OPTIMIZACIÓN DE PORTAFOLIO

MÉTODOS NUMÉRICOS Y OPTIMIZACIÓN

INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO

EQUIPO 4

Integrantes:

- Alberto Fuentes Chavarría
- León Felipe Gómez Zarza
- Ricardo Guillermo Granillo Alatorre
- Sergio Sánchez Reyes

Estructura de la presentación

- Problema a resolver
- Teoría moderna del portafolio
- Metodología del portafolio eficiente
- Implementación del modelo
- Conclusiones

Conceptos a tener presentes

- Inversionista: Toda persona que cuenta con recursos económicos disponibles para ahorro.

- Activo financiero: Todo producto financiero que tiene el objetivo de incrementar el patrimonio de un inversionista.

- Portafolio: Es un grupo de activos financieros elegidas por un inversionista.

Problema a resolver

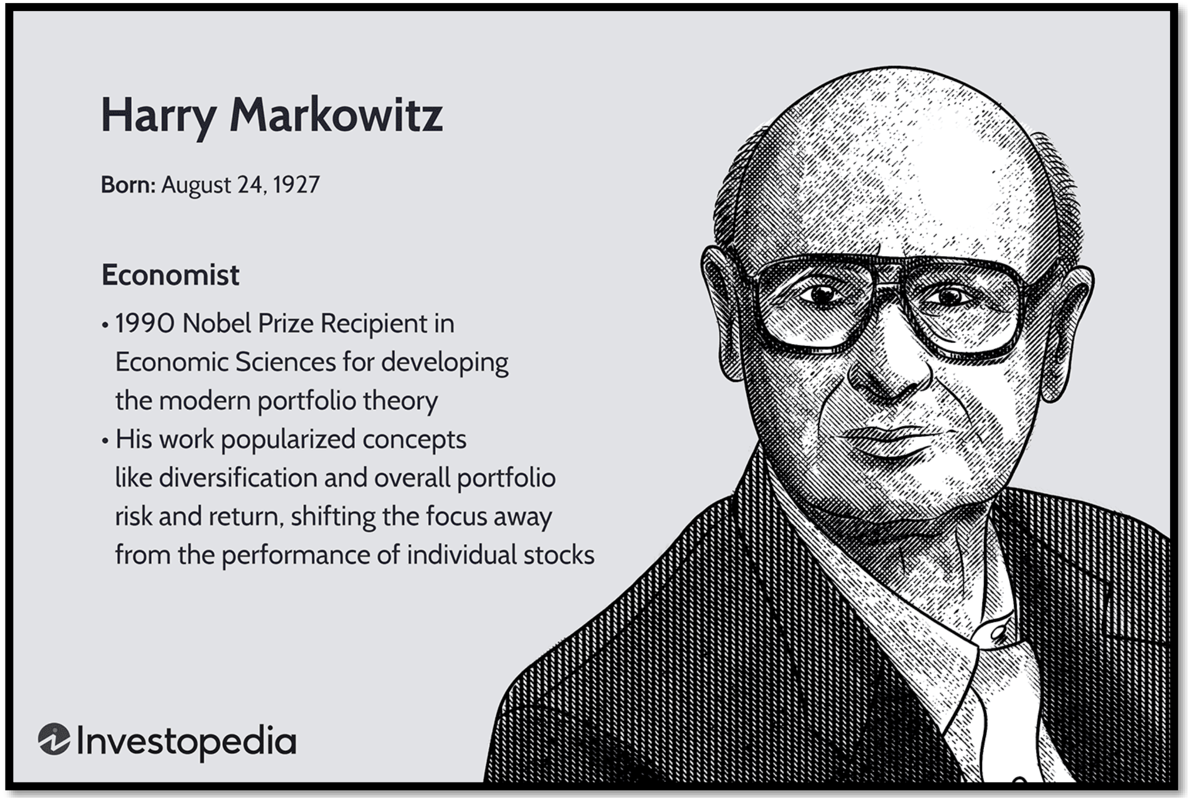
Problema a resolver

Problema a resolver

Rendimiento

Teoría moderna de portafolio

Teoría moderna de portafolio



A

B

C

D

Metodología del portafolio eficiente

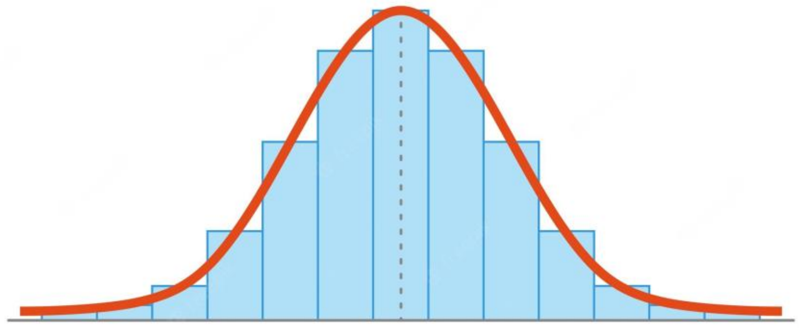
Metodología del portafolio eficiente

Por cada activo financiero i tenemos:

- Variable de interés: r_i
- Distribución: $r_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$

- Media: $\mu_i = E(r_i)$
- Varianza: $\sigma_i^2 = E\left[(r_i - \mu_i)^2\right]$
- Correlaciones entre rendimientos:

$$\rho_{ij} = \frac{E[(r_i - \mu_i)]E\left[(r_j - \mu_j)\right]}{\sigma_i \sigma_j}$$



Metodología del portafolio eficiente

Cada inversionista busca escoger el "mejor portafolio":
- Mejor portafolio: El de mayor rendimiento (R) con el menor riesgo (σ)
- Decisión: Asignación de pesos (w_i)

Ejemplo:
Monto a invertir: $100
$20 en la $A_1 \rightarrow w_1 = 0.2$ o 20%
$80 en la $A_2 \rightarrow w_2 = 0.8$ o 80%

¿Es este el mejor portafolio para el inversionista?

Supuestos del modelo

a) No están permitidas las posiciones en corto.

b) Todos los pesos de cada portafolio deberán sumar 1, es decir $\sum_i^n w_i = 1$

Nota: Posición en corto, obtener un rendimiento suponiendo la depreciación de un activo financiero.

Metodología del portafolio eficiente

Como condiciones previas al problema tenemos:

-Rendimiento del portafolio:

$$R = \sum_{i}^{n} w_i r_i$$

-Beneficio del portafolio:

$$E[R] = E[\sum_{i}^{n} w_i r_i] = \sum_{i}^{n} w_i E[r_i] = w^T \mu$$

-Riesgo del portafolio:

$$Var[R] = E[(r_i - \mu_i)^2 \sum_{i}^{n} \sum_{j}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} = w^T G w$$

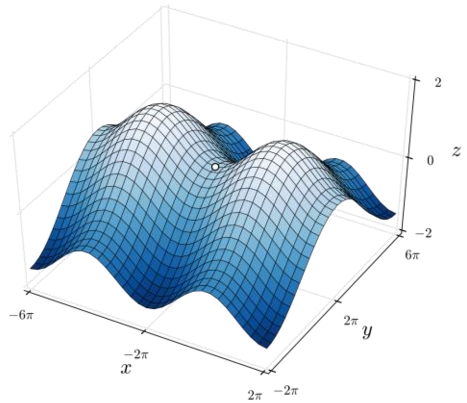
Problema a resolver

Problema a resolver

Integrando las restricciones y el objetivo del inversionista tenemos que resolver

$$\max\left(w^T\mu \; - \; \lambda w^T G w\right)$$

$$s.a \quad \sum_{i}^{n} w_i = 1$$



Implementación del modelo

Datos

- Acciones para los portafolios:

- Periodicidad:

Diaria

- Tiempo considerado:

Enero 2018 – Diciembre 2022

Datos

- Acciones para los portafolios:

- Periodicidad:

Diaria

- Tiempo considerado:

Enero 2018 – Diciembre 2022

- Calculamos los rendimientos a partir del precio diario de cada activo financiero.
- Se ajusto a un valor anual. (252 business days)

Maximización del portafolio

Funciones que utilizamos:

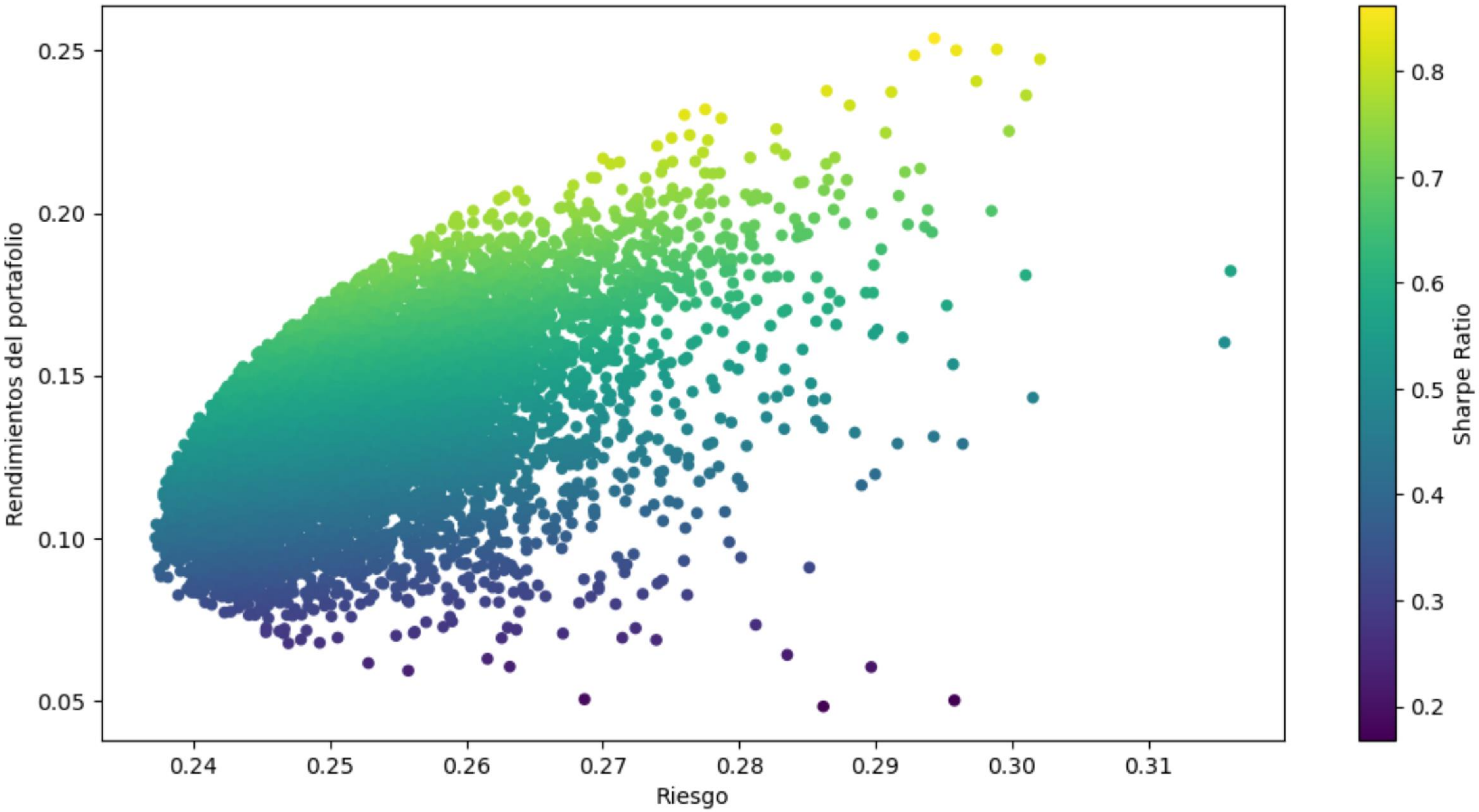
- Portrendimientos = $w^T \mu$

- Portriesgos = $w^T G w$

- Sharpe = $\frac{rendimiento}{riesgo}$

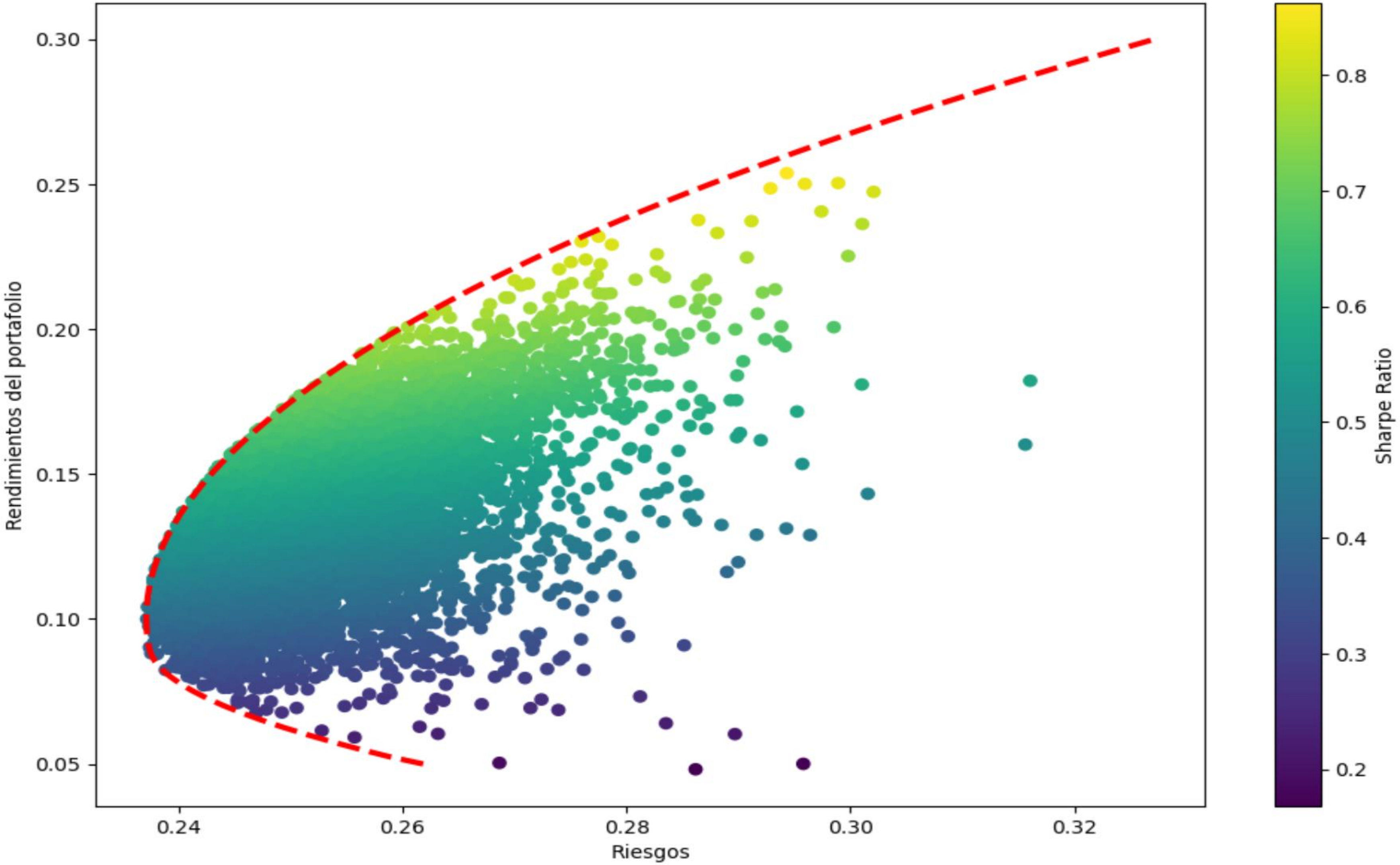
Simulación: 8,000 w_i

Resultados



