

# OPTIMIZACIÓN DE PORTAFOLIO

**MÉTODOS NUMÉRICOS Y OPTIMIZACIÓN**  
**INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO**

# EQUIPO 4

## Integrantes:

- Alberto Fuentes Chavarría
- León Felipe Gómez Zarza
- Ricardo Guillermo Granillo Alatorre
- Sergio Sánchez Reyes



# Estructura de la presentación

- Problema a resolver
- Teoría moderna del portafolio
- Metodología del portafolio eficiente
- Implementación del modelo
- Producto de datos
- Conclusiones



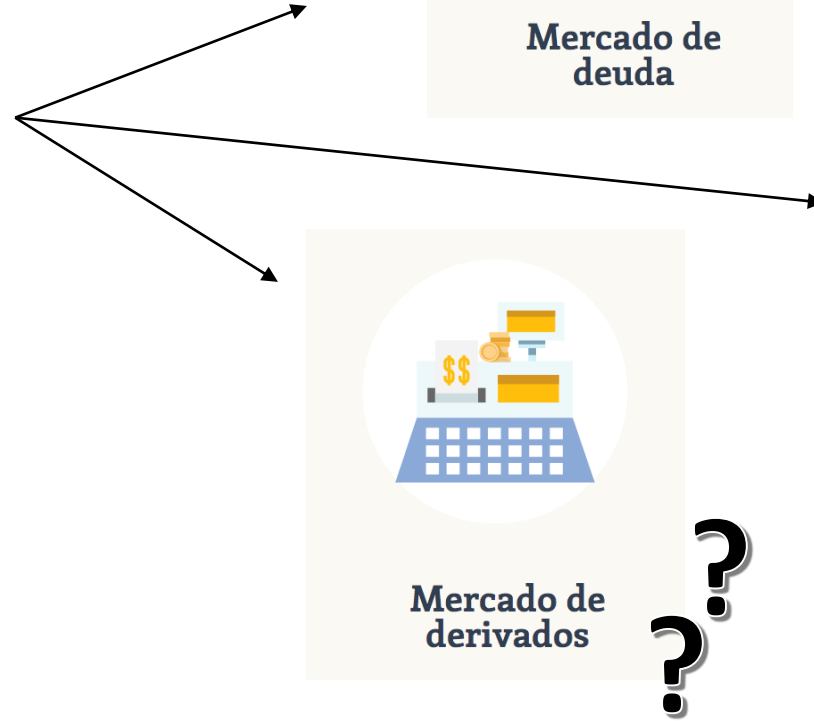
# Conceptos a tener presentes

- Portafolio
- Teoría moderna del portafolio
- Metodología del portafolio eficiente
- Implementación del modelo
- Producto de datos
- Conclusiones



**Problema a resolver**

# Problema a resolver



# Problema a resolver



**Rendimiento**

# **Teoría moderna de portafolio**



# Teoría moderna de portafolio

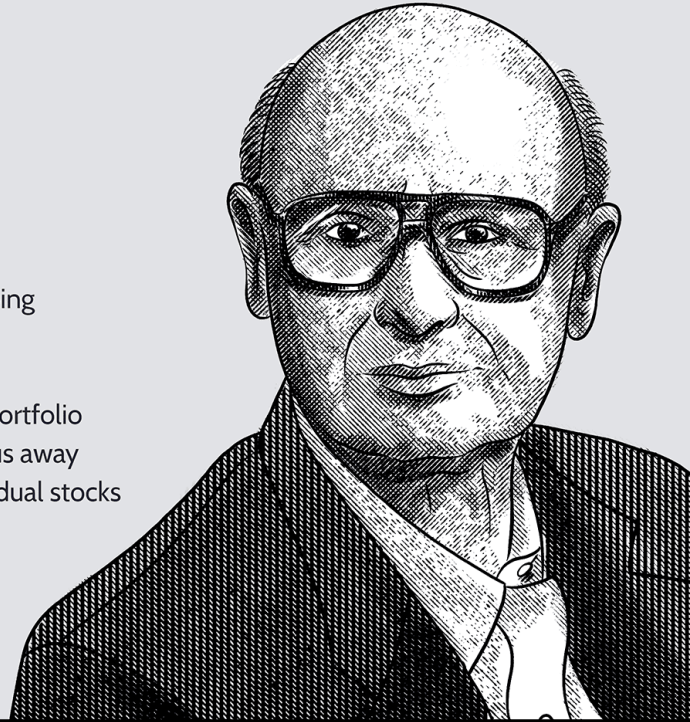
## Harry Markowitz

Born: August 24, 1927

### Economist

- 1990 Nobel Prize Recipient in Economic Sciences for developing the modern portfolio theory
- His work popularized concepts like diversification and overall portfolio risk and return, shifting the focus away from the performance of individual stocks

