TD de AC360 : traitement du signal déterministe

Exercice 7 : Calcul de transformées en z

Calculez les transformées en z des suites suivantes en précisant leur domaine d'existence.

1. $\{ x(n) \} = \delta(n-k)$

2. $\{ x(n) \} = \begin{cases} 1, \ \forall\, n \geq 0 \\ 0, \text{ ailleurs} \end{cases}$

3. $\{ x(n) \} = \begin{cases} \alpha^n, \ \forall\, n \geq 0 \\ 0, \text{ ailleurs} \end{cases}$

4. $\{ x(n) \} = \begin{cases} n, \ \forall\, n \geq 0 \\ 0, \text{ ailleurs} \end{cases}$

Exercice 8 : Système discret

Considérons le système défini par l'équation aux différences :

$y(n) = x(n) + by(n - 1)$ avec la condition initiale $y(- 1) = a$.

1. Dans le cas où $a = 0$, déterminez la réponse de ce système à la suite $\{x(n)\} = \{x_1(n)\}$ définie par :

$$x_1(n) = \begin{cases} 1 \text{ pour } n = 0 \\ 0 \text{ pour } n \neq 0 \end{cases}$$

Comment est appelée cette réponse ? Est-elle finie ou infinie ? Donnez la condition de stabilité et en déduire les valeurs que peut prendre b.

2. Toujours dans le cas où $a = 0$, déterminez la réponse à la suite $\{x(n)\} = \{x_2(n)\}$ définie par :

$$x_2(n) = \begin{cases} 1 \text{ pour } n \geq 0 \\ 0 \text{ pour } n < 0 \end{cases}$$

Tracez cette réponse et déterminez la valeur de $y(n)$ quand n tend vers l'infini, dans le cas où la condition de stabilité est vérifiée.

3. Déterminez la fonction de transfert $H(z)$ du système ; en déduire ses pôles et ses zéros, et tracez le module $|H(f)|$ avec $b = - 0,8$.

Exercice 9 : Filtres RIF élémentaires

1. Quelles sont les réponses fréquentielles d'amplitude et de phase ainsi que la réponse impulsionnelle du système régi par l'équation : $y(n) = x(n) + x(n-L)$ avec $L \in \mathbb{R}^+$

Tracez $H(f)$ et $h(t)$ pour $L = 1$ en temps et en fréquence normalisés.

2. Mêmes questions pour le système suivant : $y(n) = x(n) + 2.x(n-1) + x(n-2)$

3. Quels sont les effets des filtres étudiés ? Les comparer et conclure.

Exercice 10 : Synthèse de filtre RIF par troncature de la réponse impulsionnelle

Le filtre à synthétiser est un filtre passe bas de fréquence de coupure normalisée égale à 0.25.

1. Calculer la réponse impulsionnelle de ce filtre en considérant que l'on souhaite obtenir un filtre à phase linéaire et que l'on souhaite considérer N échantillons. Faire l'application numérique pour N = 15 et représenter la réponse impulsionnelle.

2. Calculer le gain complexe du filtre synthétisé en faisant apparaître une somme de termes en cosinus. Le représenter et comparer au filtre désiré. Comment améliorer le filtre réalisé ?

Exercice 11 : Synthèse de filtre RII par approximation de Butterworth

On souhaite réaliser un filtre numérique passe-bas dont le gabarit $|H(\omega)|$ possède les caractéristiques suivantes :

- une atténuation maximale de 1 dB dans la bande passante : $0 \leq \omega \leq 0.18\pi$.
- une atténuation minimale de 30 dB dans la bande atténuée : $0.75\pi \leq \omega \leq \pi$.

Pour cela, on choisit de rechercher le filtre analogique de Butterworth d'ordre minimal qui par transformation bilinéaire sera associé à un filtre numérique possédant ces caractéristiques.

On rappelle qu'un filtre de Butterworth $H_a(\omega_a)$, d'ordre N et de fréquence de coupure ω_{ac}, est défini par la relation :

$$|H_a(j\omega_a)|^2 = \frac{1}{1+\left(\frac{\omega_a}{\omega_{ac}}\right)^{2N}}$$

1. Proposer pour le filtre analogique un gabarit, qui selon cette procédure, correspond au gabarit du filtre numérique.

2. Déterminer les paramètres (ordre et fréquence de coupure) du filtre de Butterworth d'ordre minimal qui satisfait le gabarit proposé.

3. Donner la fonction de transfert $H_a(p)$ du filtre de Butterworth stable correspondant ($T_e = 2s$).

4. Calculer l'expression de $H(z)$ de la fonction de transfert du filtre numérique déduit de $H_a(p)$ par la transformation bilinéaire.

5. Tracer le gabarit souhaité et dessiner l'allure de $|H(\omega)|$ pour $0 \leq \omega \leq \pi$