

Aproximando Raízes de Funções de Duas Variáveis

Esdras R. Carmo

17 de Setembro de 2016

1 Aproximando $\sqrt{2}$

Há várias possibilidades de aproximar o valor de um irracional computacionalmente. Em se tratando de raízes quadradas, pode-se determinar uma função quadrática cuja raiz é o irracional procurado e assim determinar a raiz com base em algum método de cálculo numérico.

Se quisermos calcular $\sqrt{2}$, por exemplo, podemos assumir:

$$\begin{aligned}f &: \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R} \\f(x) &= x^2 - 2 \\f(x) = 0 &\Rightarrow x = \sqrt{2}\end{aligned}$$

Assim, conseguimos estimar um irracional se conseguirmos determinar a raiz de nossa função.

1.1 Método para estimar a raiz

O método sugerido para estimar a raiz da função $f(x)$ consiste em uma simplificação do método de Newton.

Supondo que a função tem uma raiz no intervalo $I =]i, s[$, sendo i e s constantes conhecidas, podemos aproximar a raiz da seguinte forma:

1. Tomamos m o ponto médio do intervalo, i. e., $m = \frac{i+s}{2}$;
2. Assumindo uma função crescente em I , então verificamos os seguintes casos:
 - Se $f(m) > 0$, então tomamos $s' = m$ e atualizamos o nosso intervalo para $I' =]i, s'[,$
 - Se $f(m) < 0$, então tomamos $i' = m$ e atualizamos o nosso intervalo para $I' =]i', s[,$

3. Sendo δ uma constante conhecida que dirá a precisão buscada pelo método, verificamos se, no novo intervalo formado, $f(s) - f(i) \leq \delta$. Caso a desigualdade se observe, a raiz de $f(x)$ será $x = \frac{i+s}{2}$. Caso contrário, deve-se retornar ao item 1 com o novo intervalo.

1.2 Implementação em linguagem C

Sabendo disso, é possível escrever um programa que calcule $\sqrt{2}$ utilizando um intervalo I e um erro δ conhecidos.

Para esse caso, suponha inicialmente $I =]1, 2[$, i. e., $i = 1$ e $s = 2$. Utilize também $\delta = 0.000001$. Para isso, pode-se definir uma constante com o valor de δ no início do programa da seguinte forma:

```
1 #include <stdio.h>
2 #define DELTA 0.000001
3
4 int main(void) {
5     /* ... */
6     // referenciando a constante definida no início
7     if (x <= DELTA) { /* ... */ }
8     /* ... */
9 }
```

Lembre-se de utilizar apenas a biblioteca *stdio.h* e apenas estruturas de laços e condicionais. Além disso, é aconselhável a utilização de variáveis tipo *double* quando necessitar de ponto flutuante.

2 Implementação para \sqrt{n}

Quando o seu programa funcionar para o caso $\sqrt{2}$, altere-o para calcular \sqrt{n} sendo n um número natural. Para isso, receba um inteiro da entrada e modifique os limites iniciais do intervalo I conforme o inteiro dado, e não mais como uma constante conhecida no momento da programação.