

Univerzitet u Beogradu
Elektrotehnički fakultet

Projektni zadatak
iz mehanike

Student:
Ervin Seke

Beograd
školska 2018/19 godina

1. Zadatak

a) Matematičko klatno bez prinudne i otporne sile

Za matematičko klatno bez prinudne i otporne sile u Dekartovaom koordinatnom sistemu važi sledeći Lagranžijan:

$$L(y, \dot{x}, \dot{y}) = \frac{1}{2}m * \dot{x}^2 + \frac{1}{2}m * \dot{y}^2 + mgy$$

, gde je m masa kuglice okačene o matematičko klatno, a g gravitaciono ubrzanje. Jednačina ograničenja je:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - l^2,$$

gde je $l = 1$ m dužina klatna. Da bi se dobio sistem diferencijalnih jednačina koji može da se reši pomoću programskog jezika Matlab jednačina ograničenja je pomoću Constraint stabilization metode pretvorena u diferencijalnu jednačinu prvog reda. Lagranžijan je rešavan po koordinatama x i z . Da bi se dobila sila zatezanja korišćen je metod Lagranžovih množilaca. Sistem jednačina kretanja matematičkog klatna bez prinudne i otporne sile:

$$\lambda f_z - m\ddot{x} = 0$$

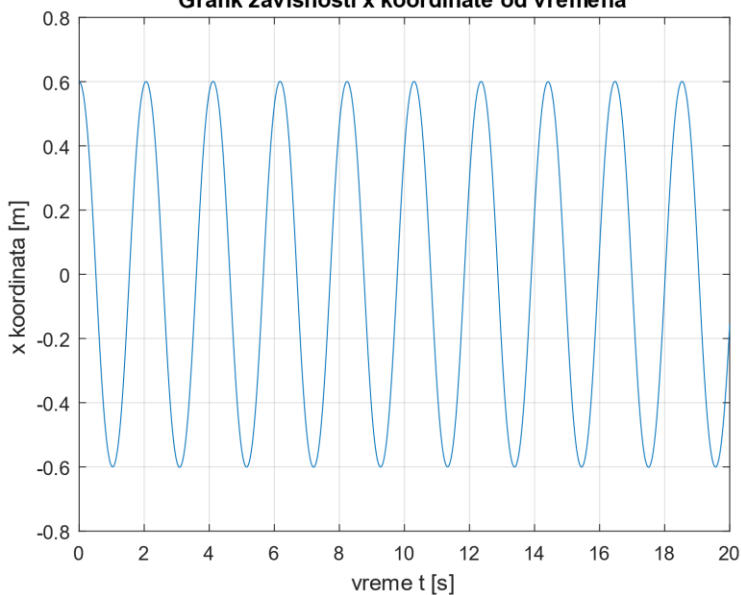
$$mg + \lambda f_y - m\ddot{y} = 0$$

$$-f_x\ddot{x} - f_y\ddot{y} = C(x, y, \dot{x}, \dot{y})$$

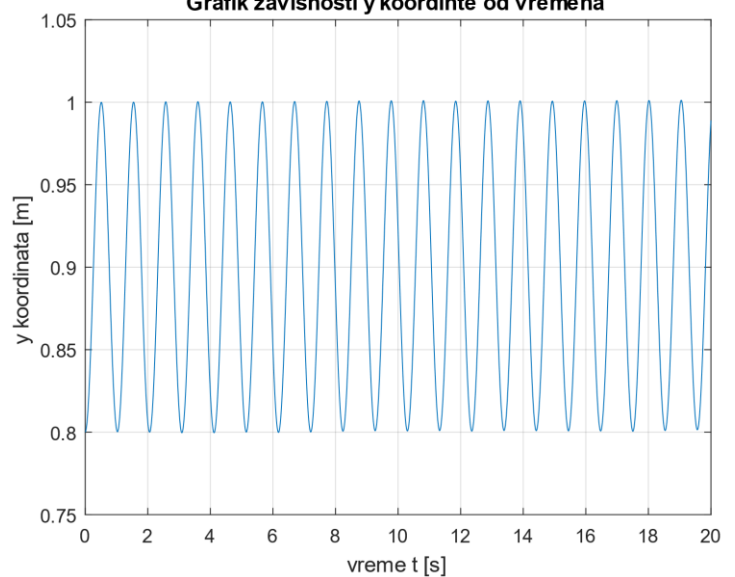
$$C(x, y, \dot{x}, \dot{y}) = [\dot{x} \ \dot{y}] \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + 2\zeta(f_x\dot{x} + f_y\dot{y}) + \zeta^2 f$$

