac{l_2}{\sin \varphi_1} = \frac{x_4}{\sin \theta_2} \quad (64)$$

$$\varphi + \pi - \theta_2 - \theta_3 = 0 \quad (65)$$

$$\frac{l_1}{\sin \theta_1} = \frac{x_5}{\sin \theta_1} \quad (66)$$

$$\frac{l_1}{\sin \theta_1} = \frac{x_5}{\sin \theta_1 - \alpha_1} \quad (67)$$

$$\frac{x_5}{\sin \theta_1} = \frac{l_1}{\sin \theta_1} \quad (68)$$

$$\frac{x_5}{\sin \theta_1} = \frac{x_6}{\sin \theta_1 + \varphi_1} \quad (69)$$

$$\frac{l_3}{\sin \theta_2} = \frac{x_6}{\sin \theta_4} \quad (70)$$

$$\frac{x_4}{\sin \theta_4 - \alpha_2} = \frac{l_5}{\sin \theta_2} \quad (71)$$

$$\frac{x_{10}}{\sin \theta_4 + \varphi_2} = \frac{x_8}{\sin \theta_4} \quad (72)$$

$$\frac{l_3}{\sin \theta_2} = \frac{x_8}{\sin \theta_4} \quad (73)$$

$$\frac{x_2}{\sin \theta_2} = \frac{l_1}{\sin \theta_5} \quad (74)$$

$$\frac{l_1}{\sin \theta_5} = \frac{x_6}{\sin \theta_2 + \theta_5} \quad (75)$$

$$\frac{x_7}{\sin \theta_3} = \frac{l_1}{\sin \theta_6} \quad (76)$$

$$\frac{l_1}{\sin \theta_6} = \frac{x_{10}}{\sin \theta_3 + \theta_6} \quad (77)$$

$$x_4^2 + x_3^2 - 2x_4x_3 \cos \alpha_1 \cos \varphi_1 + \sin \alpha_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1 = l_{12}^2 \quad (78)$$

$$x_5^2 + x_9^2 - 2x_5x_9 \cos \alpha_2 \cos \varphi_1 + \sin \alpha_2 \sin \theta_2 \cos \theta_2 = l_{23}^2 \quad (79)$$

$$x_3^2 + x_9^2 +$$

$$-2x_3x_9 \cos \alpha_1 + \varphi_L \cos \alpha_2 + \varphi_R \sin \alpha_1 + \varphi_L \sin \alpha_2 + \varphi_R \cos \alpha_3 = l_{123}^2 \quad (80)$$

La (62) esprime il fatto che il segmento AB, di misura  $d_1$ , è somma dei segmenti AE ed EB di misura  $x_5$  e  $x_6$ . La (61) esprime il fatto che il segmento AC, di misura  $d_2$ , è somma dei segmenti AF e FC di misura  $x_4$  e  $x_{10}$ .

