SC311
Traitement du signal pour les communications

Nicolas Barbot

15 Janvier 2020

Le barème est donné à titre très indicatif

1 Signal analytique et enveloppe complexe

On considère le signal $x(t)$ suivant, représenté sur la figure 1 :

$$x(t) = A\mathrm{e}^{-\alpha t}u(t)\cos 2\pi f_0 t \tag{1}$$

où $u(t)$ désigne l'échelon unité et α une constante positive.

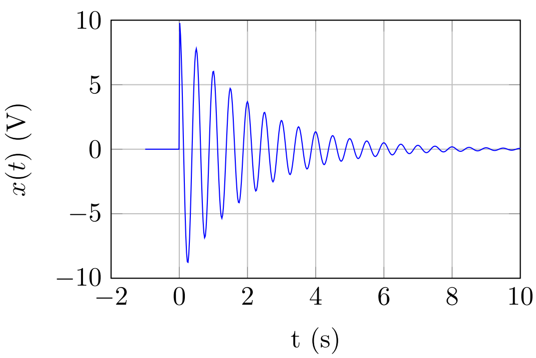


FIGURE 1 – Représentation de $x(t)$

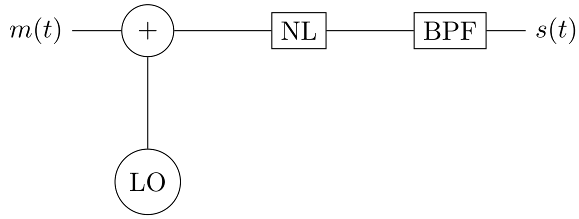
1. (1 point) Calculer la transformée de Fourier du signal $x(t)$. On donne la paire de transformées suivante :

$$a(t) = A\mathrm{e}^{-\alpha t}u(t) \Rightarrow A(f) = \frac{A}{\alpha + 2j\pi f} \tag{2}$$

2. (1 point) En reconnaissant l'expression de la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre, calculer la fréquence de coupure de $A(f)$ à -3 dB.
3. (1 point) A l'aide de la question précédente, déterminer la condition pour que le signal $x(t)$ puisse être considéré comme un signal à bande étroite. En supposant cette condition satisfaite, déterminer l'expression du signal analytique $Z_x(f)$.
4. (1 point) Exprimer enfin le signal $z_x(t)$ ainsi que l'expression de l'enveloppe complexe $\alpha_x(t)$ de $x(t)$ par rapport à f_0.

2 Communication Analogique

On considère l'architecture suivante :



où $m(t) = \cos 2\pi f_m t$, OL est l'oscillateur local de la forme $A \cos 2\pi f_0 t$, NL un composant non-linéaire ayant pour expression :

$$y(t) = a_2 x(t)^2 + a_1 x(t) + a_0 \tag{3}$$

avec $x(t)$ l'entrée et $y(t)$ la sortie. BPF est un filtre passe-bande centré en f_0. On impose $f_0 \gg f_m$.

1. (1 point) Donner l'expression du signal après la non-linéarité ainsi que l'expression de $s(t)$. Reconnaitre l'expression d'une modulation étudiée en cours.
2. (1 point) Déterminer l'expression du spectre de $s(t)$.
3. (1 point) Déterminer la puissance liée à la porteuse et celle liée au signal modulant. En déduire le rendement de modulation (défini comme la puissance liée au signal modulant divisée par la puissance totale).

Ce signal est transmis vers le récepteur. Au cours de la transmission, le signal est perturbé par un bruit additif blanc gaussien. On décide d'utiliser un détecteur cohérent pour démoduler le signal reçu $r(t)$. (Pour ceux n'ayant pas l'expression de $s(t)$, merci d'utilier l'expression du signal DBAP classique).

1. (1 point) Donner la structure du complète du récepteur.
2. (1 point) Donner les caractéristiques du filtre de réception.
3. (1 point) Déterminer l'expression du signal reçu $r(t)$, bruit compris, après filtrage. Préciser la densité spectrale du bruit.
4. (1 point) En déduire l'expression de l'enveloppe complexe en sortie de filtre. Préciser la densité spectrale de puissance des composante en phase et en quadrature du bruit.
5. (2 points) Déterminer l'expression du signal en sortie du démodulateur cohérent.
6. (2 points) En déduire l'expression du rapport signal sur bruit.

On donne :

$$\cos a \cos b = \frac{\cos(a-b) + \cos(a+b)}{2} \qquad \cos a \sin b = \frac{\sin(a+b) - \sin(a-b)}{2} \qquad \sin a \sin b = \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{2}$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \qquad \sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$S_{PP}(f) = S_{QQ}(f) = S_{XX}^{-}(f - f_0) + S_{XX}^{+}(f + f_0)$$

3 Communication Numérique

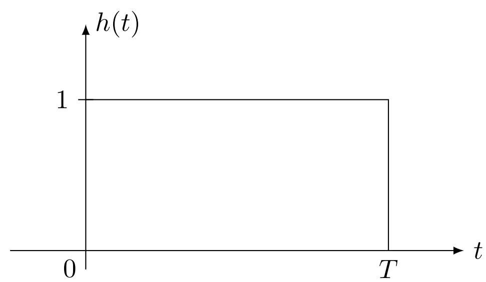
Cet exercice ne nécessite aucune connaissance en communication numérique... On considère le modulateur suivant :

Le codeur réalise le mapping suivant :

$$a_k = \begin{cases} +A & \text{pour } b_k = 1 \\ -A & \text{pour } b_k = 0 \end{cases} \tag{4}$$

et la source est indépendante et identiquement distribuée.

La réponse impulsionnelle $h(t)$ du filtre est :



On donne la formule de Bennett :

$$S_{YY}(f) = \frac{1}{T}|H(f)|^2 \sum_k R_{AA}(k) \exp(-2j\pi fkT) + \frac{1}{T^2}|m_A|^2 \sum_k |H(k/T)|^2 \delta(f - k/T) \tag{5}$$

1. (1 point) Dessiner le signal $y(t)$ lorque la source binaire émet le message 011010010.
2. (1 point) Déterminer l'expression de $m_A = E[a_k]$.
3. (1 point) Déterminer l'expression de $R_{AA}(k) = E\left[[a_n - E(a_n)] \cdot [a_{n-k} - E(a_{n-k})]^*\right]$
4. (1 point) Déterminer l'expression de $|H(f)|^2$
5. (1 point) En déduire l'expression de la densité spectrale de puissance du signal $y(t)$ et la représenter graphiquement.