Análisis numérico
Parcial 1 – Carlos Escobar Triana
2130

**Solución parcial 1**

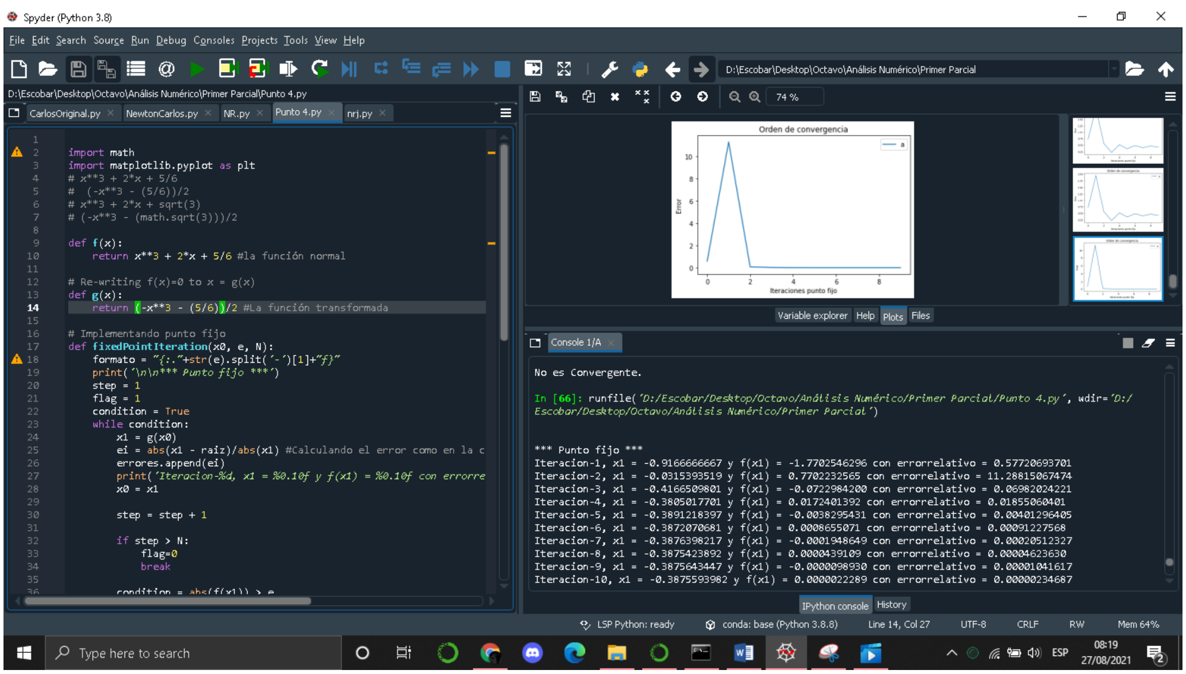
Errores:

1.

1. En cada uno de los siguientes ejercicios debe implementar en R y/o Python el algoritmo asignado para resolver el problema (incluya en el código comentarios), generar una tabla con los errores relativos, determinar el número de iteraciones realizadas; una gráfica que evidencie el tipo de convergencia del método utilizado y si esta no es cuadrática aplique un método para acelerar la convergencia, para resolver el problema:
Encuentre la raíz de $f(x)$ aplicando el método asignado con la tolerancia deseada y demuestre numéricamente que $f(x) = x^3 + 2x + k$ cruza el eje $x$ exactamente una vez, independientemente del valor de la constante $k$. Si $\alpha$ =Ultimo digito de su documento de identificación (Cédula, Tarjeta de Identidad o Cédula de extranjería) entonces:
$+\sqrt{a+2}$; ii. $a$ -1/6.

