NOM, PRENOM du candidat :

EXAMEN JANVIER 2016 MA 361 – Partie Traitement du Signal Durée 2h00

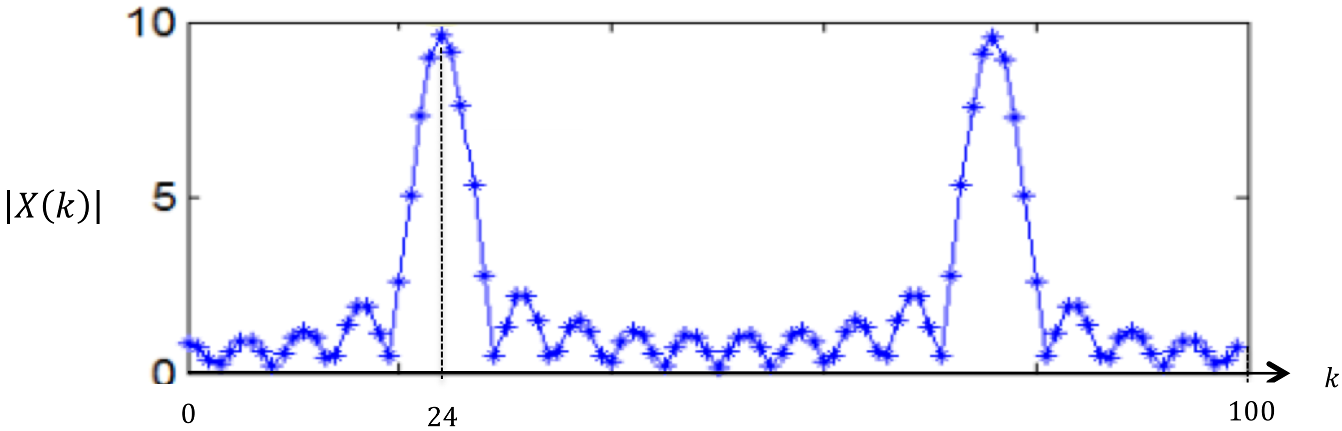
Aucun document autorisé Calculatrice type collège autorisée

REPONDRE SUR DES FEUILLES SEPAREES POUR CHAQUE EXERCICE

EXERCICE I *(5 pts)* ***REPONDRE SUR LE SUJET et LE RENDRE***

a- (2 pts) TFD d'un signal temporel échantillonné :

La Transformée de Fourier Discrète (TFD) d'un signal sinusoïdal de fréquence $f_0 = 750\ Hz$ et comportant N échantillons est représentée ci-dessous.



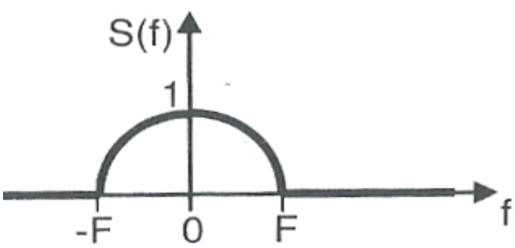
Où k est un indice entier et l'échelle des ordonnées est arbitraire. La courbe reliant les points entre eux est ajoutée.

Compléter le tableau suivant ***en justifiant*** *(à l'aide de formules littérales puis de valeurs numériques)* ***dans la case et sur le schéma si besoin*** :

Nombre d'échantillons N	Incrément fréquentiel Δf	Fréquence d'échantillonnage F_e	Fréquence et indice k du deuxième pic	Durée Δt du signal temporel qui a permis de calculer cette TFD	Durée T de la fenêtre rectangulaire qui a été utilisée pour apodiser le signal au cours de l'acquisition	Nombre de zéro ajoutés (zéro-padding) après l'acquisition

b- (1 pt) On échantillonne, sans précautions particulières, un signal analogique ($s(t)$) dont le spectre ($S(f)$) est représenté ci-contre ($F = 500\ Hz$). L'effet de la fenêtre d'apodisation n'est pas pris en compte.

