7. Grafici deducibili

Dal grafico di $f(x)$ al grafico di

$a) - f(x)$

$b) f(-x)$

$c) - f(-x)$

$d) |f(x)|$

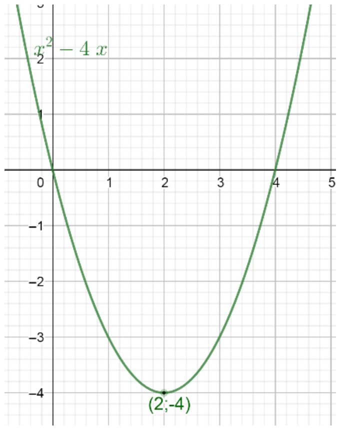
$e) f(|x|)$

f) $b + f(x - a)$

Esempio

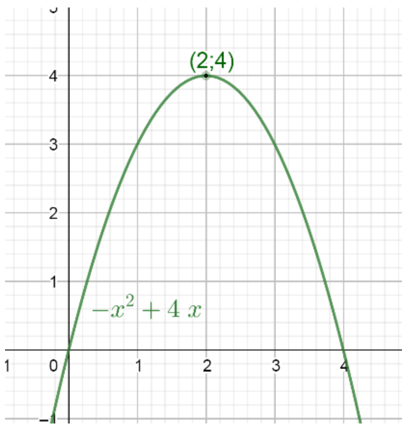
Sia $f(x) = x^2 - 4x$, il cui grafico è la parabola di equazione

$y = x^2 - 4x$ con asse di simmetria la retta $x = 2$,vertice (2; -4), passante per l'origine O



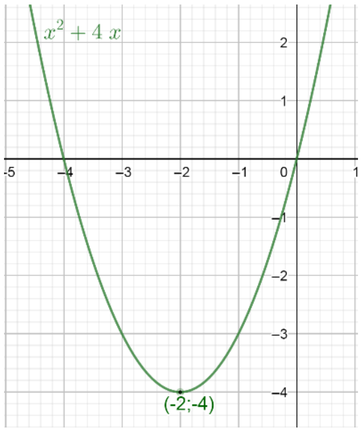
$y = x^2 - 4x$

a) Il grafico di $-f(x)$ è il simmetrico di quello di $f(x)$ rispetto all'asse x, cioè la parabola di equazione $y = -x^2 + 4x$ con asse di simmetria la retta $x = 2$, vertice (2 ;4), passante per l'origine O.



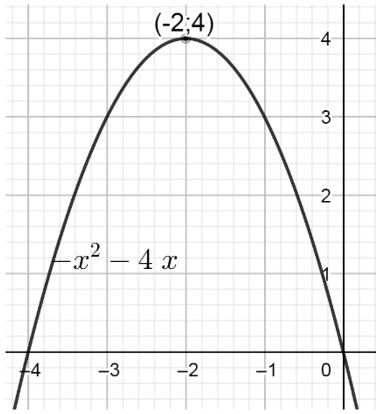
$y = -x^2 + 4x$

b) Il grafico di $\boldsymbol{f(-x)}$ è il simmetrico di quello di $f(x)$ rispetto all'asse y, cioè la parabola di equazione $y = x^2 + 4x$ con asse di simmetria la retta $x = -2$, vertice V(-2;-4) passante per l'origine O.



$$y = x^2 + 4x$$

c) Il grafico di $-\boldsymbol{f(-x)}$ è il simmetrico di quello di $f(x)$ rispetto all'origine , cioè la parabola di equazione $y = -x^2 - 4x$ con asse di simmetria la retta $x = -2$, vertice V (-2;4) e passante per l'origine O.

