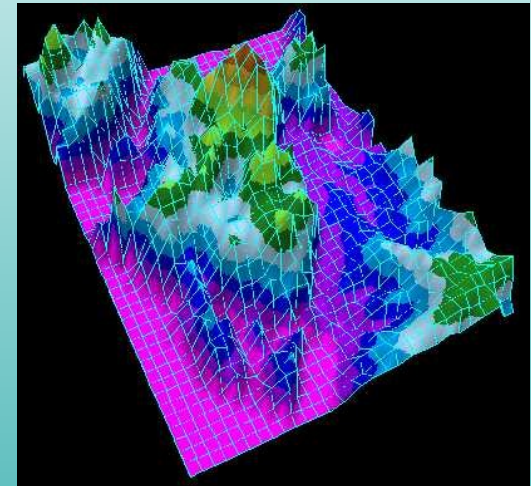




UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

# GEOESTADÍSTICA APLICADA

Tema: **Métodos de  
Simulación**



Instructores:

Dr. Martín A. Díaz Viera ([mdiazv@imp.mx](mailto:mdiazv@imp.mx))

Dr. Ricardo Casar González  
([rcasar@imp.mx](mailto:rcasar@imp.mx))

2020

# Contenido

- Introducción
- Objetivos de la simulación
- Condicionamiento
- Simulación vs Estimación
- Simulación condicional
- Métodos de simulación más conocidos
- Métodos del tipo Gaussiano
- **Métodos para FA categóricas**
- Secuencial Indicador
- Gaussiano Truncado (Monogaussiano)
- Plurigaussiano
- Booleano
- **Métodos para FA continuas**
- Bandas Rotantes
- Secuencial Gaussiano
- Recocido Simulado

# Introducción

- Las estimaciones espaciales obtenidas empleando incluso Kriging, son demasiadas imprecisas debido a la carencia de información (incertidumbre).
- No se dispone de un conocimiento exacto de la realidad "*in situ*" y la información disponible en muchos casos está usualmente muy fragmentada y se limita fundamentalmente al conocimiento de unos pocos puntos muestrales
- Una simulación entonces consiste en obtener una nueva realización de la FA.

# Objetivos de la simulación

- La idea básica detrás de las *simulaciones estocásticas* consiste en obtener nuevas realizaciones “artificiales” de una FA de manera tal que éstas posean las mismas propiedades estadísticas de la FA.
- Pero no conocemos con precisión las propiedades estadísticas de las FA y cuando más lo que podemos hacer es inferirlas a través de una sola realización o muestra de la misma
- Entonces lo que se hace es intentar obtener realizaciones simuladas que sean estadísticamente equivalentes a la muestra que se posee de la FA.

# Objetivos de la simulación

- La *equivalencia estadística* en un sentido estricto significa que todas las simulaciones tengan la misma distribución de probabilidad de la FA que se simula.
- Mayormente nos tenemos que conformar con que al menos reproduzcan los momentos de primer y segundo orden que inferimos a partir de una muestra de la FA.

