2. Limiti di forme indeterminate

$$\frac{\infty}{\infty}$$

1) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x-3x^4}{x^2+x^3-7}$

*2) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{3-4\sqrt[3]{x^2}}{x+5}$

3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{x^2-1}}$

4) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$

5) $\lim\limits_{x \to \infty} \sqrt[3]{\frac{x^3+2x}{8x^3+1}}$

6) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt[4]{\frac{2x}{x^4+4}}$

*7) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt[3]{1+x^3}}{\sqrt{1+x^2}}$

*8) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt[3]{1+x^3}}{\sqrt{1+x^2}}$

9) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}}{x\sqrt{1-x}}$

10) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{4x^2}{\sqrt{x+x^4}}$

*11) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x+2}{\sqrt{5x^2-1}}$

12) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x+2}{\sqrt{5x^2-1}}$

13) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x\sqrt{4x+1}}{x+\sqrt{5x^4+2x}}$

*14) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{1+x+x^2}}$

* 15) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{1+x+x^2}}$

* 16) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$

17) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2}-x+2x^4-1}{(x+2)(x^3+1)}$

18) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{-x^2+2}{\sqrt[3]{x^4(x+3)^2}}$

19) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt[3]{2-x}}$

20) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt[3]{2-x}}$

21) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt[4]{\frac{9+\sqrt{x}}{4+\sqrt{x+1}}}$

22) $\lim\limits_{x \to \infty} e^{\sqrt[4]{\frac{x^2+2x}{x^2+1}}}$

23) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^{2x}}{e^x+3}$

24) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^{2x}-1}{e^x+3}$

*25) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^{x^2+2x}}{e^{x^2}-3}$

*26) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{e^{x^2+2x}}{e^{x^2}-3}$

27) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\log^2 x+5\log x}{4-2\log^2 x}$

28) $\lim\limits_{x \to +\infty} \log\frac{(x+1)^2}{x^3}$

29) $\lim\limits_{x \to +\infty} \log\frac{e^x-2}{e^x+1}$

* 30) $\lim\limits_{x \to +\infty} \log\frac{e^x+1}{e^{2x}+2}$;

31) $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\log^2 x+2}{\log^2 x-1}$

32) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[\log\frac{e^2(x+1)^3}{x^3}\right]\frac{\sin x}{x}$

$$\frac{0}{0}$$

*33) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+2x-15}{x-3}$

34) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{x^2-7x+6}$

35) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{x^2+5x+4}$

36) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-2x^2+1}{x^2-6x+5}$

37) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-3x^2+2}{x^2-4x+3}$

38) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-3x^2+4}{x^3-8}$

39) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2+x+x^2-x^3}{x^3-5x^2+9x-6}$

40) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5-x^2+x+3}{x^2-x-2}$

41) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{x}$

42) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{x-\sqrt{x}}$

43) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-2x}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$

44) $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$

45) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{sinx}{tg(2x)}$

*46) $\lim\limits_{x\to 0^\pm}\dfrac{sinx}{1-cosx}$

47) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{tg^2(x-\pi)}{sinx}$

* 48) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg(2x)}{sin(4x)}$

*49) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-cos2x}{sin2x-sinx}$

50) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg(\pi+x)}{sinxcosx+sin^2x}$

51) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}}\dfrac{1-tg^2(x)}{sinx-cosx}$

$$0\cdot\infty$$

52) $\lim\limits_{x\to 0}x^2\left(2-\dfrac{1}{x}\right)$

53) $\lim\limits_{x\to 2}(4-x^2)\left(\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x-2}\right)$

54) $\lim\limits_{x\to -\infty}x\sqrt{\dfrac{1}{x^2-1}}$

55) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{1}{x^2}\sqrt{\dfrac{4x^5+1}{x-1}}$

* 56) $\lim\limits_{x\to +\infty}x\sqrt{\dfrac{x+2}{x^3-1}}$

*57) $\lim\limits_{x\to -\infty}x\sqrt{\dfrac{x+2}{x^3-1}}$

58) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x+2}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$

59) $\lim\limits_{x\to 1^-}(x-1)\sqrt{\dfrac{2}{x^2-3x+2}}$

60) $\lim\limits_{x\to 0}cotgx\cdot sin(2x)$

61) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}cosx\cdot cotg(2x)$

$*62) \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{3}} (tg^2 x - 3) \left(\frac{cosx}{2cosx - 1} \right)$

$* 63) \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} (cos2x) \left(\frac{1 + cos^2 x}{tg^2 x - 1} \right)$

$$+\infty - \infty$$

$* 64) \lim\limits_{x \to \infty} (\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2 - 5})$

$65) \lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x + 2} - \sqrt{x^2 + 1})$

$*66) \lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 4} - x)$

$67) \lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 4} - x)$

$68) \lim\limits_{x \to -\infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - \sqrt{x^2 - 8})$

$69) \lim\limits_{x \to -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} + x - 1)$

$70) \lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{9x^2 + 1} - 2x)$

$* 71) \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{\sqrt{1-x} - \sqrt{4-3x}}$

