

מבחן בית בתהליכי סיעוף, קורס מספר 1-1961-201

מרצה: פרופ' חן דובי

1. (30 נק') תהליך סיעוף בדיד a_m מוגדר על ידי התפלגות הצאצאים הבאה :

$$p_0 = q, p_1 = p_2 = \dots = p_n = \frac{1-q}{n}, p_j = 0 \quad (j > n)$$

כאשר $0 < q < 1$ ממשי ו- n טבעי כלשהו.

הוכח כי לכל q קיים n כך ש: $\lim_{m \rightarrow \infty} E(a_m) = \infty$

2. (70 נק') נתון תהליך סיעוף רציף על ידי קצבי הריאקציות הבאים :

$$\lambda_0(n) = \lambda_0, \lambda_2(n) = \begin{cases} \lambda_{2,0} + \frac{a}{n}; & n \neq 0 \\ \lambda_{2,0}; & n = 0 \end{cases}$$

- א. רשום משוואה דיפרנציאלית עבור $a_n(t)$ - ההסתברות לאוכלוסייה מגודל n בזמן t .
- ב. רשום משוואה דיפרנציאלית חלקית עבור הפונקציה היוצרת של גודל האוכלוסייה בזמן t .
- ג. עמוד על הבעייתיות של המשוואה שקיבלת בסעיף קודם (האם המשוואה אוטונומית, כלומר אינה תלויה בפונקציה לא ידועה?). הציעו תנאי עבורו ניתן לקרב את המשוואה שקיבלתם על ידי משוואה אוטונומית.
- ד. תחת התנאי שהוגדר בסעיף קודם, פתחו משוואה דיפרנציאלית עבור המומנט הראשון של גודל האוכלוסייה בזמן t .

בהצלחה!!