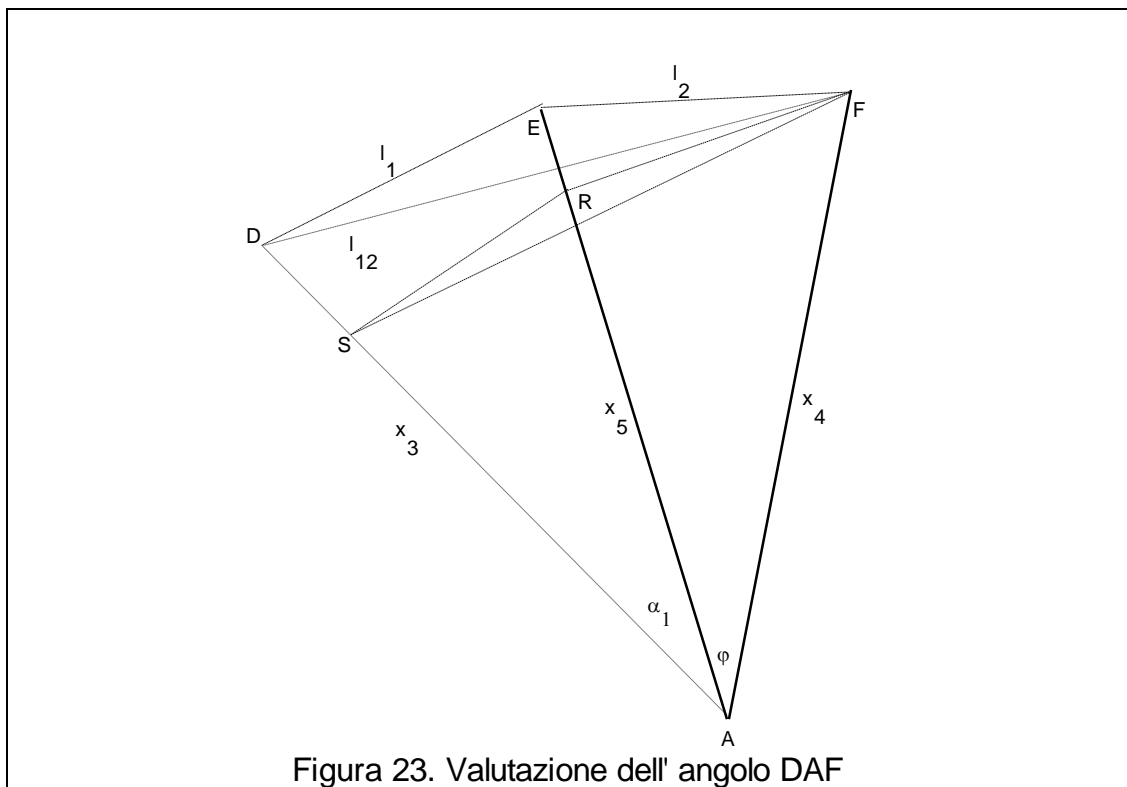


Figura 23. Valutazione dell'angolo DAF

Le equazioni dalla (63) alla (77) esclusa la (65), sono ottenute tutte per applicazione del teorema dei seni a diversi triangoli.

Precisamente: le (63) e (64) si riferiscono al triangolo AEF, le (66) e (67) si riferiscono al triangolo ADE, le (68) e (69) si riferiscono al triangolo BDE, le (70) e (71) si riferiscono al triangolo AFG, le (72) e (73) si riferiscono al triangolo CFG, le (74) e (75) si riferiscono al triangolo BEF, le (76) e (77) si riferiscono al triangolo CEF.

La (65) dice semplicemente che gli angoli del triangolo AEF devono avere somma  $\pi$ .

Le (78), (79) e (80) si ricavano con un procedimento simile che svolgeremo solo per la (78).

La (78) è l'applicazione del teorema di Carnot al triangolo ADF. La somma dei quadrati di AF e AD diminuita del doppio del prodotto tra AF, AD e  $\cos \angle DAF$ , deve eguagliare il quadrato di DF. Si tratta di esprimere l'angolo  $\angle DAF$ .

Si esamini la fig. 23. Essa è tratta dalla fig. 22 estraendo le parti di interesse per la determinazione dell'angolo  $\angle DAF$ . Si sono aggiunti i segmenti FR, RS e SF per evidenziare l'angolo di diedro  $\delta_1$ . Infatti tali segmenti sono disposti in modo tale che l'angolo  $\angle FRS$  è proprio  $\delta_1$ .

Questo implica che gli angoli  $\angle FRA$  e  $\angle SRA$  siano retti. Poniamo ora  $x_4 = 1$ . Le relazioni tra angoli che cerchiamo non ne risentiranno.

Una possibile strategia è ora quella di ottenere FR e RS tenuto conto che FRA e SRA sono triangoli rettangoli. Poi si applicherebbe il teorema di Carnot al triangolo FRS e precisamente a FR, RS e  $\angle FRS$ . Si ottiene così FS. Del triangolo sono allora noti i tre lati FA (di lunghezza unitaria perché abbiamo posto  $x_4 = 1$ ), AS, SF. Quindi è noto  $\angle SAF$  che coincide con  $\angle DAF$ .

Una strategia più veloce è invece quella di prendere il punto R come origine di un sistema cartesiano, il segmento RF come asse z, il segmento RA come asse x. Si scrivono i punti in gioco con le dovute coordinate e il passo finale consisterà nel fare il prodotto scalare dei vettori  $\vec{AF}$  e  $\vec{AS}$  che esprimerà il coseno dell'angolo  $\angle DAF$ .

