

Problemas NP Completos

# Problema de la Mochila



# Introducción al problema



Richard Karp en 1972.

*El problema de la mochila o Knapsack Problem.*

- *Hay una persona que tiene una mochila con una cierta capacidad.*
  - *Cada uno de los elementos tiene un peso y aporta un beneficio.*
- ¿Qué elementos podrá elegir para depositarlos en ella?*

En cuanto a complejidad computacional: Si contáramos con 4 productos, para saber cual es la mejor solución podríamos probar las  $2^4 = 16$  posibilidades.

Si la cantidad de elementos por ejemplo ascendiera a 20, tendríamos que analizar nada más  $2^{20} = 1.048.576$  posibilidades.

# Usos para el modelo.



## Problema de optimización

Se busca hallar la utilidad total más grande de cualquier grupo de los objetos que quepa en la mochila, es decir que produzca la utilidad máxima.



## Problema de decisión

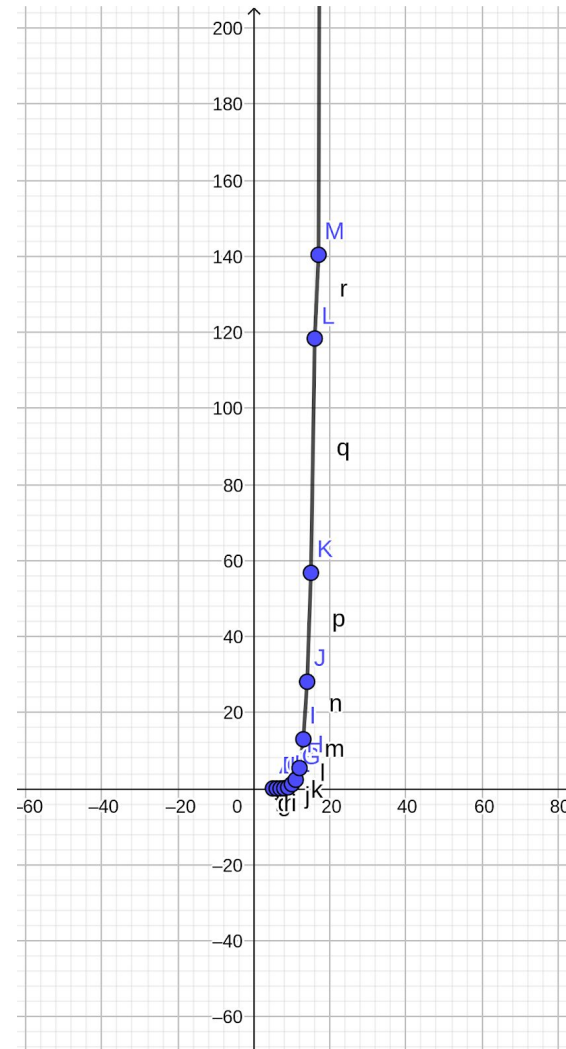
Determinar si existe un grupo de los objetos que quepa en la mochila y tenga una utilidad total de por lo menos valor  $k$ .

# Curva de crecimiento

N	Seg
5	0,055
6	0,055
7	0,063
8	0,124
9	0,356
10	1,202
11	2,353
12	5,425
13	13,002
14	28,126
15	56,759
16	118,374
17	140,383
18	505,941
19	12.909,922
20	21.291,125

$$2^n$$

5 nodos .. 20 nodos



# Heurístico

Un heurístico es un procedimiento que en la mayoría de las ocasiones nos permite obtener una buena solución pero que no necesariamente es la óptima.

- 1 Ordenando los productos en forma descendente según la proporción.
- 2 Incorporando elementos de esta lista ordenada hasta que no se pueda ingresar el siguiente elemento a la mochila.
- 3 Desde este punto en adelante, siempre se asumirá que los elementos del conjunto se encuentran ordenados según esta proporción.

## Proporción

$$R_i = \frac{\text{Utilidad } i}{\text{Peso } i}$$

“

## *Ejemplo 1*

Considerando que la mochila tiene capacidad  $c = 65$ .

N	Peso $i$	Utilidad $i$	R (Utilidad / Peso)
A	20	100	5
B	20	80	4
C	30	30	1

“

## *Ejemplo 2*

Considerando que la mochila tiene capacidad  $c = 100$ .

N	Peso i	Utilidad i	R (Utilidad / Peso)
A	1	2	2
B	100	100	1

“

## ***Soluciones:***

***Ejemplo 1:***  $Z' = 100 + 80 = 180$

***Ejemplo 2:***  $Z' = 2$



# Aplicaciones

Podríamos describirlo como un problema de toma de decisiones en el cual se hace una inversión,  $C$  es el capital total que se puede invertir y la utilidad de una inversión es el rendimiento esperado.

El problema se puede representar como un modelo de asignación de recursos general en el cual se utilizan recursos limitados. Ej. Determinar los artículos más valiosos que un combatiente podría cargar en una mochila.

Desperdiciar la menor cantidad de tela: **material como limitante**.  
Aprovechar al máximo el uso de máquinas: **tiempo como limitante**.

El problema tiene diferentes aplicaciones en planificación económica y en problemas de carga o empaque.

**Problema de la Mochila.**

**Teoría de la Computabilidad.**

**Escalante Julian E.**