$72) \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}$

$73) \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 2} - \sqrt{x}}$

$74) \lim\limits_{x \to +\infty} 2x(\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2 - 1})$

$75) \lim\limits_{x \to -\infty} 3x(\sqrt{x^2 + 9} - \sqrt{x^2 - 4})$

$*76) \lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt[3]{1 + x^3} - x)$

$*77) \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+2}}{3\sqrt{x^2 + 1}}$

$78) \lim\limits_{x \to -\infty} x^2(\sqrt[3]{x^3 + 3} - x)$

$79) \lim\limits_{x \to -\infty} (\sqrt[3]{x^3 - 1} - \sqrt[3]{x^3 - 2x})$

$*80) \lim\limits_{x \to 2^+} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^3 - 8} \right)$

$81) \lim\limits_{x \to 2^-} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^3 - 8} \right)$

$82) \lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} + \frac{1}{1-x} \right)$

$* 83) \lim\limits_{x \to +\infty} (log^3 x - log^2 x)$

$84) \lim\limits_{x \to 0^+} (log^2 x + logx)$

$*85) \lim\limits_{x \to +\infty} (e^{2x} - e^x + 2)$

$86) \lim\limits_{x \to +\infty} (e^{-5x} - e^{4x} + 2e^x)$

Soluzioni

$\dfrac{\infty}{\infty}$

1. S. $+\infty$;

*2.S. 0;(dividendo numeratore e denominatore per x si ha $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3-4\sqrt[3]{x^2}}{x+5} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\frac{3}{x}-4\sqrt[3]{\frac{1}{x}}}{1+\frac{5}{x}} = \cdots$; si può

anche osservare che il numeratore $3 - 4\sqrt[3]{x^2}$ è un infinito di ordine $\dfrac{2}{3}$ mentre il denominatore

$x + 5$ è un infinito di ordine $1 > \dfrac{2}{3}$, quindi il rapporto tende a zero);

3.S. 0 ;   **4.S.** $\sqrt{3}$;   **5.S.** $\dfrac{1}{2}$;   **6.S.** 0 ;

*7. S. 1

$$\left(\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt[3]{1+x^3}}{\sqrt{1+x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}+1}}{|x|\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} \text{ poiché } x \to +\infty \text{ si ha } |x| = x \ si \ ha \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}+1}}{x\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} \cdots. \right);$$

*8. S. -1 ($\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt[3]{1+x^3}}{\sqrt{1+x^2}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}+1}}{|x|\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}}$; poiché $x \to -\infty$ si ha $|x| = -x \ si \ ha \ \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}+1}}{-x\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} = \ldots\ldots$);

9. S. 0 ;   **10. S.** 4;

*11.S. $-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ ($\dfrac{x+2}{|x|\sqrt{5-\frac{1}{x^2}}}$ per $x \to -\infty$ si ha $|x| = -x$ ….);

12. S. $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$;   **13. S.** 0;

*14.S. 2; $\left(\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x-1}{\sqrt{1+x+x^2}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x-1}{x\sqrt{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+1}} = \cdots \right)$;

*15. S. -2; $\left(\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x-1}{\sqrt{1+x+x^2}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x-1}{-x\sqrt{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+1}} = \cdots \right)$;

*16.S. 1 ; $\left(\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(x-\sqrt{x})^2}{(x+\sqrt{x})(x-\sqrt{x})} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(x-\sqrt{x})^2}{x^2-x} = .., \right)$;

17. S. 2;   **18.S.** -1;   **19. S.** $-\infty$;   **20. S.** $+\infty$;

21. S. 1;   **22. S.** ;   **23. S.** $+\infty$;   **24. S.** $+\infty$;

*25. S. $+\infty$ $\left(\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{x^2+2x}}{e^{x^2}-3} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{x^2}e^{2x}}{e^{x^2}\left(1-\frac{3}{e^{x^2}}\right)} = \cdots \right)$;

*26. S. 0 (vedi es. precedente tenendo conto che $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{2x} = 0$);

27. S. $-\frac{1}{2}$;   **28. S.** $-\infty$;   **29. S.** 0;

*30. S. $-\infty$ (poichè $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x + 1}{e^{2x} + 2} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x(1 + e^{-x})}{e^{2x}(1 + e^{-2x})} = 0 \dots$);

31. S. 1;   **32. S.** 0;

$\frac{0}{0}$

*33. S. $8 \left(\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3} = \lim\limits_{x \to 3} \frac{(x-3)(x+5)}{x-3} = \lim\limits_{x \to 3}(x + 5) = 8 \right)$;

34. S. $-\frac{4}{5}$;   **35. S.** 1 ;   **36. S.** 0;   **37. S.** 1 ;

38. S. 0;   **39. S.** -7;   **40. S.** $-\frac{8}{3}$;   **41. S.** 1 ;

42. S. 0 ;   **43. S.** $4\sqrt{2}$;   **44. S.** 0; **45. S.** $\frac{1}{2}$;

*46. S. $\pm\infty$; ($\lim\limits_{x \to 0^\pm} \frac{sinx}{1 - cosx} = \lim\limits_{x \to 0^\pm} \frac{sinx(1 + cosx)}{1 - cos^2x} = \lim\limits_{x \to 0^\pm} \frac{sinx(1 + cosx)}{sin^2x} = \cdots$);

