РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ОТЧЕТ ПО

ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №8

дисциплина: Научное программирование

Студентка: Голос Елизавета Сергеевна
Группа: НПМмд-02-20
Ст. билет № 1032202186

Цель работы
Научиться находить собственные значения и собственные векторы матрицы, а также научиться предсказывать вероятность состояния системы.

Ход работы

Собственные значения и собственные векторы

Включим журналирование работы. После чего зададим матрицу А. Для нахождения собственных значений и собственных векторов матрицы используем команду eig с двумя выходными аргументами. Данные действия продемонстрированы на рисунке 1.

```
>> diary on
>> A = [1 2 -3; 2 4 0; 1 1 1]
A =

   1   2  -3
   2   4   0
   1   1   1

>> [v lambda] = eig(A)
v =

  -0.23995 + 0.00000i   0.79195 + 0.00000i   0.79195 - 0.00000i
  -0.91393 + 0.00000i  -0.45225 - 0.12259i  -0.45225 + 0.12259i
  -0.32733 + 0.00000i  -0.23219 - 0.31519i  -0.23219 + 0.31519i

lambda =

Diagonal Matrix

   4.52510 + 0.00000i                    0                    0
                    0   0.73745 + 0.88437i                    0
                    0                    0   0.73745 - 0.88437i
```

Рис.1 Собственные значения и векторы матрицы

Для того, чтобы получить матрицу с действительными собственными значениями, создадим симмитричную матрицу путём умножения исходной матрицы на транспонированную. И повторим шаги, проделанные ранее. См. Рис.2.

```
>> C = A' * A
C =

    6   11   -2
   11   21   -5
   -2   -5   10

>> [v lambda] = eig(C)
v =

   0.876137   0.188733  -0.443581
  -0.477715   0.216620  -0.851390
  -0.064597   0.957839   0.279949

lambda =

Diagonal Matrix

    0.14970          0          0
          0    8.47515          0
          0          0   28.37516
```

Рис.2 Действительные собственные значения

Случайное блуждание

На курсе “Теория случайных процессов” мы дополнительно ознакомились с цепями Маркова. Наша задача - предсказать вероятности состояния системы. Для примера случайного блуждания найдем вектор вероятности после 5 шагов для каждого начального вектора. На рисунке 3 показано, как мы задаем матрицу, начальные векторы, а затем находим соответствующие вероятности.

```
>> T = [1 0.5 0 0 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0.5 0 0.5 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0 0 0.5 1];
>> a = [0.2; 0.2; 0.2; 0.2; 0.2];
>> b = [0.5; 0; 0; 0; 0.5];
>> c = [0; 1; 0; 0; 0];
>> d = [0; 0; 1; 0; 0];
>> T^5 * a
ans =

   0.450000
   0.025000
   0.050000
   0.025000
   0.450000

>> T^5 * b
ans =

   0.50000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.50000

>> T^5 * c
ans =

   0.68750
   0.00000
   0.12500
   0.00000
   0.18750

>> T^5 * d
ans =

   0.37500
   0.12500
   0.00000
   0.12500
   0.37500
```

Рис.3 Нахождение вероятностей

Теперь найдём вектор равновесного состояния для цепи Маркова с переходной матрицей. Ход решения приведен на рисунке 4.

```
>> T = [0.48 0.51 0.14; 0.29 0.04 0.52; 0.23 0.45 0.34]
T =

   0.480000   0.510000   0.140000
   0.290000   0.040000   0.520000
   0.230000   0.450000   0.340000

>> [v lambda] = eig(T)
v =

  -0.64840  -0.80111   0.43249
  -0.50463   0.26394  -0.81601
  -0.57002   0.53717   0.38351

lambda =

Diagonal Matrix

   1.00000         0         0
         0   0.21810         0
         0         0  -0.35810

>> x = v(:,1)/sum(v(:,1))
x =

   0.37631
   0.29287
   0.33082
```

Рис.4 Вектор равновесного состояния.

Таким образом, x = (0.37631 0.29287 0.33082), является вектором равновесного состояния. Проверим это. Проверка показана на рисунке 5.

```
>> T^10 *x
ans =

   0.37631
   0.29287
   0.33082

>> T^50 *x
ans =

   0.37631
   0.29287
   0.33082

>> T^50 * x - T^10 * x
ans =

   2.2204e-16
   2.2204e-16
   1.6653e-16

>> diary off
```

Рис.5 Проверка вектора равновесия.

Вывод

В ходе выполнения данной работы я научилась находить собственные значения и собственные векторы матрицы. Также научилась работать с цепями Маркова и находить вектор равтовесия.