 Investopedia



A



B



C



D

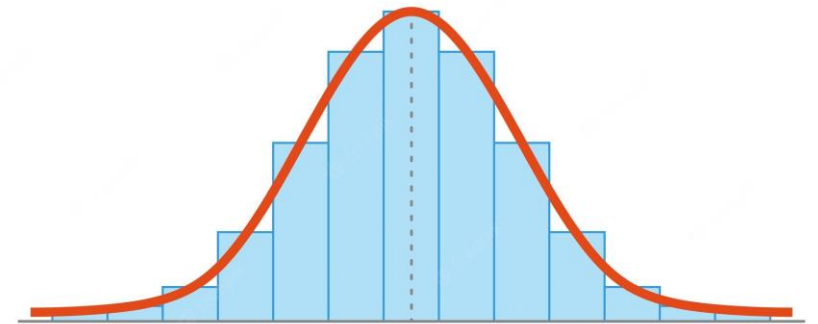


# **Metodología del portafolio eficiente**

# Metodología del portafolio eficiente

- Variable de interés:  $r_i$
- Distribución:  $r_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$
- Media:  $\mu_i = E(r_i)$
- Varianza:  $\sigma_i^2 = E[(r_i - \mu_i)^2]$
- Correlaciones entre rendimientos:

$$\rho_{ij} = \frac{E[(r_i - \mu_i)]E[(r_j - \mu_j)]}{\sigma_i \sigma_j}$$



# Metodología del portafolio eficiente

- Decisión de los inversionistas:  $w_i$
- Supuestos:
  - a) No están permitidas las posiciones en corto.
  - b) Todos los pesos de cada portafolio  $i$  deberán sumar 1

(conocidos por el inversionista)



# Metodología del portafolio eficiente

Como condiciones previas al problema tenemos:

-Regla de rendimiento del portafolio:

$$R = \sum_i^n w_i r_i = 1$$

-Beneficio del portafolio:

$$E[R] = E[\sum_i^n w_i r_i] = \sum_i^n w_i E[r_i] = w^T \mu$$

-Riesgo del portafolio:

$$Var[R] = E[(r_i - \mu_i)^2 \sum_i^n \sum_j^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}] = w^T G w$$

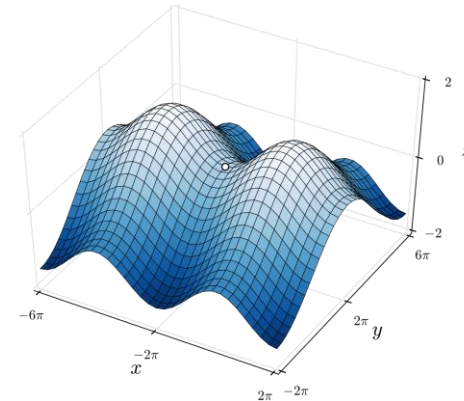


**Problema a resolver**

# Problema a resolver

Integrando las restricciones y el objetivo del inversionista tenemos que resolver

$$\begin{aligned} & \max(x^T \mu - \lambda w^T G w) \\ & s. a \quad \sum_i^n w_i r_i = 1 \end{aligned}$$



# Mínimos Cuadrados Secuenciales



# Mínimos Cuadrados Secuenciales

# **Implementación del modelo**

# Datos

- Acciones para los portafolios:



- Periodicidad:

Diaria

- Tiempo considerado:

Enero 2018 – Diciembre 2022

# Maximización del portafolio

Funciones que utilizamos:

- Portrendimientos =  $w^T \mu$

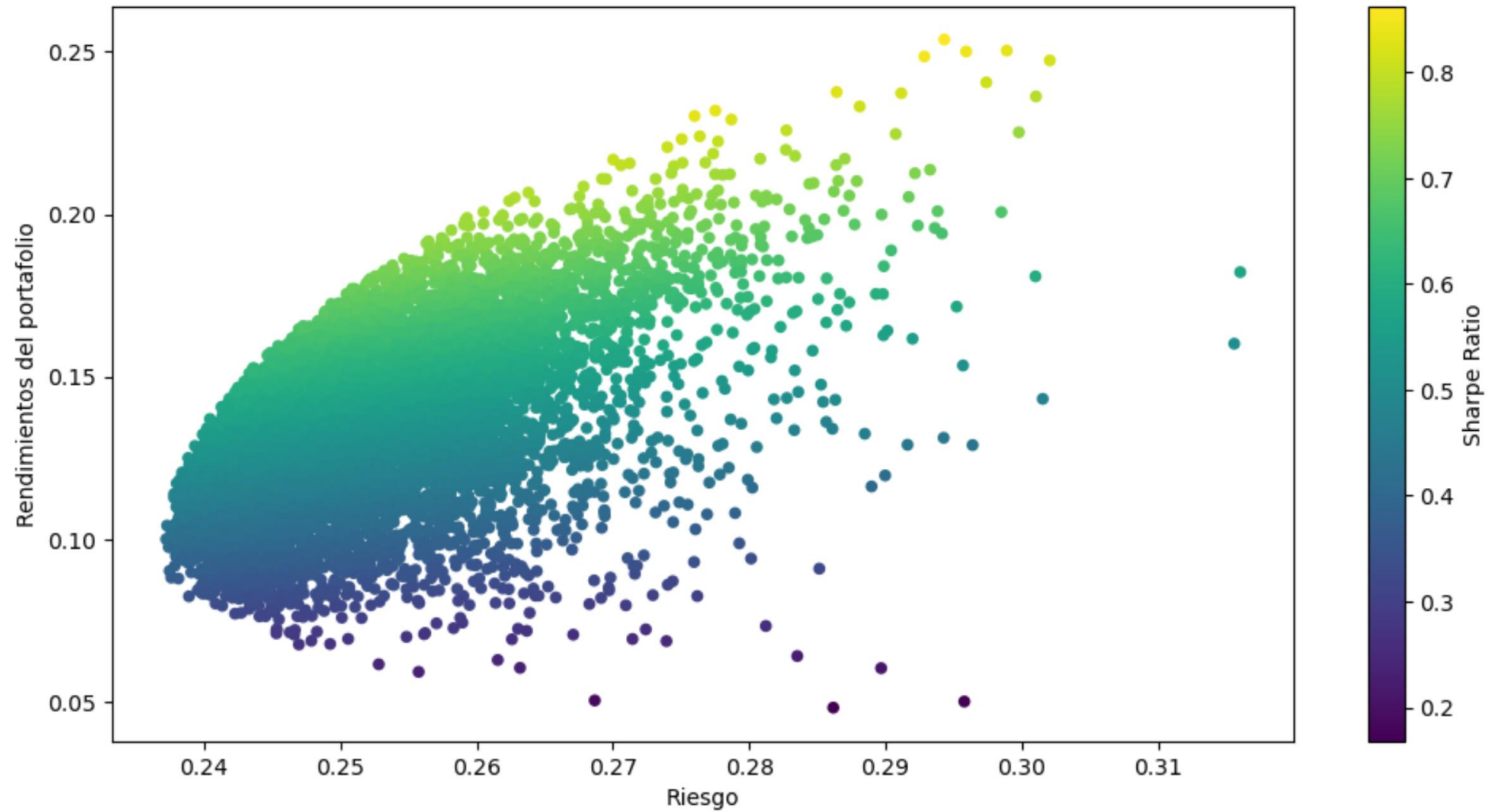
- Portriesgos =  $w^T G w$

- Sharpe =  $\frac{\text{rendimiento}}{\text{riesgo}}$

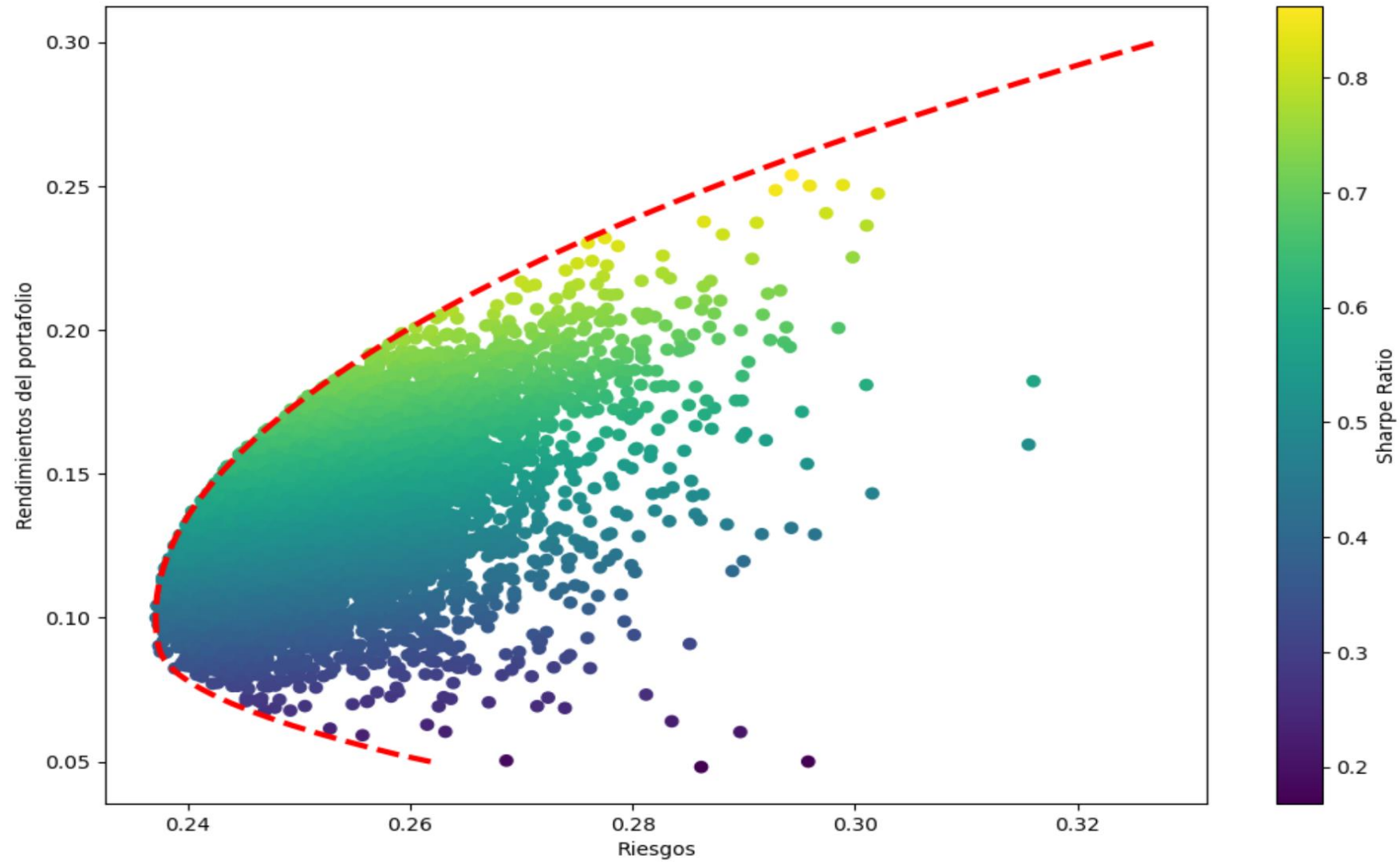
```
def portafolio_stats(pesos, rendimientos):  
    port_rendimientos=np.sum(pesos*rendimientos.mean())*252  
    port_riesgos=np.sqrt(np.dot(pesos.T,np.dot(rendimientos.cov()*252,pesos)))  
    sharpe = port_rendimientos/port_riesgos  
    return {'Rendimiento':port_rendimientos, 'Volatilidad':port_riesgos, 'Sharpe':sharpe}  
  
def sum_pesos(pesos):  
    return pesos.sum()-1  
  
def rend_esperado(pesos,E):  
    return portafolio_stats(pesos,rendimientos)['Rendimiento']-E  
  
def minimiza_sharpe(pesos, rendimientos):  
    return -portafolio_stats(pesos, rendimientos)['Sharpe']  
  
def minimiza_riesgo(pesos):  
    return(portafolio_stats(pesos,rendimientos)['Volatilidad'])
```

Simulación: 8,000 portafolios

# Resultados



# Resultados



# Conclusiones

# En resumen...

- \* El método de portafolios de Markowitz plantea un problema de optimización convexa.