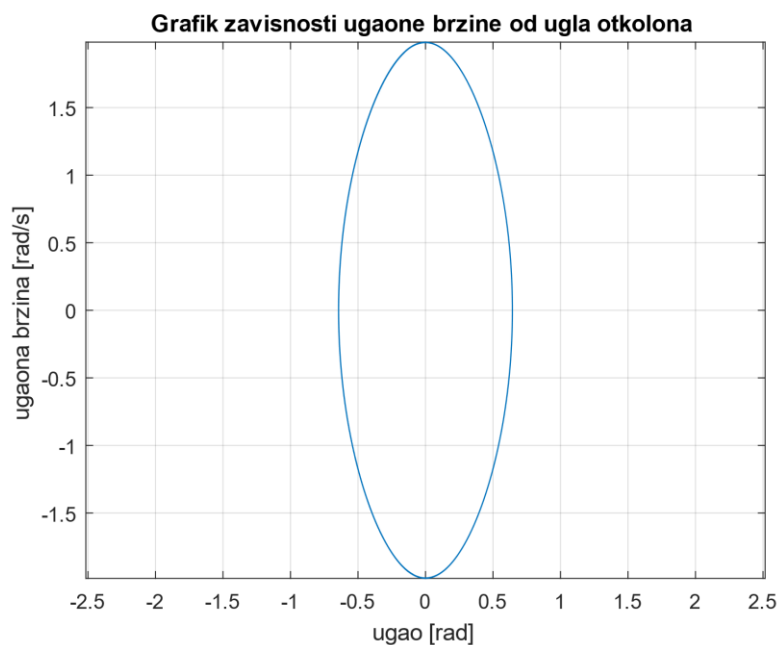
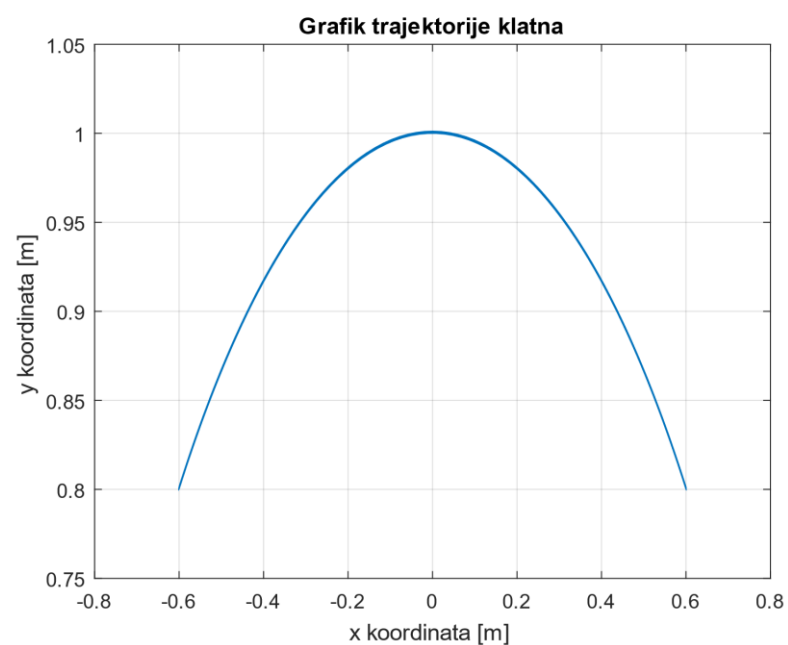
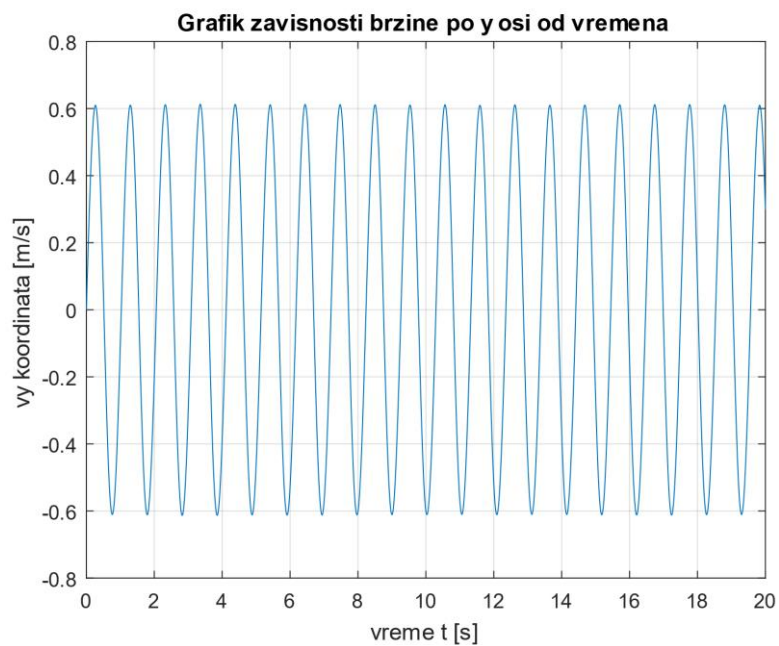
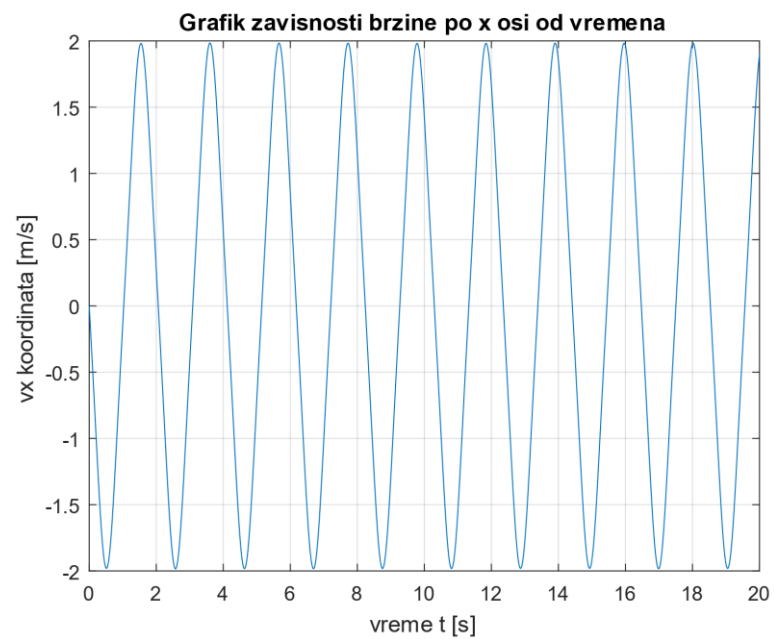
Pri rešavanju ovog sistema jednačina sa parametrima $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $m = 1 \text{ kg}$, $l = 1 \text{ m}$, $\zeta = 10000$, takođe za početne uslove je uzeto $x_0 = 0,6 \text{ m}$, $y_0 = 0,8 \text{ m}$, $\dot{x}_0 = 0 \text{ m/s}$, $\dot{y}_0 = 0 \text{ m/s}$. Pored potrebnih grafika nacrtani su i grafici zavisnosti $x(t)$ i $y(t)$. Grafici:

Grafik zavisnosti x koordinate od vremena

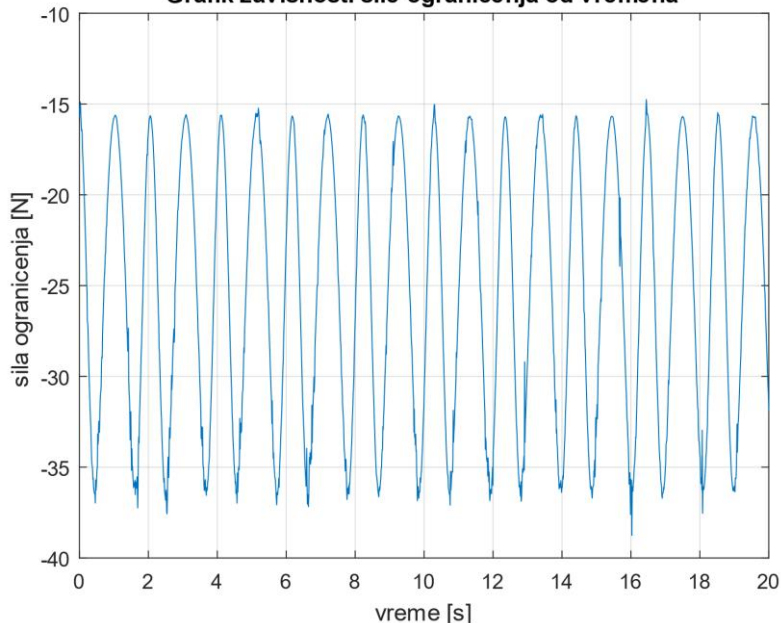


Grafik zavisnosti y koordinate od vremena

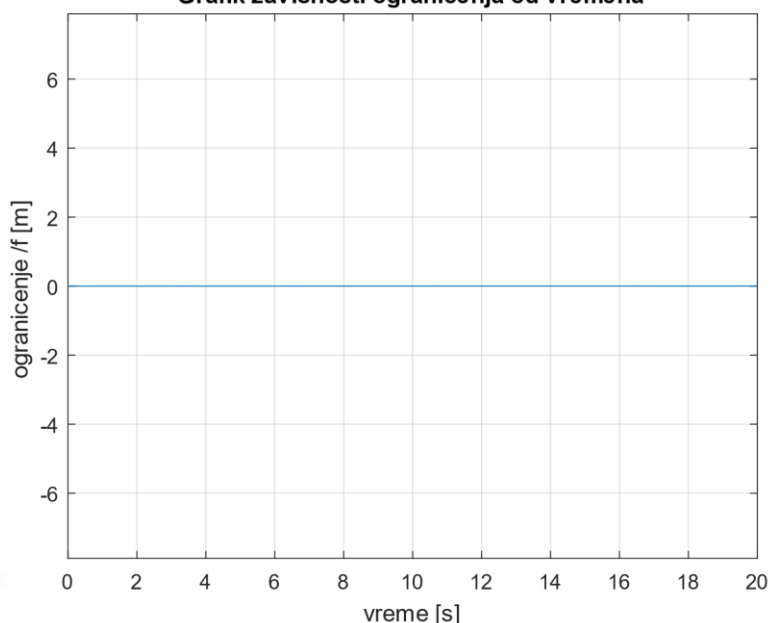




Grafik zavisnosti sile ogranicenja od vremena



Grafik zavisnosti ogranicenja od vremena



b) Matematičko klatno sa prinudnom i otpornom silom

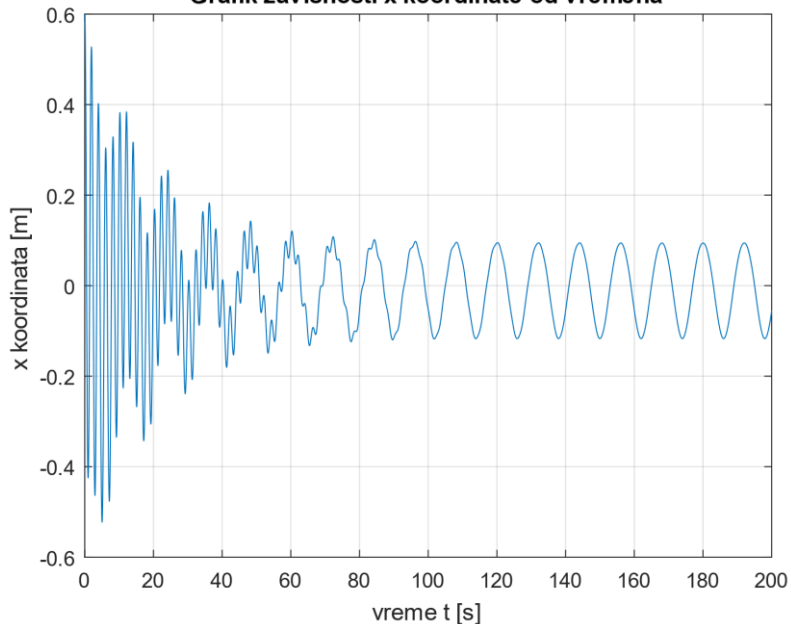
U okviru ovog dela za otpornu silu je uzeta sila uzeta sila $\vec{F} = -b\vec{v}$, gde je $b = 0.1 \text{ kg/s}$. Za prinudni silu su bile uzete prostoperiodičan impuls i impuls povorki četvrtki. Jednačine u ovom delu imaju oblik:

$$\lambda f_z - m\ddot{x} = b\dot{x} - M$$

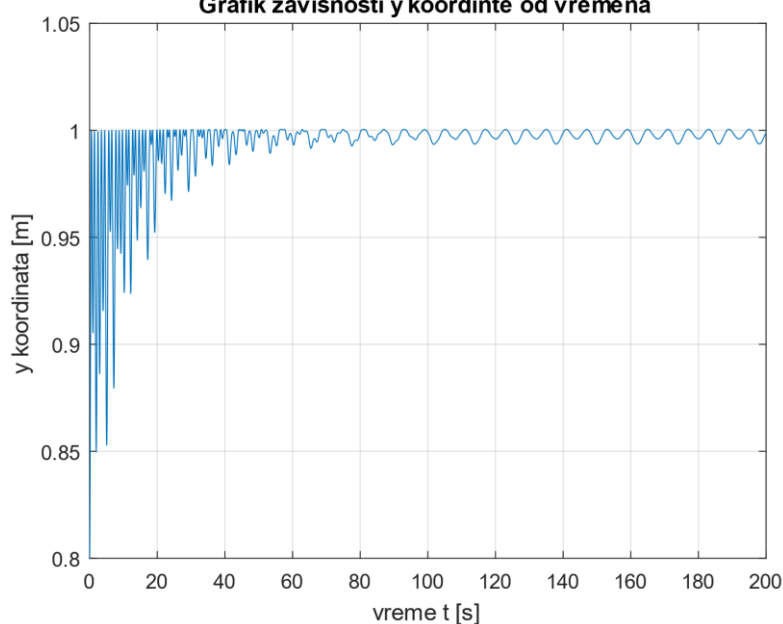
$$mg + \lambda f_y - m\ddot{y} = b\dot{y} - M$$

