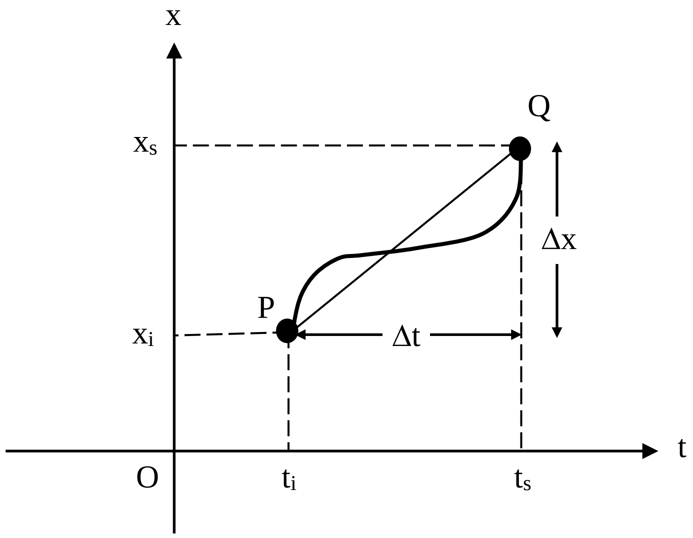
BÖLÜM 2. BİR BOYUTTA HAREKET

2.1. ORTALAMA HIZ

Bir parçacığın hareketi, uzaydaki konumu her an biliniyorsa tamamen bellidir. P noktasından Q noktasına x ekseni boyunca hareket eden bir parçacığı göz önüne alalım (Şekil 2.1). Bu çizime konum-zaman grafiği denir.



Şekil 2.1. x ekseni boyunca hareket eden bir parçacık konum-zaman grafiği. $\Delta t=t_s-t_i$ aralığında *v* ortalama hızı, P ve Q noktalarını birleştiren doğrunun eğimidir.

Parçacığın P noktasındaki konumu, herhangi bir t_i anında x_i ve Q noktasındaki konumu t_s anında x_s olsun. $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığında, parçacığın yerdeğiştirmesi $\Delta x = x_s - x_i$'dir. Parçacığın ortalama hızı (v), onun Δx yerdeğiştirmesinin Δt zaman aralığına oranı olarak tanımlanmaktadır.

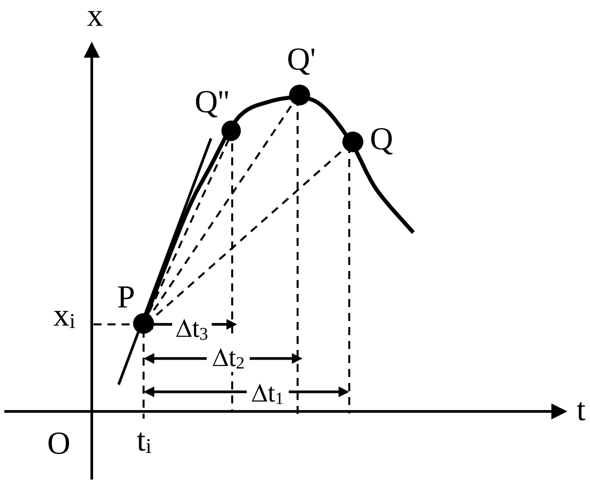
$$v \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_s - x_i}{t_s - t_i} \tag{2.1}$$

Buradan, ortalama hızın, uzunluk/zaman boyutunda olduğu ve SI birim sisteminde biriminin m/s olduğu görülür. Ortalama hız, P ve Q noktaları arasında alınan yoldan bağımsızdır. Parçacık belli bir noktadan harekete başlar ve herhangi bir yoldan aynı noktaya dönerse, yerdeğiştirmesi sıfır olduğundan, bu hareket için ortalama hız sıfır olur. Parçacığın koordinatı zamanla artarsa ($x_s > x_i$), Δx ve v pozitiftir. Bu, +x yönünde bir hıza karşılık gelir. Eğer koordinat zamanla küçülürse ($x_s < x_i$), Δx ve v negatiftir. Buda, -x yönünde bir hıza karşılık gelir.

Ortalama hız, Şekil 2.1'deki P ve Q noktaları arasındaki doğrunun eğimine eşittir. Bu doğrunun eğimi Δx/Δt'dir.

2.2. ANİ HIZ

Herhangi bir anda veya konum-zaman grafiği üzerinde belli bir noktada bir parçacığın hızına ani hız denir.

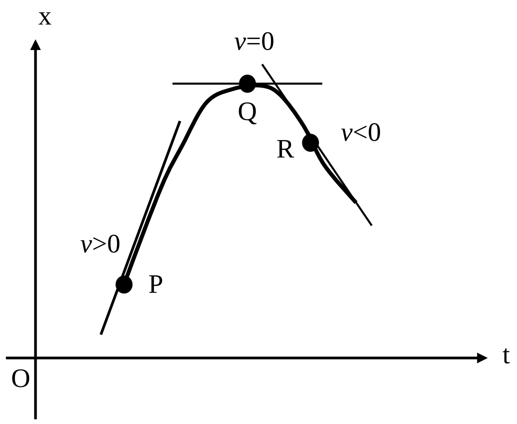


Şekil 2.2. x ekseni boyunca hareket eden bir parçacık için konum-zaman grafiği.

