

TP RX 2 : ABSORPTION DES RAYONS X

MP S2 - Année universitaire 2017/2018

Quentin Barthélemy, doctorant au LPS Orsay

Contact : quentin.barthelemy@u-psud.fr

Page personnelle : <https://escobart.github.io/>

Motivations

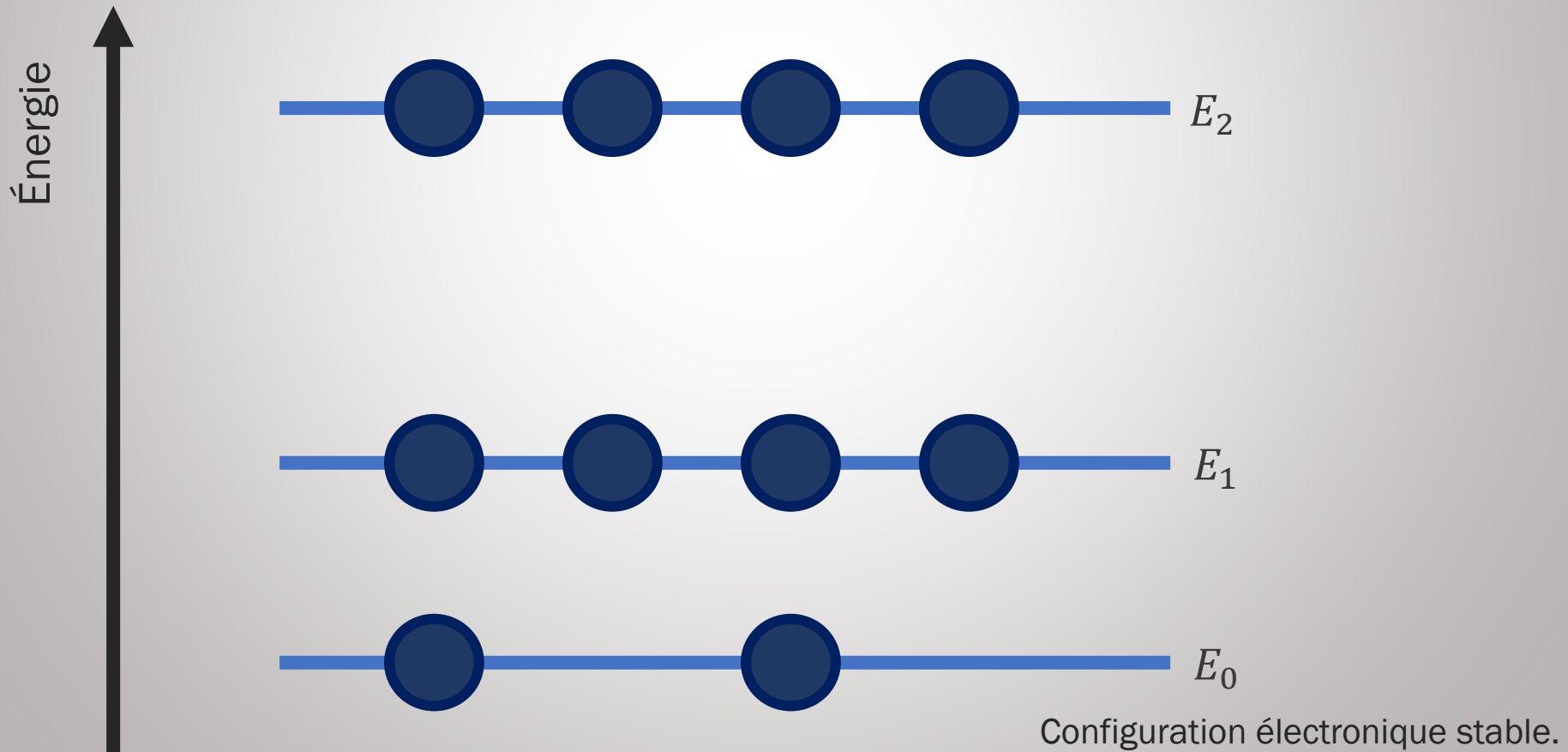
On veut pouvoir :

- Sélectionner les composantes utiles du rayonnement X
(sélectionner les photons X issus d'une désexcitation particulière).
- Préserver au maximum le flux de photons X depuis le tube de production jusqu'au détecteur.
- Se protéger du rayonnement.

Pour se faire, on utilise la matière tantôt comme filtre, tantôt comme fenêtre.