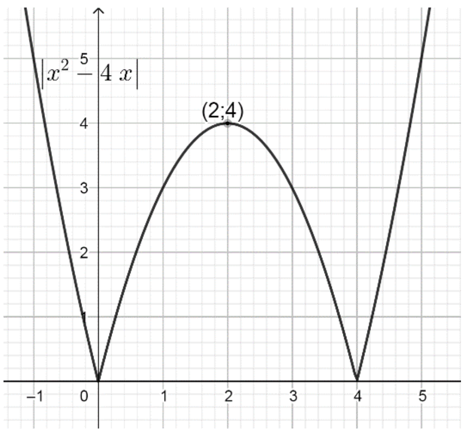


$$y = -x^2 - 4x$$

d) Poiché $|f(x)| = \begin{cases} f(x) & \forall x / f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \forall x / f(x) < 0 \end{cases}$

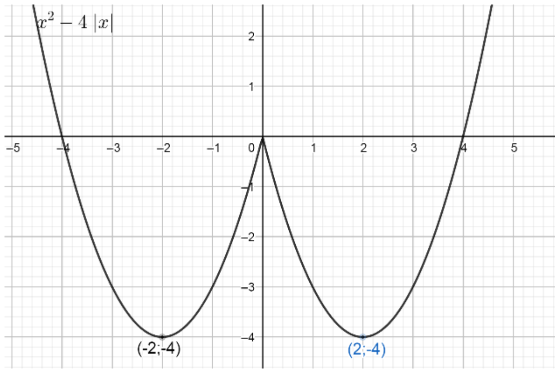
il suo grafico è formato dalla parte del grafico di $f(x)$ che si trova al di sopra dell'asse x e dal simmetrico rispetto all'asse x per la parte del grafico di $f(x)$ che si trova al di sotto dell'asse x.

Ne deriva un grafico collocato interamente nel semipiano $y \geq 0$.



$$y = |x^2 - 4x|$$

e) Poiché $f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \forall x \geq 0 \\ f(-x) & \forall x < 0 \end{cases}$ il suo grafico è formato dalla parte del grafico di $f(x)$ che si trova nel semipiano $x \geq 0$ e dalla parte del grafico di $f(-x)$ che si trova nel semipiano $x < 0$ .Ne deriva un grafico simmetrico rispetto all'asse y.



$y = x^2 - 4|x|$

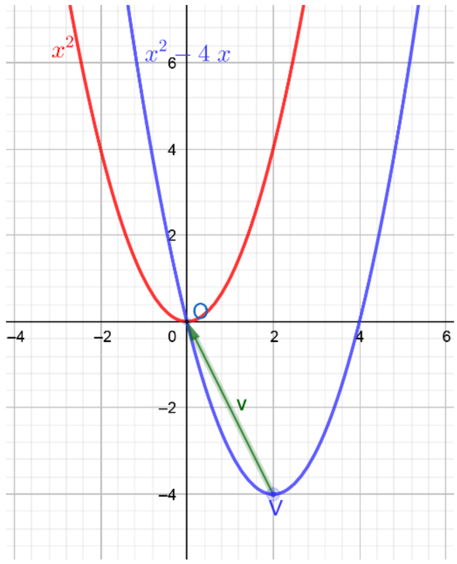
f) Il grafico di $y = b + f(x-a) \rightarrow y - b = f(x-a)$

si ottiene dal grafico di $f(x)$ mediante la traslazione $\begin{cases} x \rightarrow x - a \\ y \rightarrow y - b \end{cases}$ di vettore $\vec{v}\ (a; b)$. Operando per la parabola

$y = x^2 - 4x$ la traslazione di vettore $\vec{v}\ (-2; 4)$,

cioè $\begin{cases} x \rightarrow x + 2 \\ y \rightarrow y - 4 \end{cases}$, che porta il vertice V in O, si ha:

$y - 4 = (x+2)^2 - 4(x+2)$, cioè $y = x^2$



$\boldsymbol{y = x^2}$; $\boldsymbol{y = x^2 - 4x}$

Esercizi

1. *Dal grafico di* $f(x) = x^3$ *tracciare il grafico di*

a) $-x^3$ *b)* $|x^3|$

2. *Dal grafico di* $f(x) = \log_2 x$ *tracciare il grafico di*

$a)\ -\log_2 x$ *b)* $\log_2(-x)$

3. *Dal grafico di* $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ *tracciare il grafico di*