Le 10 equazioni riportate nel § 12.2.3 si ottengono sostituendo le incognite  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ , ricavate da 10 delle 20 equazioni, nelle rimanenti 10.

Precisamente  $x_1$  si ricava dalla (68),  $x_2$  si ricava dalla (76),  $x_3$  si ricava dalla (66),  $x_4$  si ricava dalla (64),  $x_5$  si ricava dalla (63),  $x_6$  si ricava dalla (77),  $x_7$  si ricava dalla (74),  $x_8$  si ricava dalla (71),  $x_9$  si ricava dalla (72),  $x_{10}$  si ricava dalla (75).

# BIBLIOGRAFIA

Il numero in parentesi quadre al termine di ogni riferimento indica il numero d'ordine del titolo nella bibliografia manoscritta dell'autore contenente altre informazioni sul titolo come la localizzazione in biblioteca (Biblioteca centrale del Politecnico di Milano o Biblioteca del Dipartimento di Elettronica ed informazione del Politecnico di Milano) e la presenza del titolo nella biblioteca personale dell'autore.

Abbreviazioni usate:

Tr. : Transactions,

PAMI : IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,

ICRA : IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation,

CVGIP : Computer Vision, Graphics, and Image Processing,

CVPR : IEEE Int. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition,

PR : Pattern Recognition,

PRL : Pattern Recognition Letters.

- [1] Jain R C, Jain A K  
Analysis and Interpretation of Range Images  
Springer Verlag, '90, [439]
- [2] Fu K S, Gonzalez R C, Lee C S G  
Robotica  
McGraw-Hill, '87, [505]
- [3] Durrant-White H F  
Integration, coordination and control of multi-sensor robot systems  
Kluwer Academic Publishers, '88, [73]
- [4] Press W H, Flannery B P, Teukolsky S A, Vetterling W T  
Numerical recipes in C  
Cambridge University Press, '88, [506]
- [5] Ortega J, Rheinboldt W  
Iterative solution of nonlinear equations in several variables  
Academic Press, '70, [507]
- [6] Sansò F  
Il trattamento statistico dei dati  
Clup, '88, [508]



- [7] vari  
Optics Guide 5  
Melles Griot, '90, [509]
- [8] vari  
Materiale illustrativo deflettori galvanometrici e PSD  
LSK e SiTek, '92, [510]
- [9] vari  
Sistemi robotizzati di montaggio, esempi applicativi  
D.E.A. S.p.A., '92, [504]
- [10] Rosenfeld A, Johnston E  
Angle detection on digital curves  
IEEE Tr. Computers '73 pg. 874, [377]
- [11] Teh C H, Chin R T  
On the detection of dominant points on digital curves  
PAMI '89 pg.859, [391]
- [12] Liu H C, Srinath M D  
Corner detection from chain code  
PR '90 pg. 51, [414]
- [13] Gottschalk P G, Turney J L, Mudge T N  
Two-dimensional partially visible object recognition using efficient  
multidimensional range queries  
ICRA '87 pg.1582, [334]
- [14] Rattarangsi A, Chin R T  
Scale-based detection of cornes of planar curves  
PAMI '92 pg. 430, [358]
- [15] Asada H, Brady M  
The curvature primal sketch  
PAMI '86 pg. 2, [378]
- [16] Canny J  
A computational approach to edge detection  
PAMI '86 pg. 679, [387]
- [17] Grimson W E L, Hildreth E C  
Comments on "Digital step edges from zero crossings of second  
directional derivatives"; Author' s Reply  
PAMI '85 pg. 121, [418]
- [18] Haralick R M  
Digital step edges from zero crossing of second directional derivatives  
PAMI '84 pg. 58, [419]
- [19] Van Vliet L J, Young I T  
A nonlinear Laplace operator as edge detector in noisy images  
CVGIP '89 pg. 167, [422]
- [20] Poggio T, Voorhees H, Yuille A  
A regularized solution to edge detection  
Journal of complexity '88 pg. 106, [428]