d. Método del punto fijo; $TOL < 10^{-10}$; $k = \sqrt{a+2}$

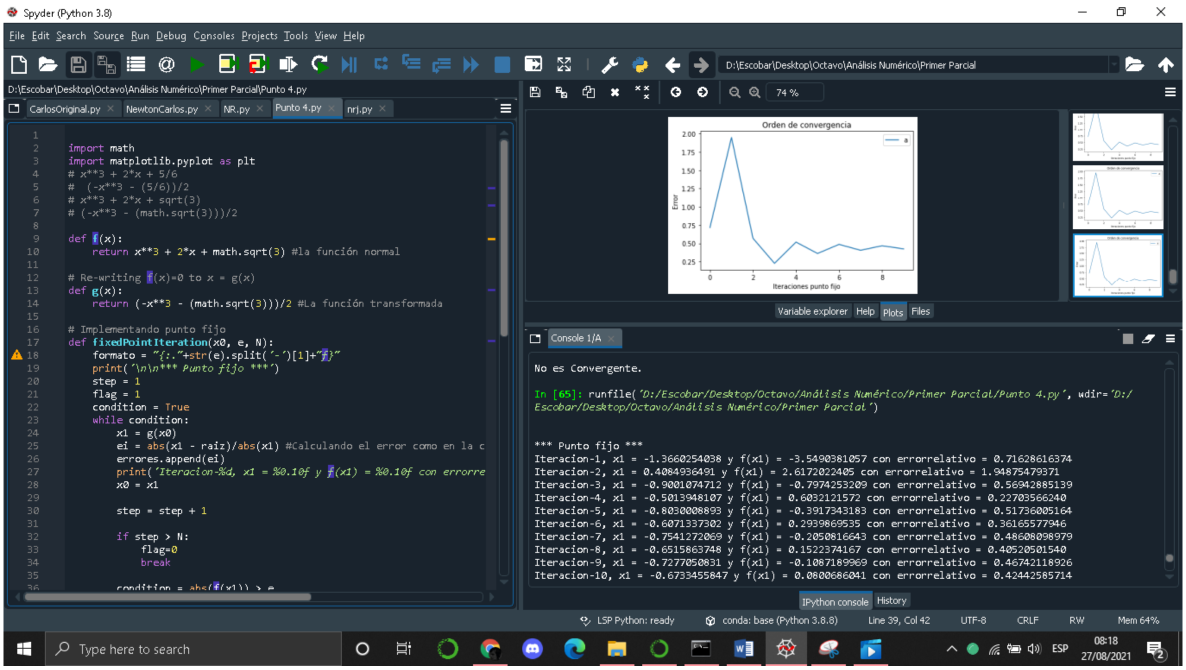
Con k = 1-1/6:




Se muestran número de iteraciones, valor de la aproximación x_1, valor de la función evaluada en el punto, error relativo e intento de gráfica de convergencia.

Con k = $\sqrt{2+a}$:

Análisis numérico
Parcial 1 – Carlos Escobar Triana
2130



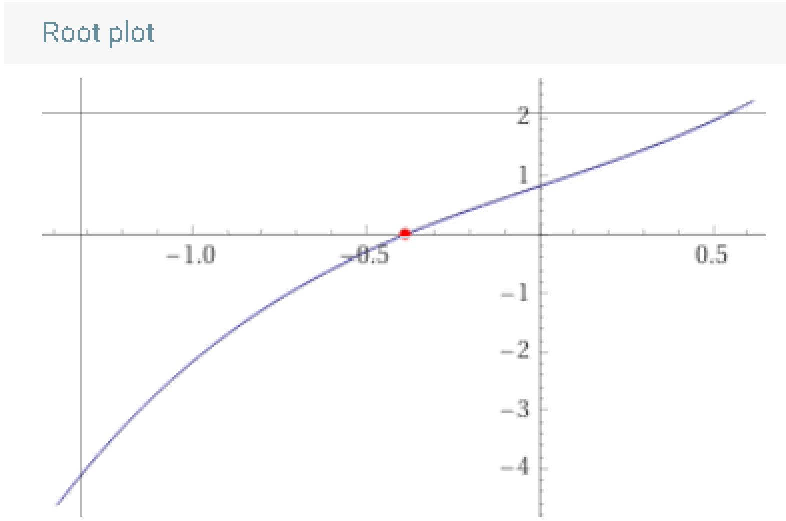

Se muestran número de iteraciones, valor de la aproximación x_1, valor de la función evaluada en el punto, error relativo e intento de gráfica de convergencia.

La función cruza el eje x una única vez sin importar el valor de K ya que:

1. La función tiene dominio en R, es continua en R, es derivable y con el teorema de rolle y de Bolzano se concluye que si no pueden existir 2 raíces, pero al menos sabemos por el teorema de Bolzano que existe una raíz, esta debe ser la única raíz, pasos a seguir:
   - Se pasa toda la ecuación a un único miembro y a ese miembro de se le denomina como una función, $f(x)$.
   - Aplicamos el Teorema de Bolzano a esa función $f(x)$ para demostrar la existencia de al menos una solución.
   - Suponemos que en vez de una solución, posee dos soluciones: $c \ y \ d: \ f(c) = f(d) = 0$
   - Aplicamos el Teorema de Rolle en el intervalo $[c, d]$
   - Derivamos e igualamos a cero, si no obtenemos solución llegamos a un absurdo (***reducción al absurdo***)
   - Luego, como el Teorema de Rolle no puede fallar si se cumplen sus hipótesis, **DEBE FALLAR UNA DE LAS HIPÓTESIS**
   - Si la continuidad y la derivabilidad de la función está asegurada en el intervalo, debe fallar que $f(c) = f(d)$, Por tanto $f(d) \neq 0$.
   - Si no pueden existir 2 raíces, pero al menos sabemos por el T. de Bolzano que existe una raíz, $c$, ésta debe ser la única raíz.