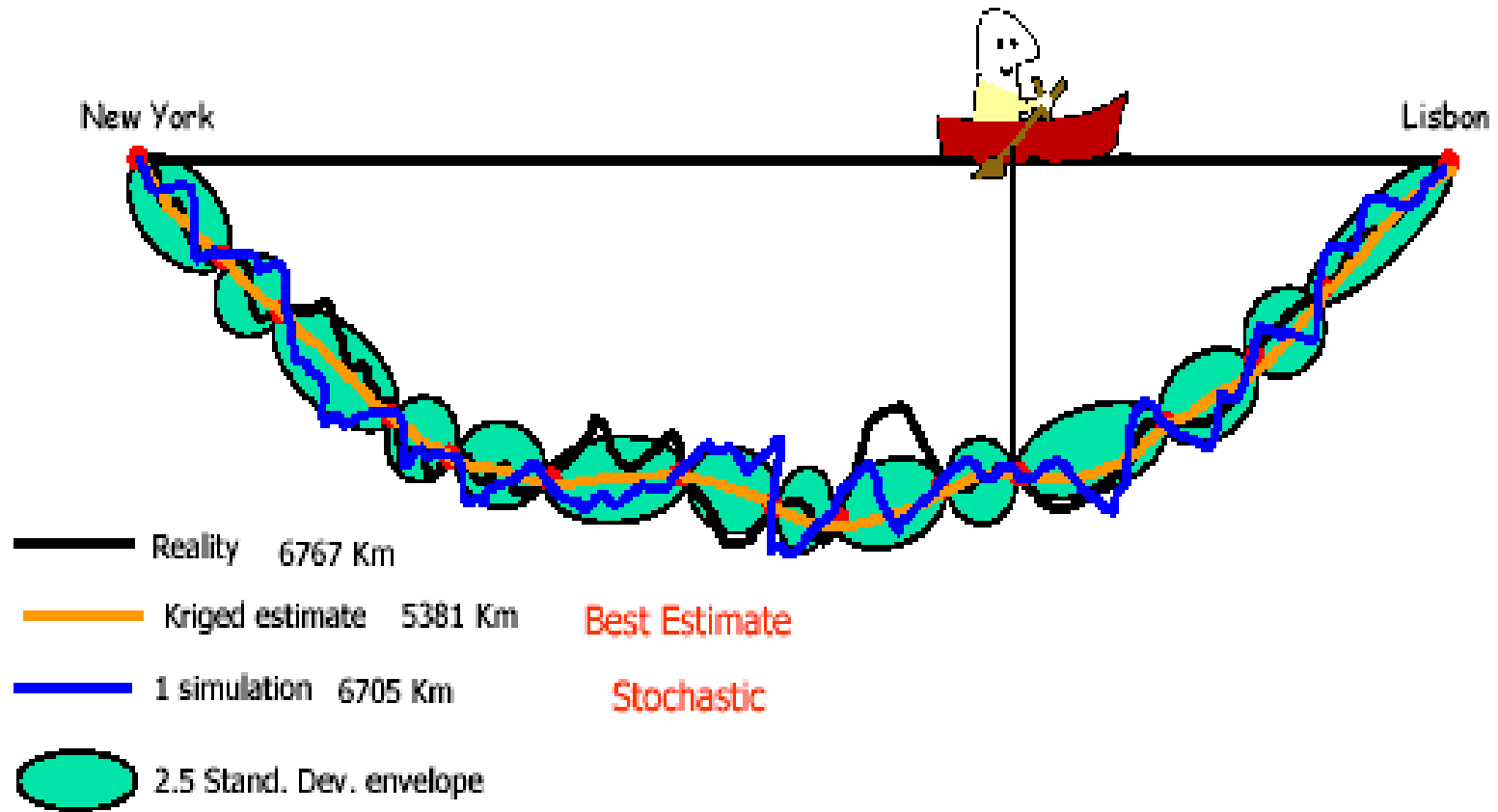
# Condicionamiento

- Resulta deseable quedarse solamente con aquellas simulaciones que en los puntos muestrales los valores simulados coinciden con los valores experimentales
- A estas realizaciones de la FA se les conoce como:

***“Simulaciones Condicionales”***

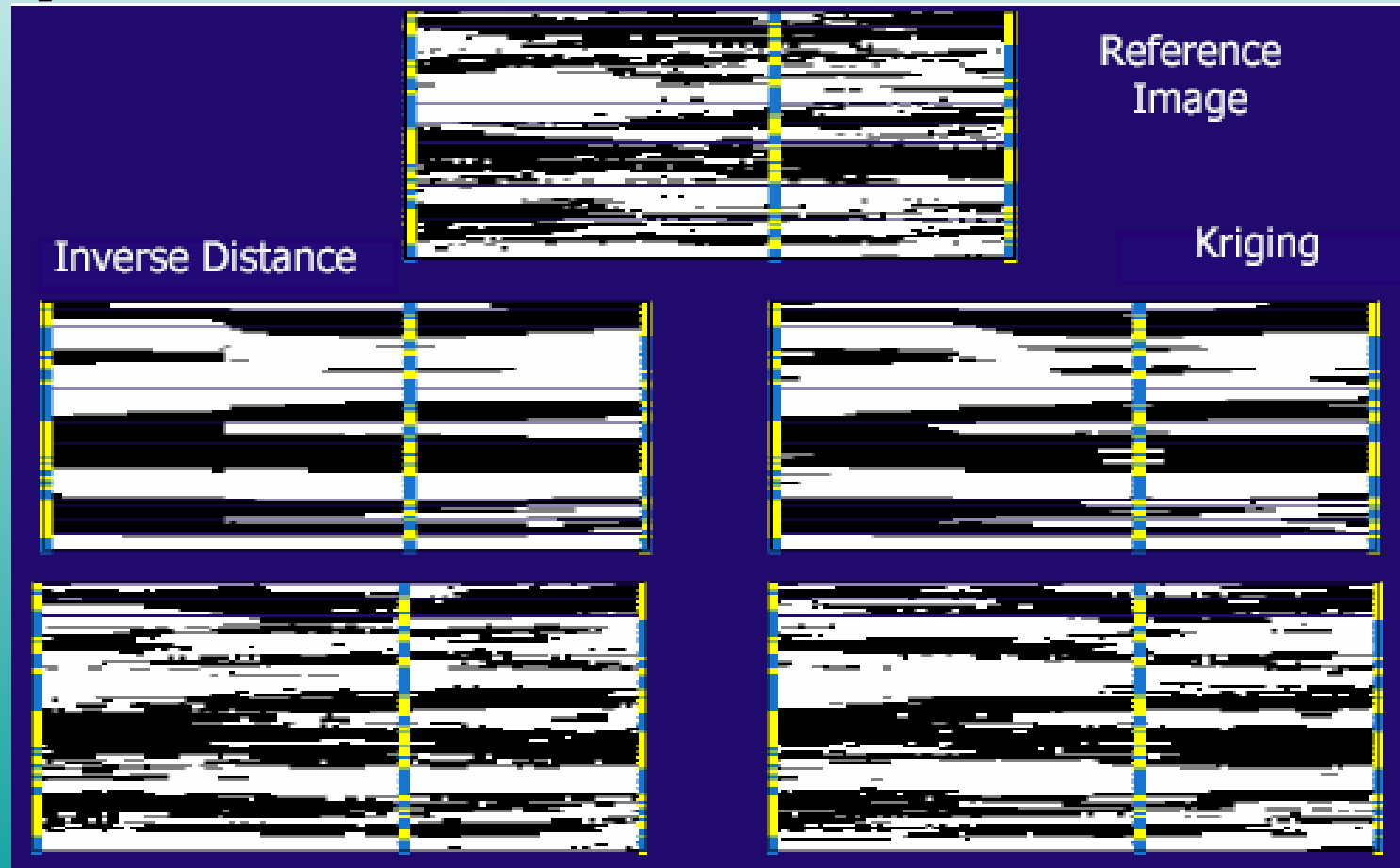
# Simulación vs Estimación

El Kriging produce un suavizado de las dispersiones (variabilidades) reales.