- [21] Giraudon G  
Edge detection from negative maximum of second derivative  
CVPR '85 pg. 643, [434]
- [22] Lindeberg T  
Scale-space for discrete signals  
PAMI '90 pg. 234, [347]
- [23] Yuille A L, Poggio T A  
Scaling theorems for zero crossings  
PAMI '86 pg. 15, [379]
- [24] Babaud J, Witkin A P, Baudin M, Duda R O  
Uniqueness of the gaussian kernel for scale-space filtering  
PAMI '86 pg. 26, [380]
- [25] Williams D J, Shah M  
Edge contours using multiple scales  
CVGIP '90 pg. 256, [427]
- [26] Witkin A P  
Scale space filtering  
in From pixel to predicates, Alex Pentland editor, SRI International, '84,  
pg. 5, [435]
- [27] Chen J S, Medioni G  
Detection, localization and estimation of edges  
PAMI '89 pg. 191, [393]
- [28] Bergholm F  
Edge focusing  
PAMI '87 pg. 726, [409]
- [29] Nalwa V S, Binford T O  
On detecting edges  
PAMI '86 pg. 699, [388]
- [30] Chen D S  
A data-driven intermediate level feature extraction algorithm  
PAMI '89 pg. 749, [390]
- [31] Tabatabai A J, Mitchell R O  
Edge location to subpixel values in digital imagery  
PAMI '84 pg. 188, [413]
- [32] Mazumdar M, Sinha B K, Li C C  
A comparison of several estimates of edge point in noisy digital data  
across a step edge  
CVPR '85 pg. 27, [432]
- [33] Lee D  
Coping with discontinuities in computer vision: their detection,  
classification, and measurement  
PAMI '90 pg.321, [348]
- [34] Agapakis J E  
Approaches for recognition and interpretation of workpiece surface  
features using structured lighting  
Int. Journal of Robotics Research '90 v. 9 n. 5 pg.3, [354]

- [35] Lee D, Pavlidis T  
One dimensional regularization with discontinuities  
PAMI '88 pg. 822, [403]
- [36] Leclerc Y C, Zucker S W  
The local structure of image discontinuities in one dimension  
PAMI '87 pg. 341, [406]
- [37] Leclerc Y  
Capturing the local structure of image discontinuities in two dimensions  
CVPR '85 pg. 34, [433]
- [38] Singh A, Shneier M  
Grey level corner detection: a generalization and a robust real time implementation  
CVGIP '90 pg. 54, [426]
- [39] Liu S T, Tsai W H  
Moment preserving corner detection  
PR '90 pg. 441, [412]
- [40] Eichel P, Delp E  
Sequential edge detection in correlated random fields  
CVPR '85 pg. 14, [430]
- [41] Mumford D, Shah J  
Boundary detection by minimizing functionals, I  
CVPR '85 pg. 22, [431]
- [42] Caglioti V  
Un criterio per la scelta di rilevazioni sensoriali a minima incertezza in problemi di localizzazione e riconoscimento  
da pubbl. , '91, [114]
- [43] Caglioti V  
Uncertainty minimization in the self-localization of mobile robots in piecewise planar environments  
da pubbl. , '91, [117]
- [44] Olivier C, Dessoude O  
Heterogeneous sensors cooperation for an advanced perception system  
IEEE Int. Conf. on Advanced Robotics '91, [122]
- [45] Cameron A, Durrant-Whyte H  
A bayesian approach to optimal sensor placement  
Int. Journal of Robotics Research '90 v. 9 n. 5 pg. 70, [121]
- [46] Hager G, Mintz M  
Computational methods for task-directed sensor data fusion and sensor planning  
Int. Journal of Robotics Research '90 v. 10 n. 4 pg. 285, [201]
- [47] Hutchinson S A, Kak A C  
Planning sensing strategies in a robot work cell with multi-sensor capabilities  
IEEE Tr. Robotics and Automation '89 pg. 765, [166]

