

*Durée 1h. Sans calculatrice et sans documents. La qualité et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'évaluation.*

**Exercice 1** (6 points)

Soit  $\Sigma = \{a, b\}$ . Vrai ou faux ? Justifier.

1. Pour tous langages  $L, M \subset \Sigma^*$ ,  $(LM)^* \subset (L \cup M)^*$ .
2. Pour tous langages  $L, M \subset \Sigma^*$ ,  $(LM)^* = (L \cup M)^*$ .
3. Pour tous langages  $L, M \subset \Sigma^*$ ,  $(L^*M^*)^* = (L \cup M)^*$ .

**Exercice 2** (4 points)

Construire un AFN reconnaissant le langage de l'expression régulière  $(ab + ba)^*$ , puis le déterminer.

**Exercice 3** (4 points)

Le langage  $L = \{ww, w \in \{a, b\}^*\}$  des mots composés de deux mots identiques sur l'alphabet  $\{a, b\}$  est-il régulier ? Justifier.

**Exercice 4** (6 points)

Soit  $L_1 = \{a^{3n}, n \in \mathbb{N}\}$  et  $L_2 = \{a^{2n}, n \in \mathbb{N}\}$ .

1. Montrer que  $L_1$  et  $L_2$  sont réguliers.
2. Donner un automate fini qui reconnaît  $L = L_1 - L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$ .
3. Donner une expression régulière dont le langage est  $L$ .

**Exercice 5** (6 points)

Soit  $L = \{a^i b^j, (i, j) \in \mathbb{N}^2 \text{ avec } i \neq j\}$ .

1. Montrer que  $L$  est un langage hors-contexte.
2. Soit  $M$  le langage de l'expression régulière  $a^*b^*$ . Expliciter le langage  $M - L = M \cap \overline{L}$ .
3. Montrer que  $L$  n'est pas un langage régulier.