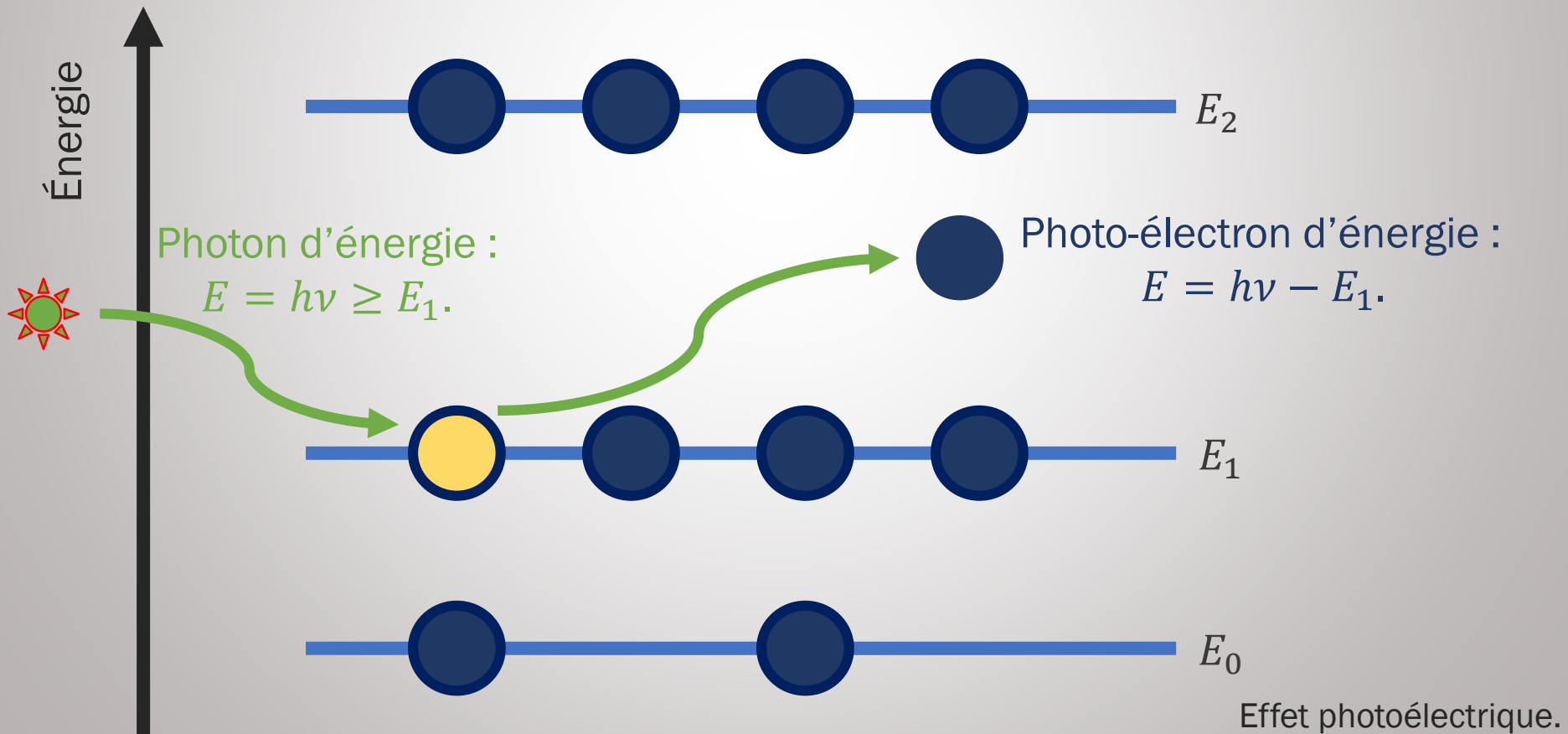
Loi de Beer-Lambert

On a vu pendant le TP1 que le rayonnement X était un rayonnement ionisant : un photon X peut ioniser un atome s'il a une énergie suffisante (supérieure au seuil d'absorption). On parle d'auto-absorption (AA) quand l'anode du tube à RX est ionisée par les photons X qu'elle a elle-même produit.



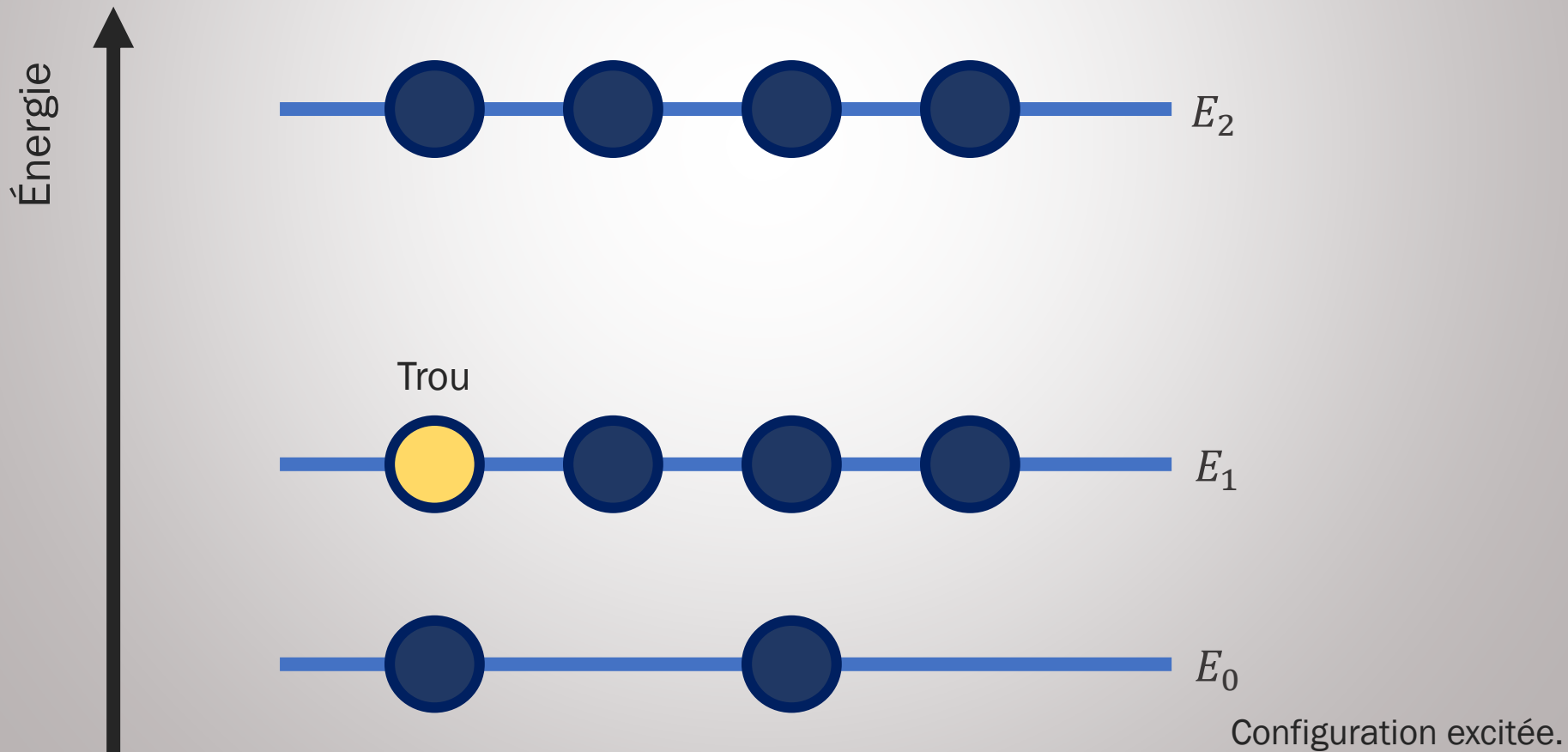
Loi de Beer-Lambert

On a vu pendant le TP1 que le rayonnement X était un rayonnement ionisant : un photon X peut ioniser un atome s'il a une énergie suffisante (supérieure au seuil d'absorption). On parle d'auto-absorption (AA) quand l'anode du tube à RX est ionisée par les photons X qu'elle a elle-même produit.



Loi de Beer-Lambert

On a vu pendant le TP1 que le rayonnement X était un rayonnement ionisant : un photon X peut ioniser un atome s'il a une énergie suffisante (supérieure au seuil d'absorption). On parle d'auto-absorption (AA) quand l'anode du tube à RX est ionisée par les photons X qu'elle a elle-même produit.