- [48] Jarvis R A  
A perspective on range finding techniques for computer vision  
PAMI '83 pg. 122, [326]
- [49] Okamoto K, Langer W, Mengel P  
3D Object recognition system using laser range finder  
IEEE Int. Conf. on Advanced Robotics '91 pg. 1245, [340]
- [50] Canuto E  
Digital tracking system for optical robot qualification instruments  
IEEE Int. Conf. on Advanced Robotics '91 pg. 1258, [341]
- [51] Harrison D D, Weir M P  
High-speed triangulation-based 3D imaging with orthonormal data  
projections and error detection  
PAMI '90 pg. 409, [350]
- [52] Levi P, Vajtà L  
Combined 2D and 3D robot vision system  
in Sensor devices and systems for robotics, NATO ASI Series '89, pg.  
187, [368]
- [53] Shirai Y  
Application of laser range finder to robot vision  
in Sensor devices and systems for robotics, NATO ASI Series '89, pg.  
313, [370]
- [54] Nitzan D  
Three-dimensional vision structure for robot applications  
PAMI '88 pg. 291, [399]
- [55] Page C J  
Industrial vision systems, three-dimensional  
in Systems & control encyclopedia pg.2484, '87, [463]
- [56] Idesawa M  
Optical range finding methods for robotics  
Fourth Int. Symp. on Robotics Research '88 pg. 91, [467]
- [57] Ikeuchi K, Kanade T  
Modeling sensor performance for model based vision  
Fourth Int. Symp. on Robotics Research '88 pg. 255, [469]
- [58] Ozeki O, Nakano T, Yamamoto S  
Real time range measurement device for three dimensional object  
recognition  
PAMI '86 pg. 550, [385]
- [59] Griffin P M, Narasimhan L S, Yu S R  
Generation of uniquely encoded light patterns for range data  
acquisition  
PR '92 pg. 609, [499]
- [60] Vuylsteke P, Oosterlinck A  
Range image acquisition with a single binary-encoded light pattern  
PAMI '90 pg. 148, [457]

- [61] Wang Y F, Aggarwal J K  
On modelling 3D objects using multiple sensory data  
ICRA '87 pg. 1098, [335]
- [62] Bhanu B, Ho C C, Henderson T  
3D-model building for computer vision  
PRL '87 pg. 349, [494]
- [63] Hummel R A, Landy M S  
A statistical viewpoint on the theory of evidence  
PAMI '88 pg. 235, [398]
- [64] Stephanou H E, Lu S Y  
Measuring consensus effectiveness by a generalized entropy criterion  
PAMI '88 pg. 544, [400]
- [65] Goldman S  
The entropy of continuous distributions  
in Information theory pg. 127, Constable & co., '53, [421]
- [66] Kirousis L M  
Effectively labeling planar projections of polyhedra  
PAMI '90 pg. 123, [345]
- [67] Shapira R  
More about polyhedra - interpretation through constructions in the  
image plane  
PAMI '85 pg. 1, [461]
- [68] Stern H I  
Polygonal entropy: a convexity measure  
PRL '89 pg. 229, [471]
- [69] Jain A K, Hoffman R  
Evidence-based recognition of 3D objects  
PAMI '88 pg. 783, [401]
- [70] Hoffman R, Jain A K  
Segmentation and classification of range images  
PAMI '87 pg. 608, [407]
- [71] Wang W, Iyengar S S  
Efficient data structures for model based 3D object recognition and  
localization from range images  
PAMI '92 pg. 1035, [497]
- [72] Bolles R C, Horaud P, Hannah M J  
3DPO: A three-dimensional part orientation system  
Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence '83 pg. 1116, [405]
- [73] Horaud P, Bolles R C  
3DPO: A system for matching 3D objects in range data  
in From pixel to predicates, Alex Pentland editor, SRI International, '84,  
pg. 359, [437]
- [74] Ben-Arie J  
The probabilistic peaking effect of viewed angles and distances with  
application to 3D object recognition  
PAMI '90 pg. 760, [465]

