Ejemplo de cómo calcular la matriz Hessiana

Vamos a ver un ejemplo de cómo hallar una matriz Hessiana de dimensión 2×2:

- Calcula la matriz Hessiana en el punto (1,0) de la siguiente función:

$$f(x,y) = y^4 + x^3 + 3x^2 + 4y^2 - 4xy - 5y + 8$$

Primero de todo tenemos que calcular las derivadas parciales de primer orden:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \boxed{}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \boxed{}$$

Una vez ya sabemos las primeras derivadas, calculamos todas las derivadas parciales de segundo orden:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \boxed{}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \boxed{}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \boxed{}$$

Por lo tanto, ahora ya podemos hallar la matriz Hessiana a partir de la fórmula para matrices 2×2:

$$H_f(x,y) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{pmatrix}$$

$$H_f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \end{pmatrix}$$

De manera que la matriz Hessiana evaluada en el punto (1,0) será:

$$H_f(1,0) = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{H_f(1,0)} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

=

=

=

Then the second partial derivative test goes as follows:

- If $H < 0$, then (x_0, y_0) is a saddle point. *[See a picture]*
- If $H > 0$, then (x_0, y_0) is either a maximum or a minimum point, and you ask one more question:

  - If $f_{xx}(x_0, y_0) < 0$, (x_0, y_0) is a local maximum point. *[See a picture]*
  - If $f_{xx}(x_0, y_0) > 0$, (x_0, y_0) is a local minimum point. *[See a picture]*

(You could also use $f_{yy}(x_0, y_0)$ instead of $f_{xx}(x_0, y_0)$, it actually doesn't matter)

- If $H = 0$, we do not have enough information to tell.