

۹. جبر خطے و ماتریسے

محمد صادق اسحاق

ضرب داخلی

انگاری $\vec{a} \cdot \vec{y} \rightarrow$

$\text{dot}(a, b)$

ضرب خارجی

بجاری $\vec{a} \times \vec{y} \rightarrow$

$\text{cross}(a, b)$

$\text{kron}(a, b)$

معادله بردارهای ویژه

$$Av = \lambda v$$

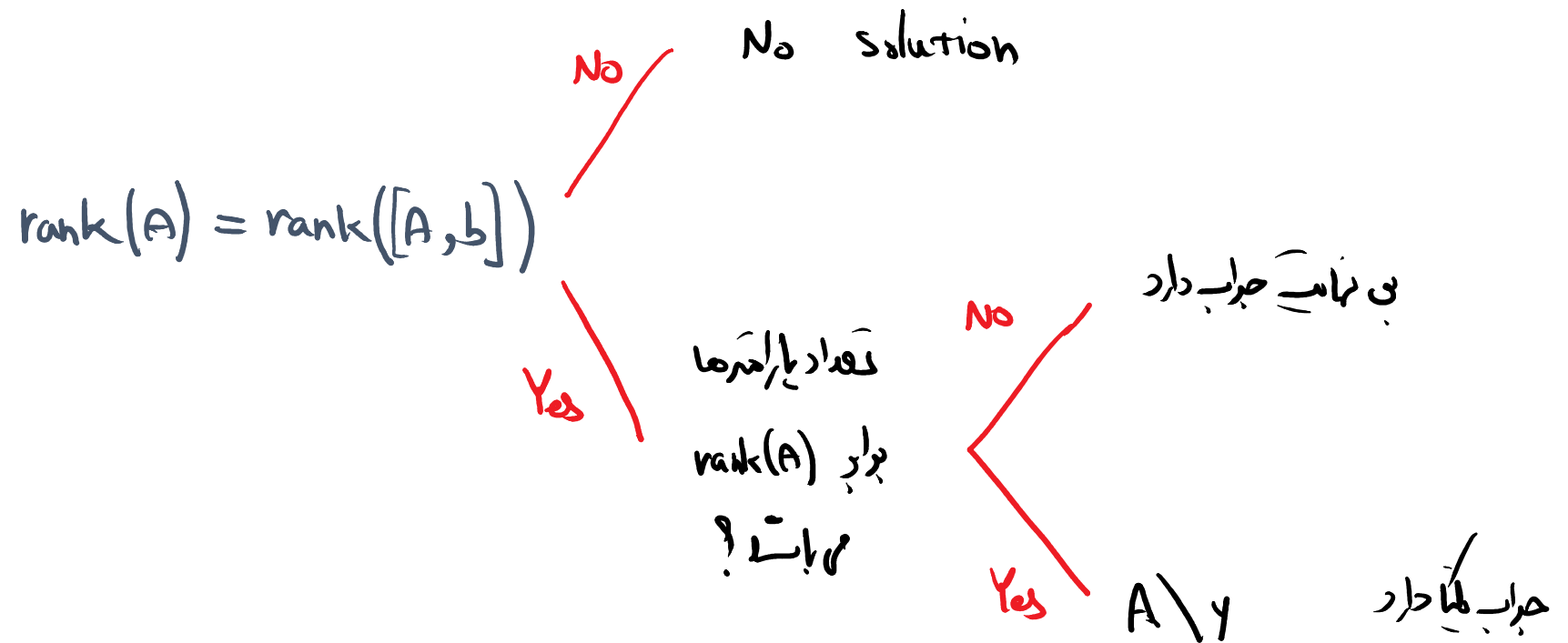
بردار ویژه معادله ویژه

$$Av - \lambda v = 0 \rightarrow (A - \lambda I) v = 0$$

$$|A - \lambda I| = 0 \leftarrow \text{معادله مشخصه}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 4 \\ x_1 - x_2 = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$


$$Ax = b$$



$$Ax = b$$

اگر A معکوس پذیر است

$$A^{-1}Ax = A^{-1}b \Rightarrow \underline{x = A^{-1}b}$$


 وارون (inv)

$$Ax = b$$

اگر A غیر مربعی

$$A^T A x = A^T b$$

$$A_{m \times n}$$

$$A^T_{n \times m}$$

$$(A^T A)_{m \times m}$$

مربعی

$$\underbrace{(A^T A)^{-1}}_I A^T A x = (A^T A)^{-1} A^T b$$

$$x = \underbrace{(A^T A)^{-1} A^T}_{\rightarrow \text{پینو (pinv)}} b$$

$$\overbrace{(A^T A)^{-1} A^T} A^T A = I$$

$$A (A^T A)^{-1} A^T \neq I$$

$$A_{n \times n}$$

$$S_{n \times n} \quad \text{ماتریس وارثی}$$

$$S^{-1} A S = B$$

ماتریس وارثی، وارثی و وارثی

$$A = S B S^{-1}$$

$$B : \begin{bmatrix} b_1 & & \\ & b_2 & \\ & & \ddots \\ & & & b_n \end{bmatrix}$$

$$A \vec{v} = \lambda \vec{v}$$

$A_{n \times n}$

$$v \in \mathbb{R}^n \rightarrow v: (n \times 1)$$

$$\left. \begin{aligned} A v_1 &= \lambda_1 v_1 \\ A v_2 &= \lambda_2 v_2 \\ &\vdots \\ A v_n &= \lambda_n v_n \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$A \cdot \underbrace{[v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]}_P =$$

$$\underbrace{[v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]}_P$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix}}_{\text{ماتریس } L}$$

$$AP = PL \Rightarrow P^{-1}AP = L \rightarrow \text{ماتریس}$$

$$A = PLP^{-1}$$