- [75] Grimson W E L, Lozano-Perez T  
Model-based recognition and localization from sparse range or tactile data  
Int. Journal of Robotics Research '84 v. 3 n. 3 pg. 3, [353]
- [76] Faugeras O D, Hebert M, Pauchon E, Ponce J  
Object representation, identification and positioning from range data in Robotics and artificial intelligence pg. 255, NATO ASI Series, '84, [396]
- [77] Grimson W E L  
The combinatorics of object recognition in cluttered environments using constrained search  
Artificial Intelligence '90 pg. 121, [473]
- [78] Chen C H, Kak A C  
A robot vision system for recognizing 3D objects in low-order polynomial time  
IEEE Tr. Systems Man and Cybernetics '89 pg. 1535, [488]
- [79] Cho C J, Kim J H  
Recognizing 3D objects by forward checking constrained tree search  
PRL '92 pg. 587, [503]
- [80] Flynn P J, Jain A K  
3D object recognition using invariant feature indexing of interpretation tables  
CVGIP: Image Understanding '92 v. 55 n. 2 pg. 119, [480]
- [81] Umeyama S, Kasvand T, Hospital M  
Recognition and positioning of three-dimensional objects by combining matchings of primitive local patterns  
CVGIP '88 pg. 58, [475]
- [82] Dickinson S J, Pentland A P, Rosenfeld A  
From volumes to views: an approach to 3D object recognition  
CVGIP: Image Understanding '92 v. 55 n. 2 pg. 130, [481]
- [83] Hoffman R, Keshavan H R, Towfiq F  
CAD-driven machine vision  
IEEE Tr. Systems Man and Cybernetics '89 pg. 1477, [487]
- [84] Lee S, Hahn H  
An optimal sensing strategy for recognition and localization of 3D natural quadric objects  
PAMI '91 pg. 1018, [343]
- [85] Tang Y C, Lee C S G  
Optimal strategic recognition of objects based on candidate discriminating graph with coordinated sensors  
IEEE Tr. Systems Man and Cybernetics '92 pg. 647, [496]
- [86] Reeves A P, Taylor R W  
Identification of three-dimensional objects using range information  
PAMI '89 pg. 403, [395]
- [87] Taylor R W, Reeves A P  
Classification quality assessment for a generalized model-based object

- identification system  
IEEE Tr. Systems Man and Cybernetics '89 pg. 861, [485]
- [88] Ben-Arie J  
Probabilistic models of observed features and aspects with application to weighted aspect graphs  
PRL '90 pg. 421, [470]
- [89] Rieger J H  
The geometry of view space of opaque objects bounded by smooth surfaces  
Artificial Intelligence '90 pg. 1, [477]
- [90] Qion K, Lu X, Bhattacharya P  
A 3D object recognition system using voxel representation  
PRL '92 pg. 725, [500]
- [91] Asada M, Tsuji S  
Shape from projecting a stripe pattern  
ICRA '87 pg. 787, [338]
- [92] Bania C P, Lin J C  
Theory and implementation of a high capacity 3D recognition system  
ICRA '86 pg. 1099, [459]
- [93] Hu G, Stockman G  
3D surface solution using structured light and constrained propagation  
PAMI '89 pg. 390, [464]
- [94] Magee M J, Boyter B A, Chien C H, Aggarwal J K  
Experiments in intensity guided range sensing recognition of three-dimensional objects  
PAMI '85 pg. 629, [420]
- [95] Shu D B, Li C C, Sun Y N  
An approach to 3D object identification using range images  
ICRA '86 pg. 118, [460]
- [96] Chin R T, Dyer C R  
Model-based recognition in robot vision  
ACM Computing Surveys '86 pg. 67, [491]
- [97] Suetens P, Fua P, Hanson A J  
Computational strategies for object recognition  
ACM Computing Surveys '92 pg. 5, [498]
- [98] Gordon S J, Seering W P  
Real-time part position sensing  
PAMI '88 pg. 374, [127]
- [99] Bolle R M, Cooper D B  
On optimally combining pieces of information, with application to estimating 3D complex object position from range data  
PAMI '86 pg. 619, [386]
- [100] Linnainmaa S, Harwood D, Davis L S  
Pose determination of a three-dimensional object using triangle pairs  
PAMI '88 pg. 634, [452]

