Signali i sistemi – Katedra i Odsek
Signals & Systems Department

Domaći 4
Prošireni Kalmanov filtar zasnovan na linijama za popravku lokalizacije mobilnog robota

Prošireni Kalmanov filtar

Prošireni Kalmanov filtar koji koristimo za popravku lokalizacije u ovom zadatku možemo podeliti na nekoliko koraka i to: korak predikcije, korak predikcije merenja, korak asocijacije merenja i na kraju korak filtracije.

- **Predikcija (Zadatak 1.)**

U okviru drugog domaćeg zadatka naučili smo na koji način možemo da upravljamo mobilnim robotom sa diferencijalnim pogonom. Ukoliko je robot u trenutku $t-1$ bio na poziciji $\boldsymbol{x}_{t-1} = [x_{t-1}, y_{t-1}, \theta_{t-1}]^T$ i ako je u tom trenutku primenjeno upravljanje $\boldsymbol{u}_t = [\Delta s_l, \Delta s_r]^T$ na osnovu modela robota možemo izvršiti *apriornu* procenu pozicije robota u trenutku t.

$$\hat{\boldsymbol{x}}_t = f(\boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{u}_t) = \boldsymbol{x}_{t-1} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta s_l + \Delta s_r}{2} \cdot \cos\left(\theta_{t-1} + \frac{\Delta s_l - \Delta s_r}{2b}\right) \\ \frac{\Delta s_l + \Delta s_r}{2} \cdot \sin\left(\theta_{t-1} + \frac{\Delta s_l - \Delta s_r}{2b}\right) \\ \frac{\Delta s_l - \Delta s_r}{2b} \end{bmatrix}$$

Potrebno je pretpostaviti da je kretanje robota podložno šumu koji se može modelovati Gausov šum. Dok se kontrolni signali levog i desnog točka mogu smatrati nezavisnim, pa se kovarijaciona matrica može definisati u obliku:

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} k|\Delta s_l| & 0 \\ 0 & k|\Delta s_l| \end{bmatrix}.$$

Apriorna estimacija kovarijacione matrice pozicije robota se može izračunati kao:

$$\hat{\boldsymbol{P}}_t = \boldsymbol{F}_x \boldsymbol{P}_{t-1} \boldsymbol{F}_x^T + \boldsymbol{F}_u \boldsymbol{Q}_t \boldsymbol{F}_u^T,$$

gde su $\boldsymbol{F}_x$ i $\boldsymbol{F}_u$ Jakobijan matrice modela kretanja $f(\boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{u}_t)$ u odnosu na stanje robota odnosno na kontrolne ulaze.

Zadatak 1. Implementirati funkciju na osnovu pozicije robota u trenutku $t-1$ i kontrolnih ulaza određuje *apriornu* poziciju robota kao i kovarijacionu matricu stanja robota. Rastojanje između točkova iznosi b.

$$[\hat{\boldsymbol{x}}_t, \hat{\boldsymbol{F}}_x, \hat{\boldsymbol{F}}_u] = transitionFunction(\boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{u}_t, b),$$
$$\hat{\boldsymbol{P}}_t = \boldsymbol{F}_x \boldsymbol{P}_{t-1} \boldsymbol{F}_x^T + \boldsymbol{F}_u \boldsymbol{Q}_t \boldsymbol{F}_u^T.$$

- **Predikcija merenja (Zadatak 2.)**

Kao što smo predstavili u trećem domaćem zadatku, liniju možemo parametrizovati odlikom $\boldsymbol{m}^i = [\alpha^i, r^i]^T$. Ovakvu parametrizaciju ćemo iskoristiti da prikažemo i predikciju merenja i odlike mape $\boldsymbol{M}$. Ono što treba primetiti jeste da se koordinatni sistemi u odnosu na koje se ovi parametri odnose razlikuju. Kod merenja i predikcije merenja se oni odnose na lokalni koordinatni sistem robota, dok se za svaku odliku (zid) mape oni odnose na globalni koordinatni sistem. Da bismo na odgovarajući način predstavili odlike mape moramo izvršiti odgovarajuću transformaciju odlika. U opštem slučaju mapa $\boldsymbol{M}$ može imati k odlika, pa je ona predstavljena matricom veličine $2\times k$ gde jedna kolona matrice predstavlja jednu odliku $\boldsymbol{m}^i$. Na osnovu *apriorne* pozicije robota može se izvršiti predikcija onoga što robot „vidi“ u svojoj okolini. Zapravo je potrebno izvršiti transformaciju odlika mape iz globalnog koordinatnog sistemu u lokalni koordinatni sistem robota (predstavljen *apriornom* pozicijom robot):

$$\hat{\boldsymbol{z}}_t^i = h\left(\hat{\boldsymbol{x}}_t, \boldsymbol{m}^i\right) = \begin{bmatrix} {}^{w}\alpha^i - \hat{\theta}_t \\ {}^{w}r^i - \left(\hat{x}_t \cos\left({}^{w}\alpha^i\right) + \hat{y}_t \sin\left({}^{w}\alpha^i\right)\right) \end{bmatrix}.$$

