

Análisis y optimización de portafolios de inversión de Markowitz

N. Rocío Escobar Herrera
esc20647@uvg.edu.gt

Resumen—En este trabajo, se busca investigar el desempeño de portafolios en el sector tecnológico y en el multisectorial con el fin de encontrar el riesgo mínimo, manteniendo una tasa anual de retorno congruente. El análisis consistió en comparar grupos de acciones de tecnología y de varios sectores entre los años 2020 y 2023. Se utilizó la librería PyPortfolioOpt y yfinance para encontrar el mejor rendimiento de acciones, basándose en la teoría desarrollada por el economista Harry Markowitz. Los resultados son consistentes con la teoría, pero deben considerarse las limitaciones de la teoría al basarse exclusivamente en las condiciones históricas del mercado.

Index Terms—Markowitz, Sharpe ratio, volatilidad, portafolio, optimización.

I. INTRODUCCIÓN

Los portafolios son una colección de acciones de inversión. Estos deben ser analizados críticamente para la correcta toma de decisiones de inversión. El objetivo principal de crear dicho análisis es crear portafolios óptimos para determinados niveles de riesgo y retorno.

Invertir en el mercado financiero es riesgoso, dadas las amplias fluctuaciones. Existe un riesgo inherente al invertir en una sola acción, por lo que la mayor parte de profesionales diversifican sus inversiones para reducir el riesgo.

II. MARCO CONCEPTUAL

II-A. Análisis de portafolios

La inversión en una sola acción facilita el cálculo del riesgo y retorno. Sin embargo, la mayor parte de casos consisten en una numerosa cantidad de acciones dificultando el cálculo del retorno. Además, al comparar portafolios de distintos tamaños y tomar una decisión sobre cuál es mejor, se vuelve necesario realizar un análisis de portafolio.

II-B. Optimización de portafolios

Existen muchos modelos interesantes y eficientes para asignar acciones. Formalmente, la optimización de portafolios es una metodología para hacer decisiones financieras a lo largo de una colección de instrumentos financieros o activos. Esto se hace con el fin de seleccionar el portafolio óptimo (distribución de activos).

Frecuentemente, el objetivo consiste en maximizar el retorno esperado y minimizar el riesgo financiero. Como ejemplo principal de estos modelos, existe la **Teoría de Frontera Eficiente** introducida en 1952 por el economista

estadounidense Henry Markowitz. En ella, se obtiene un conjunto de portafolios en los que se espera tener los retornos más altos a un nivel determinado de riesgo.

Se considera que un portafolio es eficiente cuando ningún otro ofrece retornos más altos para un nivel igual o más bajo de riesgo.

II-C. Planteamiento

Se desea analizar la volatilidad y retorno respecto a la optimización de un portafolio de inversión. Para ello, se utilizó un dataset que consiste en los costos de cierre de las acciones de 5 empresas del sector de tecnología en la región de Norteamérica, para el periodo de 2020 a 2023.

- Date: fecha en la cual sucedió la transacción/negociación del costo de la acción.
- AAPL: Apple Inc. Common Stock¹
- AMZN: Amazon.com, Inc. Common Stock
- GOOGL: Alphabet Inc. Class A Common Stock
- META: Meta platforms, Inc. Class A Common Stock
- NFLX: Netflix, Inc. Common Stock

En la segunda parte (análisis multisectorial), para el periodo de 2020 a 2023, se seleccionaron las siguientes empresas:

- AAPL: Apple Inc.
- PFE: Johnson & Johnson
- JPM: JPMorgan Chase & Co.
- XOM: Exxon Mobil Corporation
- PG: Procter & Gamble Co.

III. OBJETIVOS

- Comparar el retorno de un portafolio de inversión obteniendo el sharpe ratio máximo y la volatilidad mínima.
- Aplicar la optimización del portafolio para encontrar dos perfiles distintos adaptables de rendimiento y riesgo.
- Comparar el desempeño de cada portafolio respecto a su enfoque (tecnológico o multisectorial)

IV. METODOLOGÍA

Las ecuaciones que representan al modelo de la Frontera Eficiente para portafolios, son las siguientes

¹Acción común

IV-A. Retorno esperado

$$E(R_o) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) \quad (1)$$

donde w_i es el peso de i -ésimo activo en el portafolio. El peso de un activo se refiere a la proporción de la inversión total asignada a ese activo en particular. Los pesos determinan el impacto de cada activo sobre el retorno total del portafolio. Por ejemplo, si tenemos un portafolio donde el 50% de la inversión está en el activo A y lo restante en el B, entonces ambos pesos w_A y w_B son 0.5. Esta parte es esencial en la optimización, ya que el retorno esperado y el riesgo dependen de los pesos. Los inversionistas pueden ajustar los pesos para elegir un perfil específico de riesgo y retorno.

