

# **Этап 2**

**Электрический пробой**

Дымченко Д.Ю.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Этап 2</b>	<b>5</b>
1.1	Докладчики . . . . .	5
1.2	Содержание . . . . .	5
1.3	1. Введение . . . . .	6
1.3.1	Актуальность . . . . .	6
1.3.2	Объект и предмет исследования . . . . .	6
1.3.3	Цель работы . . . . .	6
1.3.4	Задачи . . . . .	7
1.4	2. Выбор подхода к моделированию . . . . .	7
1.4.1	Аналитические модели . . . . .	7
1.4.2	Численные методы . . . . .	8
1.4.3	Particle-in-Cell (PIC) . . . . .	9
1.5	<b>Инструменты:</b> KARAT, COMSOL Plasma Module, VPIC. . . . .	9
1.6	3. Алгоритм моделирования пробоя . . . . .	9
1.6.1	Входные параметры (рис. 1.1). . . . .	10
1.6.2	Пошаговый алгоритм (рис. 1.2). . . . .	10
1.7	4. Инструменты и коды . . . . .	11
1.7.1	Python (для аналитики и простых моделей) . . . . .	11
1.7.2	COMSOL/ANSYS (для FEM) . . . . .	12
1.7.3	KARAT (для PIC-моделирования) . . . . .	12
1.8	5. Дополнительные исследования . . . . .	12
1.9	6. Выводы . . . . .	12
1.10	7. Список литературы . . . . .	13

# Список иллюстраций

1.1	Входные параметры . . . . .	10
1.2	Пошаговый алгоритм . . . . .	10
1.3	Листинг . . . . .	11
1.4	Входные данные . . . . .	12

## **Список таблиц**

# 1 Этап 2

## 1.1 Докладчики

- Амуничников Антон Игоревич
  - Леснухин Даниил Дмитриевич
  - Майзингер Эллина Сергеевна
  - Дымченко Дмитрий Юрьевич
  - Матюхин Павел Андреевич
  - Понамарев Алексей Михайлович
- 

## 1.2 Содержание

1. Введение
  2. Выбор подхода к моделированию
  3. Алгоритм моделирования пробоя
  4. Инструменты и коды
  5. Дополнительные исследования
  6. Выводы
  7. Список литературы
-

## **1.3 1. Введение**

### **1.3.1 Актуальность**

Надёжная оценка распределения электрического поля и критических условий пробоя является ключевым аспектом при проектировании изоляционных систем, выборе материалов, а также обеспечении электробезопасности и надёжности устройств. Особую актуальность данное направление приобретает в приложениях, где присутствует сложная геометрия электродов или неоднородные диэлектрические среды. В таких случаях аналитические методы оказываются недостаточными, и требуется использование численного моделирования — в частности, методов конечных элементов (FEM) и других подходов, способных точно воспроизводить реальные условия. Кроме того, развитие концепции «цифрового двойника» в инженерных задачах требует высокой точности и воспроизводимости моделей электрического пробоя.

Также важным фактором является переход от эмпирических моделей (например, кривой Пашена) к более универсальным физически обоснованным методам, которые позволяют учитывать пространственную неоднородность, временную динамику и взаимодействие с материалами.

### **1.3.2 Объект и предмет исследования**

- Процесс электрического пробоя в диэлектрической среде при наличии неоднородного электрического поля.
- Методы численного моделирования электрического поля и условий пробоя в системах с различной геометрией электродов и граничными условиями.

### **1.3.3 Цель работы**

Целью настоящего исследования является и анализ численных методов моделирования электрического пробоя в неоднородных электрических полях с

учётом геометрии электродов, граничных условий и критических параметров среды.

### 1.3.4 Задачи

1. Рассмотреть основные способы моделирования пробоя
  2. Составить математическую модель для расчёта электрического поля.
  3. Настроить численное моделирование с помощью разных алгоритмов.
- 

## 1.4 2. Выбор подхода к моделированию

Электрический пробой можно описывать разными методами в зависимости от:

- **Среды** (газ, жидкость, твёрдый диэлектрик),
- **Точности** (простая аналитическая модель или сложное численное моделирование),
- **Цели** (расчёт пробивного напряжения, визуализация процесса, исследование динамики).

### 1.4.1 Аналитические модели

**Подходят**, если нужно быстро оценить параметры пробоя без детального рассмотрения физики.

#### 1.4.1.1 Закон Пашена

Применяется для **газовых разрядов** (например, искровой пробой в воздухе).  
Формула Пашена:

$$U_{\text{пробоя}} = \frac{B \cdot p \cdot d}{\ln(A \cdot p \cdot d) - \ln(\ln(1 + 1/\gamma))}$$

Где:

- ( p ) – давление газа,
- ( d ) – расстояние между электродами,
- ( A, B ) – эмпирические коэффициенты,
- (  $\gamma$  ) – коэффициент вторичной эмиссии.

**Пример для воздуха:**  $A \approx 15 \text{ м}^{-1} \cdot \text{Па}^{-1}$ ,

$$B \approx \frac{365 \text{ В}}{\text{м} \cdot \text{Па}}$$

**Когда можно использовать?**

- Для оценки пробивного напряжения в однородном поле.
- Если не нужна детальная динамика процесса.

