

1. Definizioni e proprietà

Sia $f(x)$ una funzione continua nell'intervallo I .

Definizione

La funzione $F(x)$ si dice che è una **primitiva** della funzione $f(x)$ se $\forall x \in I$ risulta

$$F'(x) = f(x)$$

Teorema

Se la funzione $f(x)$ ammette la funzione $F(x)$ come primitiva nell'intervallo I , allora ammette infinite primitive che si ottengono tutte aggiungendo alla $F(x)$ una costante qualunque.

Pertanto se $F(x)$ è una primitiva ogni altra primitiva è uguale a

$$G(x) = F(x) + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$

Se $f(x)$ è continua nell'intervallo I allora ammette primitive.

Definizione

La **totalità delle primitive** di una funzione $f(x)$ si dice **integrale indefinito** della funzione e si indica con il simbolo

$$\int f(x)dx.$$

La $f(x)$ si dice **funzione integranda**.

Proprietà dell'integrale indefinito

1) Se $f(x)$ è una funzione continua nell'intervallo I e c una costante reale, allora

$$\int cf(x)dx = c \int f(x)dx$$

cioè l'integrale del prodotto di una costante per una funzione continua è uguale al prodotto della costante per l'integrale della funzione.

1) Se $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)$ sono funzioni continue nell'intervallo I , allora

$$\int (f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x))dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx + \dots + \int f_n(x)dx$$

Cioè l'integrale della somma di più funzioni continue è uguale alla somma degli integrali delle singole funzioni.