- [101] Solina F, Bajcsy R  
Recovery of parametric models from range images: the case for superquadrics with global deformation  
PAMI '90 pg. 131, [346]
- [102] Hemler P F, Bilbro G L, Snyder W E  
Active model matching in range images  
ICRA '87 pg. 228, [441]
- [103] Biland H P, Wahl F M  
Hough-space decomposition for polyhedral scene analysis in Syntactic & structural pattern recognition pg. 197, NATO ASI Series '88, [361]
- [104] Bolles R C, Fischler M A  
A Ransac-based approach to model fitting and its application to finding cylinders in range data  
Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence '81 pg. 637, [333]
- [105] Bhandarkar S M, Siebert A  
Integrating edge and surface information for range image segmentation  
PR '92 pg. 947, [502]
- [106] Duda R O, Nitzan D, Barrett P  
Use of range and reflectance data to find planar surface regions  
PAMI '79 pg. 259, [325]
- [107] Lin X, Wee W G  
SDSF: a new strategy for the recognition of object using range data  
ICRA '86 pg. 770, [453]
- [108] Bhanu B, Nuttall L A  
Recognition of 3D objects in range images using a butterfly multiprocessor  
PR '89 pg. 49, [454]
- [109] Li S Z  
Toward 3D vision from range images: an optimization framework and parallel networks  
CVGIP: Image Understanding '92 pg. 231, [495]
- [110] Jain A, Newman T, Goulish M  
Range-intensity histogram for segmenting LADAR images  
PRL '92 pg. 725, [501]
- [111] Besl P J, Jain R C  
Segmentation through variable order surface fitting  
PAMI '88 pg. 167, [444]
- [112] Ghosal S, Meherotra R  
Range image segmentation using Zernike moment-based generalized edge detector  
ICRA '92 pg. 1584, [446]
- [113] Parvin B, Medioni G  
Adaptive multiscale feature extraction from range data  
CVGIP '89 pg. 346, [476]



- [114] Han J, Volz R A, Mudge T N  
Range image segmentation and surface parameter extraction  
ICRA '87 pg. 380, [442]
- [115] Bunke H  
Hybrid approaches  
in Syntactic & structural pattern recognition pg. 197, NATO ASI Series '88, [335]
- [116] Giakoumakis E, Papaconstantinou G, Skordalakis E  
Rule-based systems and pattern recognition  
PRL '87 pg. 267, [492]
- [117] Foroutan I, Sklansky J  
Feature selection for automatic classification of non-gaussian data  
IEEE Tr. Systems Man and Cybernetics '87 pg. 187, [482]
- [118] Kapur J N  
Application of entropic measures of stochastic dependence in pattern recognition  
PR '86 pg. 473, [472]
- [119] Atiya A F, El-Sheikh T S  
The optimal linear feature for the three-class equal-covariance gaussian case  
IEEE Tr. Systems Man and Cybernetics '87 pg. 495, [483]
- [120] Bialasiewicz J  
Sufficient and  $\varepsilon$ -sufficient statistics in pattern recognition and their relation to fuzzy techniques  
IEEE Tr. Systems Man and Cybernetics '89 pg. 1261, [486]
- [121] Macleod J E S, Luk A, Titterington D M  
A re-examination of the distance-weighted  $k$ -nearest neighbor classification rule  
IEEE Tr. Systems Man and Cybernetics '87 pg. 689, [484]
- [122] Luk A, Macleod J E S  
An alternative nearest neighbour classification scheme  
PRL '86 pg. 375, [489]
- [123] Ruiz E V  
An algorithm for finding nearest neighbours in (approximately) constant average time  
PRL '86 pg. 145, [490]
- [124] Davies E R  
Training sets and a priori probabilities with the nearest neighbour method of pattern recognition  
PRL '88 pg. 11, [493]
- [125] Koren Y  
Robotics for engineers  
McGraw-Hill '85, [512]

- [126] Billingsley J  
Industrial robots: application to automatic adjusting  
in Systems & control encyclopedia pg.2412, '87, [513]
- [127] Kak A C, Vayda A J, Cromwell R L, Kim W Y, Chen C H  
Knowledge-based robotics  
ICRA '87 pg. 637, [339]
- [128] Lee M H  
Industrial robots: error recovery  
in Systems & control encyclopedia pg.2444, '87, [313]
- [129] Caglioti V, Danieli M, Sorrenti D  
Monitoring the execution of sensory robot programs  
IEEE Int. Conf. on Advanced Robotics '91 pg. 1251, [511]
- [130] Danieli M  
Sistema di monitoraggio di programmi per robot utilizzando istruzioni di rilevazione sensoriale  
Tesi di Laurea, Politecnico di Milano, A.A. '89-'90, [150]
- [131] Lee M H, Barnes D P, Hardy N W  
Knowledge based error recovery in industrial robots  
Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence '83 pg. 824, [170]
- [132] Chochon H, Alami R  
NNS, a knowledge-based on-line system for an assembly workcell  
ICRA '86 pg. 603, [205]
- [133] Smith R E, Gini M  
Robot tracking and control issues in an intelligent error recovery system  
ICRA '86 pg. 1070, [207]
- [134] Gini M, Gini G  
Recovering from failures: a new challenge for industrial robotics  
in Robotics and Artificial Intelligence, NATO ASI Series, '84, pg. 579, [254]
- [135] Donald B R  
Planning multi-step error detection and recovery strategies  
Int. Journal of Robotics Research '90 v. 9 n. 1 pg. 3, [303]
- [136] Donald B R  
Error detection and recovery in robotics  
Springer Verlag '89, [306]
- [137] Peshkin M A  
Programmed compliance for error corrective assembly  
IEEE Tr. Robotics and Automation '90 pg. 473, [260]
- [138] Brooks R A  
Intelligence without reason  
Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence '91 award pg. 569, [244]
- [139] Brady M, Asada H  
Smoothed local symmetries and their implementation  
Int. Journal of Robotics Research '84 v. 3 n. 3 pg. 36, [352]