# Simulación vs Estimación

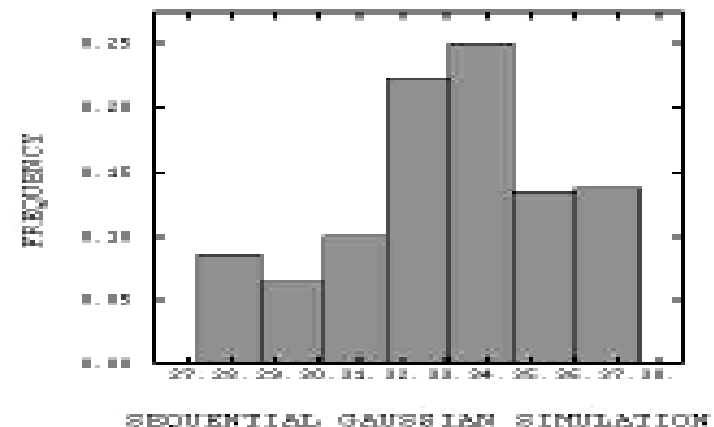
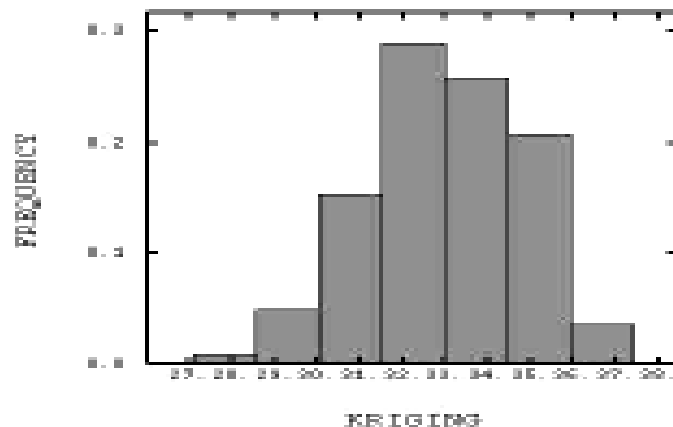
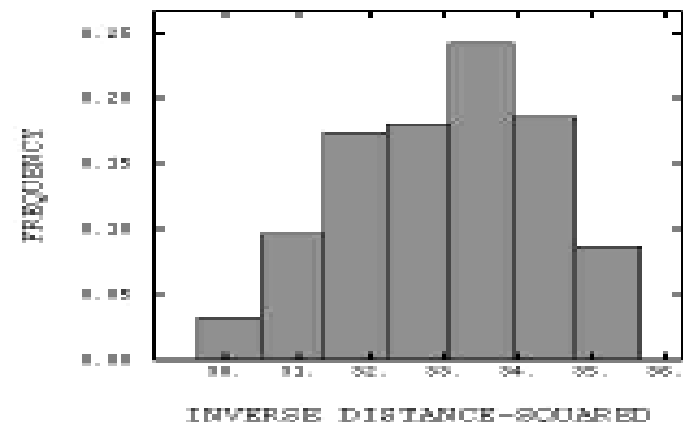
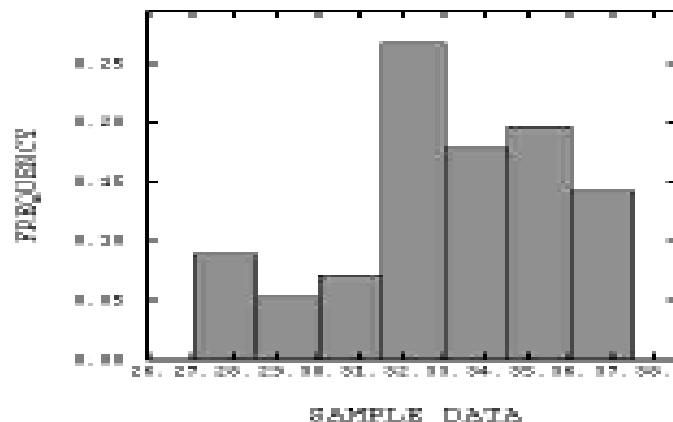
Mientras que las simulaciones reproducen la variabilidad espacial de los valores reales.