Şekil 2.2'deki konum-zaman grafiği üzerinde, P ve Q noktaları arasında hareket eden bir parçacığı göz önüne alalım. Q noktası P noktasına yaklaştıkça, zaman aralıkları (Δt_1, Δt_2, Δt_3, ...) gittikçe küçülür. Her zaman aralığı için, ortalama hız şekildeki uygun kesikli çizginin eğimidir. Q noktası P noktasına yaklaşırken, zaman aralığı sıfıra yaklaşır. Aynı zamanda, kesikli çizginin eğimi, P noktasında eğriye teğet olan çizginin eğimine yaklaşır. P noktasında eğriye teğet olan çizginin eğimi, t_i zamanındaki ani hız olarak tanımlanır. Yani, v ani hızı, Δt sıfıra yaklaşırken Δx/Δt oranının limit değerine eşittir.

$$v \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad (2.2)$$

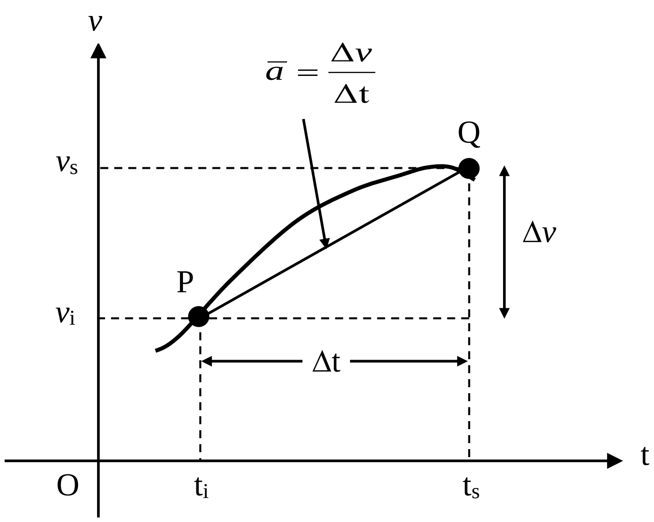
Ani hız, pozitif, negatif veya sıfır olabilir. Konum-zaman grafiğinin eğimi, Şekil 2.3'te P noktasındaki gibi, pozitif olduğu zaman *v* pozitif, R noktasındaki gibi negatif olduğunda ise *v* negatiftir. Eğimin sıfır olduğu Q noktasında ani hız sıfırdır. Bir parçacığın ani sürati, ani hız vektörünün büyüklüğü olarak tanımlanmaktadır. O halde sürat asla negatif olamaz.



Şekil 2.3. Konum-zaman grafiği. P noktasında teğetin eğimi pozitif, hız pozitiftir. Q noktasında hız sıfır teğetin eğimi de sıfırdır. R noktasında ise hız negatif teğetin eğimi de negatiftir.

2.3. İVME

Bir parçacığın hızı zamanla değiştiğinde, parçacığın ivmelenmekte olduğu söylenir. Şekil 2.4'teki gibi, x ekseni boyunca hareket eden bir parçacığın t_i zamanında bir v_i hızına ve t_s zamanında bir v_s hızına sahip olduğunu kabul edelim.



Şekil 2.4. Bir doğru boyunca hareket eden bir parçacık için hız-zaman grafiği. P ve Q noktalarını birleştiren doğrunun eğimi $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığındaki ortalama ivme olarak tanımlanır.

Parçacığın $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığındaki ortalama ivmesi $\Delta v/\Delta t$ oranı olarak tanımlanır. Burada $\Delta v = v_s - v_i$, bu zaman aralığında hızdaki değişmedir:

$$\bar{a} \equiv \frac{v_s - v_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{2.3}$$

İvme L/T^2 boyutlarına sahip olan vektörel bir niceliktir. İvmenin SI'daki birimi m/s^2'dir.

Ani ivme, ortalama ivmenin Δt sıfıra yaklaşırken limiti olarak tanımlanır. Şekil 2.4'te, Q noktasının P noktasına gittikçe yaklaştırıldığını ve Δt sıfıra yaklaşırken $\Delta v/\Delta t$ oranının limitini alırsak ani ivmeyi elde ederiz:

$$a \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \tag{2.4}$$

Yani ani ivme, tanıma göre hız-zaman grafiğinin eğimi olup, hızın zamana göre türevine eşittir. a pozitif ise, ivme pozitif x yönünde, negatif ise negatif x yönündedir.

v=dx/dt olduğundan, ivme

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} \tag{2.5}$$

şeklinde yazılabilir. Yani ivme, koordinatın zamana göre ikinci türevine eşittir.