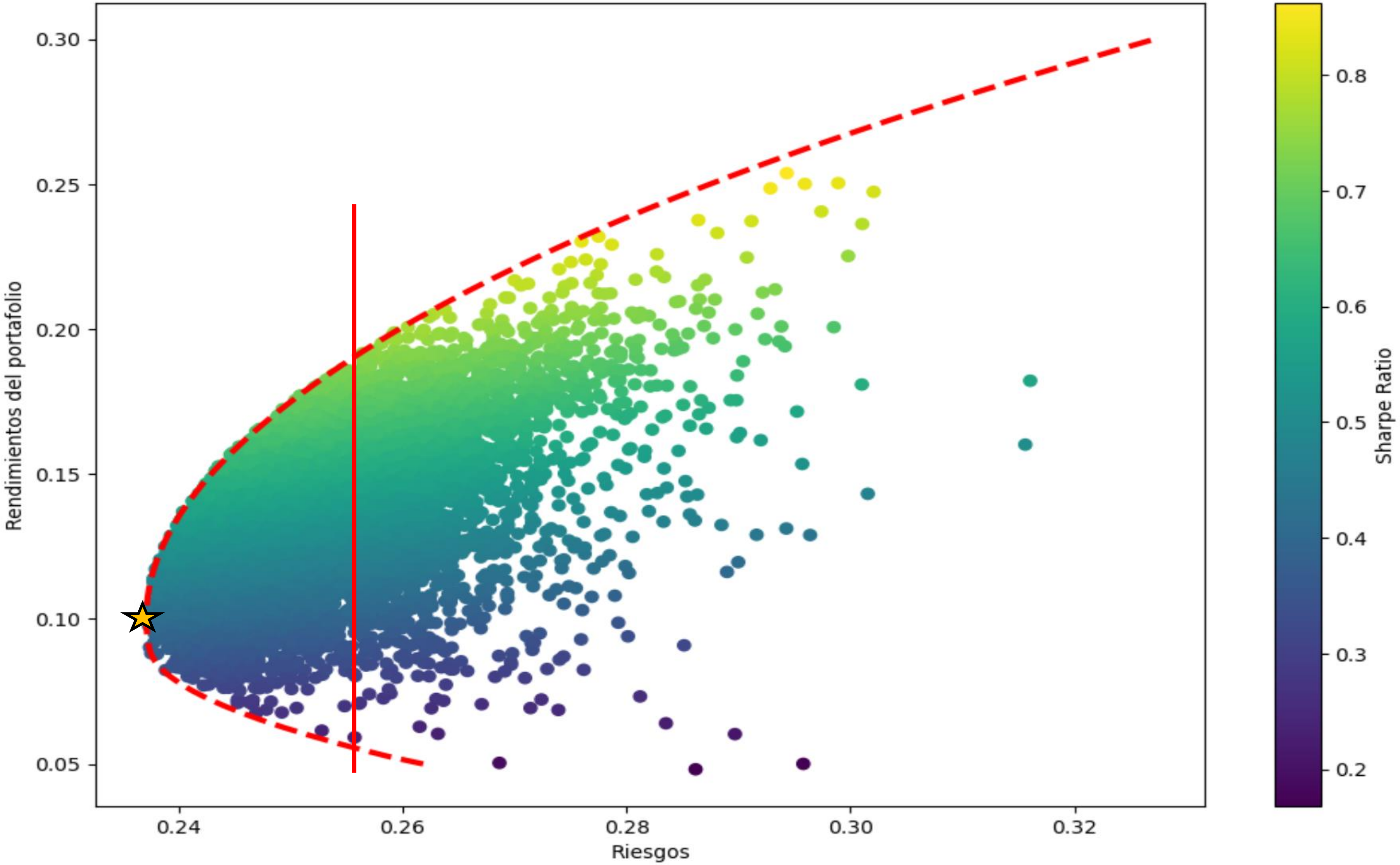
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
Rendimientos del portafolio
0.24
0.25
0.26
0.27
0.28
0.29
0.30
0.31
Riesgo
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
Sharpe Ratio