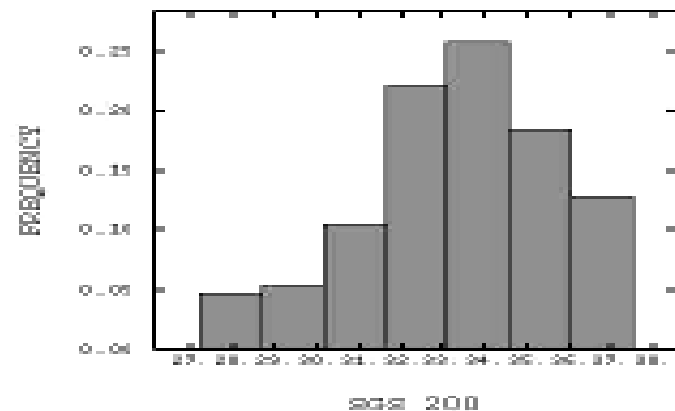
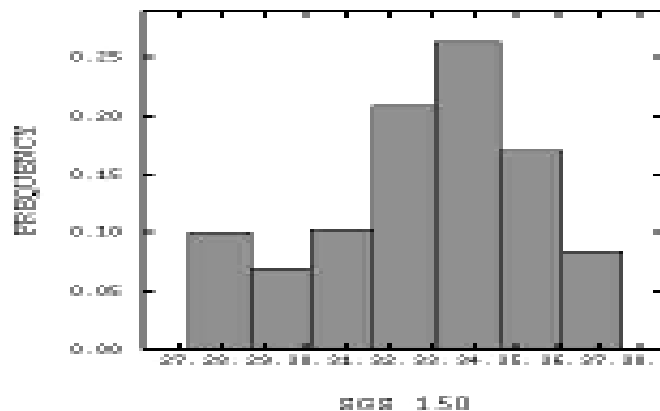
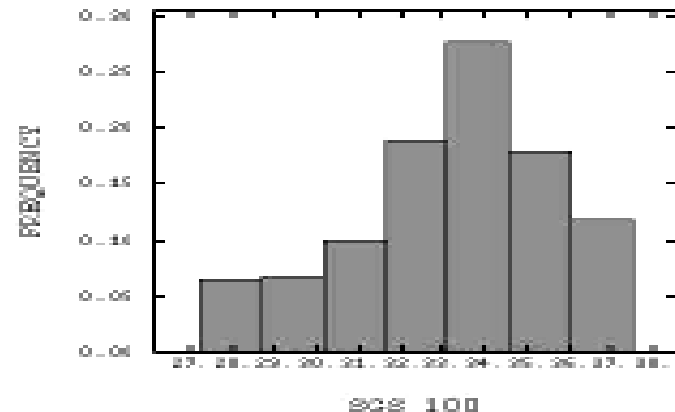
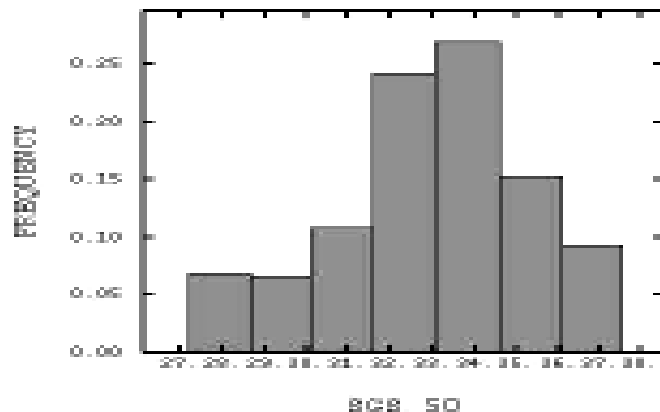
# Simulación vs Estimación

Los estimadores no reproducen las propiedades estadísticas de la FA.