IV-B. Covarianza

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (2)$$

donde ρ_{ij} es el coeficiente de correlación entre dos activos y σ_i , σ_j son las desviaciones estándar de los retornos para ambos activos. En la teoría moderna de portafolios utiliza la covarianza para reducir el riesgo de forma general.

IV-C. Varianza

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (3)$$

donde σ_p^2 es la varianza (o el riesgo) del portafolio, w_i y w_j son los pesos de dos activos con su covarianza respectiva σ_{ij}

IV-D. Optimización cuadrática

La librería de Python **PyPortfolioOpt** es útil para implementar métodos de optimización de portafolios, utilizando la teoría desarrollada por Markowitz, que consiste en encontrar el ratio de Sharpe máximo, la volatilidad mínima y la frontera eficiente.

IV-D1. Volatilidad mínima: Para encontrar la volatilidad mínima en la Frontera Eficiente, se requiere optimizar lo siguiente

$$\min_{\mathbf{w}} (\mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}) \quad (4)$$

con las restricciones $\mathbf{w}^T \mathbf{E} = R_p$ y $\mathbf{w}^T \mathbf{1} = 1$, siendo \mathbf{w} son los pesos del portafolio, Σ la matriz de covarianzas (riesgos) de los retornos, \mathbf{E} son los retornos esperados de cada activo, R_p es el retorno objetivo del portafolio y $\mathbf{1}$ asegura que la suma de los pesos sea 100%. Además, $w_i \geq 0$, que evita la especulación en el mercado.

IV-D2. Sharpe ratio máximo: El Sharpe ratio es el ratio (o medida) del exceso de retorno por unidad de riesgo de una inversión.

$$\max(w^T(\mu - r_f))$$

sujeto a $\mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w} = 1$.

V. RESULTADOS

V-A. Portafolio de inversiones en empresas de tecnología

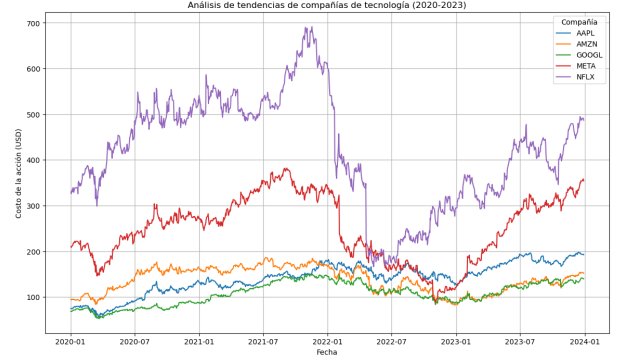


Figura 1. Análisis de tendencias de compañías de tecnología (2020-2023)

En la Figura 1, se evidencia que en NFL se ha mantenido una tendencia creciente, lo cual indica un aumento en el costo de la acción sobre el resto de empresas, y periodos de bastante volatilidad. AMZN al igual que GOOGL mantienen un crecimiento semejante, sin mayor volatilidad respecto al resto. Casi todas presentaron una disminución en los costos de cierre alrededor del periodo de enero del 2022 hasta julio de ese mismo año.

En la Figura 2, se presentan las correlaciones entre los costos de cada acción. Los resultados directamente proporcionales fueron los siguientes:

- GOOGL y APPL
- NFLX y AMZN
- META y AMZN
- META y NFLX

Es decir, que el aumento (disminución) del costo de una, se relaciona con el aumento (disminución) de la otra. Por otro lado, AAPL y NFLX mostraron una proporcionalidad inversa.

La función en el gráfico representa la frontera eficiente, es decir, la combinación óptima de riesgo y retorno. Además,

