

**Univerzitet u Beogradu
Elektrotehnički fakultet**

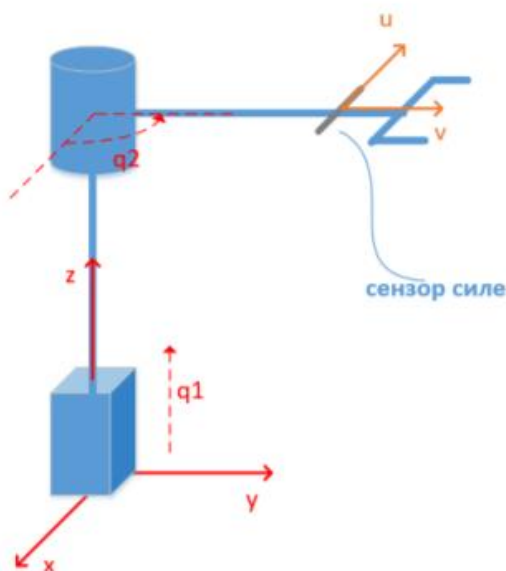
**Drugi domaći zadatak iz
Robotike i automatizacije**

Studenti:
Aleksa Đekić 2017/0010
Ervin Seke 2017/0046

Beograd
školska 2019/20 godina

TEKST DOMAĆEG ZADATKA

Potrebno je realizovati kretanje robota između 3 tačke u prostoru (A-B-C). Između tačaka A i B potrebno je obezbediti kretanje trapeznim profilom, dok se kretanje između B i C izvršava po putanji koja se dobija pomoću polinoma trećeg stepena, pri čemu su maksimalna brzina i ubrzanje prvog i drugog zgloba \dot{q}_{1max} , \ddot{q}_{1max} , i \dot{q}_{2max} . Pretpostaviti da se u početnom trenutku robot nalazio u fazi mirovanja. Upravljanje realizovati u formi feedforward dela, koji je na bazi dinamike koja sadrži gravitacionu kompenzaciju, procenu brzinskih efekata zasnovano na referentnom kretanju (computed torque) i feedback dela u formi PD regulatora za upravljanje pozicijom robota. Realizovati funkcije koje izračunavaju kinematiku i dinamiku robota, planiranje trajektorije kao i numeričku integraciju opisanog robotskog sistema tokom vremena T koji koristi momente kao upravljačke veličine. U trenutku $0.2T$ na završni uređaj robota počinje da deluje spoljašnja sila čije se dejstvo završava u trenutku $0.25T$. Na robotu se nalazi senzor sile koji je postavljen na rastojanju l_s od završnog uređaja robota, koji u tom intervalu delovanja sile pokazuje sledeća merenja: $F_u = 2N$, $F_v = 1N$. Kroz upravljački algoritam obezbediti kompenzovanje eksterne sile.



Слика 1 Скица робота

- Parametri za simulaciju:

- dužine segmenata – $l_1 = l_2 = 0.5m$

- pozicija senzora - $l_s = 0.1m$

- mase segmenata – $m_1 = m_2 = 2kg$

- segmenti robota mogu se posmatrati kao homogeni štapovi

- inicijalizacija pozicija hvataljke je :

$$A: (x_A, y_A, z_A) = (0.5, 0, 0.5)m \Rightarrow (q_{A_1}, q_{A_2}) = (0.5m, 0^\circ)$$

$$B: (q_{B_1}, q_{B_2}) = (0.8m, 45^\circ)$$

$$C: (x_C, y_C, z_C) = (0, 0.5, 1)m \Rightarrow (q_{C_1}, q_{C_2}) = (1m, 90^\circ)$$

- maksimalna brzina – $\dot{q}_{ABmax} = 0.1, \dot{q}_{BCmax} = 0.05$

- maksimalno ubrzanje – $\ddot{q}_{ABmax} = 10$

- parametri trajektorije – $\delta = 0, \Gamma = 0$

- trajanje simulacije – ukupno vreme potrebno za izvršavanje kretanja, zavisi od parametara trajektorije

PLANIRANJE TRAJEKTORIJE (PTP)

a) TRAPEZNI PROFIL: A-B

- Uzimamo u obzir dužine segmenata (0.5m), pa koordinate tačaka A, B i C u prostoru postaju:

$$A: (q_{A_1}, q_{A_2}) = (0, 0)$$

$$B: (q_{B_1}, q_{B_2}) = (0.3m, 45^\circ)$$

$$C: (q_{C_1}, q_{C_2}) = (0.5m, 90^\circ)$$

- Vreme ubrzanja/usporenja je:

$$T_a = \frac{\dot{q}_{ABmax}}{\ddot{q}_{ABmax}} = \frac{0.1}{10} = 0.01s$$

- Tražimo ukupno vreme kretanja za oba zgloba prilikom kretanja po trapeznom profilu brzine:

$$T_f = \frac{q_f - q_i}{\dot{q}_{max}} + T_a$$
$$\Rightarrow T_{AB_1} = \frac{0.3 - 0}{0.1} + 0.01 = 3.01s$$

$$\Rightarrow T_{AB_2} = \frac{(45 - 0) \frac{\pi}{180}}{0.1} + 0.01 = 7.864s$$

- Ukupno vreme kretanja od tačke A do tačke B je $\max \{T_{AB_1}, T_{AB_2}\}$.

$$\Rightarrow T_{AB} = 7.864s$$

- Pošto je ukupno vreme kretanja drugog zgloba veće, potrebno je prilagoditi maksimalno ubrzanje prvog zgloba:

$$\ddot{q}_{AB_1} = \frac{0.3 - 0}{0.01(7.864 - 0.01)} = 3.82$$

$$\Rightarrow q_{AB} = [3.82 \ 10]^T$$

-Definišemo algebarske izraze trajektorije trapeznog profila brzine:

$$\ddot{q}_{AB}(t) = \begin{cases} \ddot{q}_{AB_{max}}, & 0 < t \leq 0.01 \\ 0, & 0.01 < t \leq 7.854 \\ -\ddot{q}_{AB_{max}}, & 7.854 < t \leq 7.864 \end{cases}$$

$$\dot{q}_{AB}(t) = \begin{cases} \ddot{q}_{AB_{max}} t, & 0 < t \leq 0.01 \\ \ddot{q}_{AB_{max}} T_a, & 0.01 < t \leq 7.854 \\ \ddot{q}_{AB_{max}} (T_{AB} - t), & 7.854 < t \leq 7.864 \end{cases}$$

