

Année 2019 – 2020

3<sup>ème</sup> Année**Examen de Traitement du signal déterministe****Cours AC360****Sans Document****Durée : 1h30****Calculatrice non autorisée****Recommandations**

Une attention particulière dans le **soin de la rédaction est recommandée**. Un non-respect de cette contrainte pourra entraîner un malus sur la note finale. Tout résultat devra être justifié par un schéma, une équation ou/et une phrase d'explication.

(Barème indicatif noté entre crochets sur 20 pts)

1. Calculez et tracez le spectre (module et phase) de la fonction

$$x(t) = \text{rect}_T\left(\frac{t}{T}\right) \text{ définie par : [1 pts]}$$

$$x(t) = 1 \text{ pour } t \in \left[-\frac{T}{2}; +\frac{T}{2}\right]$$

$$x(t) = 0 \text{ sinon}$$

2. Si l'on retarde la fonction  $x(t)$  d'un retard  $t_0 = \frac{T}{2}$ , quel sera l'effet sur le spectre de la fonction (Démontrez cet effet)? [1 pts]

3. Soit un signal sinus continu,  $y(t)$ , de fréquence  $f_0 = 1000 \text{ Hz}$ , d'amplitude 1 et de durée infinie. Calculer et tracer le spectre (module et phase)  $y(t)$  du signal  $y(t)$  [1 pts]

4. Si l'on ajoute un signal sinusoidale de fréquence  $f_0 = 1020 \text{ Hz}$  et d'amplitude 1 au signal  $y(t)$ , est-il plus judicieux d'utiliser une fenêtre d'observation de type rectangle ou Hamming ? (Justifiez votre réponse) [1,5 pts]

5. Démontrez le lien entre l'autocorrélation temporelle et la densité spectrale d'énergie. *[1 pts]*
6. Démontrez ce que vaut l'autocorrélation en  $t = 0$  ? *[1 pts]*
7. Le prolongement par des zéros utilisé lors du calcul de la TFD modifie-t-il la fenêtre d'observation du signal ? Quel est son intérêt principal ? *[1 pts]*
8. Vous souhaitez échantillonner un signal dont la fréquence est de 1000 Hz observé sur une durée de 0.5 ms. En théorie, est-il possible de trouver une fréquence d'échantillonnage qui permette de ne pas avoir de repliement de spectre ? En pratique, comment choisir la fréquence d'échantillonnage d'un tel signal ? *[1,5 pts]*
9. Vous souhaitez observer le spectre d'un signal de fréquence maximale de 500 Hz avec une résolution de 0,1 Hz en utilisant la FFT. Quel est la durée d'observation du signal temporel pour obtenir cette résolution ? *[1 pts]*
10. Soit le signal  $s(t)$  périodique de période  $T_0 = 100$  ms tel que sur une demi-période, il est égal à une fonction sinusoïdale de fréquence 100 Hz et nul sur l'autre demi-période. Déterminer l'expression de la transformée de Fourier de  $s(t)$  et représenter son module. *[2 pts]*
11. Soit le système suivant décrit par l'équation aux différences :
 
$$y(n) = 0.5 \cdot x(n) + 1 \cdot x(n - 1) + 2 \cdot x(n - 2) + 1 \cdot x(n - 3) + 0.5 \cdot x(n - 4)$$
  - a. Le système A est-il un filtre RIF ou RII et pourquoi ? *[0.5 pts]*

- b. Calculer et tracer la réponse impulsionnelle du système A. [0.5 pts]
- c. Calculer la fonction de transfert en  $z$  du système. [0.5 pts]
- d. Le filtre est-il à phase linéaire et pourquoi ? [0.5 pts]
- e. Quel est l'intérêt d'une phase linéaire ? Justifiez [1 pts]
- f. Le système est-il stable et pourquoi ? [0.5 pts]
- g. Quel est l'ordre du filtre ? [0.5 pts]

12. L'objectif de l'exercice est de synthétiser un filtre passe-bas,  $h_{TC}(n)$ , de 5 points par la méthode de la fenêtre. Sa fréquence de coupure est de 50 Hz et sa fréquence d'échantillonnage est de 500 Hz.

- a. Tracez  $H(f)$  le spectre du filtre parfait correspondant au cahier des charges [0,5pts]
- b. Calculez les échantillons  $h_{TC}(n)$  de la réponse impulsionnelle finie et causal du filtre. Vous utiliserez une fenêtre rectangle pour la troncature. Représentez proprement la fonction  $h_{TC}(n)$ . [3,5 pts]