Resultados



0.30
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
Rendimientos del portafolio
0.24
0.26
0.28
0.30
0.32
Riesgos
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
Sharpe Ratio

Resultados



0.30
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
Rendimientos del portafolio
0.24
0.26
0.28
0.30
0.32
Riesgos
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
Sharpe Ratio

Conclusiones

En resumen…

* El método de portafolios de Markowitz plantea un problema de optimización convexa.

* Su solución se obtiene a través de algoritmos computacionales como *sequential least squares*.

* El proceso de optimización permite encontrar opciones de portafolios que garanticen el mejor rendimiento al menor riesgo dadas ciertas condiciones sobre las acciones a considerar y las restricciones de pesos mínimos y máximos de inversión en cada una de ellas.

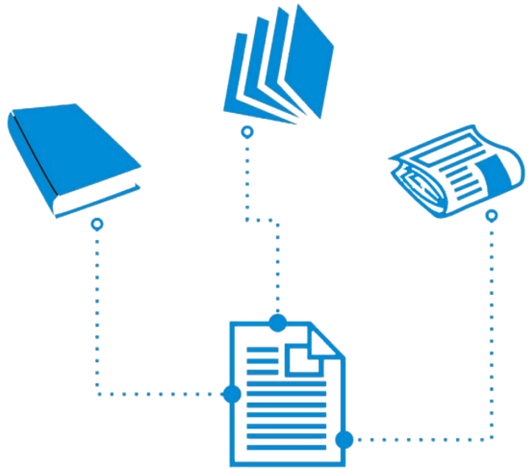
Referencias

- H.M.Markowitz, Portfolio selection, Journal of Finance

- Paul Wilmott On Quantitative Finance

- Springer Series in Operations Research and Financial Engineering

- https://plotly.com/python/v3/ipython-notebooks/markowitz-portfolio-optimization/



GRACIAS

Un breve resumen

Para recapitular

¿Qué características tiene el problema de optimización?

R: Es un problema no lineal, diferenciable y convexo.

¿Qué tipo de problema de optimización es?

R: Problema de optimización de función convexa.

Entendimiento del método de optimización utilizado (vía una implementación por ejemplo)

R: Lo aplicamos para conocer el mejor portafolio con 8,000 simulaciones.

Para recapitular

¿Qué métodos existen para resolver el problema de optimización?

R: El método de mínimos cuadrados ordinarios secuenciales.

¿Cómo están resolviendo los métodos el problema de optimización?

R: El problema solo tiene restricciones de igualdad, entonces el método es equivalente a aplicar el método de Newton a las condiciones de optimalidad de primer orden, o condiciones de Karush-Kuhn-Tucker, del problema.