$$q_{AB}(t) = \begin{cases} q_A + 0.5\ddot{q}_{AB_{max}} t^2, & 0 < t \leq 0.01 \\ q_A + \ddot{q}_{AB_{max}} T_a(t - 0.5T_a), & 0.01 < t \leq 7.854 \\ q_B - 0.5\ddot{q}_{AB_{max}} (T_{AB} - t)^2, & 7.854 < t \leq 7.864 \end{cases}$$

b) INTERPOLACIJA POLINOMOM TREĆEG STEPENA: B-C

$$p'_{3max} = 1.5$$

- Određujemo ukupno vreme kretanja za oba zgloba:

$$T_{fv} = \frac{q_f - q_i}{\dot{q}_{BC_{max}}} p'_{3max}$$

$$\Rightarrow T_{BC_1} = \frac{0.5 - 0.3}{0.05} 1.5 = 6s$$

$$\Rightarrow T_{BC_2} = \frac{\frac{(90 - 45)\pi}{180}}{0.05} 1.5 = 23.56s$$

- Maksimum ova dva vremena određuje ukupno vreme kretanja robota od tačke B do tačke C:

$$T_{BC} = 23.56s$$

- Vreme simulacije (T) je:

$$T = T_{AB} + T_{BC} = 7.864 + 23.56 = 31.42s$$

- Definišemo algebarske izraze za kretanje po polinomu trećeg stepena:

$$p_3(\tau) = -2\tau^3 + 3\tau^2$$

$$p'_3(\tau) = -6\tau^2 + 6\tau$$

$$p''_3(\tau) = -12\tau + 6$$

$$\tau = t \cdot T_{BC}$$

$$q_{BC}(t) = q_B + (q_C - q_B)p_3(\tau)$$

$$\dot{q}_{BC}(t) = \frac{q_C - q_B}{T_{BC}} p'_3(\tau)$$

$$\ddot{q}_{BC}(t) = \frac{q_C - q_B}{T_{BC}^2} p''_3(\tau)$$

KINEMATIKA ROBOTA

- Dekartove koordinate hvataljke robota u proizvoljnom trenutku su:

$$q = [q_1 \ q_2]^T$$

$$x = l \cos(q_2)$$

$$y = l \sin(q_2)$$

$$z = l + q_1$$

$$l = l_1 = l_2 = 0.5m$$

$$\Rightarrow X = [x \ y \ z]^T$$

- Na osnovu Dekartovih koordinata hvataljke određujemo Jakobijan robota:

$$\dot{X} = J(q)\dot{q}$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\delta x}{\delta q_1} & \frac{\delta x}{\delta q_2} \\ \frac{\delta y}{\delta q_1} & \frac{\delta y}{\delta q_2} \\ \frac{\delta z}{\delta q_1} & \frac{\delta z}{\delta q_2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow J = \begin{bmatrix} 0 & -l \sin(q_2) \\ 0 & l \cos(q_2) \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

DINAMIKA ROBOTA

- Do osnovne jednačine dinamike robota dolazimo preko Lagranžovog formalizma:

$$L(q, \dot{q}, t) = T - U$$

T – ukupna kinetička energija

U – ukupna potencijalna energija

$$E_{k_1} = \frac{m_1 \dot{q}_1^2}{2}, E_{p_1} = m_1 g \left(\frac{l_1}{2} + q_1 \right)$$

$$E_{k_2} = \frac{m_2 \dot{q}_1^2}{2} + \frac{\left(\frac{1}{3} m_2 l_2^2 \right) \dot{q}_2^2}{2}, E_{p_2} = m_2 g (l_1 + q_1)$$

$$T = E_{k_1} + E_{k_2}$$

$$U = E_{p_1} + E_{p_2}$$

$$L = T - U = \frac{m_1 \dot{q}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{q}_1^2}{2} + \frac{1}{6} m_2 l_2^2 \dot{q}_2^2 - m_1 g \left(\frac{l_1}{2} + q_1 \right) - m_2 g (l_1 + q_1)$$

$$m_1 = m_2 = m, l_1 = l_2 = l$$

$$L = m \dot{q}_1^2 + \frac{1}{6} m l^2 \dot{q}_2^2 - m g \left(\frac{3l}{2} + 2q_1 \right)$$

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_i} \right) - \frac{\delta L}{\delta q_i} - i\text{-ta generalisana sila (pogon), } i = \overline{1,2}$$

$$\frac{\delta L}{\delta q_1} = -2mg$$

$$\frac{\delta L}{\delta q_2} = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_1} = 2m\dot{q}_1 \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_1} \right) = 2m\ddot{q}_1$$

$$\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_2} = \frac{ml^2\dot{q}_2}{3} \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_2} \right) = \frac{ml^2\ddot{q}_2}{3}$$

$$\Rightarrow \tau_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_1} \right) - \frac{\delta L}{\delta q_1} = 2m\ddot{q}_1 + 2mg$$

$$\Rightarrow \tau_2 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_2} \right) - \frac{\delta L}{\delta q_2} = \frac{ml^2\ddot{q}_2}{3}$$

- Formiramo osnovnu jednačinu dinamike robota (II oblik):

$$\tau = H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G$$

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & \frac{ml^2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2mg \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow H = \begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & \frac{ml^2}{3} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 2mg \\ 0 \end{bmatrix}$$

KOMPENZACIJA EKSTERNE SILE

- Tokom vremenskog intervala (0.2T, 0.25T) na završni uređaj robota deluje eksterna sila ($F_u = 2N, F_v = 1N$), koju je potrebno kompenzovati kontrolisanjem pogona robota. Za potrebe računanja potrebnih pogonskih momenata za kompenzaciju eksterne sile, Jakobijan modifikujemo:

$$J^* = \begin{bmatrix} 0 & -(l_2 - l_s) \sin(q_2) \\ 0 & (l_2 - l_s) \cos(q_2) \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_{int}^{xyz} = \begin{bmatrix} -F_u \sin(q_2) + F_v \cos(q_2) \\ F_u \cos(q_2) + F_v \sin(q_2) \\ 0 \end{bmatrix} - \text{eksterna sila u baznom koordinatnom sistemu}$$

$$\tau_F = J^{*T} F_{int}^{xyz}$$

$$\tau_F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -(l_2 - l_s) \sin(q_2) & (l_2 - l_s) \cos(q_2) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -F_u \sin(q_2) + F_v \cos(q_2) \\ F_u \cos(q_2) + F_v \sin(q_2) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tau_F = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{F_2} \end{bmatrix}$$