2.4. BİR BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

Bir boyutlu hareketin en genel ve basit tipi, ivmenin sabit veya düzgün olduğu durumdur. İvme sabit oluğunda, ortalama ivme ani ivmeye eşittir. Bu tür harekette hız, hareketin başından sonuna kadar aynı oranda artar veya azalır. O halde,

$$\bar{a} = a = \frac{v_s - v_i}{t_s - t_i}$$

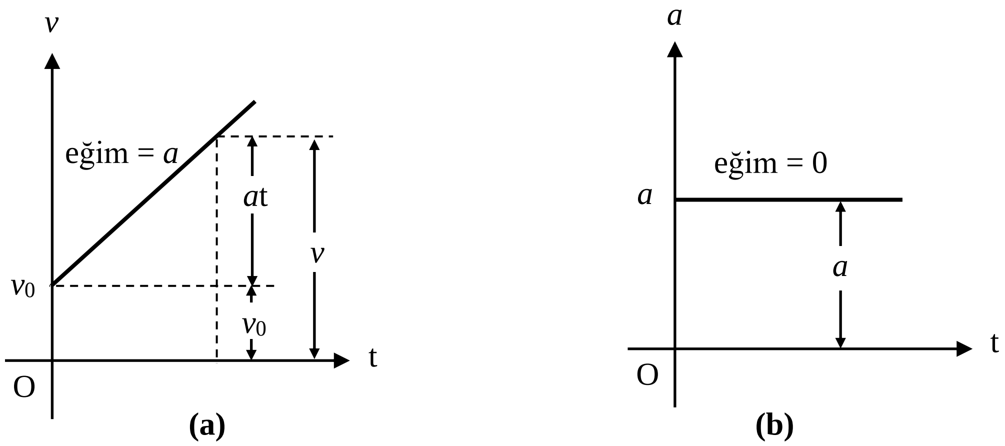
olur.

t_i = 0 ve t_s = t alalım. Aynı zamanda, t = 0'daki ilk hız $v_i = v_0$ ve herhangi bir t zamanındaki hız $v_s = v$ olsun. O halde ivmeyi

$$a = \frac{v - v_0}{t - 0}$$

$$v = v_0 + at \qquad \text{(sabit } a \text{ için)} \qquad (2.6)$$

olarak ifade edebiliriz. Bu tür bir hareket için hızın zamana göre grafiği Şekil 2.5a'da gösterilmektedir.



Şekil 2.5. a) Sabit *a* ivmesiyle x ekseni boyunca hareket eden bir parçacığın hız-zaman grafiği. **b)** Sabit *a* ivmesiyle x ekseni boyunca hareket bir parçacığın ivme-zaman grafiği.

Şekil 2.5b'de ivmenin zamana göre grafiği, ivme sabit olduğundan sıfır eğimli bir doğrudur. İvme negatif olsaydı (parçacık yavaşlamaktadır) Şekil 2.5a'daki eğrinin eğimi negatif olacaktı.

2.6 eşitliğine göre, hız zamanla doğrusal olarak değiştiğinden, herhangi bir zaman aralığındaki ortalama hız, ϑ_0 ilk hızı ile ϑ son hızının aritmetik ortalaması olarak ifade edilebilir:

$$\overline{\vartheta} = \frac{\vartheta_0 + \vartheta}{2} \qquad \text{(sabit } a \text{ için)} \qquad (2.7)$$

2.1 ve 2.7 eşitliklerini kullanarak, yerdeğiştirmeyi zamanın fonksiyonu olarak elde edebiliriz. İlk konumu $x_i = x_0$ ve ilk anı $t_i = 0$ seçelim.

$$\Delta x = \bar{v}\Delta t = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)(t - 0)$$

veya

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v + v_0)t \qquad \text{(sabit } a \text{ için)} \qquad (2.8)$$

elde ederiz. $v = v_0 + at$ eşitliğini bu denklemde yerine yazarsak

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \text{(sabit } a \text{ için)} \qquad (2.9)$$

olur.

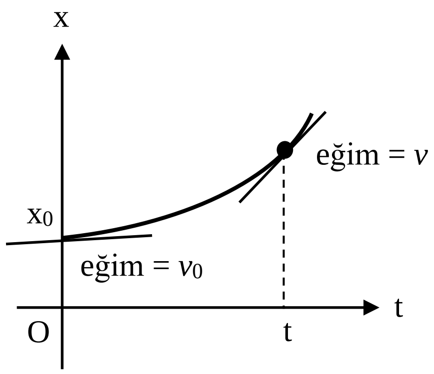
Eğer, $v = v_0 + at$ eşitliğinden elde ettiğimiz t değerini, (2.8) denkleminde yerine yazarsak, zamanı içermeyen bir ifade elde edebiliriz.

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v + v_0)t = \frac{1}{2}(v + v_0)\left(\frac{v - v_0}{a}\right)$$

$$x - x_0 = \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2a}\right)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad \text{(sabit } a \text{ için)} \qquad (2.10)$$

a pozitif kabul edilerek, sabit ivmeli bir hareketin konum-zaman grafiği Şekil 2.6'da gösterilmektedir. t = 0'da bu eğriye çizilen teğetin eğimi ϑ_0 ilk hızına eşittir. Herhangi bir t zamanındaki teğetin eğimi de o andaki hıza eşit olur.



Şekil 2.6. Sabit a ivmesiyle x ekseni boyunca hareket eden bir parçacığın konum-zaman grafiği.

İvmenin sıfır olduğu durumda hareketin hızı ve yerdeğiştirmesi

$\vartheta = \vartheta_0$ a = 0 iken

$x - x_0 = \vartheta t$

olur. Yani ivme sıfır olduğu zaman hız sabittir ve yerdeğiştirme zamanla lineer olarak değişir.

2.5. SERBEST DÜŞEN CİSİMLER

Serbest düşen bir cisim, onun ilk hareketine bakılmaksızın, yerçekiminin etkisi altında serbestçe hareket eden herhangi bir cisimdir.