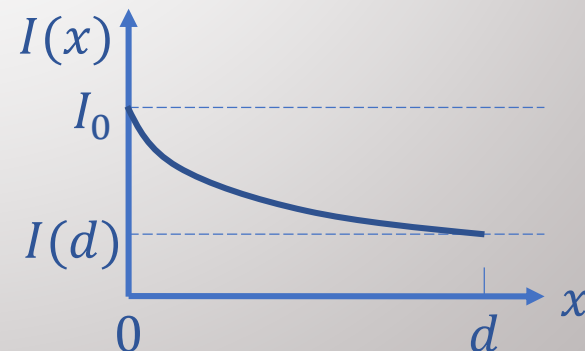
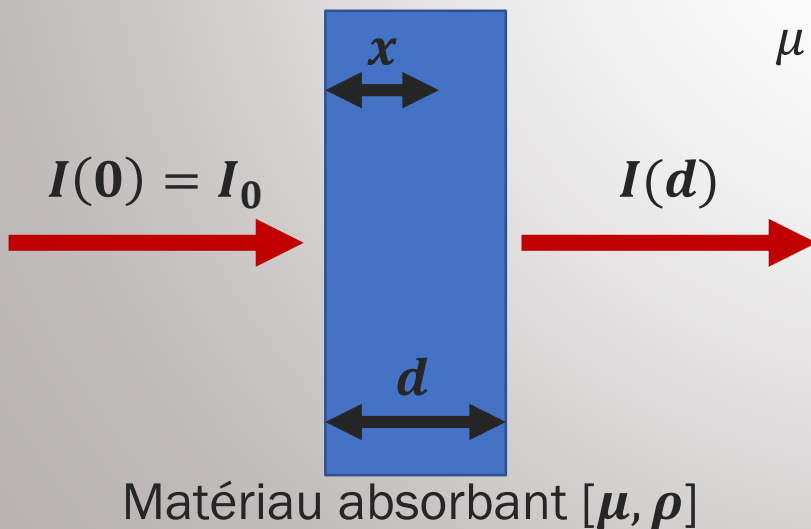
Loi de Beer-Lambert

- La configuration électronique est caractéristique d'un élément : deux atomes différents n'ont pas les mêmes niveaux d'énergie. Ainsi, un photon X d'énergie donnée pourra ioniser certains atomes, mais pas d'autres.
- En d'autres termes, si l'on considère un rayonnement X de longueur d'onde donnée, on peut séparer les éléments de la classification périodique en deux groupes : ceux qui y sont transparents (pas d'absorption) et ceux qui l'absorbent.
- En terme d'intensité, l'absorption du rayonnement X par un élément suit la loi de Beer-Lambert :

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu \rho x).$$

μ : coefficient d'absorption massique en $\text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$

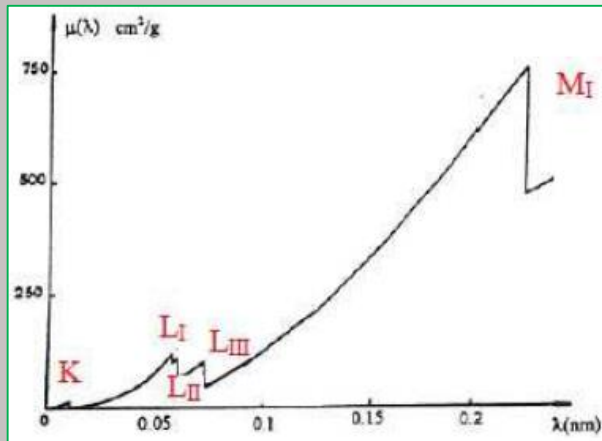
ρ : masse volumique en $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$



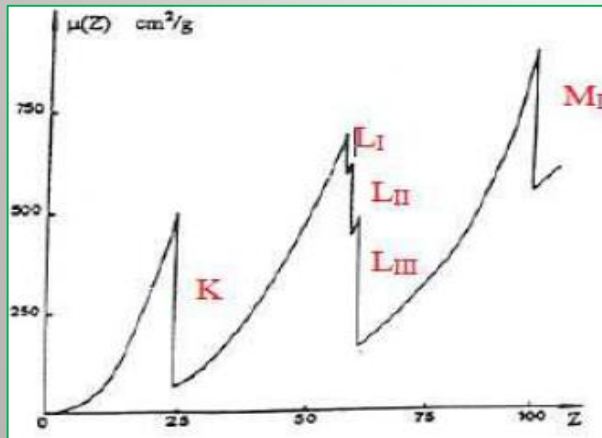
Loi de Beer-Lambert

Propriétés des coefficients d'absorption massiques :

- À Z fixé, μ augmente avec λ .



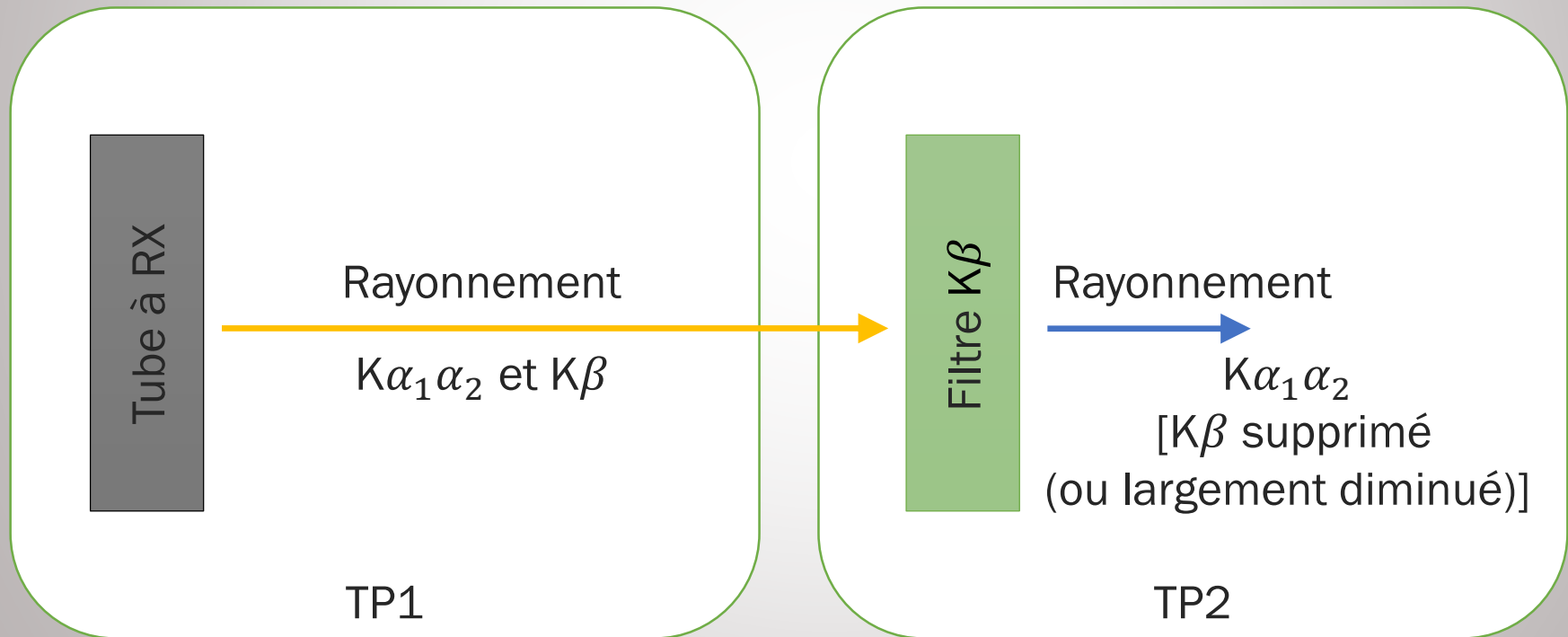
- À λ fixée, μ augmente avec Z .



