

# 13E053SSE, 2. domaći zadatak 2019/20

## Teorija estimacije

### 1 Estimator maksimalne verodostojnosti (EMV)

Treba da projektujete estimator maksimalne verodostojnosti za konstantnu vrednost  $\theta$  na osnovu opservacija  $x[n]$  koje su kontaminirane belim Cauchyjevim šumom:

$$x[n] = \theta + w[n], \quad n = 0, \dots, N-1,$$

$$p(w[n]) = \frac{1}{\pi(1 + w^2[n])}.$$

Ponovljeno je  $N_r = 100$  eksperimenata i u svakom od njih je zabeleženo po  $N = 10$  nezavisnih opservacija. Rezultati eksperimenata su u datoteci `dom2_zad1.csv`.

- Izvedite analitičke izraze za log-verodostojnost i njena prva dva izvoda. Prikažite grafike ovih f-ja za 3 proizvoljno izabrane realizacije.
- Napišite f-ju koja prima sekvencu od  $N$  opservacija, početnu procenu  $\hat{\theta}_0$ , toleranciju  $\Delta_\theta$  i maksimalan broj iteracija, a vraća EMV  $\hat{\theta}$ . U implementaciji koristite Newton-Raphsonove metodu, koja se zaustavlja ako je  $|\hat{\theta}_{k+1} - \hat{\theta}_k| < \Delta_\theta$  ili nakon što se dostigne maksimalan broj iteracija.
- Prikažite kako se menjaju procene  $\hat{\theta}_k$  po iteracijama, za tri proizvoljno izabrane realizacije.
- Prikazati histogram konačnih estimacija za svih  $N_r$  realizacija i naznačiti njihovu srednju vrednost.

### 2 Kalmanov filter (KF)

Pomoću KF treba estimirati rastojanje tramvaja od stanice  $p[n]$ . Znamo da se tramvaj kreće pravolinijski. Na raspolaganju su nam zašumljena GNSS merenja  $x[n] = p[n] + w[n]$  iz datoteke `gnss_data.txt`. Standardna devijacija šuma merenja je 10 m. Ubrzanje  $a[n]$  se menja na nama nepoznat način. Brzina  $v[n]$  i pozicija  $p[n]$  tramvaja dati su sa

$$v[n] = v[n-1] + T_s a[n]$$

$$p[n] = p[n-1] + T_s v[n] + \frac{T_s^2}{2} a[n]$$

gde je perioda odabiranja  $T_s = 1$  s, dok ubrzanje modelujemo kao

$$a[n] = a[n-1] + u[n].$$

Poznato je sledeće:

- tramvaj polazi iz stanice u trenutku  $n = 0$ ;
- tokom prvih 30 i poslednjih 30 sekundi, tramvaj ubrzava, odnosno usporava, i tada ubrzanje po apsolutnoj vrednosti može ići do  $10 \text{ m/s}^2$  (putnici bi teško izdržali ubrzanja veća od  $1 G$ );
- u središnjem delu putanje, tramvaj se kreće približno konstantnom brzinom, i tada su maksimalna ubrzanja  $1 \text{ m/s}^2$ ;
- tramvaj je u jednom delu trajektorije prolazio kroz “urbani kanjon”, i tada nije dobijao GNSS merenja.

Estimirajte poziciju, brzinu i ubrzanje tramvaja Kalmanovim filtrom. Jedan ispod drugog prikažite sledeće grafike:

- izmerena i estimirana pozicija,
- estimirana brzina,
- estimirano ubrzanje,
- vrednosti Kalmanovog pojačanja.

Na prva tri grafika naznačite i  $2\sigma$  intervale poverenja oko estimiranih vrednosti.

### 3 Napomene

Izveštaj treba da bude što kraći ali da sadrži sve tražene grafike i izvođenja. Za programiranje koristite Matlab/Octave ili Python. Izveštaj ne morate štampati, dovoljno je da ga pošaljete u pdf formatu, zajedno sa kodovima, nastavniku kod kojeg budete raspoređeni za odbranu. Raspored i termini odbrane će biti naknadno objavljeni.