- Pogonski moment za prvi zglobov jednak je nuli, što je bilo očekivano. Računamo moment za drugi zglobov:

$$\tau_{F_2} = -(l_2 - l_s) \sin(q_2)(-F_u \sin(q_2) + F_v \cos(q_2)) + (l_2 - l_s) \cos(q_2)(F_u \cos(q_2) + F_v \sin(q_2))$$

$$\tau_{F_2} = (l_2 - l_s)F_u \sin^2 q_2 - (l_2 - l_s)F_v \sin q_2 \cos q_2 + (l_2 - l_s)F_u \cos^2 q_2 + (l_2 - l_s)F_v \sin q_2 \cos q_2$$

$$\tau_{F_2} = (l_2 - l_s)F_u(\sin^2 q_2 + \cos^2 q_2)$$

$$\tau_{F_2} = (l_2 - l_s)F_u$$

$$\tau_{F_2} = (0.5 - 0.1) 2 = 0.8 \text{ Nm}$$

- Ukupan pogonski moment koji je potrebno generisati radi kompenzacije eksterne sile je:

$$\tau_F = \begin{bmatrix} \tau_{F_1} \\ \tau_{F_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

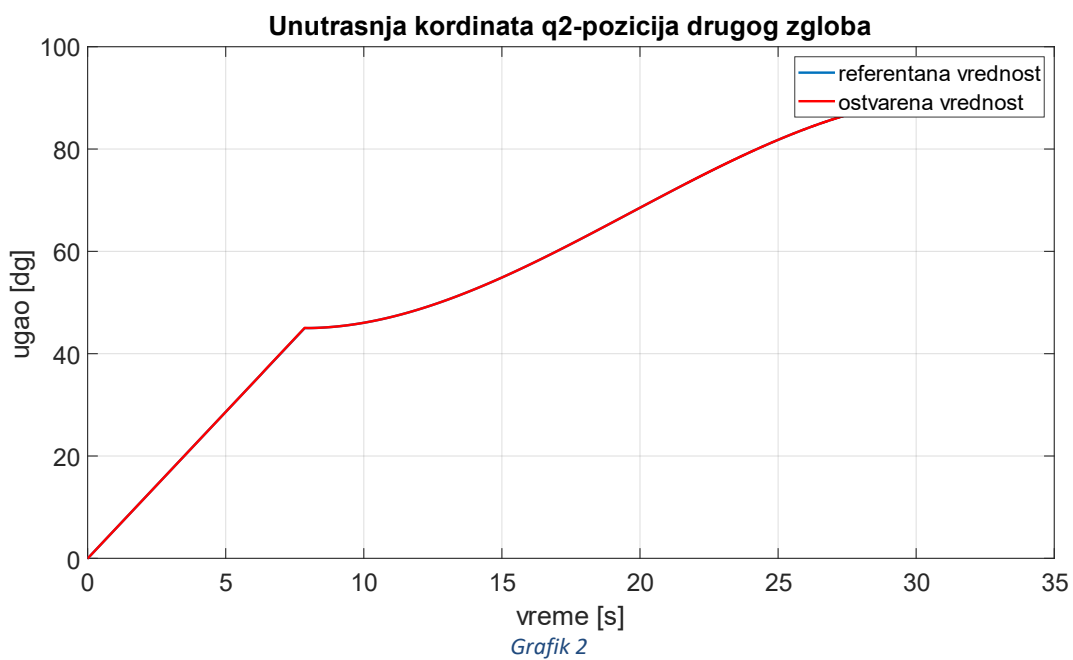
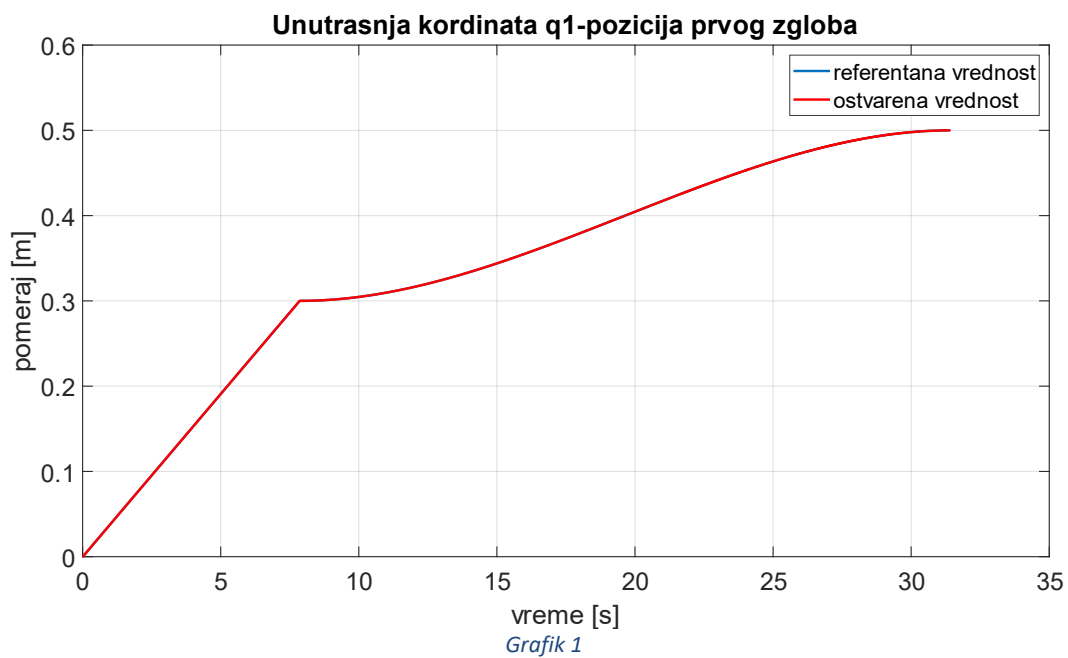
PARAMETRI PD REGULATORA