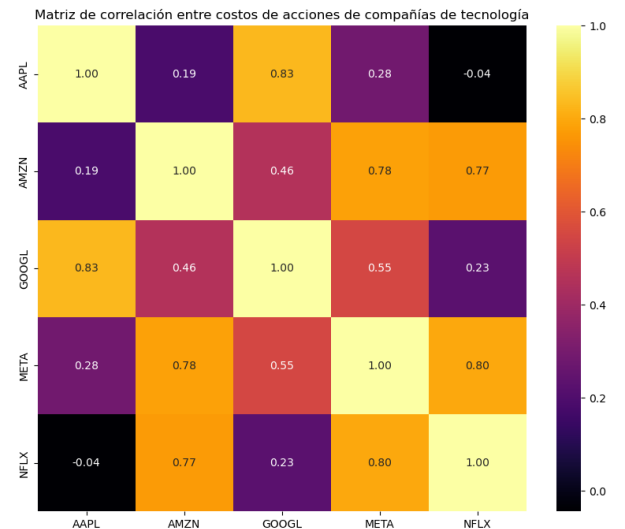


Figura 2. Matriz de correlación entre los costos de las acciones

cada uno de los puntos es un portafolio. Aquellos puntos que se acerquen más a la frontera son los portafolios que se espera que tengan el mejor retorno con el menor riesgo.

También debemos considerar que los portafolios que están debajo de la curva son subóptimos porque no proveen el suficiente retorno para el nivel de riesgo. Además, aquellos que estén agrupados hacia la derecha del gráfico son subóptimos. Sin embargo, debe mencionarse que esta caracterización depende del perfil del inversor y su tolerancia al riesgo.

Se procedió a calcular el retorno esperado de los activos, basándose en el retorno promedio de cada acción durante el período de 2020-2023.

Empresa	Retornos esperados
AAPL	0.2663
AMZN	0.1253
GOOGL	0.1959
META	0.1402
NFLX	0.1026

Cuadro I

RETORNOS ESPERADOS DE ACCIONES EN EMPRESAS DE TECNOLOGÍA

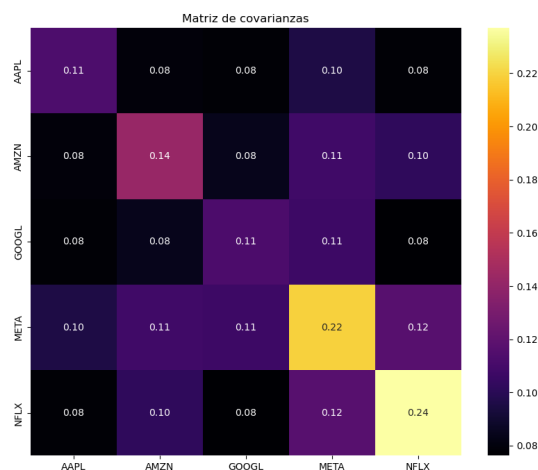


Figura 3. Matriz de covarianzas (riesgos)

En la Figura 3, se presenta la matriz de covarianzas, que se asocia a los riesgos inherentes de cada una de las acciones.

Medida	Resultado
Retorno esperado anual	20.7 %
Volatilidad anual	30.3 %
Sharpe ratio	0.62

Cuadro II

RETORNOS ESPERADOS DE ACCIONES EN EMPRESAS DE TECNOLOGÍA (VOLATILIDAD MÍNIMA)

Medida	Resultado
Retorno esperado anual	26.3 %
Volatilidad anual	33.1 %
Sharpe ratio	0.73

Cuadro III

RETORNOS ESPERADOS DE ACCIONES EN EMPRESAS DE TECNOLOGÍA (MÁXIMO SHARPE RATIO)

Finalmente, en la figura 4 se observan los resultados de los valores para la optimización con volatilidad mínima y con el máximo del Sharpe Ratio.

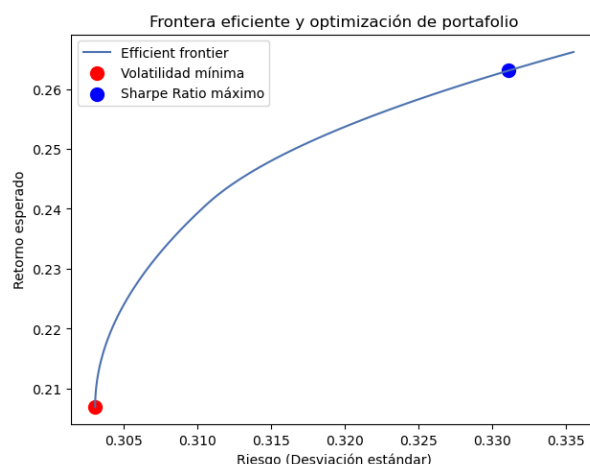


Figura 4. Optimización de portafolio respecto a la frontera eficiente para empresas de tecnología

V-B. Portafolio de inversiones en empresas intersectoriales

En la Figura 5, se evidencia un crecimiento en el costo de las acciones por parte de AAPL, JPM, PG y XOM, exceptuando PFE (Pfizer), siendo más notorio el crecimiento de XOM (Exxon).