Yukarı (veya aşağı) fırlatılan bir cisim, durgun halden itibaren serbest bırakılan bir cisim ile aynı ivmenin etkisi altında kalır. Cisimler serbest düşme halinde iken, yerçekiminden ileri gelen ivmeye eşit, aşağı doğru bir ivmeye sahip olacaklardır.

Hava direncini ihmal eder ve yerçekimi ivmesinin yükseklikle değişmediğini kabul edersek, serbest düşen bir cismin hareketi, sabit ivme altındaki bir-boyutlu harekete özdeştir. O nedenle, sabit ivme için olan kinematik eşitliklerimizi bu harekete uygulayabiliriz. Düşey doğrultuyu y ekseni olarak alacağız ve yukarı yöne pozitif diyeceğiz. Bu nedenle, pozitif y yukarı doğru olduğundan, ivme negatiftir (aşağı doğru) ve $a = -g$ ile verilir. Burada g, yerin merkezine doğru yönelmiş olan, yerçekiminden ileri gelen ivmeyi gösteren semboldür. Yerin yüzeyinde, g'nin büyüklüğü yaklaşık olarak 9,80 m/s^2'dir. O halde, serbest düşen bir cismin kinematik eşitlikleri aşağıdaki gibi olur:

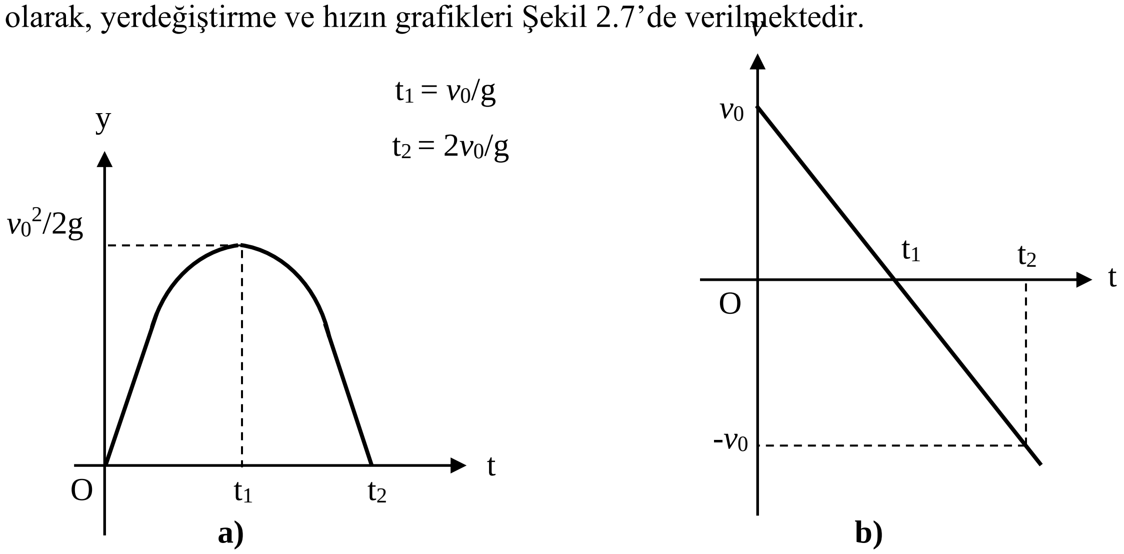
$$\vartheta = \vartheta_0 - gt \qquad (2.11)$$

$$y - y_0 = \frac{1}{2}(\vartheta + \vartheta_0)t \qquad (2.12)$$

$$y - y_0 = \vartheta_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.13)$$

$$\vartheta^2 = \vartheta_0^2 - 2g(y - y_0) \qquad (2.14)$$

Orijinden yukarıya doğru bir ϑ_0 hızıyla düşey olarak fırlatılan bir parçacığın hareketini göz önüne alalım. Bu halde, ϑ_0 pozitif ve $y_0 = 0$'dır. Zamanın fonksiyonu olarak, yerdeğiştirme ve hızın grafikleri Şekil 2.7'de verilmektedir.



Şekil 2.7. Serbest düşen bir parçacık için (a) yerdeğiştirmenin zamana göre ve (b) hızın zamana göre grafikleri.

Hız başlangıçta pozitiftir, fakat zamanla azalır ve yolun tepesinde sıfır olur. $\vartheta = \vartheta_0 - gt$ eşitliğinden hızın sıfır olduğu anı $t_1 = \vartheta_0/g$ olarak buluruz. Bu eşitlik ile (3.13) denklemini kullanarak, çıkılabilen maksimum yükseklik bulunur.

$$y_{maks} = \vartheta_0 \frac{\vartheta_0}{g} - \frac{1}{2} g \frac{\vartheta_0^2}{g^2} = \frac{\vartheta_0^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{\vartheta_0^2}{g}$$

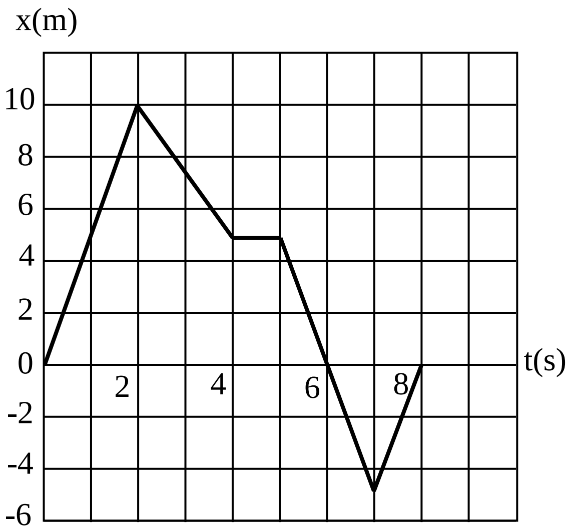
$$y_{maks} = \frac{1}{2}\frac{\vartheta_0^2}{g}$$

PROBLEMLER

Problem 1: Ani Hız

Şekilde tanımlanan parçacığın ani hızını t = 1; 3; 4,5; 7,5 s zamanlarında bulunuz.

