Die Semantik temporaler Operatoren

Notation: $i:\phi$ bedeutet die Auswertung der Formel ϕ im Zustand s_i .

Visualisierung: Es wird ein Pfad dargestellt, um die Semantik der temporalen Operatoren zu veranschaulichen. In einem System kann es mehrere mögliche Ausführungspfade geben. Die Semantik der temporalen Operatoren ist dann so definiert, dass sie auf *allen* Pfaden gelten müssen.

Temporale Operatoren mit Blick in die Zukunft

Die Formel wird in Zustand s_i ausgewertet.

• $i: \bigcirc \phi$ bedeutet, dass ϕ im nächsten Zustand gilt:

$$(i: \bigcirc \phi) \equiv (i+1: \phi)$$

In Alloy wird ${\tt after}$ als Schlüsselwort für den Operator ${\tt o}$ verwendet.

• $i: \Diamond \phi$ bedeutet, dass es einen späteren (inklusive s_i) Zustand gibt, in dem ϕ gilt:

$$(i: \Diamond \phi) \equiv \exists j \geq i (j: \phi)$$

In Alloy wird eventually als Schlüsselwort für den Operator \Diamond verwendet.

• $i: \Box \phi$ bedeutet, dass ϕ im Zustand i sowie in allen späteren Zuständen gilt:

$$(i: \Box \phi) \equiv \forall j \geq i (j: \phi)$$

In Alloy wird always als Schlüsselwort für den Operator □ verwendet.

• $\phi \mathcal{U} \psi$ bedeutet, dass ψ irgendwann später (inklusive auch s_i) gilt, und dass bis dahin auf jeden Fall ϕ wahr ist:

$$(i:\phi \mathcal{U}\psi) \equiv \exists j \geq i ((j:\psi) \land \forall i \leq k < j (k:\phi))$$

In Alloy wird until als Schlüsselwort für den Operator \mathcal{U} verwendet.

• $\phi \mathcal{R} \psi$ bedeutet, dass ψ gilt bis inklusive zu dem Zustand, an dem ϕ wahr wird oder ψ bleibt immer wahr:

$$(i:\phi \mathcal{R} \psi) \equiv (\exists j \geq i ((j:\phi) \land \forall i \leq k \leq j (k:\psi)) \lor \forall j \geq i (j:\psi)$$

oder

In Alloy wird releases als Schlüsselwort für den Operator \mathcal{R} verwendet.

Temporale Operatoren mit Blick in die Vergangenheit

Wir befinden uns in Zustand s_i und die folgenden Operatoren drücken aus, was in der Vergangenheit passiert ist.

• $\circ^{-1}\phi$ bedeutet, dass ϕ im vorherigen Zustand galt:

$$(i: \bigcirc^{-1}\phi) \equiv (i-1:\phi)$$

Per Definition gilt $(0: \circ^{-1}\phi) \equiv \bot$

In Alloy wird before als Schlüsselwort für den Operator \odot^{-1} verwendet.

• $\Diamond^{-1}\phi$ bedeutet, dass ϕ irgendwann vorher inklusive eventuell s_i galt:

$$(i:\lozenge^{-1}\phi) \equiv \exists 0 \le j \le i (j:\phi)$$

$$\xrightarrow{s_{i-5}} \xrightarrow{s_{i-4}} \xrightarrow{s_{i-3}} \xrightarrow{s_{i-2}} \xrightarrow{s_{i-1}} \xrightarrow{s_i} \xrightarrow{\phi}$$

In Alloy wird once als Schlüsselwort für den Operator \Diamond^{-1} verwendet.

• $\Box^{-1}\phi$ bedeutet, dass ϕ immer vorher bis inklusive zum Zustand s_i galt:

$$(i:\Box^{-1}\phi) \equiv \forall 0 \le j \le i (j:\phi)$$

In Alloy wird historically als Schlüsselwort für den Operator \square^{-1} verwendet.

• $\phi \mathcal{U}^{-1} \psi$ bedeutet, dass ψ irgendwann auf dem Pfad galt und dass ab dann ϕ wahr war:

$$(i:\phi\mathcal{U}^{-1}\psi) \equiv \exists 0 \leq j \leq i ((j:\psi) \land \forall j < k \leq i (j:\phi))$$

$$\xrightarrow{s_{i-5}} \xrightarrow{s_{i-4}} \xrightarrow{s_{i-3}} \xrightarrow{s_{i-2}} \xrightarrow{s_{i-1}} \xrightarrow{s_i} \xrightarrow{s_i} \xrightarrow{\psi} \xrightarrow{\phi} \xrightarrow{\phi} \xrightarrow{\phi} \xrightarrow{\phi} \xrightarrow{\phi}$$

In Alloy wird since als Schlüsselwort für den Operator $\,\mathcal{U}^{\,-1}$ verwendet.

• $\phi \mathcal{R}^{-1} \psi$ bedeutet, dass ψ gilt ab dem Zustand, in dem ϕ galt oder schon immer:

$$(i:\phi \mathcal{R}^{-1}\psi) \equiv \exists 0 \le j \le i ((j:\phi) \land \forall j < k \le i (j:\phi)) \lor \forall 0 \le j \le i (j:\psi)$$

oder

In Alloy wird ${\tt triggered}$ als Schlüsselwort für den Operator $\,\mathcal{R}^{\,-1}$ verwendet.