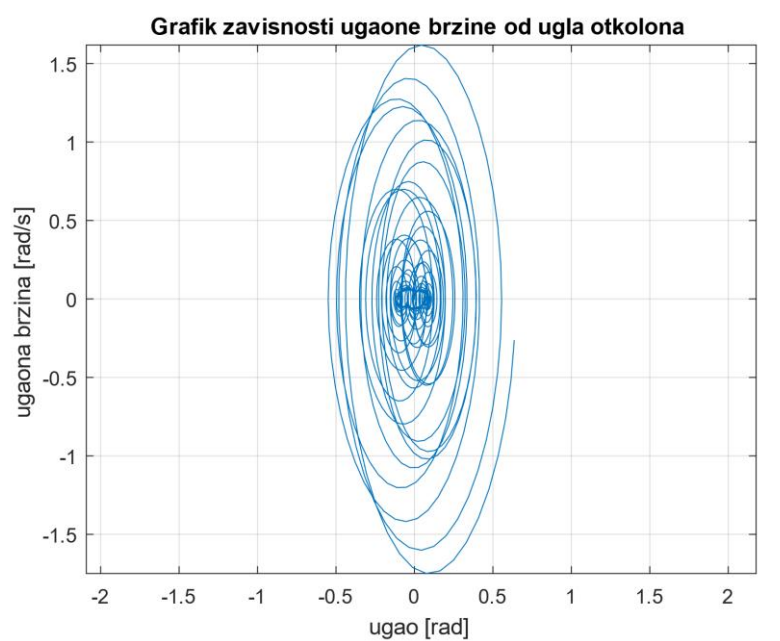
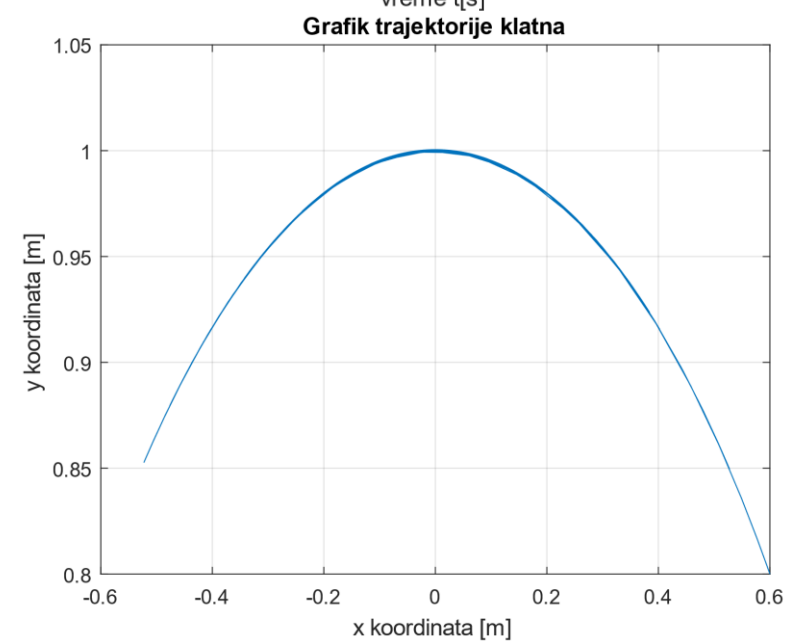
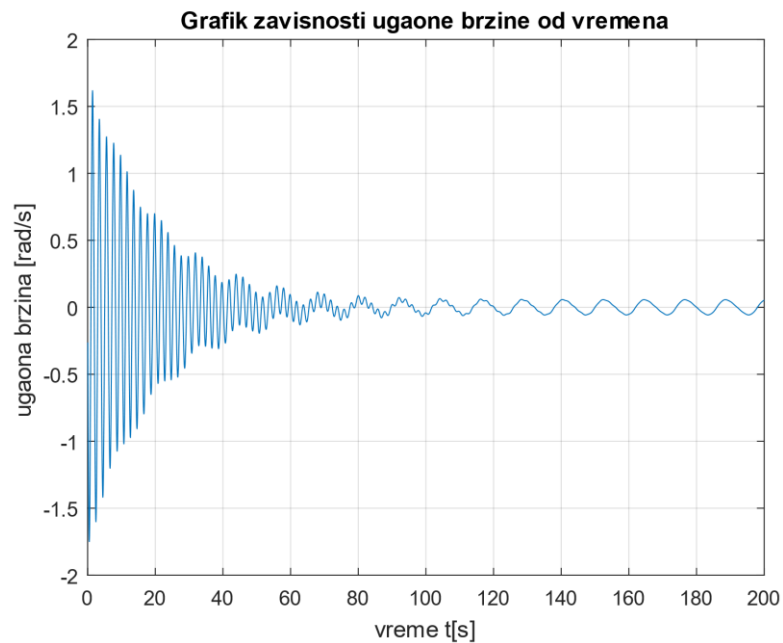
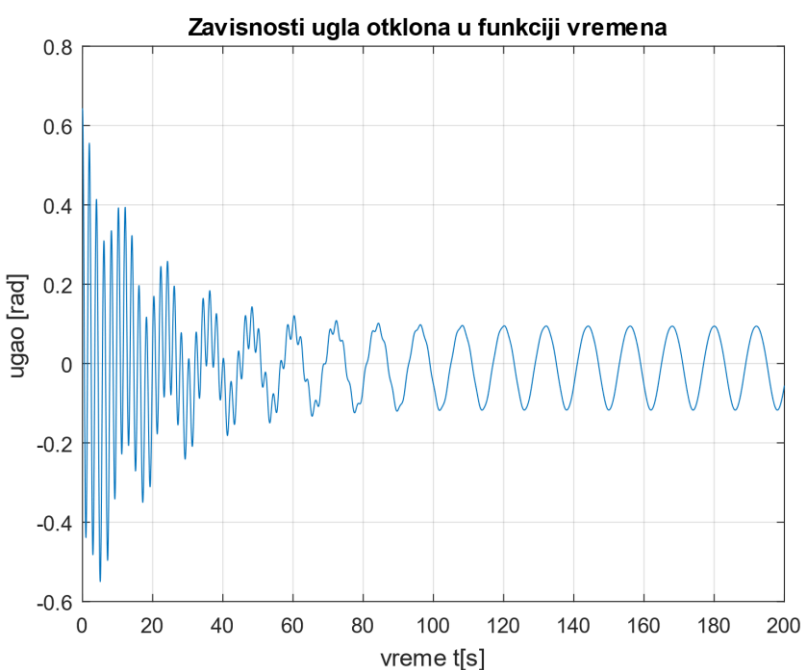
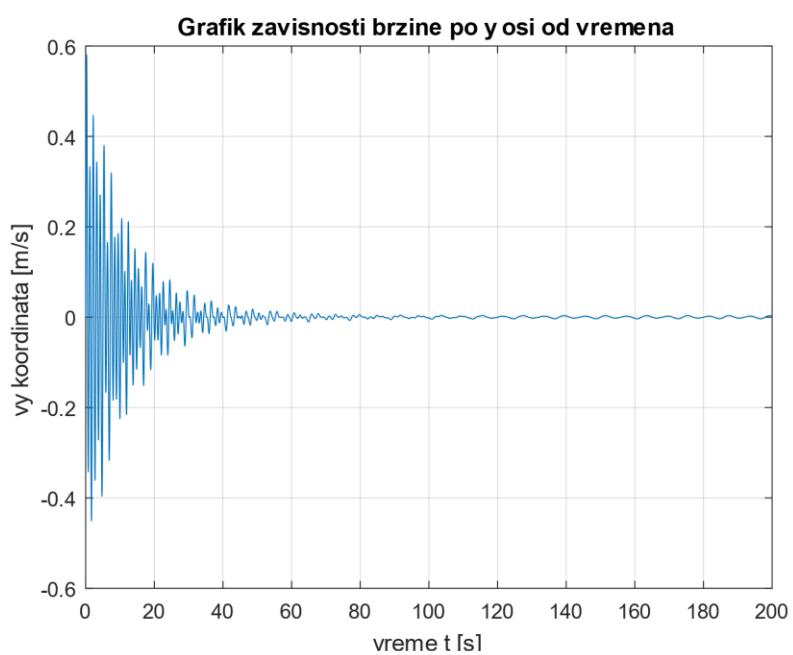
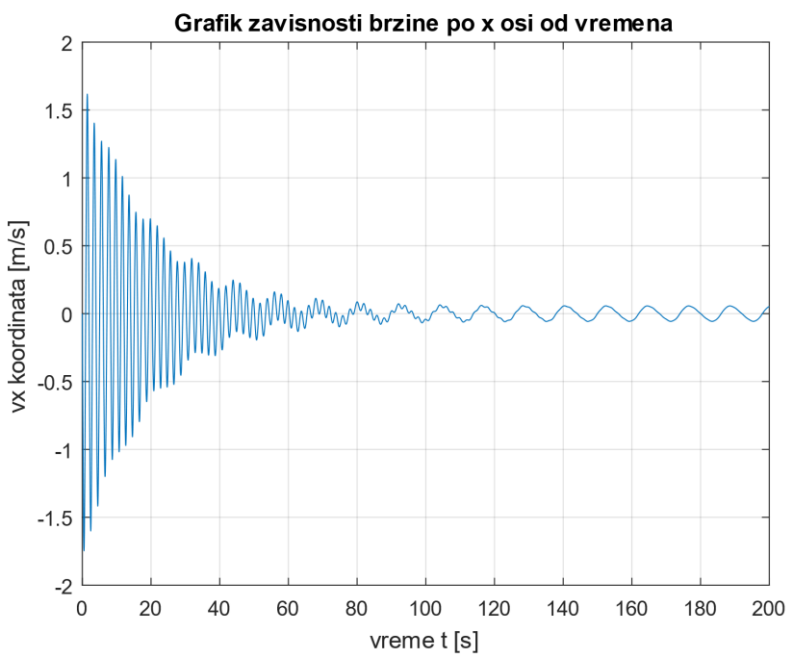
U okviru simulaciju u kojoj je korišćena prostoperiodični momenat uzezte su sledeće vrednosti: $M = M_0 \cos(\omega t)$, gde je $M_0 = 0.1 \text{ Nm}$ i $\omega = \pi/2 \text{ rad/s}$, ostali parametri su uzeti isti kao pod a). Grafici:

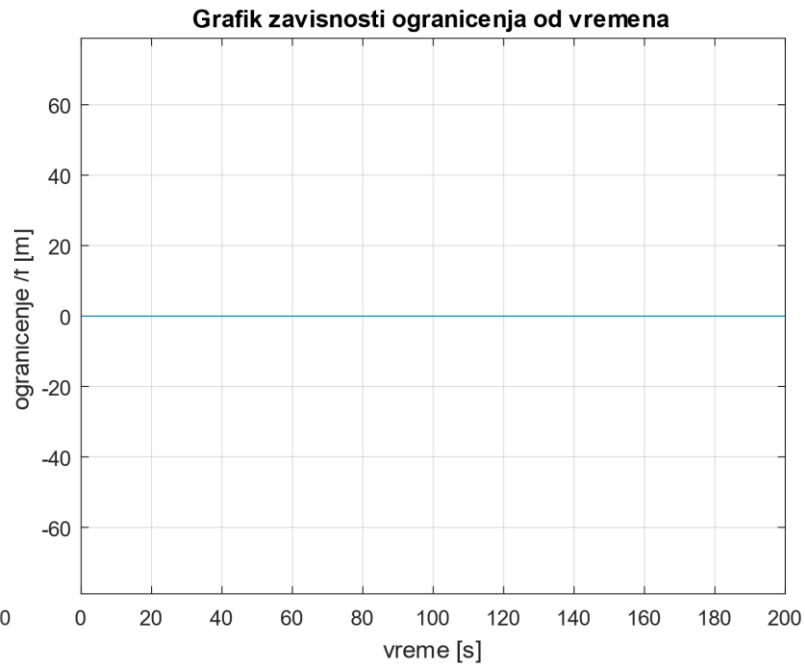
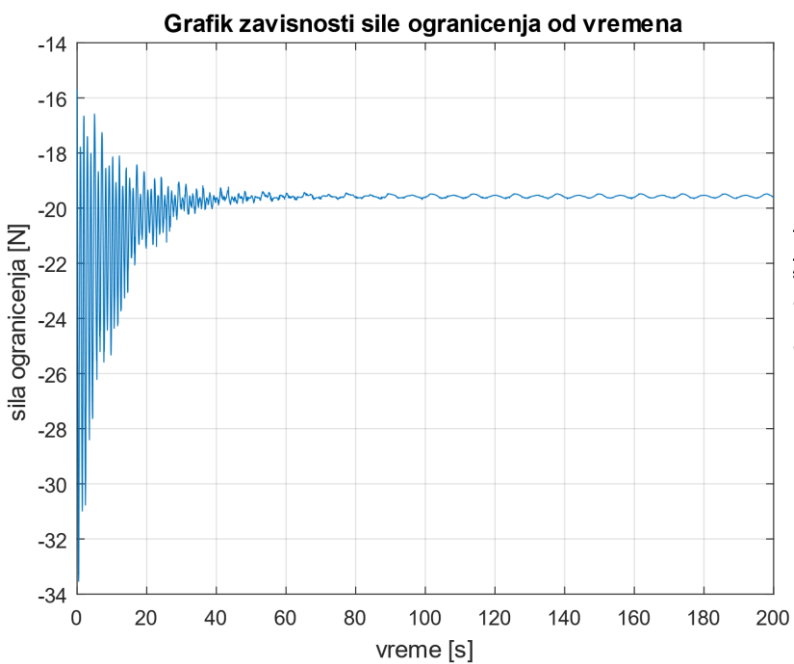
Grafik zavisnosti x koordinate od vremena



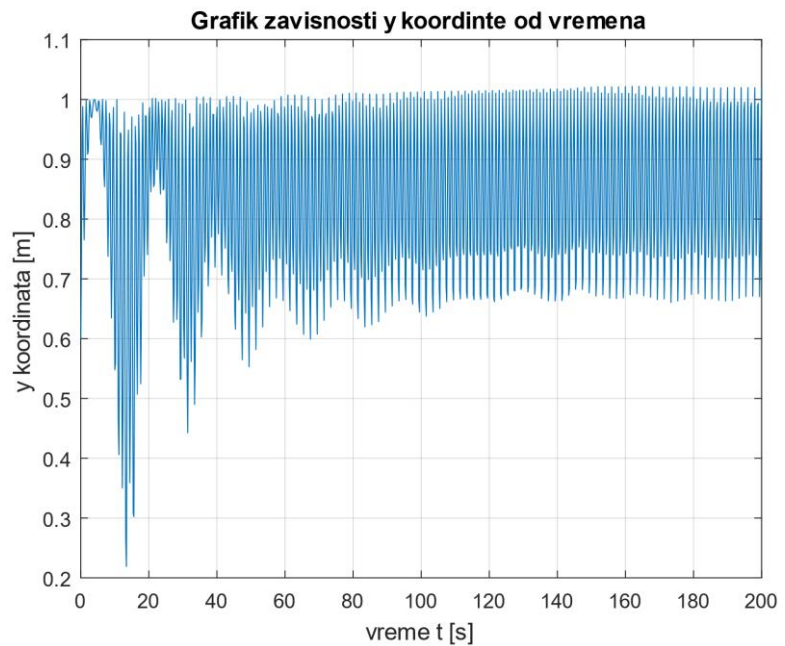
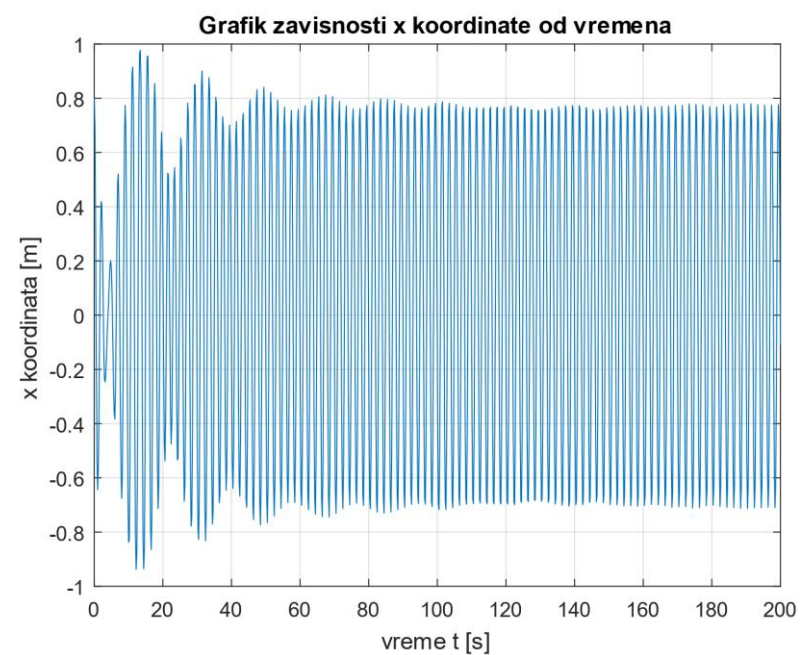
Grafik zavisnosti y koordinate od vremena