Çözüm:



t = 1 s

υ = (5-0)/(1-0) = 5 m/s

t = 3 s

υ = (5-10)/(4-2) = -2,5 m/s

t = 4,5 s

υ = (5-5)/(5-4) = 0 m/s

t = 7,5 s

υ = (0-(-5))/(8-7) = 5 m/s

Problem 2: İvme

Bir parçacık $x = 2 + 3t - t^2$ denklemime göre x ekseni boyunca hareket etmekte olup, x, m ve t, s cinsindendir. T = 3 s'de, a) parçacığın konumu b) hızını, c) ivmesin bulunuz. **Çözüm:**

a) $x = 2 + 3t - t^2$ $\quad t = 3$ s

$x = 2 + 3.3 - 3^2$ $\quad$ **x = 2 m**

b) $x = 2 + 3t - t^2$ $\quad v = dx/dt = 3 - 2t$ $\quad t = 3$ s

$v = 3 - 2.3$ $\quad$ **v = - 3 m/s**

c) $x = 2 + 3t - t^2$ $\quad a = dv/dt = -2$ $\quad t = 3$ s $\quad$ **$a = -2$ m/s^2**

Problem 3: Sabit İvmeli Tek Boyutlu Hareket

Bir elektronun ilk hızı -2.10^5 m/s ve ivmesi ise $4{,}2.10^{14}$ m/s^2'dir.

a) elektron durmadan önce ne kadar yol alır?

b) Elektronun 5,0 cm'lik yerdeğiştirmeye uğraması için geçen zaman nedir?

Çözüm:

a) Elektron durduğundan dolayı $\upsilon = 0$'dır. O halde

$$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2ax \quad \Rightarrow \upsilon_0^2 = -2ax \Rightarrow \quad x = -\upsilon_0^2 / 2a$$

$$x = -(-2.10^5)^2 / 2.4{,}2.10^{14} = -4{,}76.10^{-5} \text{ m}$$

b) $x = \upsilon_0 t + ½\,(at^2)$

$$5.10^{-2} = -2.10^5\, t + ½(4{,}2.10^{14}\, t^2)$$

$$2{,}1.10^{14}\, t^2 - 2.10^5\, t - 5.10^{-2} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4.10^{10} - 4.2{,}1.10^{14}.(-5.10^{-2}) = 42{,}04.10^{12}$$

$$\sqrt{\Delta} = 6{,}48.10^6 \qquad t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = 0{,}2.10^6 \pm 6{,}48.10^6 / 4{,}2.10^{14}$$

$$t_1 = 1{,}59.10^{-8} \text{ s}$$

Problem 4: Sabit İvmeli Tek Boyutlu Hareket

Bir otomobil ve bir tren 25 m/s hızla paralel yollar boyunca beraber gitmektedirler. Otomobil kırmızı ışık nedeniyle –2,5 m/s^2'lik düzgün bir ivmenin etkisi altında kalır ve durur. Otomobil 45 s harketsiz kalır. Sonra 2,5 m/s^2'lik bir ivme ile 25 m/s'lik hıza ulaşır. Trenin hızının 25 m/s'de kaldığını kabul ederek, otomobil 25 m/s'lik hıza ulaştığı zaman trenin ne kadar gerisindedir?

Çözüm:

Arabanın durana kadar alacağı yol ve geçen zaman

$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2ax$	$\upsilon = \upsilon_0 + at$
$0 = (25)^2 + 2(-2,5)x$	$0 = 25 - 2,5t$
$625 = 5x$	$25 = 2,5t$
$x = 125$ m	$t = 10$ s

Arabanın durduktan 25 m/s hıza ulaşıncaya kadar alacağı yol ve geçen zaman

$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2ax$	$\upsilon = \upsilon_0 + at$
$(25)^2 = 0 + 2(2,5)x$	$25 = 0 + 2,5t$
$625 = 5x$	$25 = 2,5t$
$x = 125$ m	$t = 10$ s

Arabanın aldığı toplam yol = 125 m + 125 m = 250 m

Geçen zaman = 10 s + 45 s + 10 s = 65 s

Trenin alacağı yol: $x_t = \upsilon_t t = 25.65 = 1625$ m

O halde tren ile araba araındaki mesafe = 1625 m – 250 m =1375 m

Problem 5: Serbest Düşen Cisimler

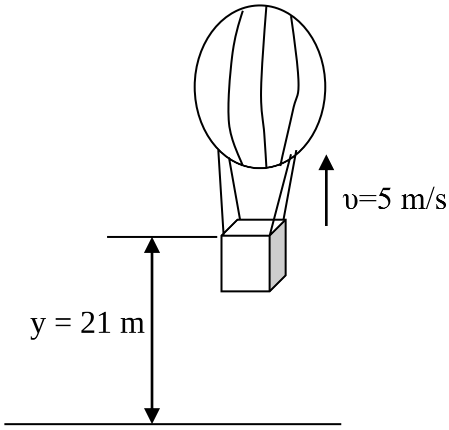
Bir sıcak hava balonu 5 m/s'lik bir hızla düşey olarak yukarı doğru yol olmaktadır. Yerden 21 m yukarıda olduğu zaman, balondan aşağıya bir paket bırakılır.

a) Paket havada ne kadar süre kalır?

b) Yere düşmeden hemen önce paketin hızı nedir?

c) Balonun 5 m/s'lik hız ile alçalması durumunda a) ve b) şıklarını tekrar cevaplayınız.