a)$-\log_{\frac{1}{3}} x$ *b)* $\left|\log_{\frac{1}{3}} x\right|$

4. *Dal grafico di* $f(x) = 2^x$ *tracciare il grafico di*

a) 2^{-x} *b)*$-2^{|x|}$

5. *Dal grafico di* $f(x) = sinx$ *tracciare il grafico di*

a) $-|sinx|$ *b)* $sin|x|$

6. *Dal grafico di* $f(x) = arctgx$ *tracciare il grafico di*

a) $arctg(-x)$ *b)* $|arctgx|$

7. *Dal grafico di* $f(x) = sinx$ *e g(x)=cosx tracciare il grafico di*

a)1+ $sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ *b)* $2 - cosx$

8. *Dal grafico di* $f(x) = e^x$ *tracciare il grafico di*

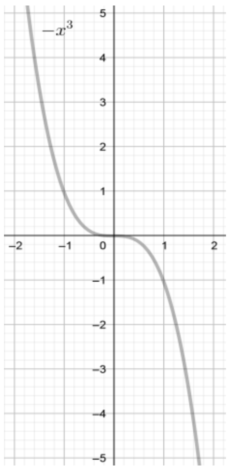
a) $e^{x-1} - 1$ *b)* $e^{|x-2|}$

9. *Dal grafico di* $f(x) = logx$ *tracciare il grafico di*

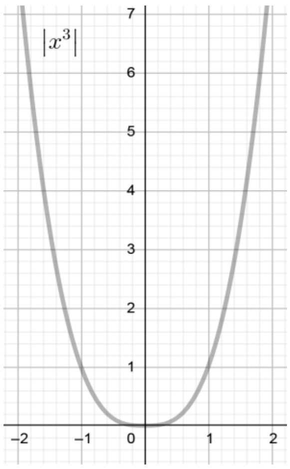
a) $\log(x+3)$ *b)* $1 - |logx|$

Soluzioni

1.

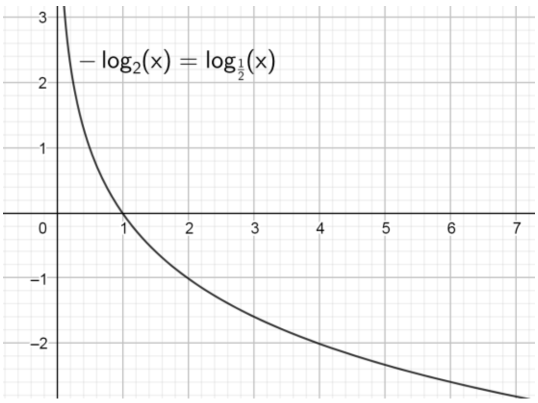


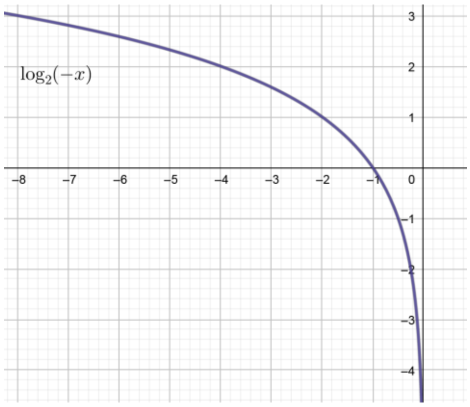
a) $-x^3$



b) $|x^3|$

2.

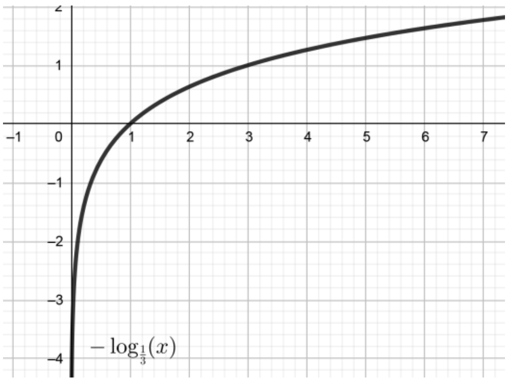


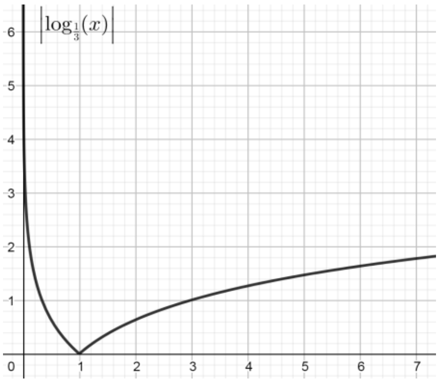


a) $-\log_2 x = \log_{\frac{1}{3}} x$

b) $\log_2(-x)$

3.