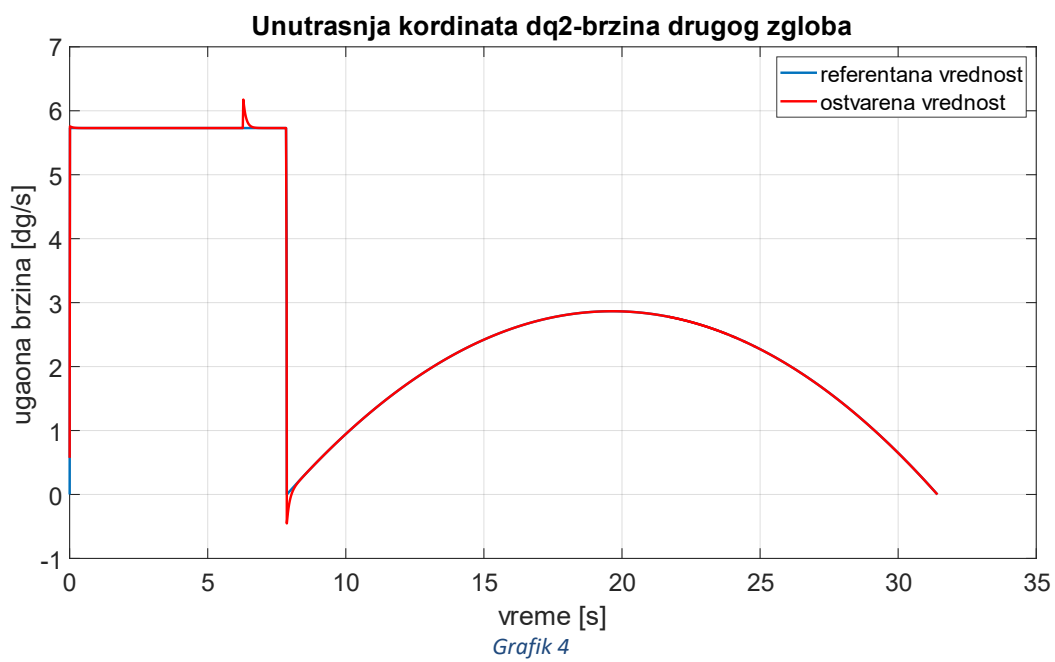
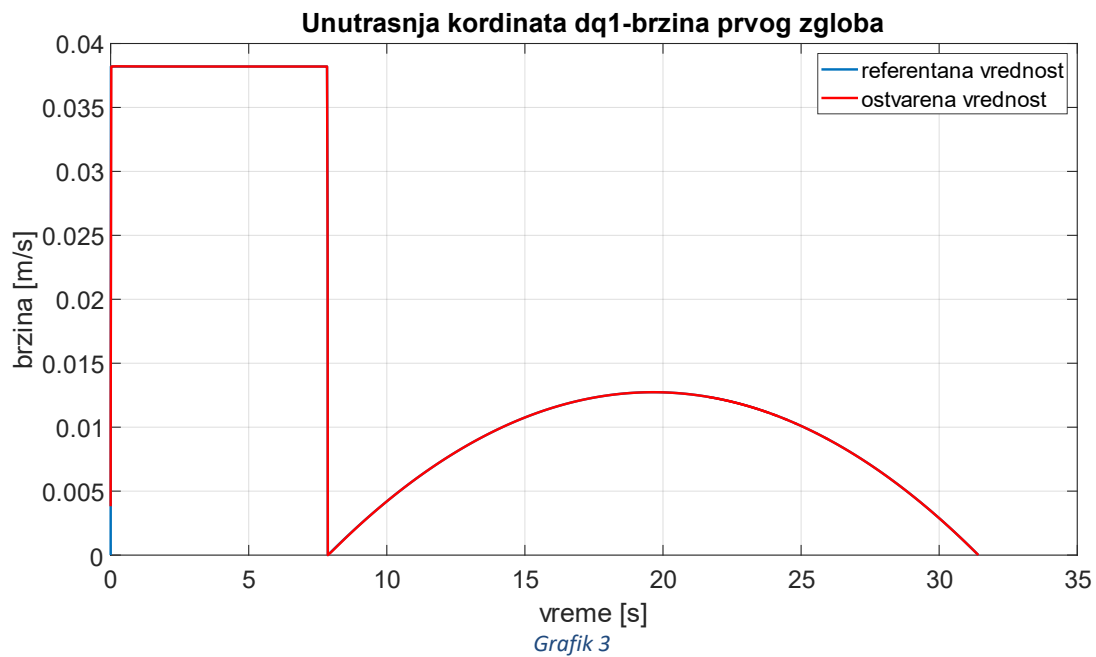
$$K_p = \begin{bmatrix} 40 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

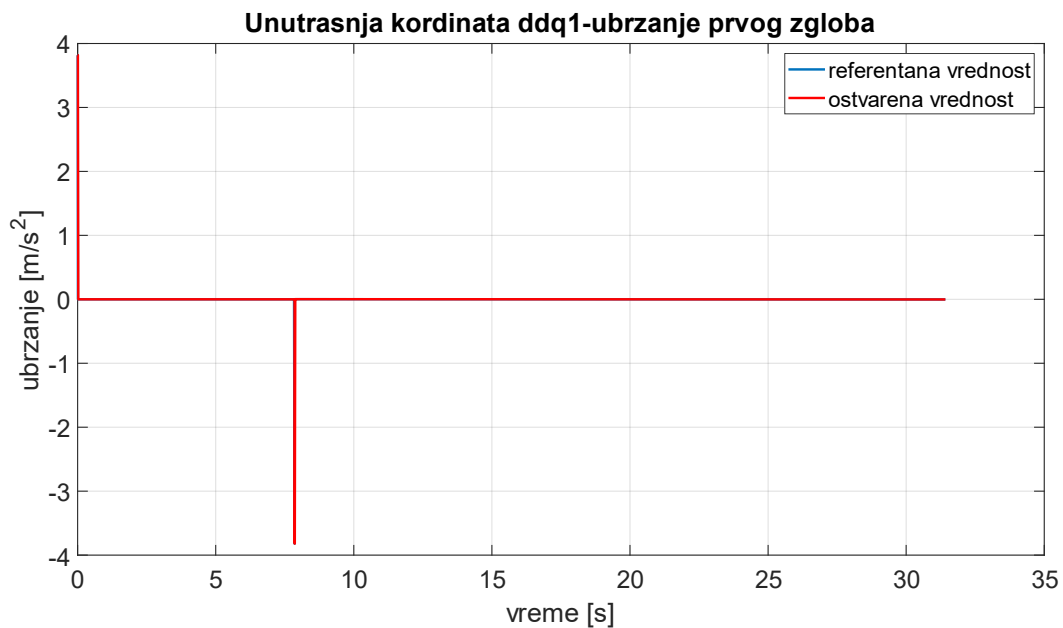
$$K_d = \begin{bmatrix} 40 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Grafici