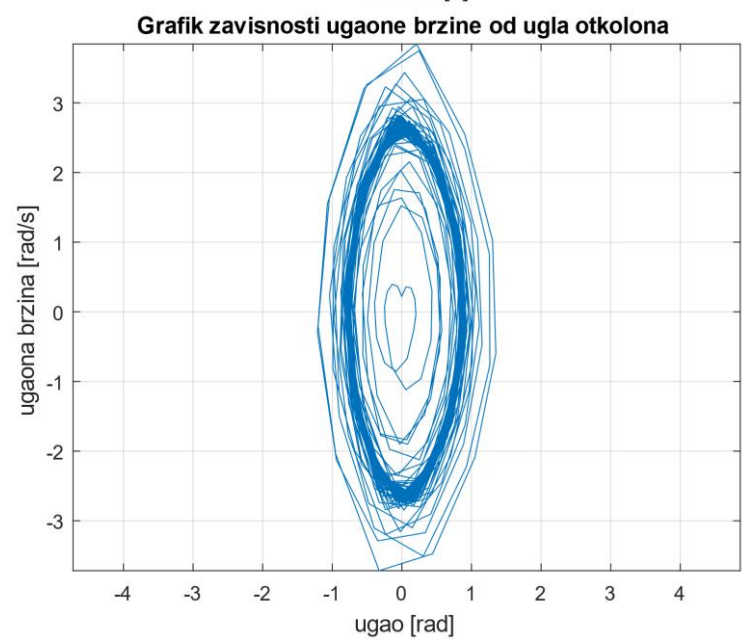
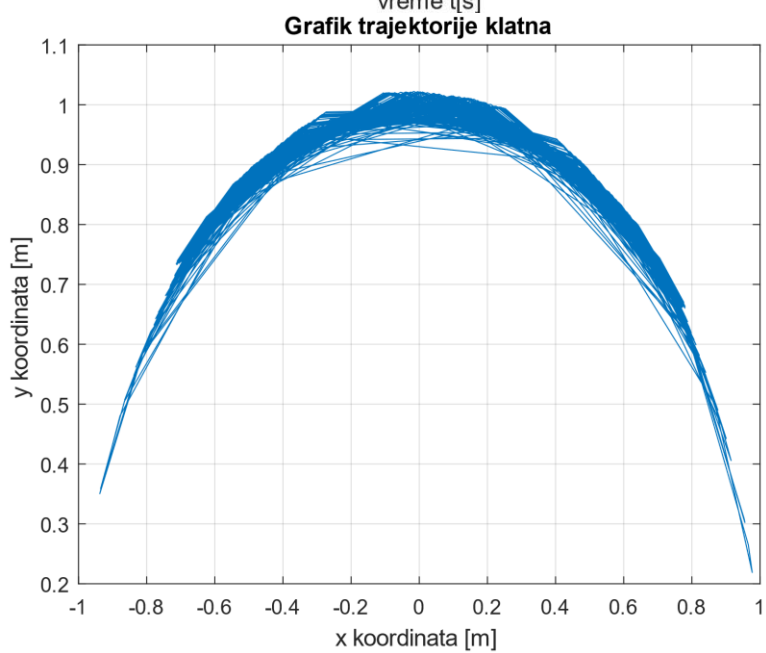
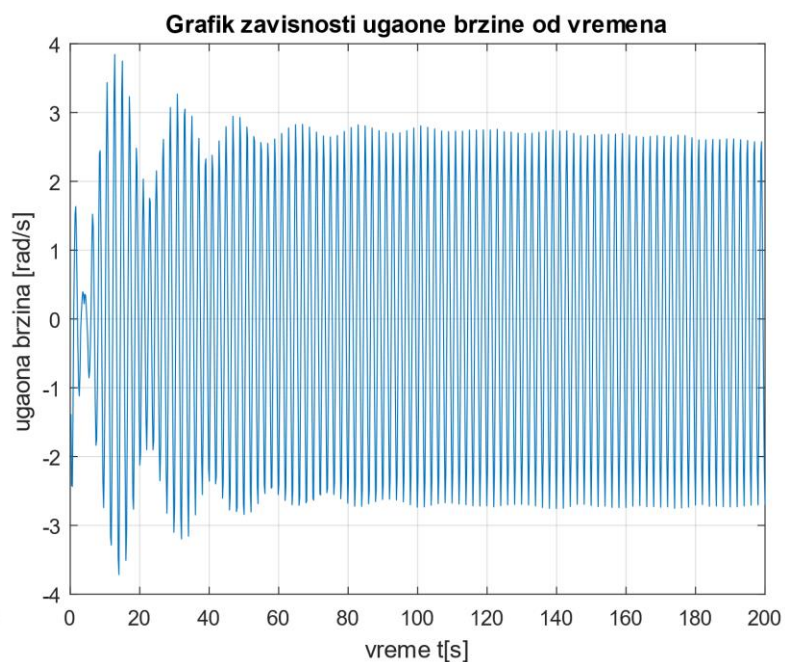
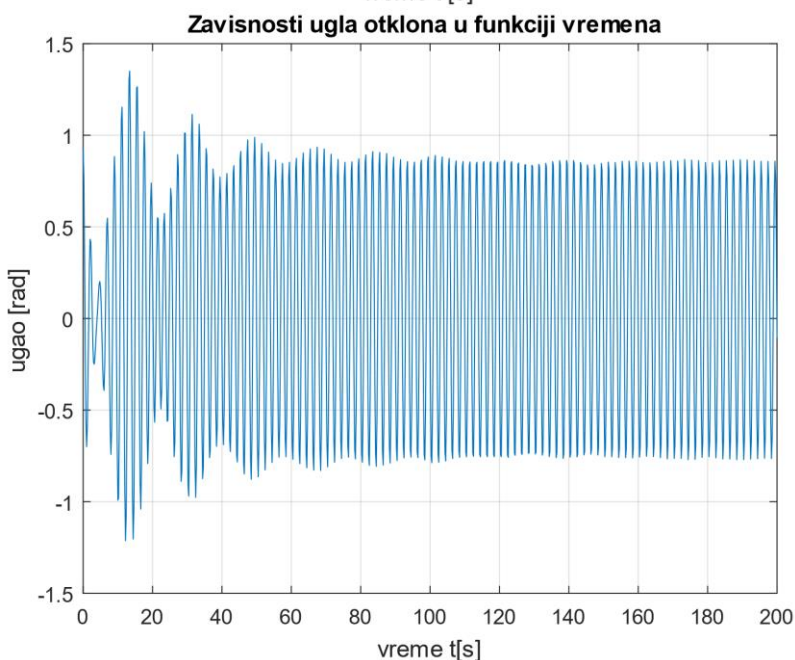
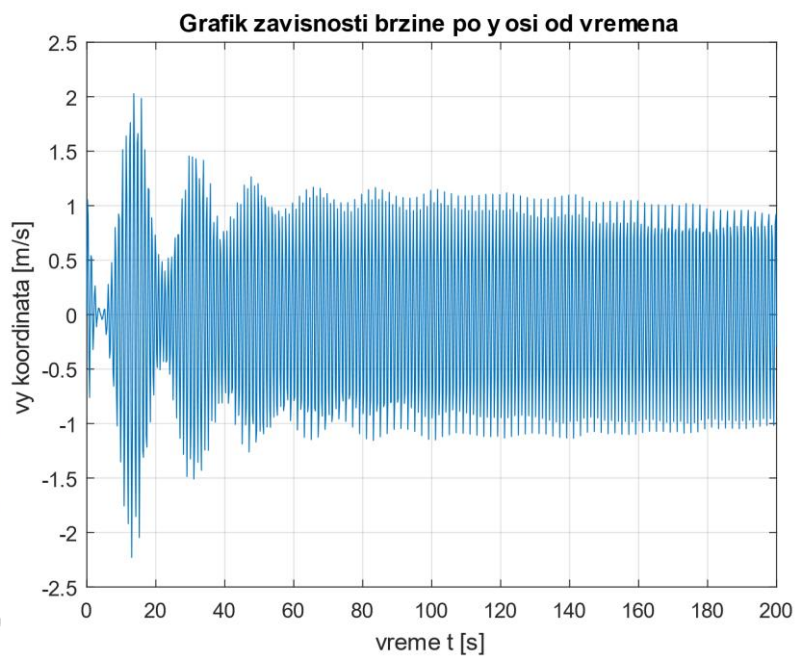
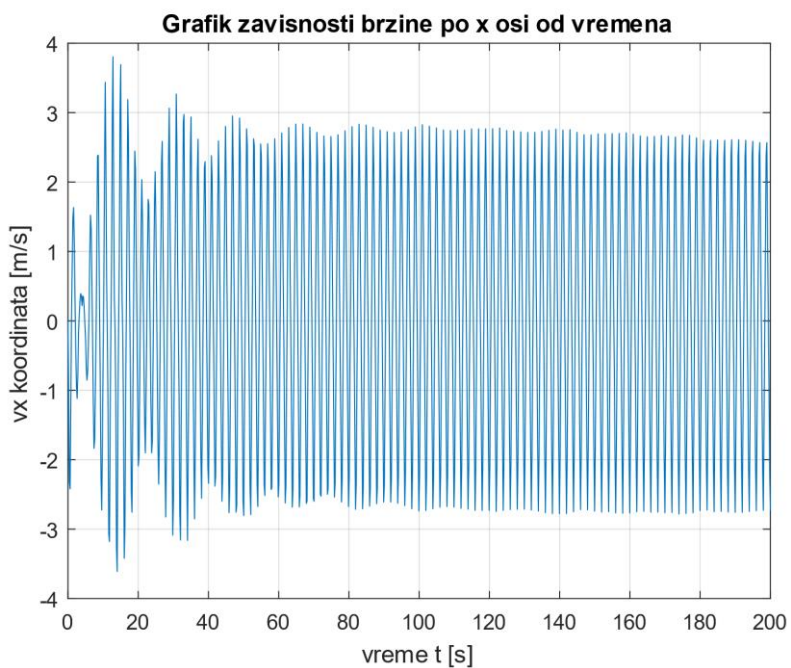