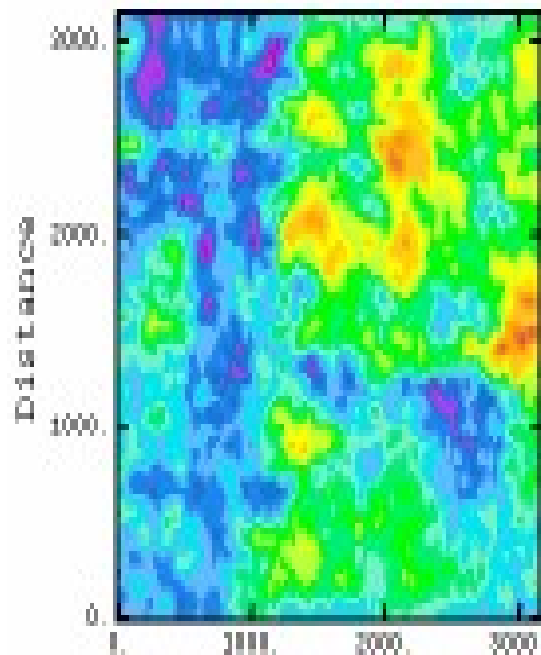
# Simulación vs Estimación

Mientras que la simulación reproduce las propiedades estadísticas de la FA.

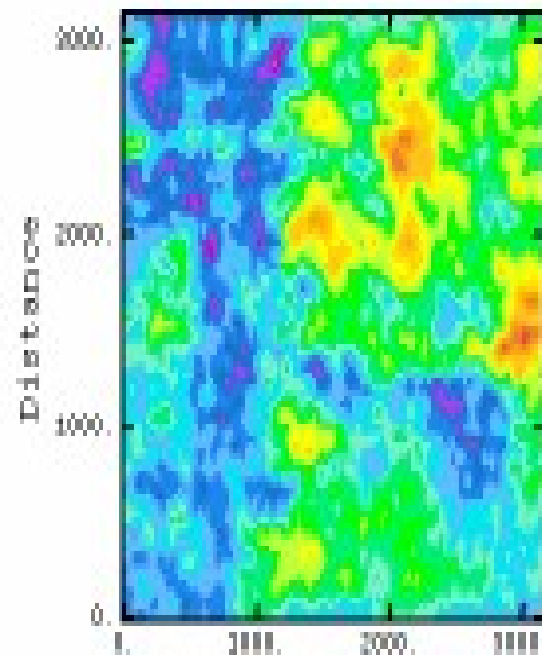
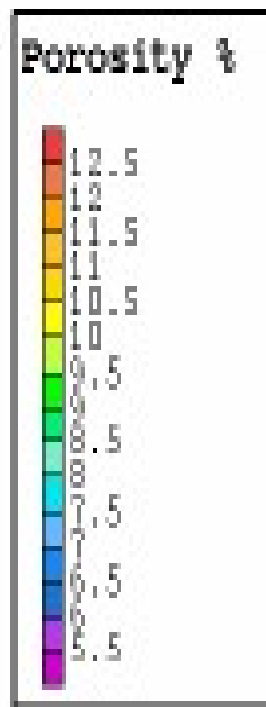


# Simulación vs Estimación

Cuando se cuenta con “muchacha información” pueden ser equivalentes o complementarios



**Collocated  
CoKriging**



**Mean of 50  
Simulations**

# Simulación vs Estimación

## Ventajas y Desventajas

### ➤ Estimaciones

- ☹ Dependenden fuertemente número de puntos y de su distribución espacial
- ☺ No requieren de mucho esfuerzo de computo