Çözüm:



a) $y = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}(at^2)$

$-21 = 5t - 4{,}9t^2$

$4{,}9t^2 - 5t - 21 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 25 - 4.4{,}9.(-21) = 436{,}6$

$\sqrt{\Delta} = 20{,}9 \quad t_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad t_{1,2} = [5 \pm 20{,}9] / 9{,}8 \quad t = 2{,}643 \text{ s}$

b) $\upsilon = \upsilon_0 + at \qquad \upsilon = \upsilon_0 - gt \quad \Rightarrow \upsilon = 5 - 9{,}8.2{,}643 = -20{,}9 \text{ m/s}$

c) $\upsilon_0 = -5 \text{ m/s}$

$y = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}(at^2)$

$-21 = -5t - 4{,}9t^2$

$4{,}9t^2 + 5t - 21 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac \qquad \Delta = 25 - 4.4{,}9.(-21) = 436{,}6 \qquad \sqrt{\Delta} = 20{,}9$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = [-5 \pm 20{,}9] / 9{,}8 \qquad t = 1{,}622 \text{ s}$$

$\upsilon = \upsilon_0 + at \qquad \upsilon = \upsilon_0 - gt = -5 - 9{,}8.1{,}622 = -20{,}9 \text{ m/s}$

Problem 6: Serbest Düşen Cisimler

Bir taş, yüksek bir uçurumun tepesinden durgun halden düşmektedir. İkinci bir taş 2 s sonra 30 m/s'lik bir ilk hızla aynı yükseklikten aşağı doğru fırlatılmaktadır. Her iki taş yere aynı anda çarparlarsa, uşurumun yüksekliği nedir?

Çözüm:

$\upsilon_{01} = 0$ m/s $\qquad \upsilon_{02} = 30$ m/s $\qquad t_1 = 2+t_2$

$y = \upsilon_{01}t_1 + ½(gt_1^2)$

$y = \upsilon_{02}t_2 + ½(gt_2^2)$

İki denklemin eşitliğinden

$½[g(2 + t_2)^2] = \upsilon_{02}t_2 + ½(gt_2^2)$

$½[g(4 + 4t_2 + t_2^2)] = \upsilon_{02}t_2 + ½(gt_2^2)$

$2g + 2gt_2 = \upsilon_{02}t_2$

$t_2 = 2g / \upsilon_{02} - 2g$

$t_2 = 2.9,8 / 30 - 2.9,8 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 1,88$ s

$t_1 = 2 + 1,88 = 3,88$ s

$y = ½(gt_1^2) = 1/2(9,8.3,88^2)$

$y = 73,77$ m

Problem 7: Sabit İvmeli Tek Boyutlu Hareket

Bir motosikletli 18 m/s'lik hızla giderken, 38 m ilerisinde bir geyik görür.

a) Aracın maksimum ivmesi –4,5 m/s^2 ise, motosikletin geyiğe çarpmaması için mümkün olan Δt reaksiyon süresi nedir?

b) Bu reaksiyon süresi 0,3 s ise geyiğe vurduğu zaman hızı ne kadardır?

Çözüm:

a) Motosikletin geyiğe çarpmaması için $\upsilon = 0$ olmalıdır. O halde

$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2ax_1$

$\upsilon_0^2 = -2ax_1$

$18^2 = 2.4,5.x_1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 324/9 = 36$ m

$x - x_1 = 38 - 36 = 2$ m

2 m'lik bir mesafede yavaşlamaya başlamalıdır. O halde

$x = \upsilon t$

$2 = 18t \quad \Rightarrow \quad t = 0,11$ s

b) t = 0,3 s ise

$x = \upsilon t = 18.0,3 = 5,4$ m

mesafede yavaşlamaya başlamalıdır.

$38 - 5,4 = 32,6$ m

$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2ax$

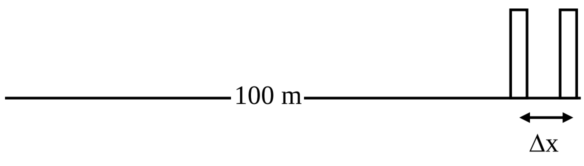
$\upsilon^2 = 18^2 + 2(-4,5)32,6$

$\upsilon = 5,53$ m/s

Problem 8: Sabit İvmeli Tek Boyutlu Hareket

Bir koşucu 100 m'yi 10,3 s'de tamamlamıştır. Diğer bir koşucu 10,8 s'lik bir zamanda ikinci gelmiştir. Koşucuların bütün mesafeyi ortalama skaler hızlarıyla aldıklarını kabul ederek, kazanan koşucu bitiş çizgisine vardığı zaman iki koşucu arasındaki uzaklığı hesaplayınız.