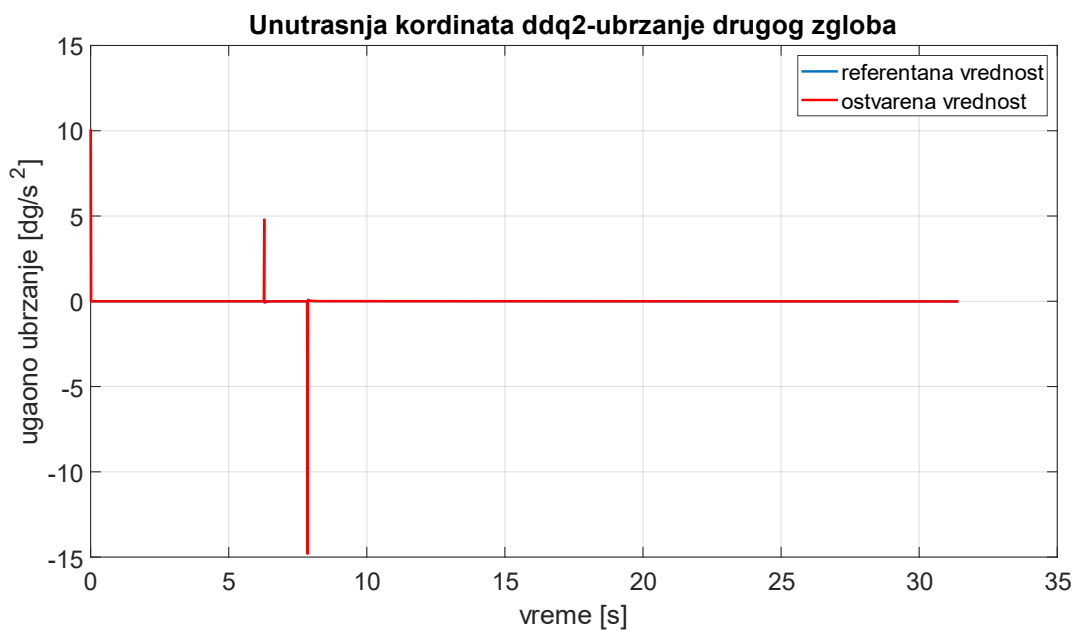
Na graficima 1-6 se nalaze položaji, brzine i ubrzanja unutrašnjih zglobova.







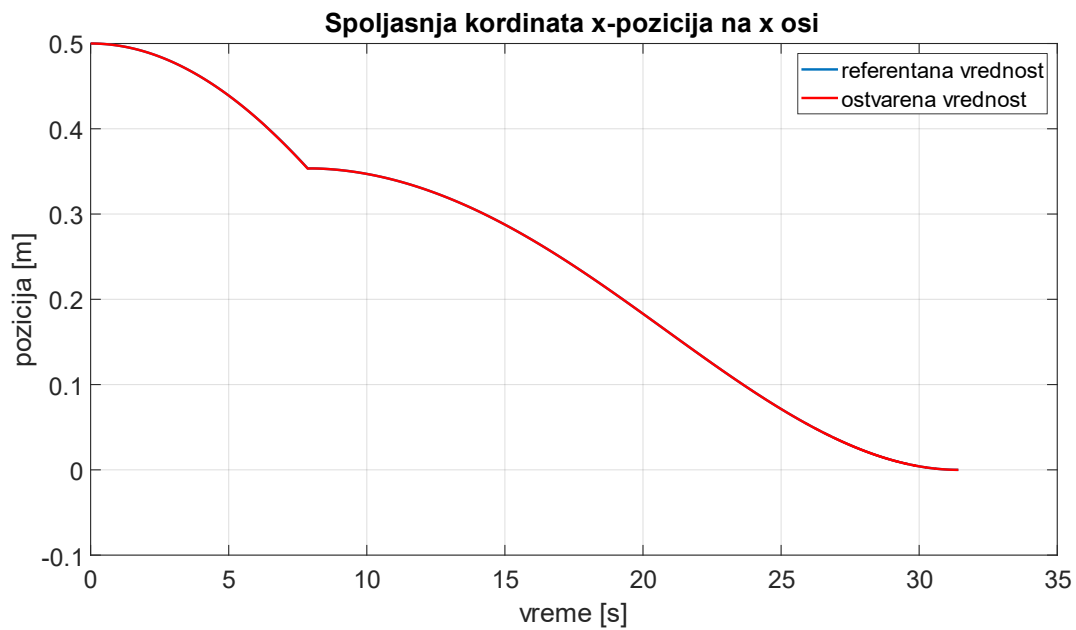
Grafik 5



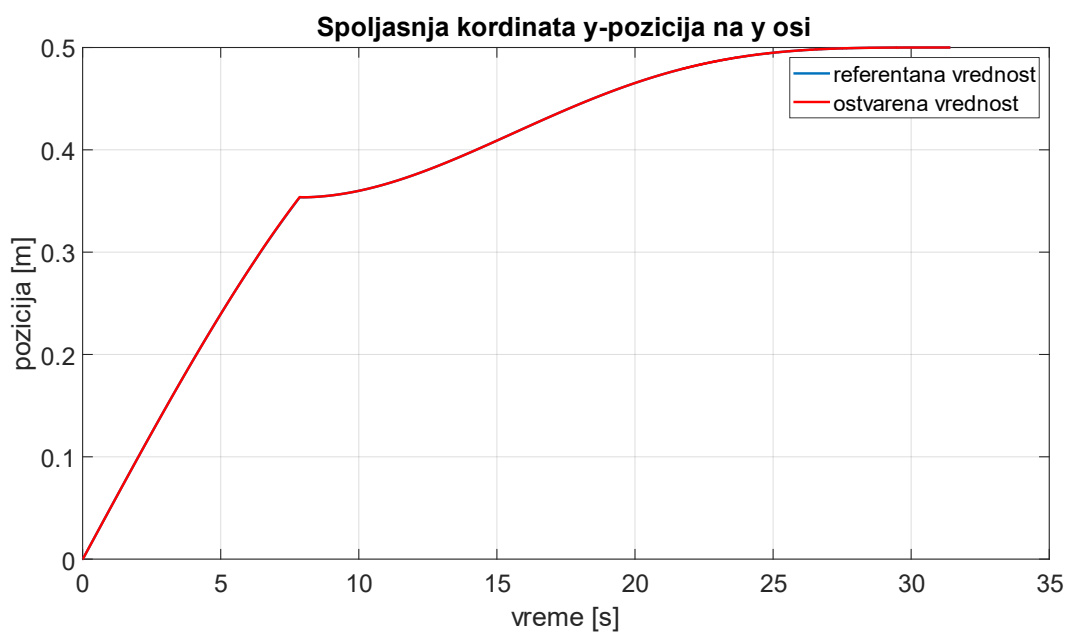
Grafik 6

Na graficima 4 i 6 se vide odstupanja od referentnih vrednosti. To je posledica eksterne sile, čije prisustvo nije uzeto u oblast pri planiranju trajektorije.