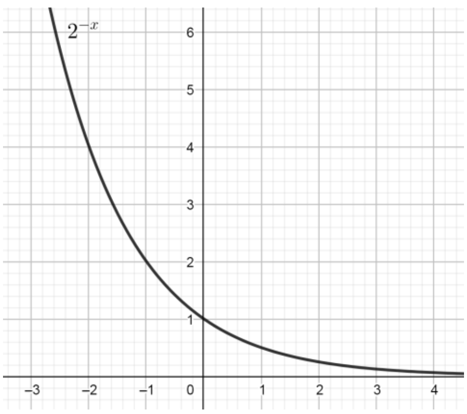


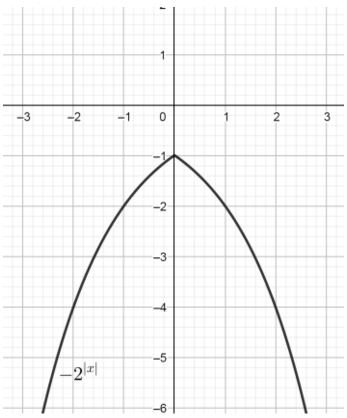


a) $-\log_{\frac{1}{3}} x = \log_3 x$

b) $\left|\log_{\frac{1}{3}} x\right| = |\log_3 x|$

4.

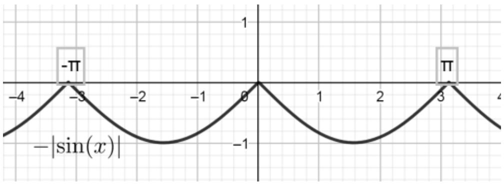




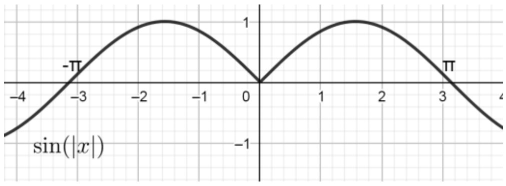
a) $2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

b) $-2^{|x|}$

5.

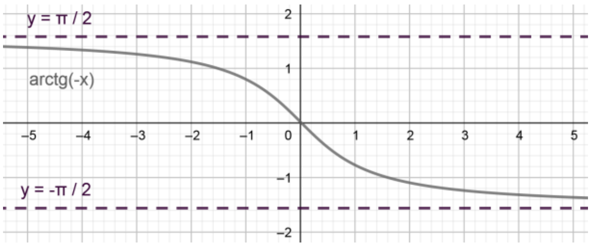


a) $-|sin(x)|$

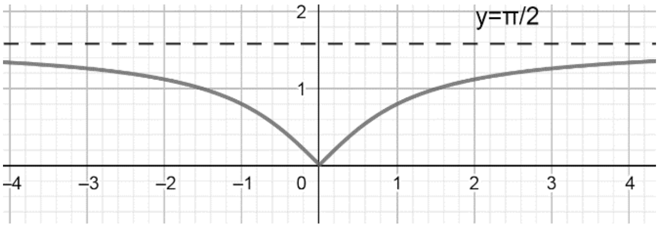


b) $sin|x|$

6.