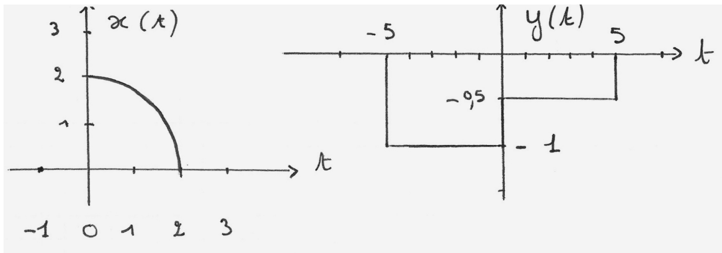
Représenter ***ci-dessous*** aussi précisément que possible sans calcul, la *Transformée de Fourier à temps discret (TFd)* du signal ainsi obtenu sur la plage de fréquences $f \in [0; 2000\ Hz]$ pour une fréquence d'échantillonnage $F_e = 750\ Hz$ en indiquant ***clairement*** la graduation de l'axe des fréquences. Commenter brièvement.



NOM, PRENOM du candidat :
EXAMEN JANVIER 2016 MA 361 – Partie Traitement du Signal Durée 2h00
Aucun document autorisé Calculatrice type collège autorisée

c- (2 pts) ***Questions à Choix Multiple** – toute réponse erronée enlève 0,5 pt :*

i- Soient les fonctions $x(t)$ et $y(t)$:



Le produit de convolution analogique $\left(x(t) * y(t) = \int_{\mathbb{R}} x(\tau).y(t-\tau).d\tau\right)$ vaut, en t = -1, $[x(t) * y(t)](t=-1) =$

☐ $-\frac{\pi}{2}$ ☐ 0 ☐ $-\pi$ ☐ 2π ☐ aucune réponse

ii- Soient les échantillons $X(0) = -1$; $X(1) = 1+j$; $X(2) = 8$; $X(3) = -j$ *et* $X(4) = X(5) = 0$. La TFD inverse de ce signal à support fini $\left(x(n) = \frac{1}{N}.\sum_{k=0}^{N-1} X(k).W_N^{+n.k}\right)$ vaut, en $n = 3$, $x(3) =$

☐ $\frac{1}{5} - \frac{3}{5}.j$ ☐ $1-j$ ☐ $\frac{1}{5}.e^{\frac{j\pi}{5}}$ ☐ 1 ☐ aucune réponse

REPONDRE SUR DES FEUILLES SEPAREES POUR CHAQUE EXERCICE

EXERCICE II : Etude d'un filtre numérique *(5 pts)*

REPONDRE SUR UNE FEUILLE D'EXAMEN

Rappel : les n racines n^ième d'un nombre complexe de module 1 ($z = e^{j.\alpha}$) sont $e^{j.\left(\frac{\alpha}{n}+k.\frac{2\pi}{n}\right)}$ avec $k \in [0; n-1]$

Soit un filtre numérique défini par l'équation aux différences suivante :

$y(n) = x(n) + x(n-L)$ où $L \in \mathbb{N}$ (la période d'échantillonnage est $T_e = 50\,ns$)

0- A-t-on affaire à un filtre à réponse impulsionnelle finie ou infinie ?
1- Calculer la transformée en z *de* $x(n-L)$.
2- En déduire que la fonction de transfert du système est $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1+z^L}{z^L}$.
3- Montrer qu'elle comporte L pôles et L zéros dont vous donnerez *les expressions complexes détaillées*. Ce filtre est-il causal, stable ?

Pour les 2 cas $L = 2$ *puis* $L = 3$:

4- Représenter géométriquement $H(z)$ dans le plan en z en prenant $M(z)$ sur le cercle unité ($|z| = 1$). Vous nommerez par des lettres les différents zéros et pôles et vous exprimerez le module de la fonction de transfert en fonction de ces lettres.
5- En déduire, dans chaque cas, les valeurs des fréquences pour lesquelles la fonction de transfert s'annule.

6- Pour L quelconque, quelle est l'expression compacte de la réponse en fréquence $H(f)$ de ce filtre ?
7- Pour les 2 cas $L = 2$ *puis* $L = 3$, tracer $|H(f)|$ pour $f \in [0, F_e[$ (en graduant correctement les axes). A quel type de filtre a-t-on affaire.