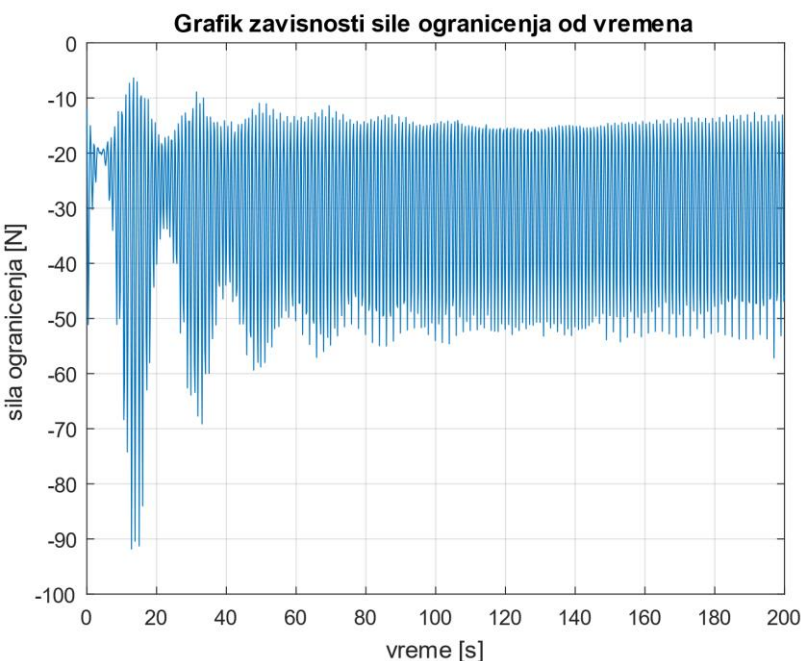




Pri simulaciji matematičkog klatna u kojoj je moment u obliku povorke četvrtki period momenta je π , a vrednosti momenta su 0 i 1 Nm. Grafici:





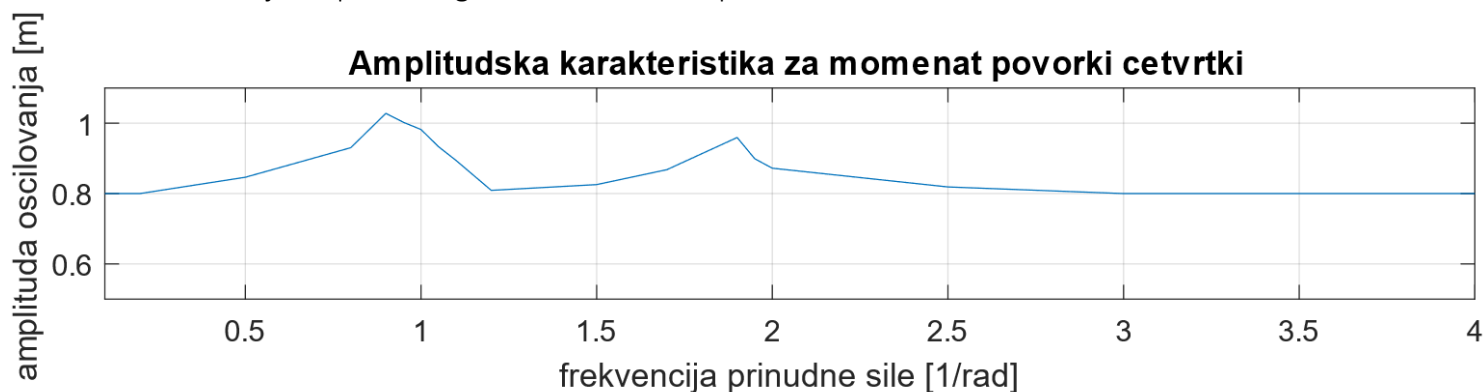


c) Amplitudska karakteristika matematičkog klatna sa otpornom i prinudnom silom

Na sledećem grafiku se nalazi amplitudska karakteristika zavisnosti amplitude oscilovanja od prostoperiodične prinudnog momenta:

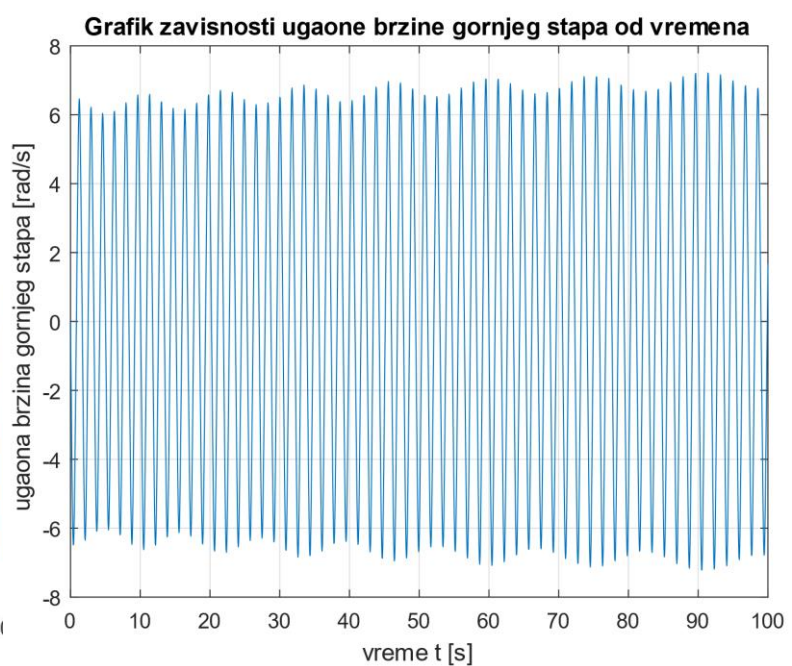
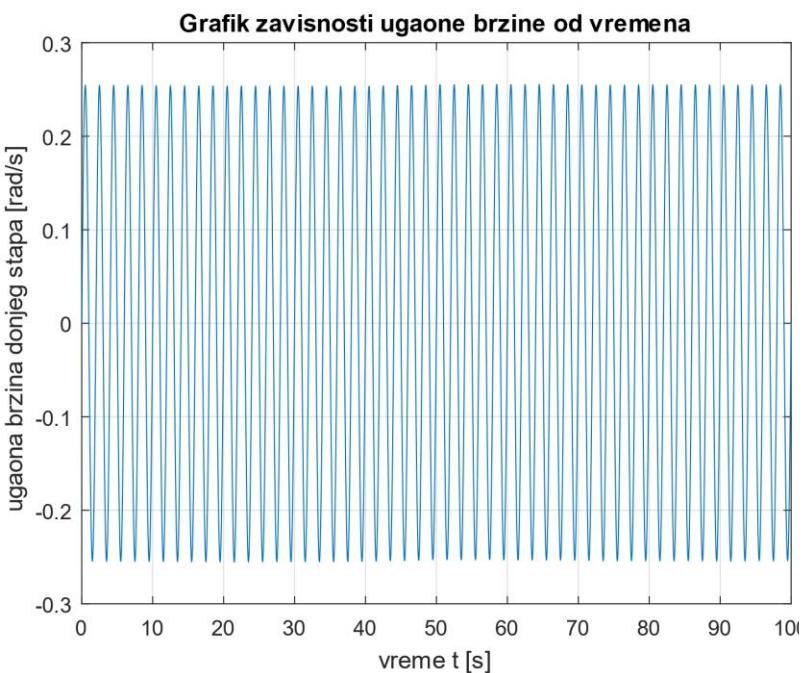
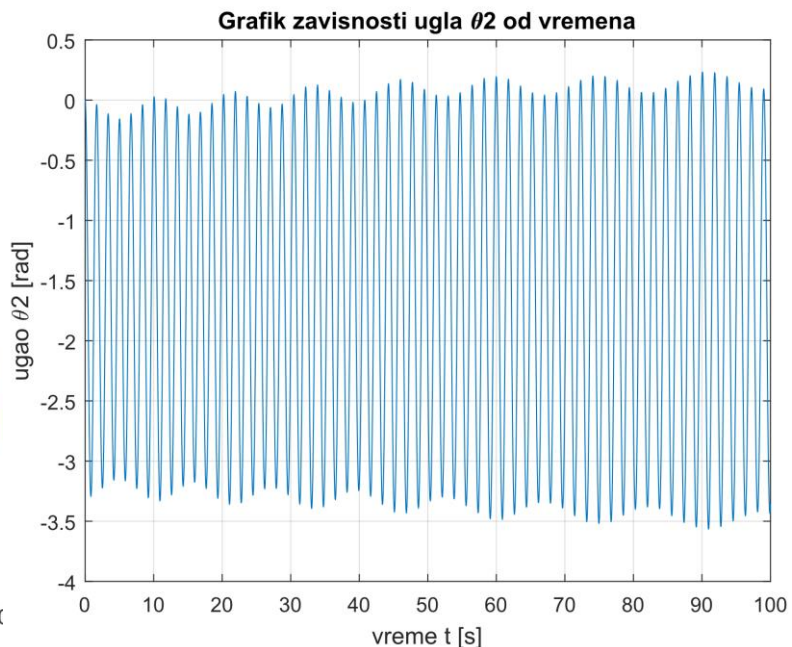
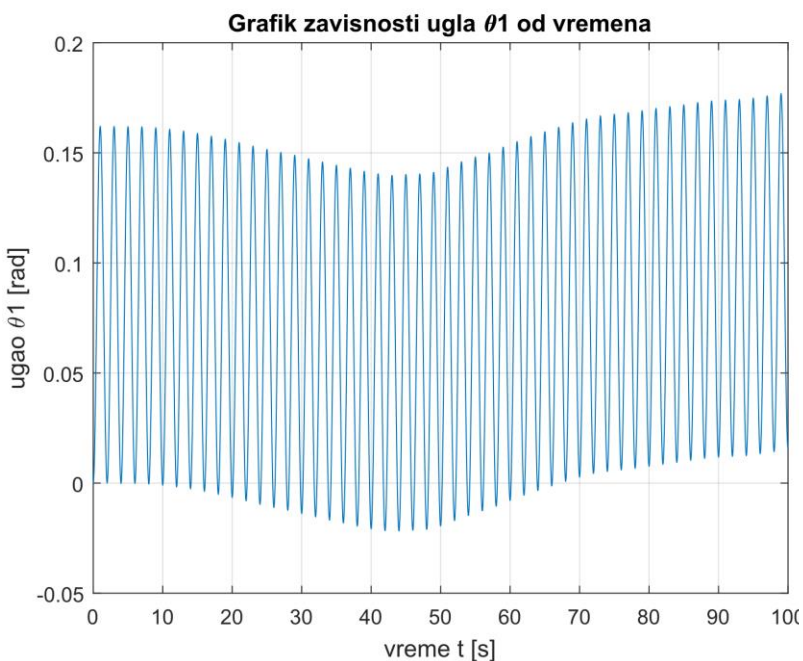


Na sledećem grafiku se nalazi amplitudska karakteristika zavisnosti amplitude oscilovanja od prinudnog momenta u obliku povorki četvrtki:



2.Zadatak

U okviru drugog zadatka je simuliran system od dva štapa koja su međusobno povezani dok je jedan od njih vezan za nepokretnu površ, u okviru zgloba kojim je ovaj štap povezan za nepokretnu površ se nalazi aktuator koji stvara moment M . Moment je $M = M_0 \sin(t\omega)$, gde je $M_0 = 1 \text{ Nm}$ i $\omega = \pi \text{ rad/s}$. Traženi grafici su:



Trajektorija vrha gornjeg stapa