47. S. 0;

*48. S. $\frac{1}{2}$ $\left(\lim\limits_{x \to 0} \frac{tg(2x)}{sin(4x)} = \lim\limits_{x \to 0}(\frac{sin(2x)}{cos(2x)} \cdot \frac{1}{2 \sin(2x) \cos(2x)}) = \cdots. \right)$;

*49. S. 0 ($= \lim\limits_{x \to 0} \frac{2sin^2x}{2sinxcosx - sinx} = \dots$) ;

50. S. 1;   **51. S.** $-2\sqrt{2}$;

$0 \cdot \infty$

52. S. 0 ;   **53. S.** -4 ;   **54. S.** -1;   **55. S.** 2;

*56. S. 1 $\left(\lim\limits_{x \to +\infty} x \sqrt{\frac{x+2}{x^3-1}} = \lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{\frac{x^2(x+2)}{x^3-1}} = \cdots \right)$;

*57. S. -1 ($\lim\limits_{x \to -\infty} x \sqrt{\frac{x+2}{x^3-1}} = \lim\limits_{x \to -\infty} - \sqrt{\frac{x^2(x+2)}{x^3-1}} = \dots$);

58. S. 2 ;   **59. S.** 0;   **60. S.** 2 ;   **61. S.** $-\frac{1}{2}$;

*62. S. -4 $\left(\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{3}}(tg^2x - 3)\left(\frac{cosx}{2cosx-1}\right) = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{3}}\left(\frac{1-cos^2x}{cos^2x} - 3\right)\left(\frac{cosx}{2cosx-1}\right) = 2\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{3}}\left(\frac{1-4cos^2x}{2cosx-1}\right) = \dots \right)$;

*63.S. $-\frac{3}{4}$ $\left(\begin{array}{c}\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(cos2x)\left(\frac{1+cos^2x}{tg^2x-1}\right)=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(cos^2x-sin^2x)\left(\frac{1+cos^2x}{\frac{sin^2x}{cos^2x}-1}\right)=\\ =-\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(cos^2x(1+cos^2x)=..\end{array}\right)$;

$+\infty-\infty$

*64.S. 0 $\left(\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2+4}-\sqrt{x^2-5}\,)(\sqrt{x^2+4}+\sqrt{x^2-5})}{(\sqrt{x^2+4}+\sqrt{x^2-5})}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{9}{(\sqrt{x^2+4}+\sqrt{x^2-5})}=..\right)$;

65. S. $-\infty$;

*66.S. $\frac{1}{2}$ $\left(\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+4}-x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{(\sqrt{x^2+x+4}-x)(\sqrt{x^2+x+4}+x)}{\sqrt{x^2+x+4}+x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+4}{\sqrt{x^2+x+4}+x}=\right.\right.$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{4}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}}+1}=\cdots\Big)$;

67.S. $\frac{3}{2}$; **68. S.** $-\frac{5}{2}$; **69.S.** 0 ; **70. S.** $+\infty$;

*71. S. 0; $\left(\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{\sqrt{1-x}-\sqrt{4-3x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{1-x}+\sqrt{4-3x}}{1-x-(4-3x)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{1-x}+\sqrt{4-3x}}{2x-3}=\cdots\right)$;

72. S $+\infty$; **73. S.** $+\infty$; **74. S.** 5 ; **75 .S.** $-\frac{39}{2}$;

*76.S. 0 ; $\left(\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt[3]{1+x^3}-x=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\sqrt[3]{1+x^3}-x)\left(\sqrt[3]{(1+x^3)^2}+x\sqrt[3]{1+x^3}+x^2\right)}{\left(\sqrt[3]{(1+x^3)^2}+x\sqrt[3]{1+x^3}+x^2\right)}=\right.$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+x^3-x^3}{\left(\sqrt[3]{(1+x^3)^2}+x\sqrt[3]{1+x^3}+x^2\right)}=..\Big)$;

*77. S. 0 $\left(\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+2}}{3\sqrt{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{x+2})(\sqrt{x}+\sqrt{x+2})}{3\sqrt{x^2+1}(\sqrt{x}+\sqrt{x+2})}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-2}{3\sqrt{x^2+1}(\sqrt{x}+\sqrt{x+2})}=\cdots.\right)$;

78.S. 1 ; **79. S.** 0;

*80. S. $+\infty$; $\left(\lim\limits_{x\to2^+}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{2}{x^3-8}\right)=\right.$ riducendo a denominatore comune $\lim\limits_{x\to2^+}\left(\frac{x^2+2x+2}{x^3-8}\right)=..$);

81.S. $-\infty$; **82.S.** $-\frac{1}{2}$;

*83. S. $+\infty$ (porre $logx=t$, $\lim\limits_{t\to+\infty}(t^3-t^2)=\cdots$);

 84. S. $+\infty$;

*85.S. $+\infty$ (porre $e^x=t$, $\lim\limits_{t\to+\infty}(t^2-t+2)=\cdots$) ;

86. S. $-\infty$;