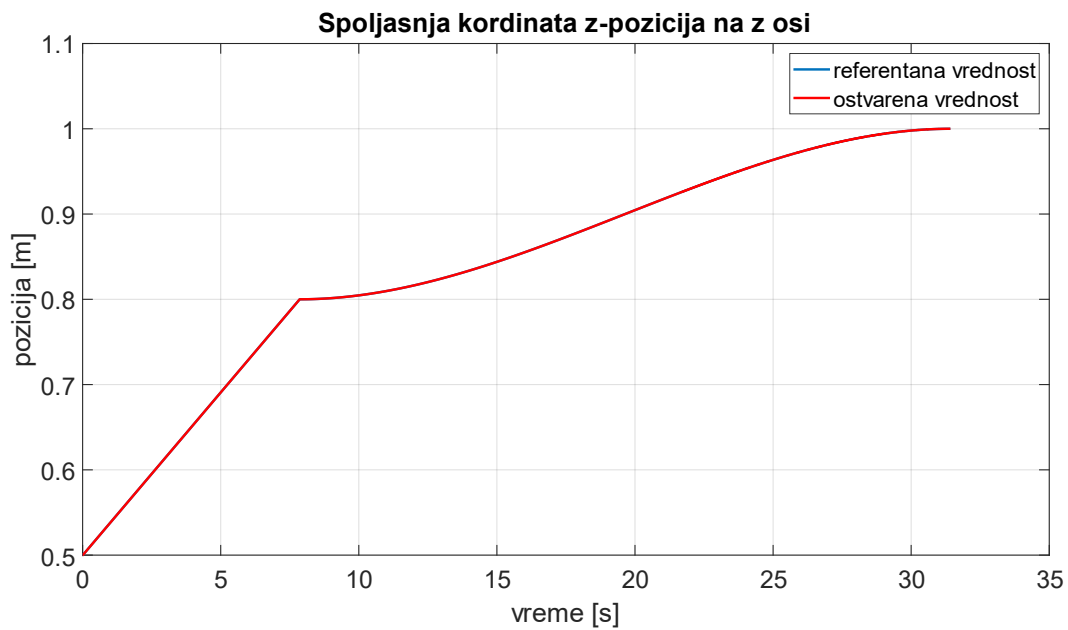
Na graficima 7-12 su predstavljene pozicije i ubrzanja spoljašnjih koordinata.



