Генерация зависимых языков по спецификации пользователя

Выступающий: Шамиль Гарифуллин Руководитель: Валерий Исаев

Санкт-Петербургский Академический Университет

СП6АУ, 2017

Соответствие Карри-Говарда

Описаны в [PV07; Isa16] Сигнатура – пара (S, \mathcal{F}) , S – произвольное множество, \mathcal{F} – множество и функция, которая каждому $f \in \mathcal{F}$ сопоставляет его тип

$$\overline{x:s}$$
, $x \in Var$, $x:s$

$$\frac{t_1:s_1 \dots t_n:s_n}{f(t_1,\dots t_n):s}$$
, $f:s_1 \times \dots \times s_n \to s$

Пример определения языка - теории

B TT

 $m{\mathcal{\Phi}}$ ормула в сигнатуре Σ — это выражение вида t=t', где t и t' — термы сигнатуры Σ одного сорта.

$$\varphi \vdash^{\underline{V}} \varphi \text{ (b1)} \qquad \frac{\varphi \vdash^{\underline{V}} \psi \qquad \psi \vdash^{\underline{V}} \chi}{\varphi \vdash^{\underline{V}} \chi} \text{ (b2)} \qquad \varphi \vdash^{\underline{V}} \top \text{ (b3)}$$

$$\varphi \wedge \psi \vdash^{\underline{V}} \varphi \text{ (b4)} \qquad \varphi \wedge \psi \vdash^{\underline{V}} \psi \text{ (b5)} \qquad \frac{\varphi \vdash^{\underline{V}} \psi \qquad \varphi \vdash^{\underline{V}} \chi}{\varphi \vdash^{\underline{V}} \psi \wedge \chi} \text{ (b6)}$$

$$\vdash^{\underline{x}} x \downarrow \text{ (a1)} \qquad x = y \wedge \varphi \vdash^{\underline{V}, x, y} \varphi [y/x] \text{ (a2)}$$

$$\frac{\varphi \vdash^{\underline{V}} \psi}{\varphi [t/x] \vdash^{\underline{V}, V'} \psi [t/x]}, x \in FV(\varphi), t \in T(V') \text{ (a3)}$$

Зависимые языки - веселый пример

 Φ ормула в сигнатуре Σ — это выражение вида t=t', где t и t' — термы сигнатуры Σ одного сорта.

$$\varphi \vdash^{\underline{V}} \varphi \text{ (b1)} \qquad \frac{\varphi \vdash^{\underline{V}} \psi \qquad \psi \vdash^{\underline{V}} \chi}{\varphi \vdash^{\underline{V}} \chi} \text{ (b2)} \qquad \varphi \vdash^{\underline{V}} \top \text{ (b3)}$$

$$\varphi \wedge \psi \vdash^{\underline{V}} \varphi \text{ (b4)} \qquad \varphi \wedge \psi \vdash^{\underline{V}} \psi \text{ (b5)} \qquad \frac{\varphi \vdash^{\underline{V}} \psi \qquad \varphi \vdash^{\underline{V}} \chi}{\varphi \vdash^{\underline{V}} \psi \wedge \chi} \text{ (b6)}$$

$$\vdash^{\underline{x}} x \downarrow \text{ (a1)} \qquad x = y \wedge \varphi \vdash^{\underline{V}, x, y} \varphi [y/x] \text{ (a2)}$$

$$\frac{\varphi \vdash^{\underline{V}} \psi}{\varphi [t/x] \vdash^{\underline{V}, V'} \psi [t/x]}, x \in FV(\varphi), t \in T(V') \text{ (a3)}$$

Цели и задачи

- Создать язык для генерации проверки типов в зависимых языках
- Сделать его удобным для использования
 - Вывод ошибок пользователя при написании доказательств
 - Простота добавления новых конструкций
 - Автоматизация частей доказательств
- Написать пример работы для ознакомления с использованием EDSL

Вот пример спецификации языка

- Проверка типов термов, формул и секвенций
- Вывод ошибок пользователя на уровне типов
- typeclass для $(\mathcal{S},\mathcal{F})$ и для аксиом пользователя
- Проверка доказательств с выводом ошибок применения правил

Проверка нашего языка?

- Неудобство использования правил
 - Неудобны для применения на концептуальном уровне
 - Невозможность расширять пользовательскими правилами
- Вывод термов и доказательств на экран
- t(x, y) :== f(g(x, f(x, y)), g(y, x))

Генерация языка - смотрим и все рекурсивно определено

$$\frac{\Gamma \vdash x \downarrow}{\Gamma \vdash x \downarrow} \qquad \frac{\frac{\Gamma \vdash a = b}{\Gamma \vdash b = a}}{\frac{\Gamma \vdash a = b}{\Gamma \vdash b = a}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash a = b \qquad \Gamma \vdash \varphi[a/x]}{\Gamma \vdash \varphi[b/x]}$$

$$\frac{\Gamma \vdash R(t_1, \dots t_n)}{\Gamma \vdash t_i \downarrow} \qquad \frac{\Gamma \vdash \sigma(t_1, \dots t_n) \downarrow}{\Gamma \vdash t_i \downarrow}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \varphi_1[t_1/x_1, \dots t_k/x_k]}{\Gamma \vdash \varphi[t_1/x_1, \dots t_k/x_k]} \qquad \dots \qquad \Gamma \vdash \varphi_n[t_1/x_1, \dots t_k/x_k]$$
для всех аксиом $\varphi_1, \dots \varphi_n \vdash^{x_1:s_1, \dots x_k:s_k} \varphi$ и термов t_i сорта s_i

Индексы де брейна - опиши проблемы подстановки и альфа равенства, опиши классность на уровне типов, опиши контексты

- Реализованы новые правила вывода
- Возможность добавлять пользовательские правила [Swi08; Bah14]
- type MyProof = (Rule :+: Trans :+: AxiomRule) Axioms Sort Fun
- Общий Pretty Printing расширяемый пользователем

Результаты

- Высокоуровневый язык спецификации языков прогрмаммирования с зависимыми типами
- Генерация модуля с фукциями проверки типов и приведения в нормальную форму
 - Индексы де Брейна на уровне типов данных
 - Проверка типов через нормализацию
- Примеры спецификации языка
- ссыль на репо!

Дальнейшее работа??

 Проверка программ - отличие в функциях и парсере

Список литературы

- Erik Palmgren μ Steven J Vickers. "Partial Horn logic and cartesian categories". B: Annals of Pure and Applied Logic 145.3 (2007), c. 314—353.
- Wouter Swierstra. "Data types à la carte". B: Journal of functional programming 18.04 (2008), c. 423—436.
- Patrick Bahr. "Composing and decomposing data types: a closed type families implementation of data types à la carte". B: Proceedings of the 10th ACM SIGPLAN workshop on Generic programming. ACM. 2014, c. 71—82.
- Valery Isaev. "Algebraic Presentations of Dependent Type Theories". B: arXiv preprint arXiv:1602.08504 (2016).