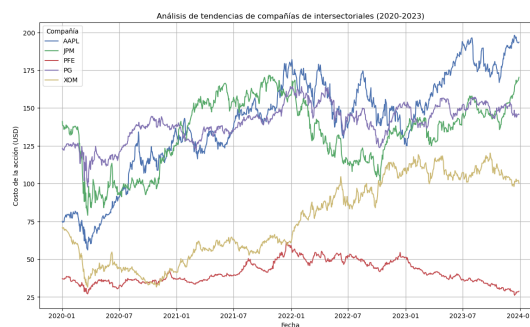


Figura 5. Análisis de tendencias de compañías intersectoriales (2020-2023)

En la Figura 6, se observan menos resultados directamente proporcionales entre cada una de las acciones, indicando menor dependencia en el aumento (disminución) del costo entre cada una.

Se procedió a calcular el retorno esperado de los activos, basándose en el retorno promedio de cada acción.

Empresa	Retornos esperados
AAPL	0.268332
JPM	0.048361
PFE	-0.061887
PG	0.042609
XOM	0.090672

Cuadro IV

RETORNOS ESPERADOS DE ACCIONES EN EMPRESAS INTERSECTORIALES

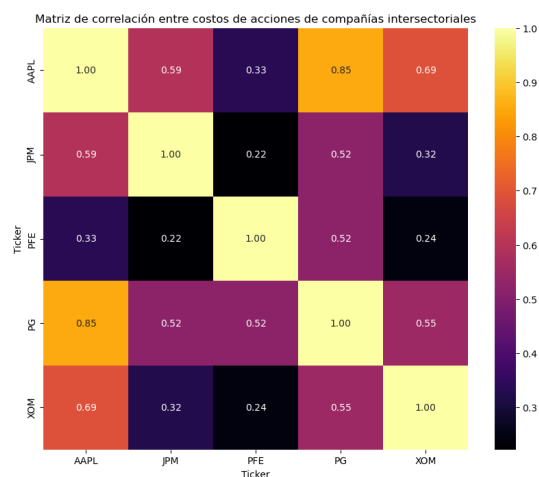


Figura 6. Matriz de correlación entre los costos de las acciones (multisectorial)

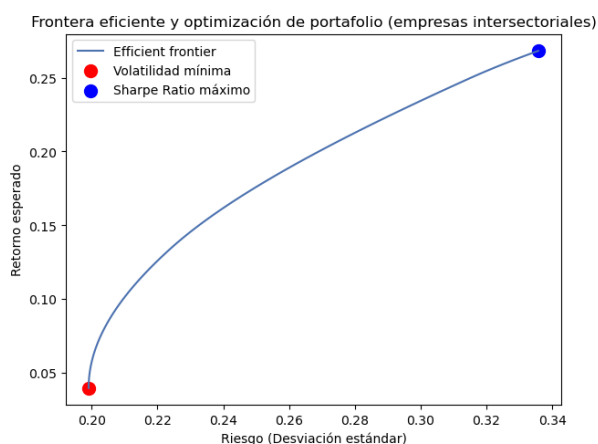


Figura 7. Optimización de portafolio respecto a la frontera eficiente para empresas intersectoriales

Nótese en el Cuadro II que el retorno para Pfizer es < 0 , por lo que a nivel general se deducen pérdidas para la empresa y para los accionistas.

Medida	Resultado
Retorno esperado anual	4 %
Volatilidad anual	19.9 %
Sharpe ratio	0.10

Cuadro V

RETORNOS ESPERADOS DE ACCIONES EN EMPRESAS INTERSECTORIALES (VOLATILIDAD MÍNIMA)

Medida	Resultado
Retorno esperado anual	26.8 %
Volatilidad anual	33.6 %
Sharpe ratio	0.74

Cuadro VI

RETORNOS ESPERADOS DE ACCIONES EN EMPRESAS INTERSECTORIALES (MÁXIMO SHARPE RATIO)

VI. DISCUSIÓN

La literatura infiere que algunos tipos de riesgo pueden mitigarse al invertir en activos que no están correlacionados, dando lugar a que la correlación sea parte de la diversificación. Sin embargo, cabe mencionar que las acciones utilizadas son de gran capitalización (large-cap). Estas empresas tienen los valores más altos en el mercado y son líderes en el sector de tecnología. Por lo cual, generalmente estas acciones se mantienen en fondos mutuos lo que significa que las estrategias llevan a su compra o venta simultánea, siendo también sensibles a las mismas tendencias del sector y condiciones económicas del mercado.