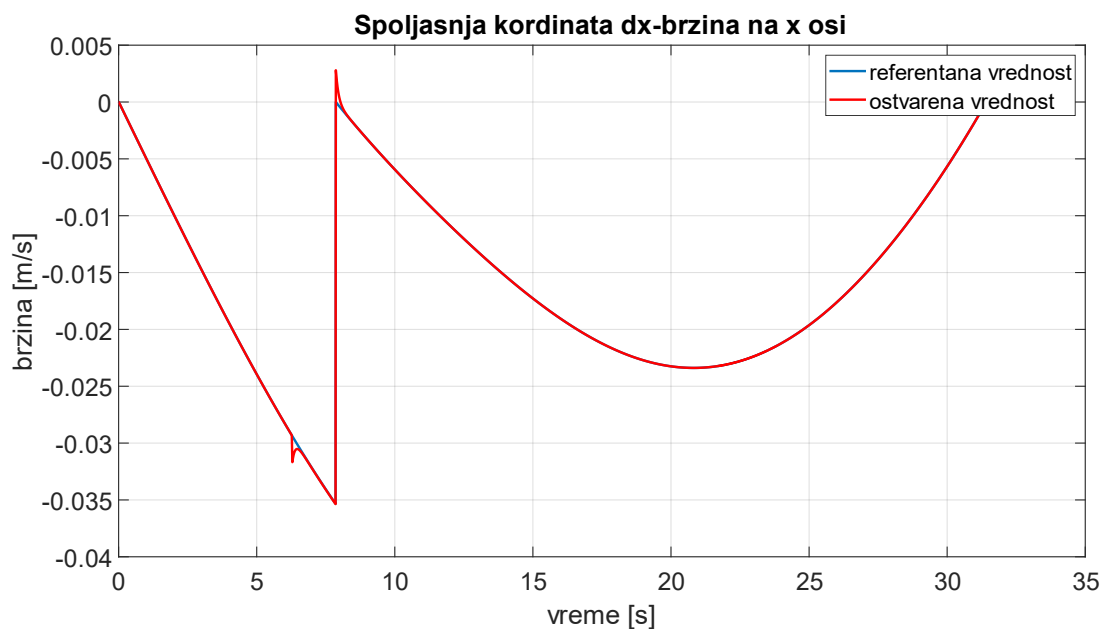
Grafik 7



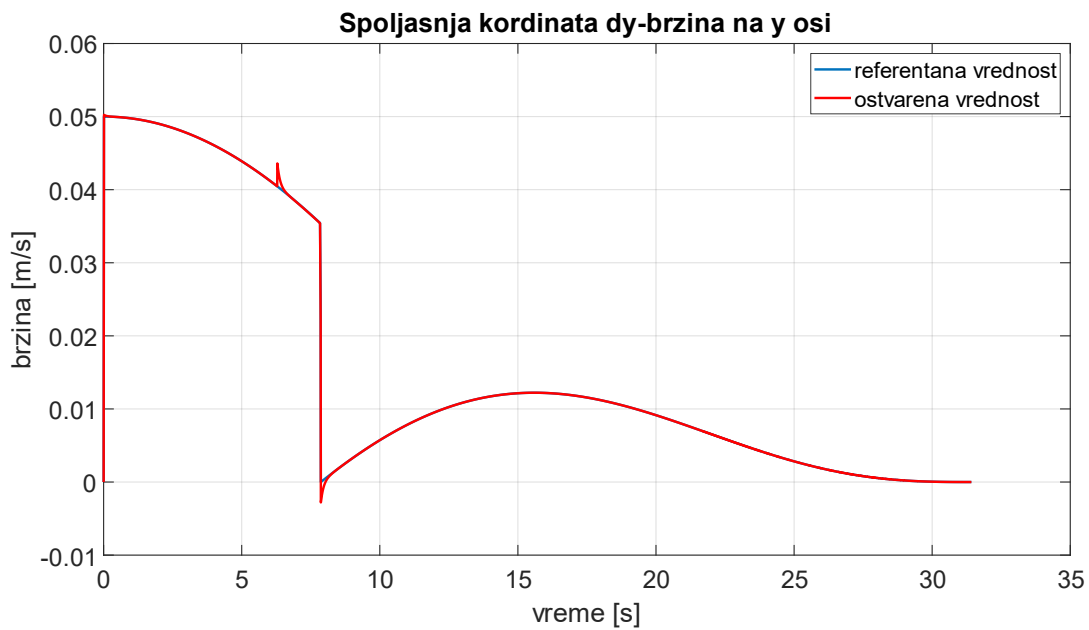
Grafik 8



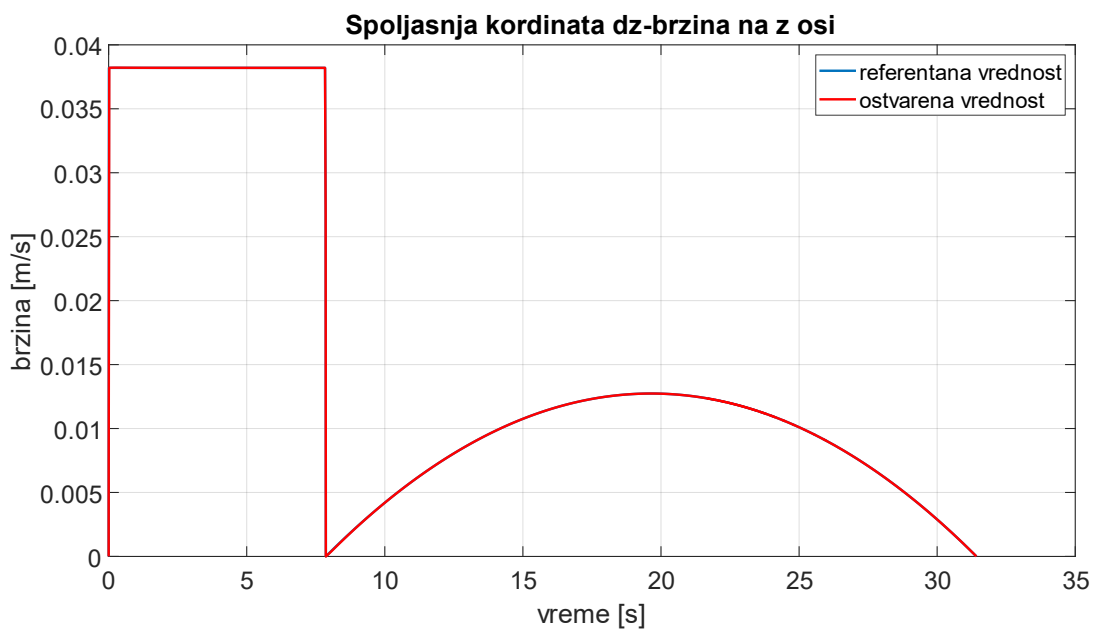
Grafik 9



Grafik 10



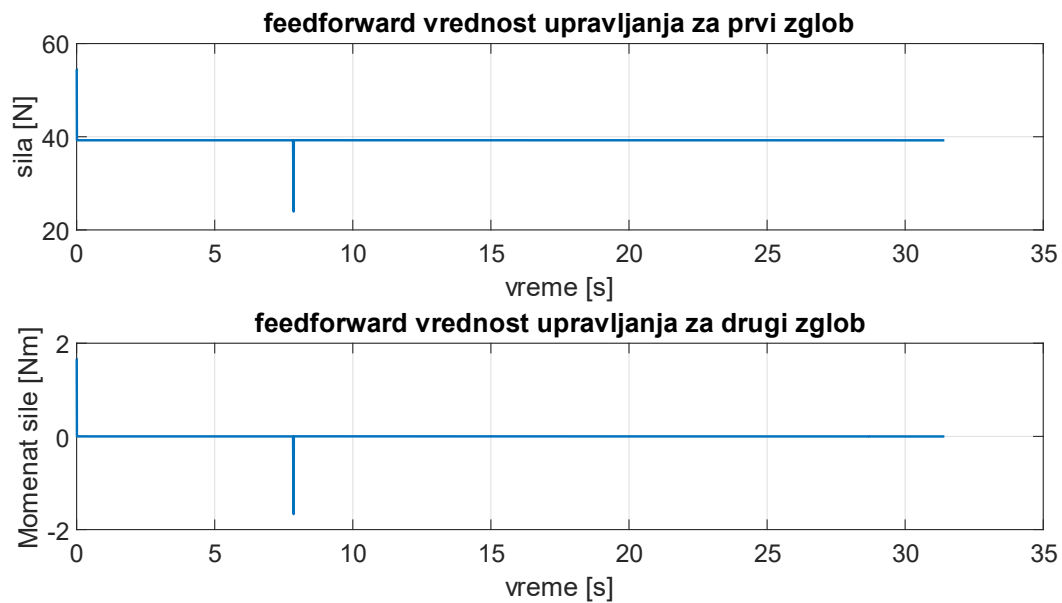
Grafik 11



Grafik 12

Na prethodnim graficima sistem prati referentne vrednosti sem na delovima gde se javlja spoljašnja sila.