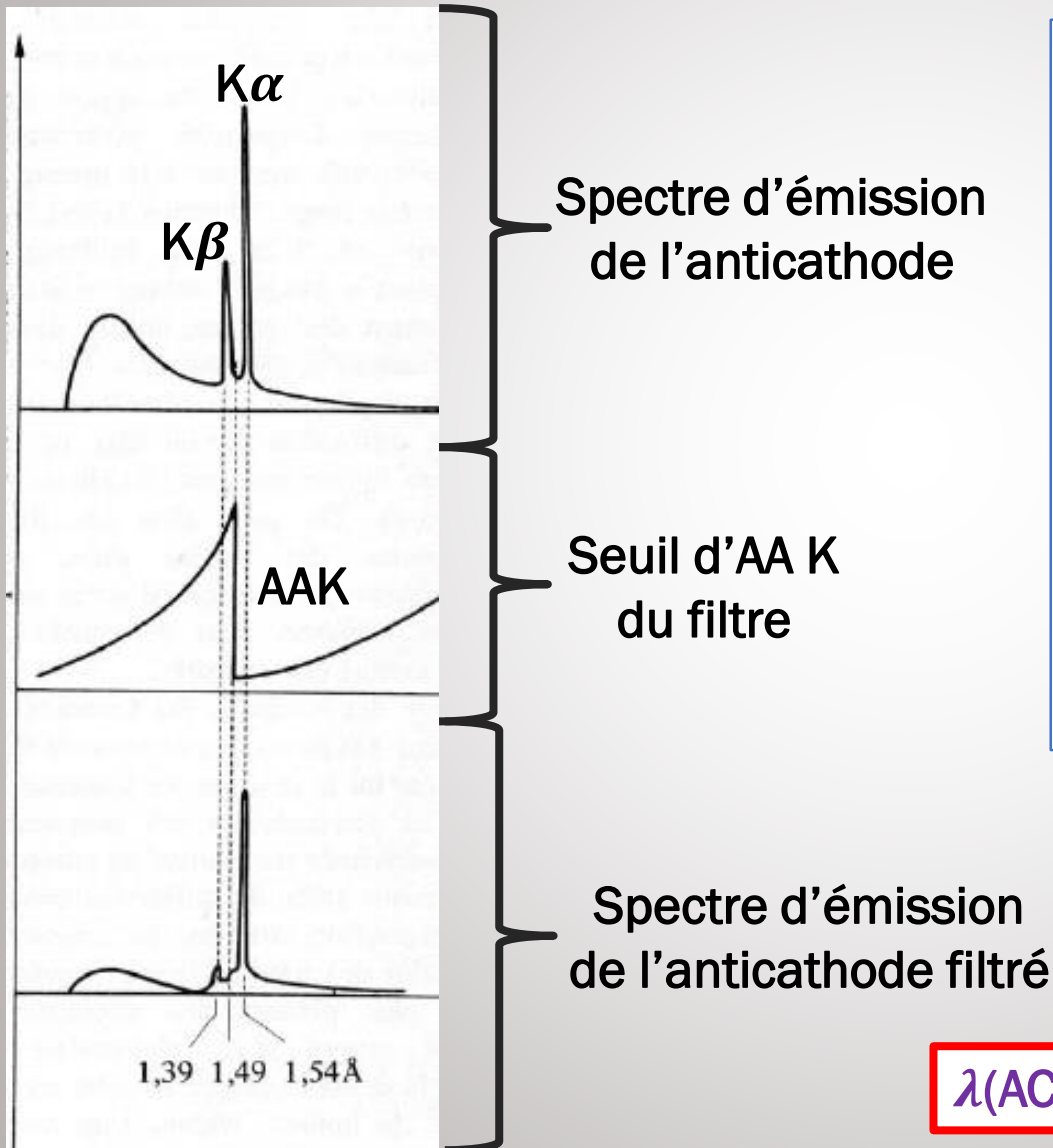
Les valeurs de μ sont tabulées pour chaque couple (Z, λ) .

Monochromatisation

- Monochromatisation = sélection d'une longueur d'onde dans le rayonnement d'émission de l'anticathode. En général, on veut sélectionner la raie $K\alpha_1\alpha_2$ (qui est la plus intense) au détriment de la raie $K\beta$.
- Solution : utilisation d'un filtre $K\beta$.



Monochromatisation

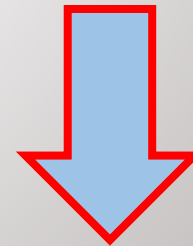


Principe du filtre $K\beta$:

- Le filtre ne doit pas absorber les photons issus de la transition $K\alpha$. Donc :
- Le filtre doit absorber un maximum de photons issus de la transition $K\beta$. Donc :

$$E(\text{AC-K}\alpha) \leq E(\text{Filtre-AAK}).$$

$$E(\text{AC-K}\beta) \geq E(\text{Filtre-AAK}).$$



$$\lambda(\text{AC-K}\beta_1) \leq \lambda(\text{Filtre-AAK}) \leq \lambda(\text{AC-K}\alpha_1)$$

Monochromatisation (*Préambule*)

- Anticathodes en Vanadium ($Z^V = 23$), en Chrome ($Z^{Cr} = 24$), en Fer ($Z^{Fe} = 26$), en Cobalt ($Z^{Co} = 27$) et en Cuivre ($Z^{Cu} = 29$).
- Pour quelle(s) anticathode(s) un filtre en Nickel ($Z^{Ni} = 28$) est adapté ?
- Quel est le meilleur filtre pour chaque anticathode ?
- Rappel condition de filtrage : $\lambda(K\beta_1 \text{ de l'AC}) \leq \lambda(AAK \text{ du filtre}) \leq \lambda(K\alpha_1 \text{ de l'AC})$.

Anticathode				Filtre		
Élément	Z	$\lambda(K\beta_1) (\text{\AA})$	$\lambda(K\alpha_1) (\text{\AA})$	Élément	Z	$\lambda(AAK) (\text{\AA})$
V	23					
Cr	24					
Fe	26					
Co	27					
Cu	29					

Monochromatisation (*Préambule*)

- Anticathodes en Vanadium ($Z^V = 23$), en Chrome ($Z^{Cr} = 24$), en Fer ($Z^{Fe} = 26$), en Cobalt ($Z^{Co} = 27$) et en Cuivre ($Z^{Cu} = 29$).
- Pour quelle(s) anticathode(s) un filtre en Nickel ($Z^{Ni} = 28$) est adapté ?
- Quel est le meilleur filtre pour chaque anticathode ?
- Rappel condition de filtrage : $\lambda(K\beta_1 \text{ de l'AC}) \leq \lambda(AAK \text{ du filtre}) \leq \lambda(K\alpha_1 \text{ de l'AC})$.