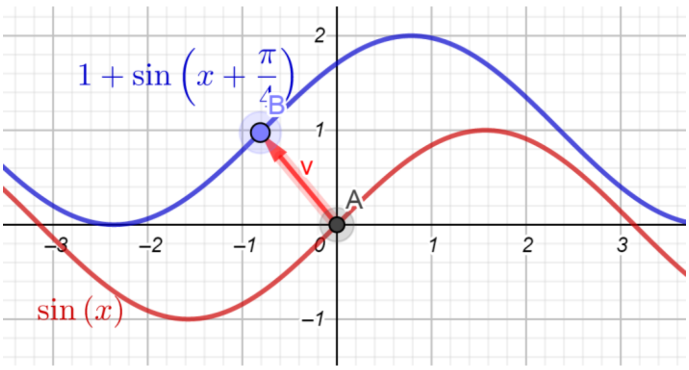


a) $arctg(-x) = -arctgx$

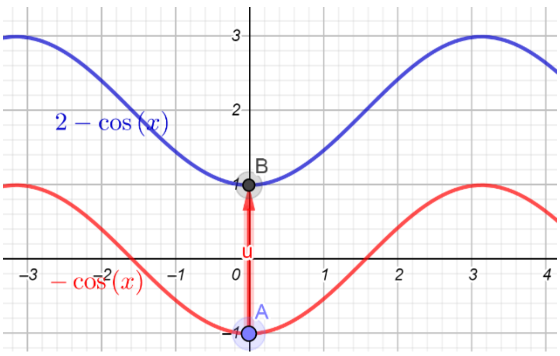


b) $arctg|x| = |arctgx|$

7.

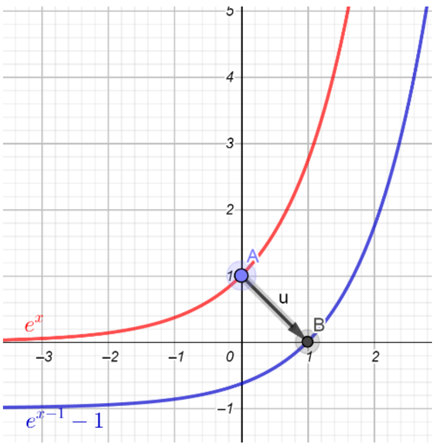


a) $1+ sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

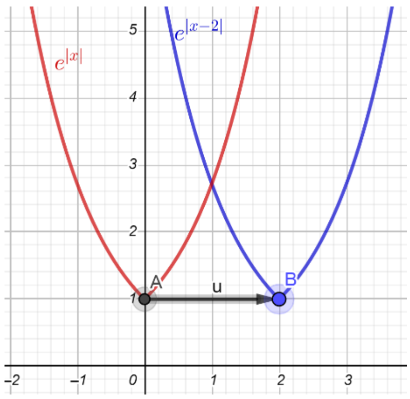


b) $2 - cosx$

8.

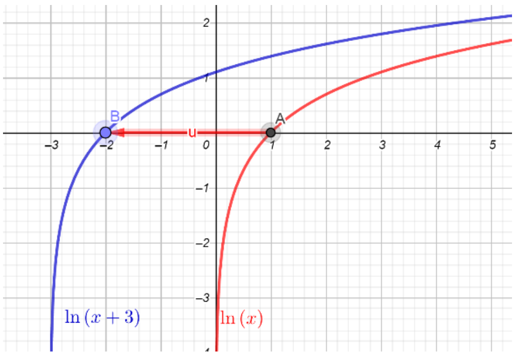


a) $e^{x-1} - 1$

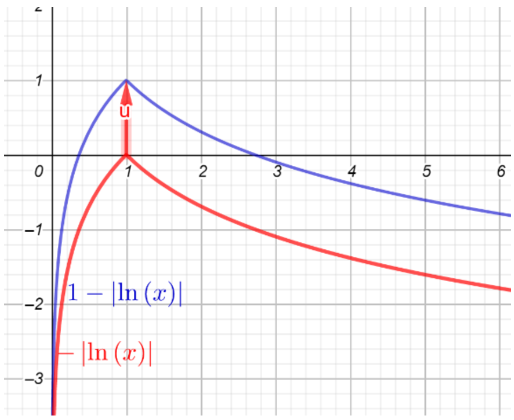


b) $e^{|x-2|}$

9.



a) $\log(x+3)$



b) $1 - |logx|$