A partir de los resultados provistos, el desempeño más adecuado en un portafolio de inversiones es en acciones a través de diferentes industrias, es decir, manteniendo la una inversión diversificada. A pesar de las pérdidas provocadas por PFE, la volatilidad anual aumentó pero el Sharpe ratio demostró un mejor desempeño para este tipo de portafolio.

El modelo de Markowitz, tiene limitaciones inherentes, principalmente porque utiliza datos históricos para estimar retornos futuros y riesgos (covarianzas), lo que puede no representar correctamente las condiciones futuras del mercado. A pesar de estas limitaciones, el modelo de Markowitz sigue siendo un punto de partida fundamental en la teoría moderna de portafolios.

VII. CONCLUSIONES

- El portafolio multisectorial tuvo un mejor rendimiento que el portafolio tecnológico, alcanzando una volatilidad anual similar pero con mejores retornos anuales. Sin embargo, podría considerarse una selección más dedicada de acciones en sectores determinados para reducir el riesgo.
- La maximización del Sharpe ratio presentó mejoras en el retorno, sin que la volatilidad anual se disparará.
- Dependiendo de la tolerancia al riesgo, el portafolio en tecnología presenta dos enfoques similares, manteniendo un equilibrio entre el riesgo y el retorno.

VIII. RECOMENDACIONES

- Se recomienda variar el tamaño de cada portafolio e investigar exhaustivamente qué industrias no tienen fluctuaciones en los costos de acciones, con el fin de reducir la volatilidad y el riesgo en la inversión.
- Además de las medidas utilizadas, existen otras que ofrecen más robustez en el análisis como el valor en riesgo (VAR) o el riesgo condicional de valor en riesgo (CVAR), con el fin de prevenir y estimar la máxima pérdida. Este puede implementarse con el método de Monte Carlo o comparando con el rendimiento histórico.
- La validez de los resultados siempre dependen de las condiciones del mercado y de la sensibilidad a fenómenos globales.
- El modelo de Markowitz tiene ciertas limitaciones dado que depende exclusivamente de datos históricos. Estas limitaciones se han mitigado en la actualidad utilizando algoritmos de aprendizaje automático y modelos de predicción.

IX. APÉNDICES

1. Portafolio: selección de documentos que se cotizan en el mercado de valores y en los que una persona o empresa decide colocar o invertir su dinero. Se compone de instrumentos de renta fija o renta variable. Busca diversificar el riesgo al combinar diferentes instrumentos financieros.
2. Mercado de valores: mercado financiero (físico, virtual o ambos) en el que se realizan los intercambios de instrumentos financieros. Específicamente, se venden deudas a largo plazo o valores respaldados por acciones. En ello, se negocia la renta variable (inversión sin garantía de retorno) y la renta fija (instrumentos de bajo riesgo).
3. Índice bursátil (índice de mercado): componente que ayuda a evaluar eficazmente los portafolios de inversión y comparar su retorno con el de otras acciones e inversiones. Es decir, son indicadores que ofrecen un dato general sobre la tendencia de un conjunto de valores que se cotizan en la bolsa.
A partir de las variaciones o cambios que reflejan, se logra entender el movimiento del mercado con respecto a un sector en específico. Estos pueden ser relativos a una industria, sector o país determinado.
4. Acción común: también conocidas como acciones ordinarias, son una forma de inversión en la que los inversores compran una parte de propiedad de una empresa. Los titulares tienen derecho a voto en las juntas de accionistas y pueden recibir dividendos si la empresa desea distribuir ganancias a sus accionistas.

REFERENCIAS

- [1] H. Chapra *Métodos numéricos para ingeniería*, 3rd ed. Harlow, England: Addison-Wesley, 1999. <https://synthical.com/article/9ce740b0-ffd7-11ed-90ce-72eb57fa10b3>
- [2] A. Pius *PyPortfolio Optimization: Risk Models*, 3rd ed.
- [3] A. Jackson *Large cap-stocks*, 3rd ed. <https://www.forbes.com/advisor/investing/large-cap-stocks/>
- [4] CFI *Efficient frontier*, 3rd ed. <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/career-map/sell-side/capital-markets/efficient-frontier/>
- [5] H. Markowitz, *Portfolio Selection*, The Journal of Finance, vol. 7, no. 1, pp. 77–91, Mar. 1952.
- [6] Y. Hilpisch, *Python for Finance: Mastering Data-Driven Finance*, 2nd ed. O'Reilly Media, 2018.