Análisis numérico
Parcial 1 – Carlos Escobar Triana
2130

## Gráfica de Wolfram:

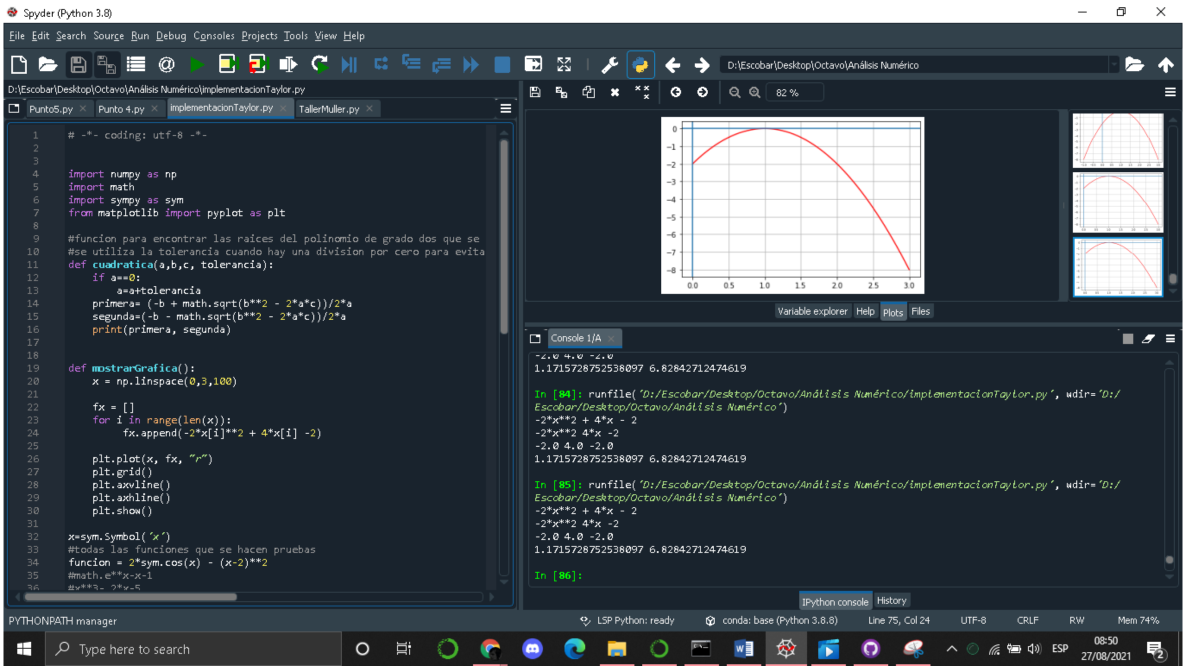



## 2.

2. En los siguientes ejercicios aplicar Taylor para aproximar $f(x)$, con un polinomio $P_i$ alrededor de $x_0$; calcular el error hacia adelante y hacia atrás para cada $x^*$; encuentre un límite superior para el error $|f(x^*) - P_i(x^*)|$ y compárela con el error real; realizar una gráfica que muestre el polinomio de aproximación y la función. Implemente en R y/o Python, con una precisión de $10^{-8}$.

d. $f(x) = 2\cos(2x) - (x-2)^2; x_0 = 0; P_3(\pi/6)$

Análisis numérico
Parcial 1 – Carlos Escobar Triana
2130




En la imagen se ve la gráfica que genera el polinomio, las raíces esperadas son x≈0.853199 y x≈1.37284, la gráfica es semejante a la de wólfram y las raíces obtenidas varían debido a que el polinomio implementado es de grado 2 y no de grado 3.

5.

5. Sea $f(x) = e^x - x - 1$ realice una modificación del método de Newton con $x_0 = 1$ para que converja a la raíz cuadráticamente. Implemente en R y/o Python.