

Regeln des natürlichen Schließens

Aussagenlogik

	<i>Einführung</i>	<i>Elimination</i>
\wedge	$\frac{\phi \quad \psi}{\phi \wedge \psi} \wedge i$	$\frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge e_1 \quad \frac{\phi \wedge \psi}{\psi} \wedge e_2$
\vee	$\frac{\phi}{\phi \vee \psi} \vee i_1 \quad \frac{\psi}{\phi \vee \psi} \vee i_2$	$\frac{\phi \vee \psi \quad \begin{array}{ c } \hline \phi \\ \vdots \\ \chi \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{ c } \hline \psi \\ \vdots \\ \chi \\ \hline \end{array}}{\chi} \vee e$
\rightarrow	$\frac{\begin{array}{ c } \hline \phi \\ \vdots \\ \psi \\ \hline \end{array}}{\phi \rightarrow \psi} \rightarrow i$	$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow e, MP$
\neg	$\frac{\begin{array}{ c } \hline \phi \\ \vdots \\ \perp \\ \hline \end{array}}{\neg \phi} \neg i$	$\frac{\phi \quad \neg \phi}{\perp} \neg e$
RAA, \perp	$\frac{\begin{array}{ c } \hline \neg \phi \\ \vdots \\ \perp \\ \hline \end{array}}{\phi} RAA$	$\frac{\perp}{\phi} \perp e, EFQ$

Einige abgeleitete Regeln der Aussagenlogik

$$\frac{\phi}{\neg \neg \phi} \neg \neg i \quad \frac{\neg \neg \phi}{\phi} \neg \neg e$$

$$\frac{\phi \rightarrow \psi \quad \neg \psi}{\neg \phi} MT \quad \frac{}{\phi \vee \neg \phi} TND$$

Prädikatenlogik

	<i>Einführung</i>	<i>Elimination</i>
$=$	$\frac{}{t = t} \text{ = i, ID}$	$\frac{t_1 = t_2 \quad \phi[t_1/x]}{\phi[t_2/x]} \text{ = e, SUB}$
\forall	$\frac{\boxed{\begin{array}{c} x_0 \\ \vdots \\ \phi[x_0/x] \end{array}}}{\forall x \phi} \text{ } \forall x \text{ i}$	$\frac{\forall x \phi}{\phi[t/x]} \text{ } \forall x \text{ e}$
\exists	$\frac{\phi[t/x]}{\exists x \phi} \text{ } \exists x \text{ i}$	$\frac{\exists x \phi \quad \boxed{\begin{array}{c} x_0 \quad \phi[x_0/x] \\ \vdots \\ \chi \end{array}}}{\chi} \text{ } \exists x \text{ e}$

Bemerkung

Es sind nur gültige Substitutionen erlaubt: In allen Substitutionen $\phi[t/x]$ muss t frei für x in der Formel ϕ sein, d.h. keine freie Variable y in t gelangt durch das Einsetzen von x in ϕ in den Bereich eines Quantors $\forall y$ oder $\exists y$.

Neu eingeführte Variablen x_0 dürfen nirgendwo außerhalb ihres Gültigkeitsbereichs erscheinen.