

domanda 1.

Se non si hanno regole di tipi, ma solo quelle di *pagina 13*, che contesti posso derivare, partendo dall'unico assioma $[\] \text{ cont}$ (ovvero che il contesto vuoto è un contesto)?

Esclusivamente $[\] \text{ cont}$, in quanto è a sua volta un giudizio di contesto e il solo ausilio delle regole di formazione dei contesti (*F-c*), su di esso, non mi è possibile e perciò non mi permette di generarne di nuovi.

domanda 2.

Se si aggiunge alla regola dei contesti la sola regola

$$\text{F-Nat}) \frac{\Gamma \text{ cont}}{\text{Nat type}[\Gamma]}$$

che contesti posso scrivere? quali giudizi posso derivare?

Riempio $\Gamma \text{ cont}$ con un "vero" contesto. Dunque è lecito che sia $[\] \text{ cont}$.

$$\begin{array}{c} \text{F-Nat} \frac{[\] \text{ cont}}{\text{Nat type}[\]} \\ \text{F-c} \frac{\text{Nat type}[\]}{x_1 \in \text{Nat cont}} (x_1 \in \text{Nat}) \notin [\] \\ \text{F-Nat} \frac{\text{Nat type}[\]}{\text{Nat type}[x_1 \in \text{Nat}]} \\ \text{F-c} \frac{\text{Nat type}[x_1 \in \text{Nat}]}{x_1 \in \text{Nat}, x_2 \in \text{Nat cont}} (x_2 \in \text{Nat}) \notin x_1 \in \text{Nat} \end{array}$$

Partendo dal giudizio di contesto $[\] \text{ cont}$ e applicando alternativamente (*F-Nat*) e (*F-c*), ottengo i contesti di giudizio $[x_1 \in \text{Nat}] \text{ cont}$ e $[x_1 \in \text{Nat}, x_2 \in \text{Nat}] \text{ cont}$. Questi sono a loro volta derivabili e mi permettono di ottenere sempre nuovi contesti, con una nuova variabile che non appartiene al contesto precedente. Nella derivazione sopra, una nuova applicazione di (*F-Nat*) e (*F-c*) mi permette di ottenere $[x_1 \in \text{Nat}, x_2 \in \text{Nat}, x_3 \in \text{Nat}] \text{ cont}$, dove difatti $(x_3 \in \text{Nat}) \notin x_1 \in \text{Nat}, x_2 \in \text{Nat}$.