## 1.4.2 Численные методы

**Нужны, если требуется смоделировать распределение поля, зарождение стримеров, неоднородные поля.**

### 1.4.2.1 Метод конечных элементов (FEM)

**Для чего необходим?**

- Расчёт распределения электрического поля  $\vec{E} = -\nabla\phi$ .
- Учёт сложной геометрии электродов.

**Шаги:**

1. Решить уравнение Пуассона:

$$\nabla^2\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$



2. Добавить условия на границах (например,  $\phi = U$  на катоде,  $\phi = 0$  на аноде).
3. Найти  $\vec{E}$  и проверить, где  $|\vec{E}|$  превышает критическое значение  $E_{\text{крит}}$ .

**Инструменты:** COMSOL, ANSYS, FEniCS (Python)

### 1.4.3 Particle-in-Cell (PIC)

**Для чего?**

- Моделирование движения заряженных частиц (электронов, ионов) в самосогласованном поле.

**Алгоритм:**

1. Разбить область на сетку.
2. На каждом шаге:
  - Рассчитать поле на сетке.
  - Переместить частицы в этом поле.
  - Учесть столкновения и ионизацию.

## 1.5 Инструменты: KARAT, COMSOL Plasma Module, VPIC.

## 1.6 3. Алгоритм моделирования пробоя

Рассмотрим **газовый пробой** (например, в воздухе) с использованием **уравнения Таунсенда**.

### 1.6.1 Входные параметры (рис. 1.1).

Параметр	Обозначение	Пример значения
Давление газа	$p$	101325 Па (1 атм)
Зазор	$d$	0.001 м (1 мм)
Напряжение	$U$	3000 В
Коеф. ионизации	$\alpha$	Зависит от $E/p$
Коеф. эмиссии	$\gamma$	0.01

Рис. 1.1: Входные параметры

### 1.6.2 Пошаговый алгоритм (рис. 1.2).

#### Шаг 1. Проверка критерия пробоя

1. Рассчитать напряжённость поля:

$$E = \frac{U}{d}$$

2. Найти  $\alpha$  (коэффициент Таунсенда):

$$\alpha = A \cdot p \cdot e^{-\frac{B \cdot p}{E}}$$

3. Проверить условие пробоя:

$$\alpha \cdot d \geq \ln \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right)$$

Рис. 1.2: Пошаговый алгоритм

#### Шаг 2. Численное моделирование (если нужно)

Если поле неоднородное, используем FEM:

1. Задать геометрию (например, игла–плоскость).
2. Решить уравнение Пуассона.

3. Найти области, где  $E > E_{\text{крит}}$ .

### Шаг 3. Визуализация

- График  $U_{\text{проб}}(d)/U_{\text{порог}}(d)$  (кривая Пашена).
  - Распределение  $\vec{E}$  в COMSOL / Matplotlib.
- 

## 1.7 4. Инструменты и коды

### 1.7.1 Python (для аналитики и простых моделей)

#### Библиотеки

- numpy, scipy — расчёты,
- matplotlib — графика,
- PyBoltz — моделирование пробоя в газах.

Пример кода для кривой Пашена: (рис. 1.3).

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Константы для воздуха
A = 15 # 1/(Pa*m)
B = 365 # V/(Pa*m)
gamma = 0.01

# Функция Пашена
def paschen_voltage(p, d):
    return B * p * d / (np.log(A * p * d) - np.log(np.log(1 + 1/gamma)))

# Давление (Па), зазор (м)
p = 101325
d_values = np.linspace(1e-6, 0.01, 100)
U_breakdown = [paschen_voltage(p, d) for d in d_values]

# График
plt.plot(d_values * 1000, U_breakdown)
plt.xlabel("Зазор, мм")
plt.ylabel("Напряжение пробоя, В")
plt.title("Кривая Пашена для воздуха при p=1 атм")
plt.grid()
plt.show()
```

Рис. 1.3: Листинг

### 1.7.2 COMSOL/ANSYS (для FEM)

1. Создать геометрию электродов.
2. Задать параметры газа.
3. Добавить модуль **Electrostatics** или **Plasma**.

### 1.7.3 KARAT (для PIC-моделирования)

Пример входного файла: (рис. 1.4).

```
TIME 1e-9 # время моделирования
GRID 100 100 100 # сетка
GAS AIR # газ
VOLTAGE CATHODE 0 ANODE 3000 # напряжение
```

Рис. 1.4: Входные данные

---

## 1.8 5. Дополнительные исследования

Если необходимо углубиться, требуется исследовать:

- **Влияние влажности на пробой** (увеличивает  $U_{\text{пробой}}$ ).
- **Неоднородные поля** (игла-плоскость).
- **Динамика стримеров** (нужны PIC-коды).

---

## 1.9 6. Выводы

В ходе работы были рассмотрены основные алгоритмы математического моделирования электрического пробоя с использованием как численных методов, так и языков программирования и прочих инструментов.

---

## 1.10 7. Список литературы

1. Пашен Ф. “Электрические разряды в газах”, Москва, 1985.
2. Fridman A., Kennedy L. “Plasma Physics and Engineering”, CRC Press, 2011.
3. Кумпан В.О. “Диэлектрики и их применение”, СПб, 2002.