Çözüm:



$x = \upsilon_1 t_1$

$100 = \upsilon_1.10,3$

$\upsilon_1 = 9,71$ m/s

$x = \upsilon_2 t_2$

$100 = \upsilon_2.10,8$

$\upsilon_2 = 9,26$ m/s

10,3 s'de ikinci koşucunun bulunduğu yer:

$x_2 = \upsilon_2 t_1$

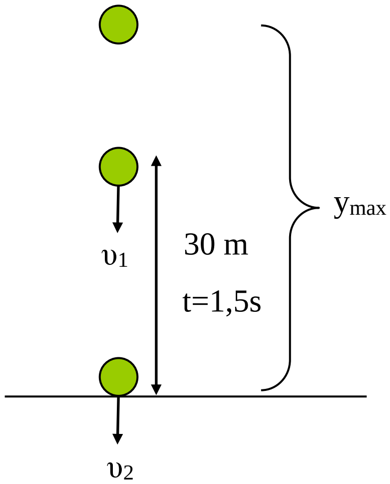
$x_2 = 9{,}26.10{,}3$

$x_2 = 95{,}37$ m

O halde 10,3 s'de iki koşucu arasındaki fark: 100 – 95,37 = 4,63 m

Problem 9: Serbest Düşen Cisimler

Düşmekte olan bir cisim yere çarpmadan hemen önce son 30 m'yi gitmek için 1,5 s'ye gerek duymaktadır. Cisim yerden ne kadar yükseklikten düşmektedir.



Çözüm:

$y = \frac{1}{2}(\upsilon_1 + \upsilon_2)t$

$\upsilon_1 + \upsilon_2 = 2y/t$

$\upsilon_1 = 2y/t - \upsilon_2$

$\upsilon_2 = \upsilon_1 + gt$

$\upsilon_2 = 2y/t - \upsilon_2 + gt$

$2\upsilon_2 = 2y/t + gt$

$\upsilon_2 = y/t + gt/2$

$\upsilon_2 = 30/1{,}05 + 9{,}8.1{,}5/2 \quad \Rightarrow \quad \upsilon_2 = 27{,}35$ m/s

$\upsilon_2^2 = \upsilon_0^2 + 2gy$

$y_{max} = \upsilon_2^2 / 2g$

$y_{max} = 27{,}35^2 / 2.9{,}8$

$y_{max} = 38{,}16$ m

Problem 10: Sabit İvmeli Tek Boyutlu Hareket

Bir motosikletli bir doğru yol boyunca 15 m/s’lik sabit bir hızla gitmektedir. Motosikletli, bir polis memurunu geçer geçmez, polis 2 m/s^2’lik ivmeyle harekete geçer. Bu sabit ivme değerini koruyarak:

a) Polis memurunun motosikletliye yetişmesi için geçecek zamanı hesaplayınız.

b) Polis memurunun hızını bulunz.

c) Motosikletliyi geçerken toplam yerdeğiştirmeyi bulunuz.

Çözüm:

a) Motosikletlinin alacağı yol

$x_m = \upsilon\, t$

$x_m = 15\, t$

Polisin alacağı yol

$x_p = \upsilon_0 t + ½(at^2)$

$x_p = ½(2t^2)$

Birbirine eşitlendikleri zaman

$15t = t^2$

$t = 15$ s

b) $\upsilon = \upsilon_0 + at$

$\upsilon = 0 + 2.15 \quad \Rightarrow \quad \upsilon = 30$ m/s

c) $x_p = \upsilon_0 t + ½(at^2)$

$x_p = 0 + ½(2.15^2) \quad \Rightarrow \quad x_p = 225$ m

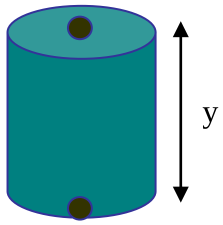
Problem 11: Serbest Düşen Cisimler

Bir taş durduğu yerden bir kuyunun içine düşer.

a) Suya çarpma sesi, 2,4 s sonra işitilirse, su, kuyunun ağzından ne kadar aşağıda bulunur? Sesin havadaki hızı 336 m/s'dir.

b) Sesin yol alma zamanı ihmal edilirse, kuyunun derinliği hesaplandığı zaman yüzde kaç hata yapılır?

Çözüm:



a) $y = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}(gt^2)$ $\quad\quad$ $y = \upsilon t_2$

$y = \frac{1}{2}(9{,}8t_1^2)$ $\quad\quad$ $y = 336t_2$

$y = 4{,}9t_1^2$

$$t_1 + t_2 = 2{,}4 \text{ s} \quad \Rightarrow \quad t_1 = 2{,}4 - t_2$$

$336t_2 = 4{,}9t_1^2$

$336t_2 = 4{,}9(2{,}4 - t)^2$

$4{,}9t_2^2 - 359{,}5t_2 + 28{,}22 = 0$

$$t_2 = 359{,}5 \pm [(359{,}5)^2 - 4(4{,}9)(28{,}22)]^{1/2} / 9{,}8$$

$$t_2 = 0{,}0786 \text{ s}$$

$y = 336t_2$

$y = 336.0{,}0765 \quad \Rightarrow \quad y = 26{,}4 \text{ m}$

b) $y = 4{,}9t^2$ $\quad\quad$ $26{,}4 \quad\quad 1{,}82$

$y = 4{,}9.(2{,}4)^2$ $\quad\quad$ $100 \quad\quad x$

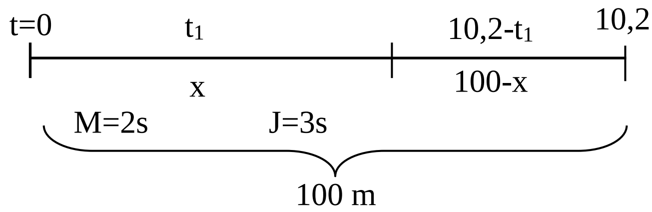
$y = 28{,}22 \text{ m}$ $\quad\quad$ $x = \%6{,}89$

