

2. Linee di livello

Sia $z = f(x; y)$ una funzione definita nel rettangolo R del piano xy .

Scelta una quota h si dice **linea di livello** corrispondente il sottoinsieme di R :

$$L = \{(x; y) \in R \mid f(x; y) = h\}$$

Le linee di livello sono le proiezioni ortogonali sul piano xy delle curve intersezione della superficie $z = f(x; y)$ con i piani

$$z = h$$

paralleli al piano xy .

Esercizi

Determinare le linee di livello delle seguenti funzioni :

1. $z = x - y + 1$

2. $z = 2x + y$

3. $z = x^2 + y^2$

4. $z = xy$

5. $z = y^2 - 4x^2$

6. $z = x - \sqrt{y - 1}$

7. $z = y - x^3 + 3x^2$

8. $z = xy - 3y + x$

9. $z = e^{-y/x}$

10. $z = e^{x^2 - y}$

11. $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$

12. $z = \log(x + y)$

Soluzioni

1. S. $(x - y + 1 = h, \text{ rette})$; 2. S. $2x + y = k$ rette ;
 3. S. $x^2 + y^2 = k \quad \forall k > 0$ circonferenze ; se $k = 0$ il punto $(0;0)$, vedi fig. 1

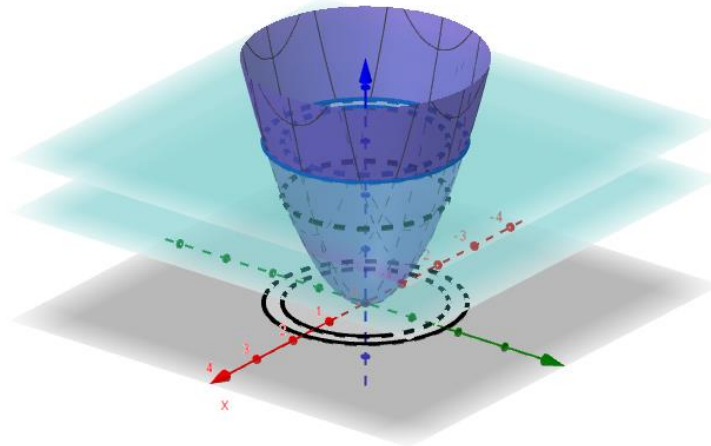


Fig. 1

4. S. $\left(\begin{array}{l} xy = h, \text{ iperboli se } h \neq 0; \\ \text{se } h = 0 \text{ gli assi } x = 0 \text{ e } y = 0 \end{array} \right)$;
 5. S. $y^2 - 4x^2 = k \quad \forall k \neq 0$ iperboli; se $k = 0$ coppia di rette $y = \pm 2x$;
 6. S. $(x - \sqrt{y-1} = h, \text{ semiparabole})$; 7. S. $y - x^3 + 3x^2 = k$ cubiche;
 8. S. $\left(\begin{array}{l} \text{se } h \neq 3, y = \frac{h-x}{x-3}, \text{ iperboli;} \\ \text{se } h = 3, \text{ le rette } x = 3 \text{ e } y = 1 \end{array} \right)$; 9. S. $\left(\begin{array}{l} e^{-\frac{y}{x}} = h, \quad h > 0 \Rightarrow -\frac{y}{x} = \log h \Rightarrow \\ y = -x \log h, \text{ rette} \end{array} \right)$;
 10. S. $e^{x^2-y} = k, \quad \forall k > 0 \Rightarrow x^2 - y = \log k$ parabole, vedi fig. 2

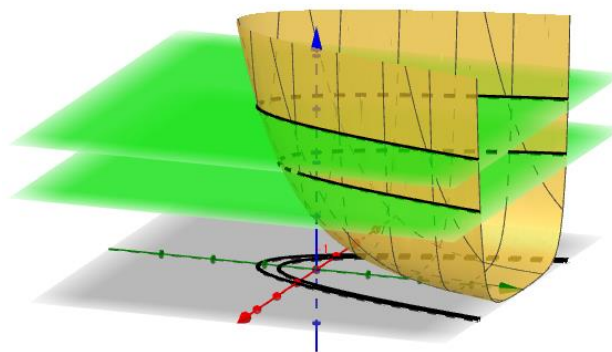


Fig.2

11. S. $x^2 + y^2 = 2 - k, \quad \forall k < 2$ circonferenze; se $k = 2$ il punto $(0;0)$;
 12. S. $x + y = e^k$ rette ;