Anticathode				Filtre		
Élément	Z	$\lambda(K\beta_1) (\text{\AA})$	$\lambda(K\alpha_1) (\text{\AA})$	Élément	Z	$\lambda(AAK) (\text{\AA})$
V	23	2.28434	2.50348			
Cr	24	2.08480	2.28962			
Fe	26	1.75653	1.93597			
Co	27	1.62075	1.78892			
Cu	29	1.39217	1.54050			

Monochromatisation (*Préambule*)

- Anticathodes en Vanadium ($Z^V = 23$), en Chrome ($Z^{Cr} = 24$), en Fer ($Z^{Fe} = 26$), en Cobalt ($Z^{Co} = 27$) et en Cuivre ($Z^{Cu} = 29$).
- Pour quelle(s) anticathode(s) un filtre en Nickel ($Z^{Ni} = 28$) est adapté ?
- Quel est le meilleur filtre pour chaque anticathode ?
- Rappel condition de filtrage : $\lambda(K\beta_1 \text{ de l'AC}) \leq \lambda(AAK \text{ du filtre}) \leq \lambda(K\alpha_1 \text{ de l'AC})$.

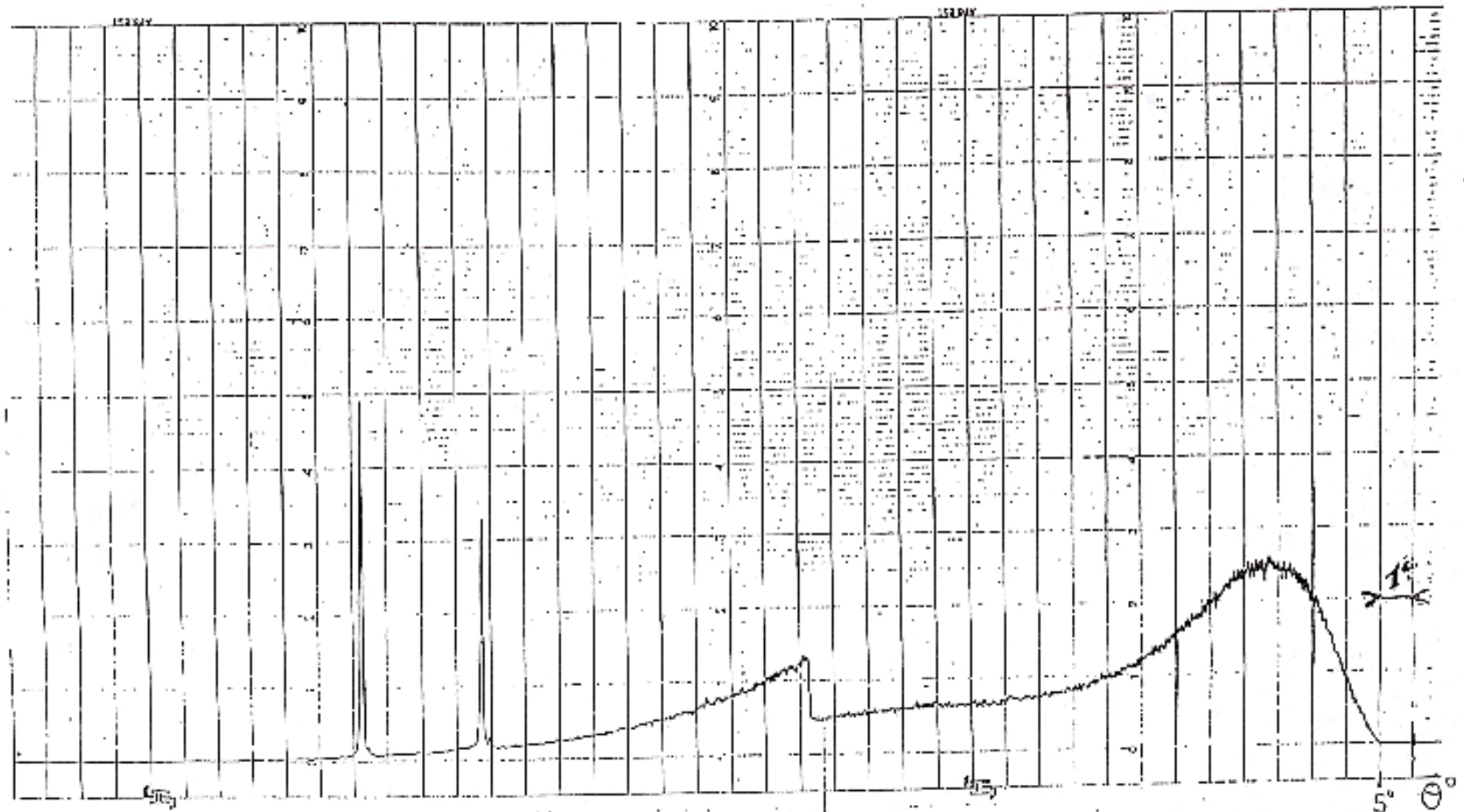
Anticathode				Filtre		
Élément	Z	$\lambda(K\beta_1) (\text{\AA})$	$\lambda(K\alpha_1) (\text{\AA})$	Élément	Z	$\lambda(AAK) (\text{\AA})$
V	23	2.28434	2.50348	Titane (Ti)	22	2.4973
Cr	24	2.08480	2.28962	V	23	2.2690
Fe	26	1.75653	1.93597	Manganèse (Mn)	25	1.8964
Co	27	1.62075	1.78892	Fe	26	1.7433
Cu	29	1.39217	1.54050	Nickel (Ni)	28	1.4880

$$Z(\text{filtre adéquat}) = Z(\text{anticathode}) - 1$$

Monochromatisation

(*Étude de spectres filtrés : ABS A1*)

