

1. Limiti di funzioni continue in un punto

Sia f una funzione definita in un intervallo aperto I e sia $x_0 \in I$

Definizione La funzione f si dice **continua** nel punto x_0 se

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

Ciò significa che il limite di una funzione continua nel punto x_0 si ottiene calcolando il valore della funzione in x_0 .

Se f e g sono due funzioni continue in x_0 , allora

- la funzione somma $f + g$ e la funzione prodotto $f \cdot g$ sono funzioni continue nel punto x_0
- se $g(x_0) \neq 0$ la funzione quoziente $\frac{f}{g}$ è continua nel punto x_0
- se $f(x_0) > 0$ la funzione potenza f^g è continua nel punto x_0
- se esiste in un intorno di x_0 la funzione composta $f(g(x))$, allora questa è continua nel punto x_0

Per esempio, sono continue in tutti i punti del loro dominio i polinomi, le funzioni razionali, le funzioni goniometriche, le funzioni esponenziale e logaritmica.

Esercizi

Calcolare:

1) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 + 3x^2)$

2) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2x^2 - 3x + 4)$

3) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (x + 2) \log\left(\frac{3}{2} - x\right)$

4) $\lim_{x \rightarrow 3} e^{-x+3} \log_2(x + 1)$

5) $\lim_{x \rightarrow -2} 2^{2x+3} \log_2|x|$

6) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{3 \log x^4}{4x - e}$

7) $\lim_{x \rightarrow -1} e^{-x} \cos(\pi x)$

8) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{-x+2}}{x^2 + 4} (x + 2)$

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\arctan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{x^2}$

10) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arcsin\left(\frac{x}{2}\right)}{x^2}$

11) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5-x}{3+x} \cos(2\pi x)$

12) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(\pi x)}{x} \cos(\pi x)$

Soluzioni

1. S. 2; 2.S. 6; 3.S. 0; 4. S. 2 ;

5. S. $\frac{1}{2}$; 6. S. $\frac{4}{e}$; 7. S. $-e$; 8. S. $\frac{1}{2}$;

9.S. 0; 10.S. $\frac{\pi}{6}$; 11.S. 1; 12.S. 0;