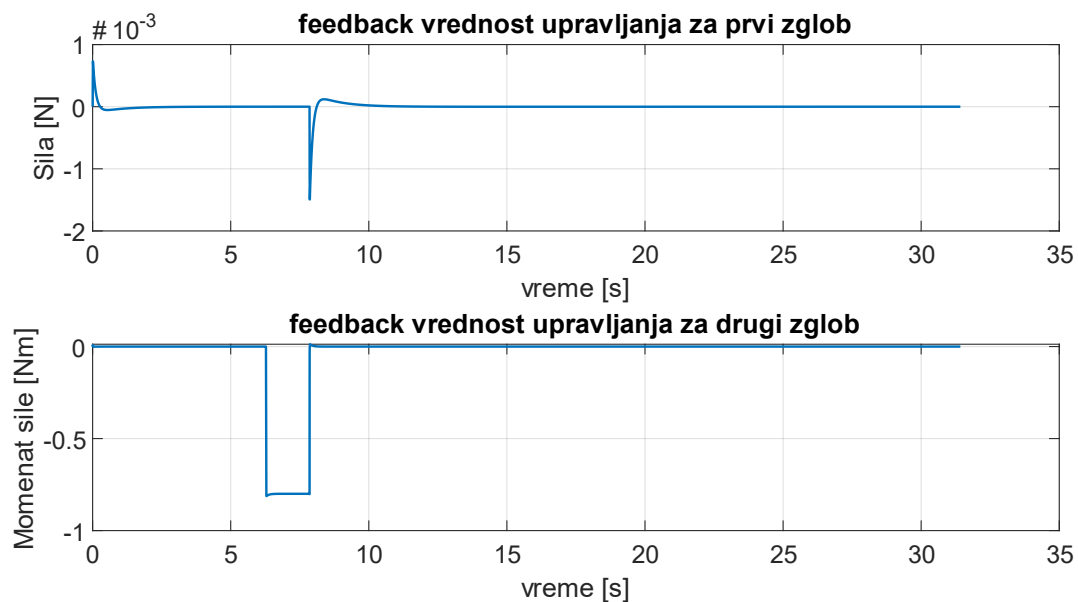
Na grafiku 13 se nalaze feedforward komponente upravljanja.



Grafik 13

Sa grafika se vidi da feedforward deo upravljanja uspešno oponaša system.

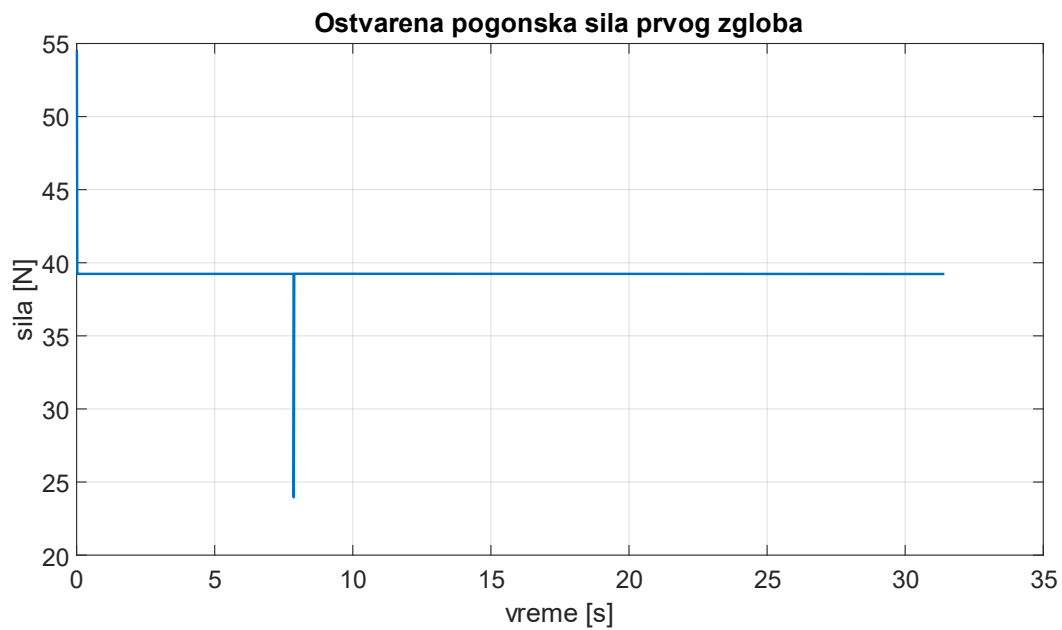
Na grafiku 14 se nalazi feedback komponenta upravljanja.



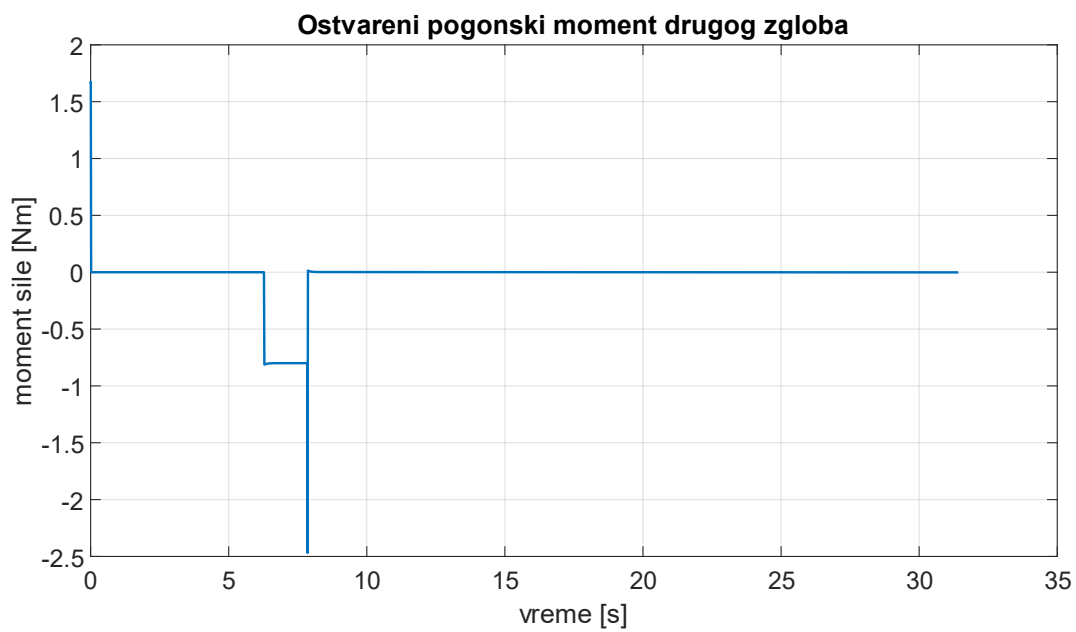
Grafik 14

Sa grafika se vidi da feedback upravljanje ima veoma male vrednosti sem u delu gde se javlja eksterna sila koja nije modelova pri kreiranju feedforward dela upravljanja pa je feedback deo potiskuje.

Na graficima 15 i 16 se nalaze ukupna upravljanja za prvi i drugi zglob.



Grafik 15



Grafik 16