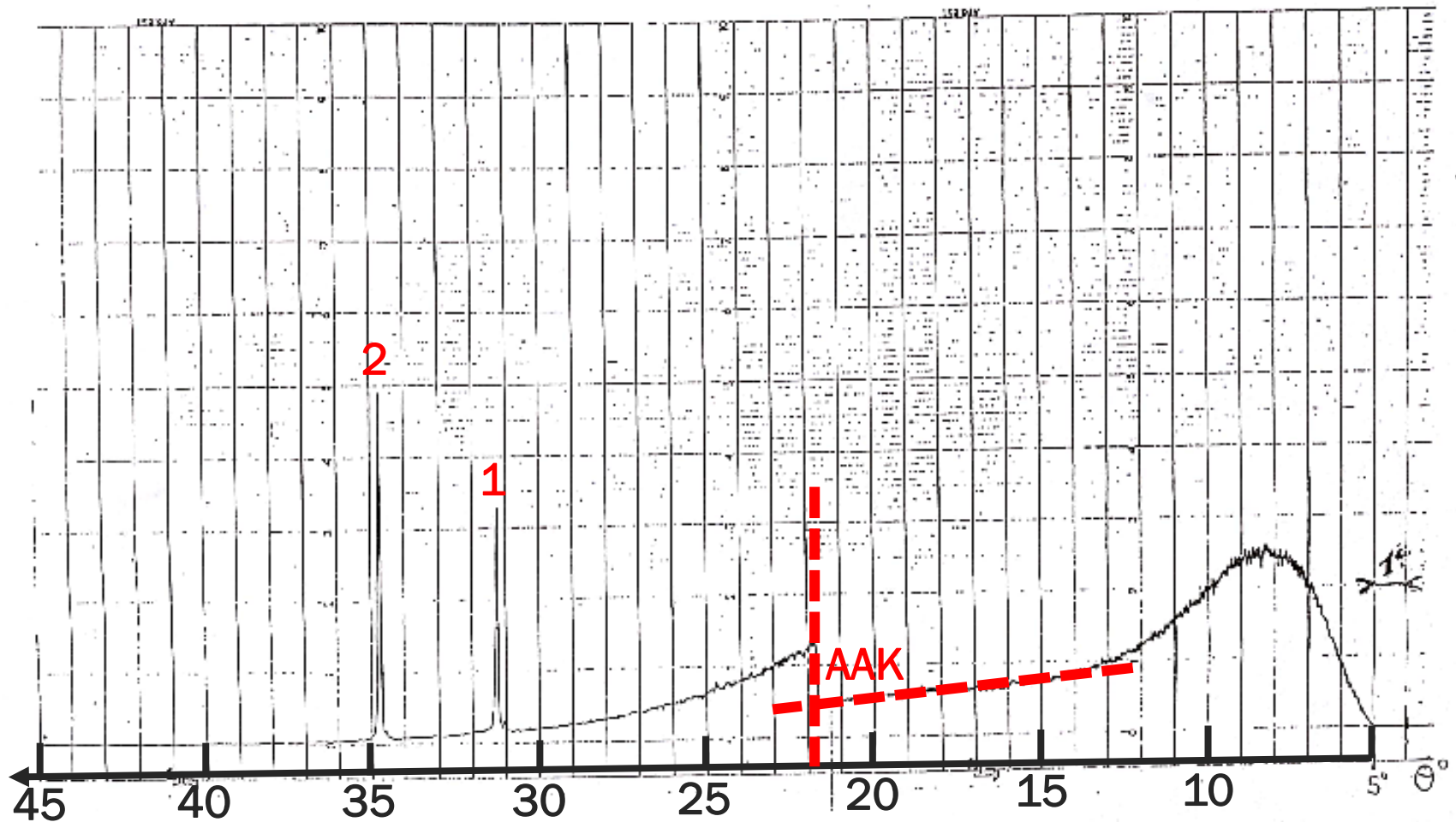
ABS A1



Monochromatisation

(*Étude de spectres filtrés : ABS A1*)

ABS A1



Monochromatisation

(Étude de spectres filtrés : ABS A1)

# raie	Ordre n	θ mesuré (°)	λ calculée (Å)	λ tabulée (Å)	Indexation
1	1	31.2			
2	1	34.7			
Abs. edge		21.8			

Monochromatisation

(Étude de spectres filtrés : ABS A1)

# raie	Ordre n	θ mesuré (°)	λ calculée (Å)	λ tabulée (Å)	Indexation
1	1	31.2	2.0825	2.0848	1CrK β_1
2	1	34.7	2.2885	2.28962	1CrK α_1
Abs. edge		21.8	1.4929	1.488	AAKNi

Monochromatisation

(*Étude de spectres filtrés : ABS A₁*)

# raie	Ordre n	θ mesuré (°)	λ calculée (Å)	λ tabulée (Å)	Indexation
1	1	31.2	2.0825	2.0848	1CrK β_1
2	1	34.7	2.2885	2.28962	1CrK α_1
Abs. edge		21.8	1.4929	1.488	AAKNi

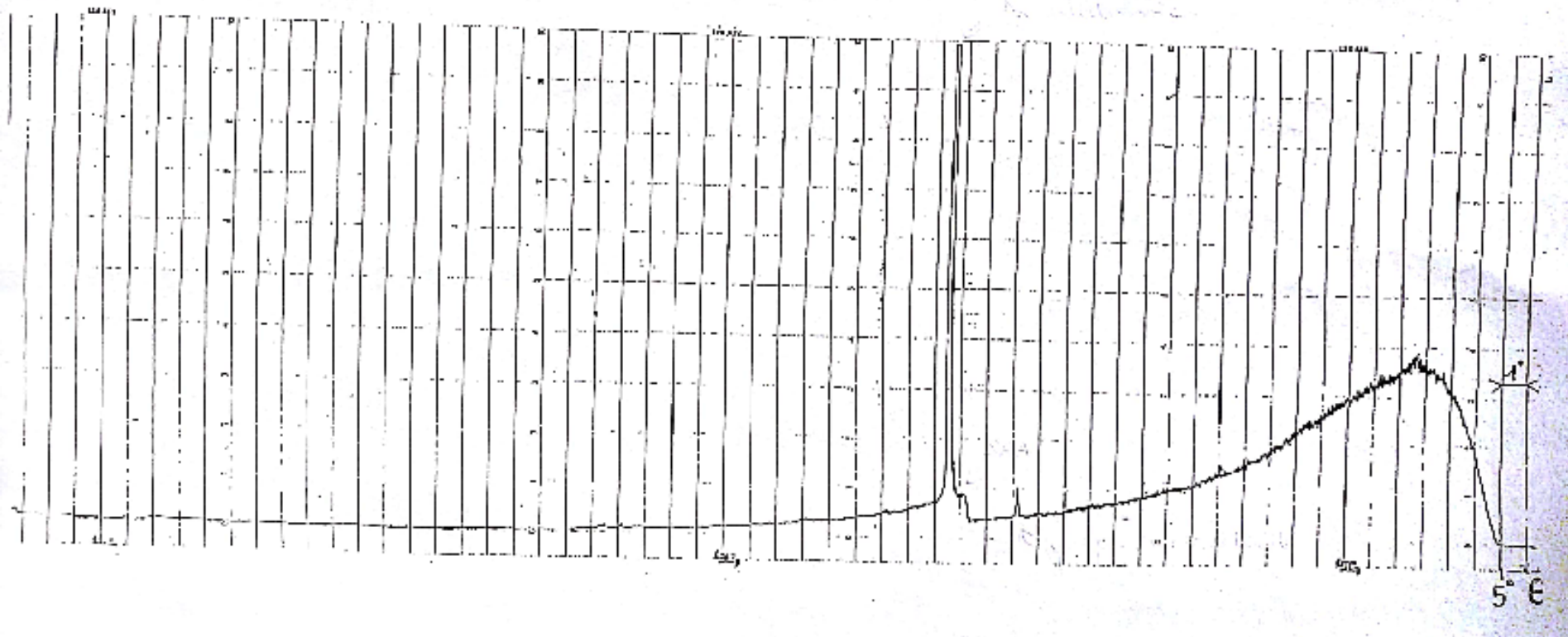
- Anticathode de Chrome (Cr) et filtre de Nickel (Ni).
- La raie 1CrK β_1 reste intense \rightarrow le filtre n'est pas efficace.
- C'est normal puisque les deux conditions de filtrage :
 - $\lambda(K\beta_1 \text{ de l'AC}) \leq \lambda(\text{AAK du filtre}) \leq \lambda(K\alpha_1 \text{ de l'AC})$
 - $Z(\text{filtre}) = Z(\text{anticathode}) - 1$

ne sont pas respectées !

