Année 2015 – 2016

3ème Année app

Examen de Traitement du signal déterministe
Cours MA367

Documents interdits
Calculatrice autorisée

Durée : 1h45

Recommandations

Une attention particulière dans le **soin de la rédaction est recommandée**. Un non-respect de cette contrainte pourra entraîner un malus sur la note finale. Tout résultat devra être justifié par un schéma, une équation ou/et une phrase d'explication. Un résultat numérique n'est complet que lorsque que les unités sont précisées.

(**Barème indicatif noté entre crochets sur 22.5 pts**)

Exercice I : Etude d'un signal cosinus sous toutes les coutures [9 pts]

Soit un signal cosinus continu, x(t), de fréquence f_0 = 50 Hz, d'amplitude 1 et de durée infinie.

1. Calculer le spectre X(f) du signal x(t) *[0.5 pts]*
2. Tracer le module et la phase du spectre de x(t) *[0.5 pts]*
3. Si l'on souhaite échantillonner ce signal :
   a. quelle est la fréquence d'échantillonnage minimum ? *[0.5 pts]*
   b. Quels points gardons-nous en utilisant cette fréquence ? (aidez-vous d'un schéma du signal sur 2 périodes). *[0.5 pts]*
   c. Que se passe-t-il si nous échantillonnons un sinus à cette fréquence ? (aidez-vous d'un schéma). *[0.5 pts]*

Le signal x(t) est observé entre t=0 et $t=t_1$=0.1 s sans pondération particulière. Nous nommerons ce signal $x_{obs}(t)$

4. Calculer le spectre $X_{obs}(f)$ du signal $x_{obs}(t)$ *[1 pts]*
5. Tracer le module et la phase du spectre de $x_{obs}(t)$ *[0.5 pts]*

6. Si l'on souhaite échantillonner ce signal
    a. quelle est la fréquence d'échantillonnage minimum ? *[0.5 pts]*
    b. quelle est la solution pour pouvoir échantillonner le signal $x_{obs}(t)$ correctement ? *[0.5 pts]*
    c. Tracer le spectre de x(t) échantillonné à 160 Hz calculé avec la TFd entre les fréquences 0 et 250 Hz *[1 pts]*

Nous allons à présent utiliser le signal $x_{obs}(t)$ pour envoyer des données binaires. Un '0' binaire est codée par le signal $x_{obs}(t)$. Un '1' binaire est codé par un signal cosinus de fréquence 150 Hz, d'amplitude 2, de durée 0.1s.

7. Tracer le signal représentant la suite binaire : 0 1 1 0 *[0.5 pts]*
8. Calculer et tracer le spectre $X_{bin}(f)$ représentant une suite de '0' et de '1' binaire sur une durée infinie : 0 1 0 1 0 1 0 1 ….. *[2 pts]*
9. Quel est l'effet sur le spectre si la suite binaire n'est plus périodique. *[0.5pts]*

<u>Exercice II : Etude de systèmes discrets pas sous toutes les coutures</u> **[5 pts]**

Soit le système A décrit par l'équation aux différences :

$$y(n) = sinc\left(\frac{-\pi}{2}\right) \cdot x(n) + sinc\left(\frac{-\pi}{4}\right) \cdot x(n-1) + x(n-2) + sinc\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot x(n-3) + sinc\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot x(n-4)$$

1. Le système A est-il un filtre RIF ou RII et pourquoi ? *[0.5 pts]*
2. Calculer et tracer la réponse impulsionnelle du système A. *[0.5 pts]*
3. Calculer la fonction de transfert en z du système. *[0.5 pts]*
4. Le filtre est-il à phase linéaire et pourquoi ? *[0.5 pts]*
5. Le système est-il stable et pourquoi ? *[0.5 pts]*
6. Quel est l'ordre du filtre ? *[0.5 pts]*

Soit le système B décrit par la fonction de transfert en z suivante :

$$H(z) = \left(z - e^{-j\pi/4}\right) \cdot \left(z - e^{j\pi/4}\right)$$

7. S’agit-il d’un filtre RIF ou RII ? Pourquoi ? *[0.5 pts]*
8. La fréquence d’échantillonnage est de 10 kHz. Tracer approximativement la réponse en fréquence en **expliquant clairement** votre démarche. *[1.5 pts]*

Exercice III : La détection de talent [6 pts]