- \* Su solución se obtiene a través de algoritmos computacionales como *sequential least squares*.
- \* El proceso de optimización permite encontrar opciones de portafolios que garanticen el mejor rendimiento al menor riesgo dadas ciertas condiciones sobre las acciones a considerar y las restricciones de pesos mínimos y máximos de inversión en cada una de ellas.



**Un breve resumen**

# Para recapitular

¿Qué características tiene el problema de optimización?

R:

¿Qué tipo de problema de optimización es?

R:

Entendimiento del método de optimización utilizado (vía una implementación por ejemplo)

R:



# Para recapitular

¿Qué métodos existen para resolver el problema de optimización?

R:

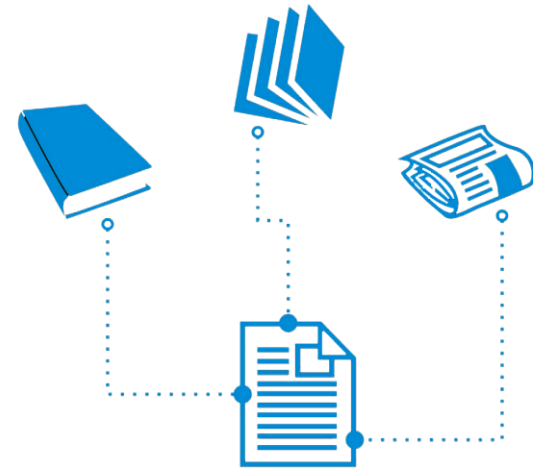
¿Cómo están resolviendo los métodos el problema de optimización?

R:



# Referencias

- H.M.Markowitz, Portfolio selection, Journal of Finance
- Paul Wilmott On Quantitative Finance
- Springer Series in Operations Research and Financial Engineering
- <https://plotly.com/python/v3/ipython-notebooks/markowitz-portfolio-optimization/>



**GRACIAS**