

Année 2016 – 2017

3<sup>ème</sup> Année**Contrôle de Traitement du signal déterministe****Cours MA361****Documents interdits****Durée : 1h****Calculatrice autorisée****Recommandations**

Une attention particulière dans le **soin de la rédaction est recommandée**. Un non-respect de cette contrainte pourra entraîner un malus sur la note finale. Tout résultat devra être justifié par un schéma, une équation ou/et une phrase d'explication. Un résultat numérique n'est complet que lorsque que les unités sont précisées.

(Barème indicatif noté entre crochets sur 20 pts)

**Exercice I : Cours****[5 pts]**

1. Soit un signal  $x(t)$  échantillonné à la fréquence  $F_e$  avec  $N$  échantillons. Quel est la résolution fréquentielle obtenue par la TFD ? [1 pts]
2. L'algorithme de la transformée de Fourier Rapide est basée sur quelle transformée ? Quel est l'intérêt de l'algorithme ? [1 pts]
3. A quoi sert l'ajout de zéros après le signal  $x(t)$  lorsque l'on réalise la TFD ? Justifier votre réponse. [1 pts]
4. soit le signal  $x(n)$  définie par :
$$x(n) = 20 \cdot \cos(2000 \cdot \pi \cdot n \cdot T_e) + 18 \cdot \sin(2030 \cdot \pi \cdot n \cdot T_e)$$
Nous voulons observer ce signal. Choisir, en justifiant votre réponse, le nombre de points et la fréquence d'échantillonnage permettant une observation exacte des fréquences contenues le spectre de  $x(n)$  grâce à la FFT. [2 pts]

**Exercice II : Etude de systèmes discrets****[5 pts]**

Soit le système A décrit par l'équation aux différences :

$$y(n) = 0,5 \cdot x(n) + 3 \cdot x(n-1) + x(n-2) + 3 \cdot x(n-3) + 0,5 \cdot x(n-4)$$

1. Le système A est-il un filtre RIF ou RII et pourquoi ? [0.5 pts]
2. Calculer et tracer la réponse impulsionnelle du système A. [0.5 pts]
3. Calculer la fonction de transfert en z du système. [0.5 pts]
4. Le filtre est-il à phase linéaire et pourquoi ? [0.5 pts]
5. Le système est-il stable et pourquoi ? [0.5 pts]
6. Quel est l'ordre du filtre ? [0.5 pts]

Soit le système B décrit par la fonction de transfert en z suivante :

$$H(z) = \frac{2}{(z - e^{-j\pi/6}) \cdot (z - e^{j\pi/6})}$$

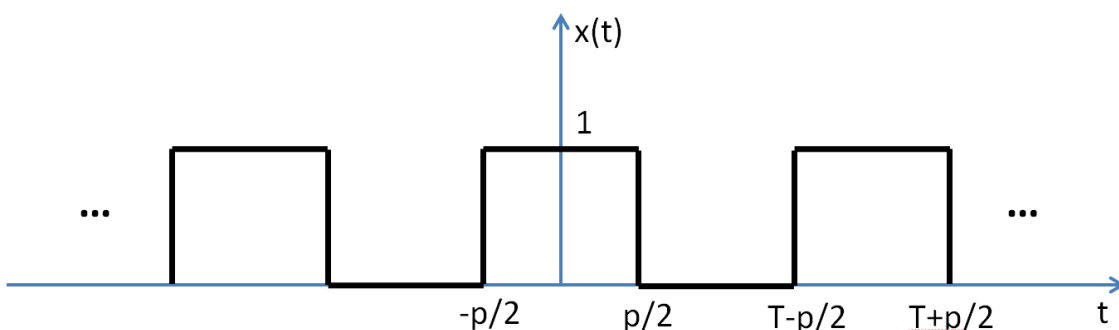
7. S'agit-il d'un filtre RIF ou RII ? Pourquoi ? [0.5 pts]
8. La fréquence d'échantillonnage est de 10 kHz. Tracer approximativement la réponse en fréquence en **expliquant clairement** votre démarche. [1.5 pts]

### Exercice III : signaux périodiques

[5 pts]

Cet exercice traite du spectre des signaux périodiques.

1. Quelle est la différence principale entre le spectre d'un signal périodique et le spectre d'un signal non périodique ? [0,5 pts]
2. Calculer et représenter le spectre du signal périodique  $x(t)$  représenté ci-dessous [3,5 pts]

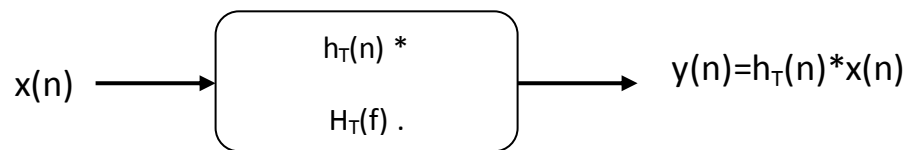


3. Le signal  $x(t)$  est à présent observé entre  $-T$  et  $+T$ . Le spectre est-il modifié ? Si oui, calculer le spectre du signal observé [1 pts]

#### IV : Conception et étude d'un filtre passe bas numérique

[5 pts]

Soit le filtre discret suivant :



Comme nous l'avons vu en cours, un système discret est défini par son équation aux différences reliant  $y(n)$  à  $x(n)$ .

L'objectif de l'exercice est de synthétiser un filtre passe-bas,  $h_T(n)$ , par la méthode de la fenêtre. Sa fréquence de coupure  $f_c = f_e/4$  et de fréquence d'échantillonnage  $f_e$  défini par l'équation aux différences suivante :

$$y(n) = h_T(0) \cdot x(n) + h_T(1) \cdot x(n-1) + h_T(2) \cdot x(n-2) + h_T(3) \cdot x(n-3) + h_T(4) \cdot x(n-4)$$

1. Tracer  $H(f)$  le spectre du filtre parfait correspondant au cahier des charges [0,5pts]
2. Exprimer  $H(f)$  à partir de fonctions connues et calculer  $h(n)$ . Représenter proprement la fonction  $h(n)$ . [1 pts]
3. La fonction  $h(n)$  que vous avez obtenue à un support infini. Afin de ne garder que le nombre d'échantillons défini dans le cahier des charges, nous allons effectuer une troncature en multipliant la fonction  $h(n)$  par une fenêtre de pondération de type rectangle. Nous appellerons  $h_T(n)$  la réponse tronquée. Calculer les échantillons  $h_T(n)$ . Représenter  $h_T(n)$  sur le même graphique que  $h(n)$ . [0,5pts]
4. Le problème du filtre obtenu est qu'il n'est pas causal. Pour le rendre causale, nous allons le traduire de façon à ce que la réponse soit définie pour les  $n$  positifs. Exprimer  $h_T(n)$  après translation. Quel est l'effet de cette translation sur le spectre du filtre ? [1 pts]
5. Exprimer et calculer les échantillons de  $H_T(k)$ , la TFD de  $h_T(n)$  après translation. [1 pts]
6. Le filtre de cet exercice possède une phase linéaire. En vous appuyant sur un exemple, montrez l'intérêt d'une telle caractéristique. [1 pts]