- [140] Rangarajan K, Mubarak S, Van Brackle D  
Optimal corner detector  
CVGIP '89 pg. 230, [423]
- [141] Mehrotra R, Nichani S, Ranganathan N  
Corner detection  
PR '90 pg. 1223, [410]
- [142] Park R H, Choi W Y  
A new interpretation of the compass gradient edge operators  
CVGIP '89 pg. 259, [424]
- [143] Kitchen L J, Malin J A  
The effect of spatial discretization on the magnitude and direction  
response of simple differential edge operators on a step edge  
CVGIP '89 pg. 243, [425]
- [144] Wells W M  
Efficient synthesis of gaussian filters by cascaded uniform filters  
PAMI '86 pg. 234, [383]
- [145] Clark J J  
Authenticating edges produced by zero-crossing algorithms  
PAMI '89 pg. 43, [392]
- [146] Petrou M, Kittler J  
Optimal edge detectors for ramp edges  
PAMI '91 pg. 483, [357]
- [147] Lacroix V  
A three-module strategy for edge detection  
PAMI '88 pg. 803, [402]
- [148] Torre V, Poggio T A  
On edge detection  
PAMI '86 pg. 147, [382]
- [149] Bojanov B  
 $\sigma$ -perfect splines and their application to optimal recovery problems  
Journal of complexity '87 pg. 429, [429]
- [150] Kundu A  
Robust edge detection  
PR '90 pg. 423, [411]
- [151] Pitas I, Venetsanopoulos A N  
Edge detectors based on nonlinear filters  
PAMI '86 pg. 538, [384]
- [152] Besl P, Jain Ramesh  
Range image understanding  
CVPR '85 pg. 430, [436]
- [153] Gigus Z, Malik J  
Computing the aspect graph for line drawings of polyhedral objects  
PAMI '90 pg. 113, [344]
- [154] Soucy M, Croteau A, Laurendeau D  
A multi-resolution surface model for compact representation of range

- images  
ICRA '92 pg. 1701, [330]
- [155] Boissonnat J D, Faugeras O D  
Triangulation of 3D objects  
Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence '81 pg. 658, [332]
- [156] Safranek R J, Gottschlich S, Kak A C  
Evidence accumulation using binary frames of discernment for verification vision  
IEEE Tr. Robotics and Automation '90 pg. 405, [261]
- [157] Barnett J A  
Calculating Dempster-Shafer plausibility  
PAMI '91 pg. 599, [356]
- [158] Smets P  
The combination of evidence in the transferable belief model  
PAMI '90 pg. 447, [351]
- [159] Beckerman M  
A Bayes-maximum entropy method for multi-sensor data fusion  
ICRA '92 pg. 1668, [327]
- [160] Kevasan H K, Kapur J N  
The generalized maximum entropy principle  
IEEE Tr. Systems Man and Cybernetics '89 pg. 1042, [322]
- [161] Caglioti V  
Efficient model-based recognition with limited memory by piecewise planar approximation of the compatibility surface  
Materiale didattico del corso di Robotica sez. A del Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica del Politecnico di Milano, '92, [514]

## **MATERIALE ILLUSTRATIVO DI SISTEMI ROBOTIZZATI DI MONTAGGIO**

Si allega il materiale illustrativo gentilmente fornito dalla D.E.A. S.p.A. perché ripetutamente citato nel testo (riferimento [9]) e perché non reperibile altrimenti.