Problem 12: Bir Boyutta Sabit İvmeli Hareket

Bir 100 m yarışında, Melek ve Jale, her ikisi 10,2 s koşarak aynı anda bitiş çizgisini geçerler. Düzgün şekilde hızlanarak yarışın geri kalan kısmında koştukları maksimum hıza Melek 2 s'de ve Jale 3 s'de ulaşmaktadır.

a) Her bir kısa mesafe yarışçısının ivmesi nedir?
b) Birbirine göre maksimum hızları nedir?
c) Hangi koşucu 6 s işaretinde ne kadar öndedir?

Çözüm:



a) $x = [(\upsilon + \upsilon_0)/2]t_1$ $\quad$ $x = \upsilon t_1/2$

$100 - x = \upsilon(10,2 - t_1)$ $\quad$ $x = 100 - \upsilon(10,2 - t_1)$

$\upsilon = \upsilon_0 + at_1$ $\quad$ $\upsilon = at_1$

$$\upsilon t_1/2 = 100 - \upsilon(10,2 - t_1)$$

$$at_1t_1/2 = 100 - at_1(10,2 - t_1)$$

$$at_1^2/2 + at_1(10,2 - t_1) - 100 = 0$$

$$at_1^2 + 2at_1(10,2 - t_1) - 200 = 0$$

$$a[t_1^2 + 2t_1(10,2 - t_1)] = 200$$

$$a = 200 / (t_1^2 + 20,4t_1 - 2t_1^2)$$

$$a = 200 / (20,4t_1 - t_1^2)$$

$a_M = 200 / (20,4.2 - 2^2) = 200 / 36,8$ $\quad$ $a_M = 5,43\ m/s^2$

$a_M = 200 / (20,4.3 - 3^2) = 200 / 52,2$ $\quad$ $a_M = 3,84\ m/s^2$

b) $\upsilon = at_1$

$\upsilon_M = 5,43.2$ $\quad$ $\upsilon_M = 10,86\ m/s$

$\upsilon_J = 3,84.3$ $\quad$ $\upsilon_J = 11,52\ m/s$

c) $x = at_1^2/2 + \upsilon(6 - t_1)$

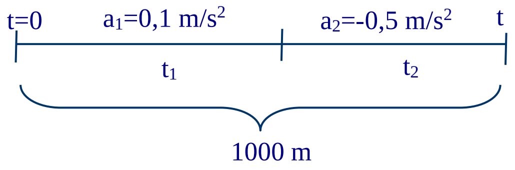
$x_M = 5,43.2^2/2 + 10,86.4$ $\quad$ $x_M = 54,3\ m$

$x_J = 3,84.3^2/2 + 11,52.3$ $\quad$ $x_J = 51,8\ m$

$$x_M - x_J = 2,5\ m$$

Problem 13: Bir Boyutta Sabit İvmeli Hareket

Bir banliyö treni, bir t_1 süresinde hızlanıyor (a_1 = 0,1 m/s^2); bir t_2 süresince frenleri kullanarak negatif bir ivmenin (a_2 = -0,5 m/s^2) etkisinde kalıyor. Böylece iki istasyon arasındaki t zamanını minimuma indirebilmektedir. İstasyonlar birbirlerinden sadece 1 km uzakta olduklarından tren asla maksimum hızına ulaşmamaktadır. Minimum t seyahat süresini ve t_1 süresini bulunuz.



Çözüm:

a) $x_1 = \upsilon_0 t_1 + (a_1 t_1^2)/2$

$x_2 = \upsilon_1 t_2 + (a_2 t_2^2)/2$

$x_1 = (0{,}1 t_1^2)/2 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 0{,}05 t_1^2$

$x_2 = \upsilon_1 t_2 + (-0{,}5 t_2^2)/2 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \upsilon_1 t_2 - 0{,}25 t_2^2$

$$x_1 + x_2 = 1000 = 0{,}05 t_1^2 + \upsilon_1 t_2 - 0{,}25 t_2^2$$

$$\upsilon_1 = a_1 t_1 = -a_2 t_2$$

$$\upsilon_1 = 0{,}1 t_1 = 0{,}5 t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = (0{,}1/0{,}5) t_1$$

$$t_2 = 0{,}2 t_1$$

$1000 = 0{,}05 t_1^2 + 0{,}02 t_1^2 - 0{,}01 t_1^2$

$1000 = 0{,}06 t_1^2$

$t_1 = 129{,}1$ s

$t_2 = 0{,}2 t_1 = 0{,}2.129{,}1 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 25{,}82$ s

$t = t_1 + t_2 = 129{,}1 + 25{,}82$

$t = 154{,}92$ s