Zadatak 2. Na osnovu *apriorne* pozicije robota i mape odrediti predikciju merenja i Jakobijan matricu modela merenja $\mathbf{H}_x$.

$$\left[\hat{\boldsymbol{z}}_t^i, \widehat{\mathbf{H}}_x\right] = measurementFunction\left(\hat{\boldsymbol{x}}_t, \boldsymbol{m}^i\right),$$

$$\boldsymbol{H}_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -\cos\left({}^{w}\alpha^j\right) & -\sin\left({}^{w}\alpha^j\right) & 0 \end{bmatrix}.$$

- **Uparivanje merenja (Zadatak 3.)**

Da bi primena poslednjeg koraka bila validna, neophodno je da se izvrši uparivanje (asocijacija) između opservacije okoline (zidovi koje robot u tom trenutku „vidi“ pomoću svojih senzora) i predikcije onoga što robot misli da treba da vidi iz svoje trenutne pozicije. Kako bismo našli odgovarajuće odlike potrebno je primeniti Mahalanobisovu distancu između svih parova odlika opservacije $\boldsymbol{z}^j$ i predikcije merenja $\hat{\boldsymbol{z}}^i_t$. Razliku između svih parova opservacije i predikcije opservacije nazivamo *inovacijom*

$$\boldsymbol{v}_t^{ij} = \boldsymbol{z}_t^j - \hat{\boldsymbol{z}}_t^i,$$

dok se kovarijaciona matrica *inovacije* dobija kao

$$\boldsymbol{\Sigma}_{IN_t}^{ij} = \widehat{\mathbf{H}}_t^i \widehat{\boldsymbol{P}}_t \mathbf{H}_t^{iT} + \boldsymbol{R}_t^j,$$

a Mahalanobisova distanca je definisana

$$d_t^{ij} = \boldsymbol{v}_t^{ijT} \cdot \left(\boldsymbol{\Sigma}_{IN_t}^{ij}\right)^{-1} \cdot \boldsymbol{v}_t^{ij}.$$

U idealnom slučaju ova za konačan skup parova ij ova distanca bi bila jednaka nuli, odnosno dobili bismo poklapanja između opservacija i predikcija. U realnom slučaju gotovo uvek imamo korumpirana merenja, ili se na neki način mapa razlikuje od naše reprezentacije. Iz tih razloga se uvodi prag validacije g, pri čemu se u razmatranje za korak filtracije uzimaju samo oni parovi ij za koje važi da je $d_t^{ij} < g^2$.

Zadatak 3. Na osnovu procenjenih merenja i stvarnih opservacija dobijenih sa senzora robota izvršiti asocijaciju odlika.

$$\left[\hat{\boldsymbol{v}}_t, \hat{\mathbf{H}}_t, \hat{\mathbf{R}}_t\right] = associateMeasurements(\hat{\boldsymbol{x}}_t, \hat{\mathbf{P}}_t, \mathbf{Z}_t, \mathbf{R}_t, \mathbf{M}, g)$$

- **Popravka estimacija (Zadatak 4.)**

Svi prethodni koraci obezbeđuju neophodnu podršku za poslednji korak i popravku estimacije. U poslednjem koraku se vrši popravka pozicije na osnovu Proširenog Kalmanovog Filtra. Korak estimacije se vrši na sledeći način:

$$\boldsymbol{x}_t = \hat{\boldsymbol{x}}_t + \mathbf{K}\mathbf{v},$$

gde se Kalmanovo pojačanje dobija kao:

$$\mathbf{K} = \hat{\mathbf{P}}_t \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \mathbf{S}^{-1}, \mathbf{S} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{P}}_t \mathbf{H}^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}.$$

Nakon popravke pozicije potrebno je izvršiti popravku i kovarijacione matrice

$$\mathbf{P}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})\hat{\mathbf{P}}_t.$$

Zadatak 4. Izvršiti implementaciju koraka popravke estimacije na osnovu prethodno dobijene estimacije i asocijacije merenja.

$$[\boldsymbol{x}_t, \mathbf{P}_t] = filterStep\left(\hat{\boldsymbol{x}}_t, \hat{\mathbf{P}}_t, \hat{\boldsymbol{v}}_t, \hat{\mathbf{H}}_t, \hat{\mathbf{R}}_t\right).$$

Napomena 1: Za dobijanje informacija o trenutnoj opservaciji i kovarijacionim matricama obeležja moguće je koristiti gotov ROS paket dostupan na linku. Pređeni put levog i desnog točka moguće je pročitati iz topika */joint_sate*.

Napomena 2: Potrebno je izvršiti analizu dobijenih rezultata. Uporediti poziciju i kovarijacionu matricu dobijenu sa topika */odom* i one dobijene nakon primene Proširenog Kalmanovog Filtra.

Napomena 3: Celokupan proces testiranja algoritma proveriti tako što se pokrene drugi domaći zadatak i proslede mu se četiri tačke tako da robot napravi kvadratnu putanju. U ovom koraku umesto informacija sa topika /odom potrebno je koristiti informacije koje se dobijaju nakon Kalmanovog filtra.