Monochromatisation

(*Étude de spectres filtrés : ABS A2*)

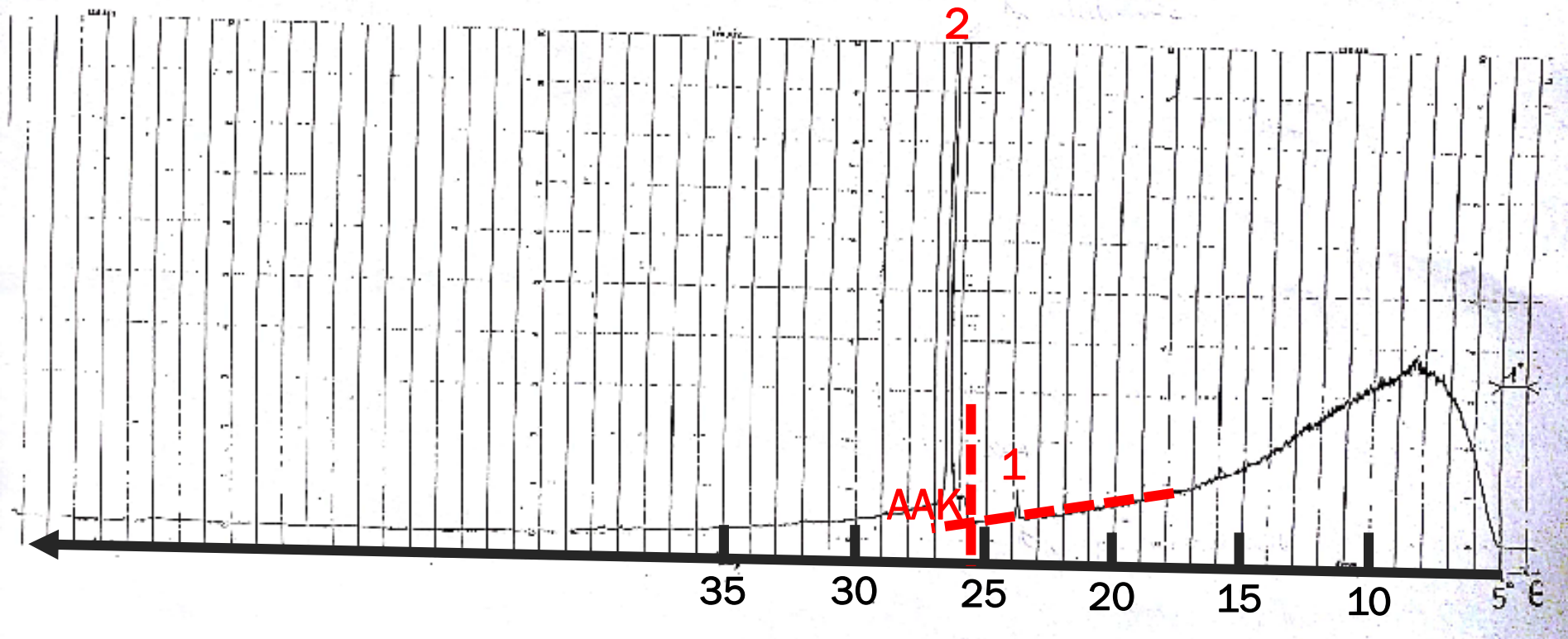
ABS A2



Monochromatisation

(*Étude de spectres filtrés : ABS A2*)

ABS A2



Monochromatisation

(Étude de spectres filtrés : ABS A1)

# raie	Ordre n	θ mesuré (°)	λ calculée (Å)	λ tabulée (Å)	Indexation
1	1	23.8			
2	1	26.4			
Abs. edge		25.7			

Monochromatisation

(Étude de spectres filtrés : ABS A1)

# raie	Ordre n	θ mesuré (°)	λ calculée (Å)	λ tabulée (Å)	Indexation
1	1	23.8	1.6223	1.62075	1CoK β_1
2	1	26.4	1.7874	1.78892	1CoK α_1
Abs. edge		25.7	1.7433	1.7433	AAKFe

Monochromatisation

(*Étude de spectres filtrés : ABS A1*)

# raie	Ordre n	θ mesuré (°)	λ calculée (Å)	λ tabulée (Å)	Indexation
1	1	23.8	1.6223	1.62075	1CoK β_1
2	1	26.4	1.7874	1.78892	1CoK α_1
Abs. edge		25.7	1.7433	1.7433	AAKFe

- Anticathode de Cobalt (Co) et filtre de Fer (Fe).
- La raie 1CoK β_1 est très peu intense \rightarrow le filtre est efficace.
- C'est normal puisque les deux conditions de filtrage :
 - $\lambda(K\beta_1 \text{ de l'AC}) \leq \lambda(\text{AAK du filtre}) \leq \lambda(K\alpha_1 \text{ de l'AC})$
 - $Z(\text{filtre}) = Z(\text{anticathode}) - 1$

sont respectées !

Monochromatisation

(*Étude de spectres filtrés*)

Épaisseur du filtre :

Loi de Beer-Lambert : $I(x) = I_0 \exp(-\mu \rho x)$.

Application aux raies $K\alpha$ et $K\beta$:
$$\begin{cases} I[K\alpha](x) = I_0[K\alpha] \exp(-\mu[K\alpha] \rho x) ; \\ I[K\beta](x) = I_0[K\beta] \exp(-\mu[K\beta] \rho x) . \end{cases}$$

L'atténuation de la raie $K\beta$ pour une épaisseur de filtre donnée d peut s'exprimer comme le rapport :

$$\frac{I[K\beta](d)}{I[K\alpha](d)} = \frac{I_0[K\beta] \exp(-\mu[K\beta] \rho d)}{I_0[K\alpha] \exp(-\mu[K\alpha] \rho d)} = \frac{I_0[K\beta]}{I_0[K\alpha]} \exp\{-(\mu[K\beta] - \mu[K\alpha]) \rho d\}.$$

On a donc :

$$\ln \left(\frac{I[K\beta](d)}{I[K\alpha](d)} \frac{I_0[K\alpha]}{I_0[K\beta]} \right) = (\mu[K\alpha] - \mu[K\beta]) \rho d.$$

Soit :

$$d = \frac{1}{(\mu[K\alpha] - \mu[K\beta]) \rho} \ln \left(\frac{I[K\beta](d)}{I[K\alpha](d)} \frac{I_0[K\alpha]}{I_0[K\beta]} \right).$$

Monochromatisation

(*Étude de spectres filtrés*)

Épaisseur du filtre :

On a donc une expression de l'épaisseur du filtre pour une atténuation donnée de la raie $K\beta$ par rapport à la raie $K\alpha$:

$$d = \frac{1}{(\mu[K\alpha] - \mu[K\beta])\rho} \ln \left(\frac{I[K\beta](d) I_0[K\alpha]}{I[K\alpha](d) I_0[K\beta]} \right).$$

On veut déterminer l'épaisseur du filtre de Fer pour avoir une atténuation de 1/600 de la raie $K\beta$ par rapport à la raie $K\alpha$ du Cobalt (ABS A2).