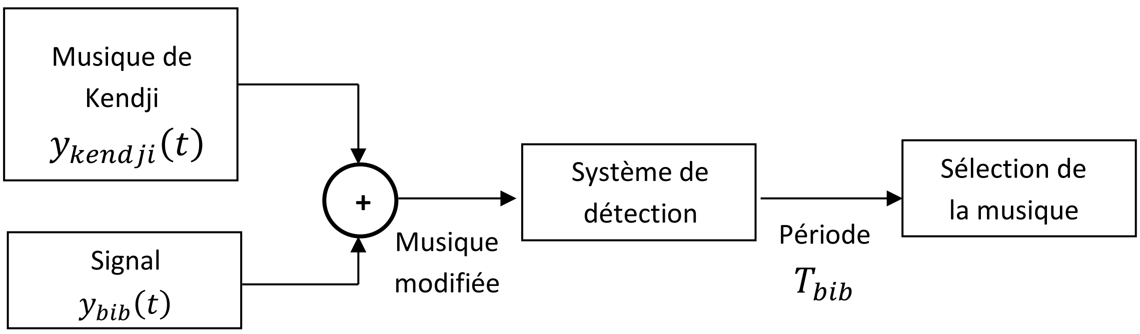
(Inspiré d’une histoire vraie)

Afin de passer le temps pendant vos vacances, vous décidez de faire une blague à votre binôme que vous savez fan du chanteur Kendji. Vous décidez de modifier tous ses mp3 de Kendji pour qu’à la place se lance une musique de votre chanteur préféré Justin Bieber. Comme vous souhaitez en même temps travailler le traitement du signal, vous imaginez un stratagème complexe pour résoudre ce problème très simple.

Soit le signal temporel, continu, $y_{kendji}(t)$, correspondant à la musique à pirater, auquel vous allez ajouter un signal $y_{bib}(t)$ à détecter. Le signal $y_{bib}(t)$ est un signal périodique de période T_{bib}. La période T_{bib} est différente pour chaque musique. Le signal est défini par :

$$y_{bib}(t) = sin(2\pi \cdot f_0 \cdot t) \text{ pour } t \in [w \cdot T_{bib}\ ;\ w \cdot T_{bib} + T] \text{ avec } w \in \mathbb{Z}$$

Lorsque votre binôme écoutera sa musique préféré, votre programme détectera le signal $y_{bib}(t)$ et mesurera sa période T_{bib}. Il lancera ensuite un titre de Justin correspondant au T_{bib} détecté. La figure suivante présente un schéma du système machiavélique mis en place :



1. Quelle est la définition du produit d'autocorrélation $C_{xx}(t)$? Que vaut son maximum et pour quel temps t est-il obtenu (démontrer ce résultat) ? *[1 pts]*

2. Pour que le signal y_{bib} passe inaperçu lors de l'écoute, quelle est la fréquence f_0 que l'on peut utiliser ? *[0.5 pts]*

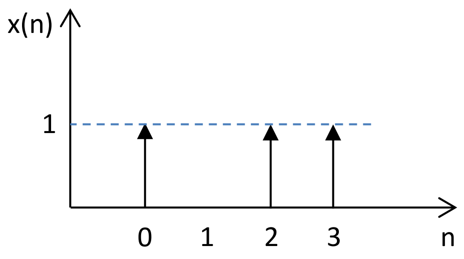
3. Tracer le signal $y_{bib}(t)$ en supposant $T = T_{bib}/2$ *[0.5 pts]*

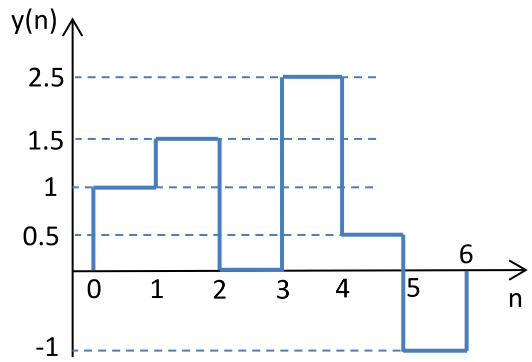
4. Calculer et tracer le spectre du signal $y_{bib}(t)$ en supposant $T = T_{bib}/2$ *[2 pts]*

5. En supposant que les signaux $y_{bib}(t)$ et $y_{kendji}(t)$ sont non corrélés, montrer que le système de détection revient simplement à une corrélation entre $y_{kendji}(t)$ et un autre signal à déterminer. *[2 pts]*

<u>Exercice IV : Identification de filtre</u> **[2.5 pts]**

Soit un filtre de réponse impulsionnelle h(n) et de réponse en fréquence H(f).
Le signal y(n) ci-dessous est la sortie du filtre lorsque le signal x(n) est appliqué à l'entrée.





1. A partir des signaux x(n) et y(n) en déduire la réponse impulsionnelle h(n) du filtre, son équation aux différences ainsi que sa réponse H(z) *[2 pts]*
2. S'agit-il d'un filtre RII ou RIF ? *[0.5 pts]*