Données :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{I_0[K\alpha]}{I_0[K\beta]} = 8.03; \\ \rho[\text{Fe}] = 7.86 \text{ g. cm}^{-3}; \\ \lambda[K\beta_1] = 1.62075 \text{ \AA}; \\ \lambda[K\alpha] = \frac{2}{3} \lambda[K\alpha_1] + \frac{1}{3} \lambda[K\alpha_2] = 1.79021 \text{ \AA}; \end{array} \right.$$

Pour faire l'application numérique, il faut connaître les coefficients d'absorption massiques du Fer ($\mu[K\alpha]$ et $\mu[K\beta]$).

Monochromatisation

(Étude de spectres filtrés)

Épaisseur du filtre :

Cependant, il y a un hic ! Les valeurs tabulées ne correspondent pas exactement à nos longueurs d'ondes. Il faut donc faire une **extrapolation en supposant que le coefficient d'absorption massique varie linéairement entre deux points de la table.**

λ (Å)	1.60	1.66	1.79	1.93
$\mu(\text{Fe})$	348	397	60	71

- Pour $\lambda[\text{K}\beta_1] = 1.62075\text{\AA}$:

$$a = \frac{397-348}{1.66-1.60} = 816.67 \text{ et } b = 348 - 816.67 \times 1.60 = -958.67,$$

$$\text{Donc } \mu[\text{K}\beta] = 816.67 \times 1.62075 - 958.67 = 364.95 \text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}.$$

- Pour $\lambda[\text{K}\alpha] = 1.79021\text{\AA}$:

$$a = \frac{71-60}{1.93-1.79} = 78.57 \text{ et } b = 71 - 78.57 \times 1.93 = -80.64,$$

$$\text{Donc } \mu[\text{K}\alpha] = 78.57 \times 1.79021 - 80.64 = 60.02 \text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}.$$

Monochromatisation

(Étude de spectres filtrés)

Épaisseur du filtre :

Il ne reste plus qu'à faire l'application numérique !

$$d = \frac{1}{(60.02 - 364.95) \times 7.86} \ln \left(\frac{1}{600} \times 8.03 \right) = 18 \mu\text{m}.$$

Protection contre les rayons X

On veut se protéger du rayonnement $K\alpha$ provenant d'une anticathode de Cuivre. On dispose pour cela de 5 filtres d'épaisseur $d = 20\mu\text{m}$: en Béryllium (Be, $Z = 4$), en Fer (Fe, $Z = 26$), en Molybdène (Mo, $Z = 42$), en Tungstène (W, $Z = 74$) et en Plomb (Pb, $Z = 82$).

On rappelle la loi de Beer-Lambert :

$$I[K\alpha](d) = I_0[K\alpha] \exp(-\mu[K\alpha]\rho d).$$

La longueur d'onde associée à la raie $K\alpha$ du Cuivre est :

$$\lambda[K\alpha] = \frac{2}{3}\lambda[K\alpha_1] + \frac{1}{3}\lambda[K\alpha_2] = 1.54178\text{\AA}.$$

De la même façon que précédemment, on calcule les coefficients d'absorption massiques pour chaque filtre.

Élément	$\lambda = 1.50\text{\AA}$	$\lambda = 1.60\text{\AA}$	$\mu[K\alpha] = a\lambda + b$
Be	1.40	1.65	$\mu[K\alpha] = 2.5\lambda - 2.35$
Fe	284	348	$\mu[K\alpha] = 640\lambda - 676$
Mo	151	178	$\mu[K\alpha] = 270\lambda - 254$
Pb	225	265	$\mu[K\alpha] = 400\lambda - 375$
W	155	186	$\mu[K\alpha] = 310\lambda - 310$

Protection contre les rayons X

$$I[K\alpha](d)/I_0[K\alpha] = \exp(-\mu[K\alpha]\rho d).$$

On peut donc remplir le tableau :

Élément	$\mu[K\alpha]$ (cm ² .g ⁻¹)	ρ (g.cm ⁻³)	$I[K\alpha](d)/I_0[K\alpha]$
Béryllium		1.86	
Fer		7.86	
Molybdène		10.2	
Plomb		11.34	
Tungstène		19.3	

Protection contre les rayons X

$$I[K\alpha](d)/I_0[K\alpha] = \exp(-\mu[K\alpha]\rho d).$$

On peut donc remplir le tableau :

Élément	$\mu[K\alpha]$ (cm ² .g ⁻¹)	ρ (g.cm ⁻³)	$I[K\alpha](d)/I_0[K\alpha]$
Béryllium	1.50	1.86	
Fer	310.74	7.86	
Molybdène	162.28	10.2	
Plomb	241.71	11.34	
Tungstène	167.95	19.3	

Protection contre les rayons X

$$I[K\alpha](d)/I_0[K\alpha] = \exp(-\mu[K\alpha]\rho d).$$

On peut donc remplir le tableau :

Élément	$\mu[K\alpha]$ (cm ² .g ⁻¹)	ρ (g.cm ⁻³)	$I[K\alpha](d)/I_0[K\alpha]$
Béryllium	1.50	1.86	0.9946
Fer	310.74	7.86	0.0076
Molybdène	162.28	10.2	0.0365
Plomb	241.71	11.34	0.0042
Tungstène	167.95	19.3	0.0015

Protection contre les rayons X

Élément	$\mu[K\alpha]$ (cm ² .g ⁻¹)	ρ (g.cm ⁻³)	$I[K\alpha](d)/I_0[K\alpha]$
Béryllium	1.50	1.86	0.9944
Fer	310.74	7.86	0.0076
Molybdène	162.28	10.2	0.0365
Plomb	241.71	11.34	0.0042
Tungstène	167.95	19.3	0.0015

Conclusions :

- Le Tungstène est l'élément du tableau qui absorbe le plus le rayonnement (protection maximale). Cependant le Plomb est moins cher et assure une bonne protection aussi !
- Le Béryllium est l'élément du tableau qui absorbe le moins les rayons X. Les fenêtres du tube à RX et du collecteur sont donc faites de Béryllium, pour préserver au maximum le flux initial de photons X.