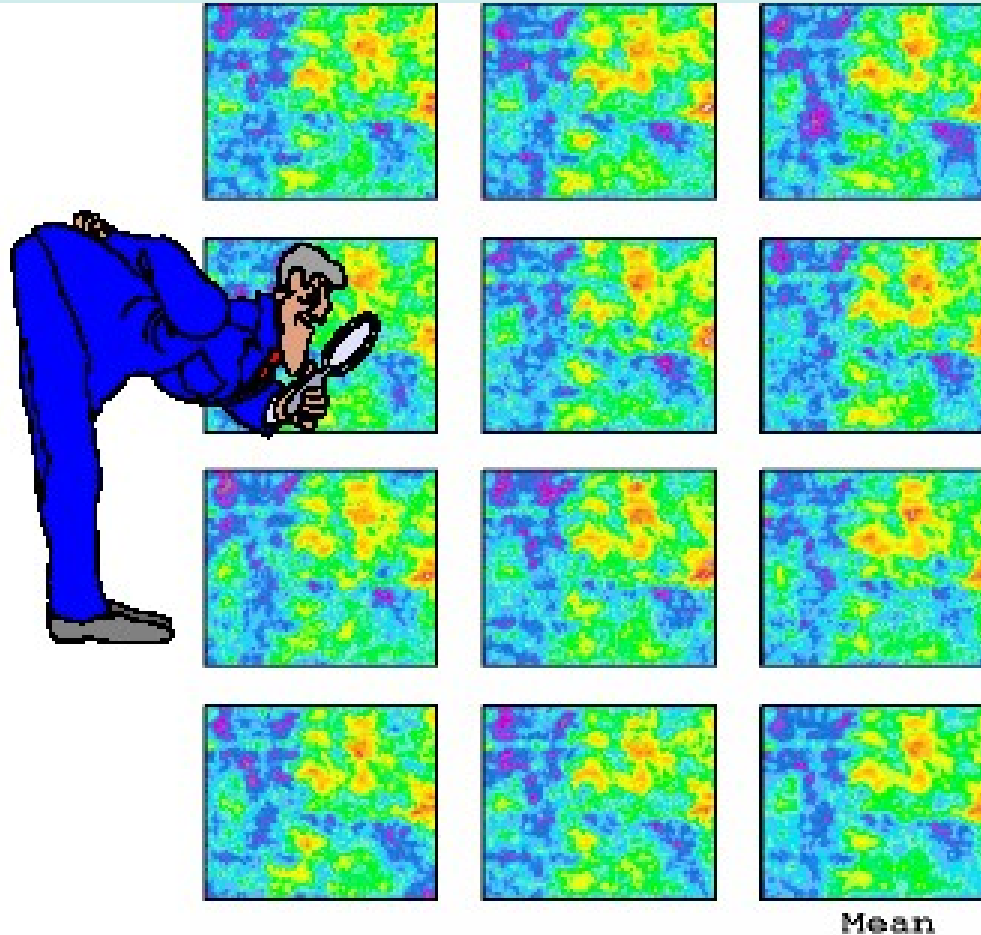
### ➤ Simulaciones

- ☺ No dependen tan fuertemente del número de puntos y de su distribución espacial
- ☹ Son más demandantes computacionalmente

# Simulación Condicional

- Existe un número infinito de realizaciones que cumplen con la condición de que sus valores simulados coinciden con los valores experimentales
- La simulación condicional puede ser perfeccionada agregándole toda una suerte de información cualitativa disponible del fenómeno real. Como por ejemplo en el caso de un yacimiento se le puede añadir la geometría de las fallas principales, restringir la variación de una facies con la sísmica, complementar el conocimiento de una propiedad petrofísica con un atributo sísmico, etc.

# Simulación Condicional



!!! Todas las simulaciones son equiprobables!!!

Pregunta: ¿Cuál debemos usar?

Respuesta: Tomar el promedio

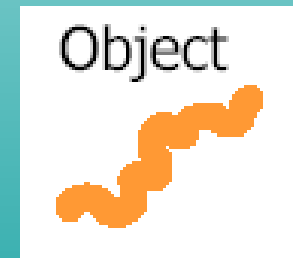
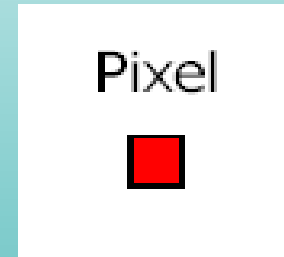
# Métodos de simulación

<b>Método</b>	<b>Cond.</b>	<b>Gaussiano</b>	<b>Malla Regular</b>
Secuencial Indicador	Si	No	No
Gaussiano Truncado	Si	Si	No
Plurigausiano	Si	Si	No
Booleano	No	No	No
Bandas Rotantes	No	Si	No
Secuencial Gaussiano	Si	Si	No
Recocido Simulado	Si	No	Si

# Métodos de simulación

Según la geometría:

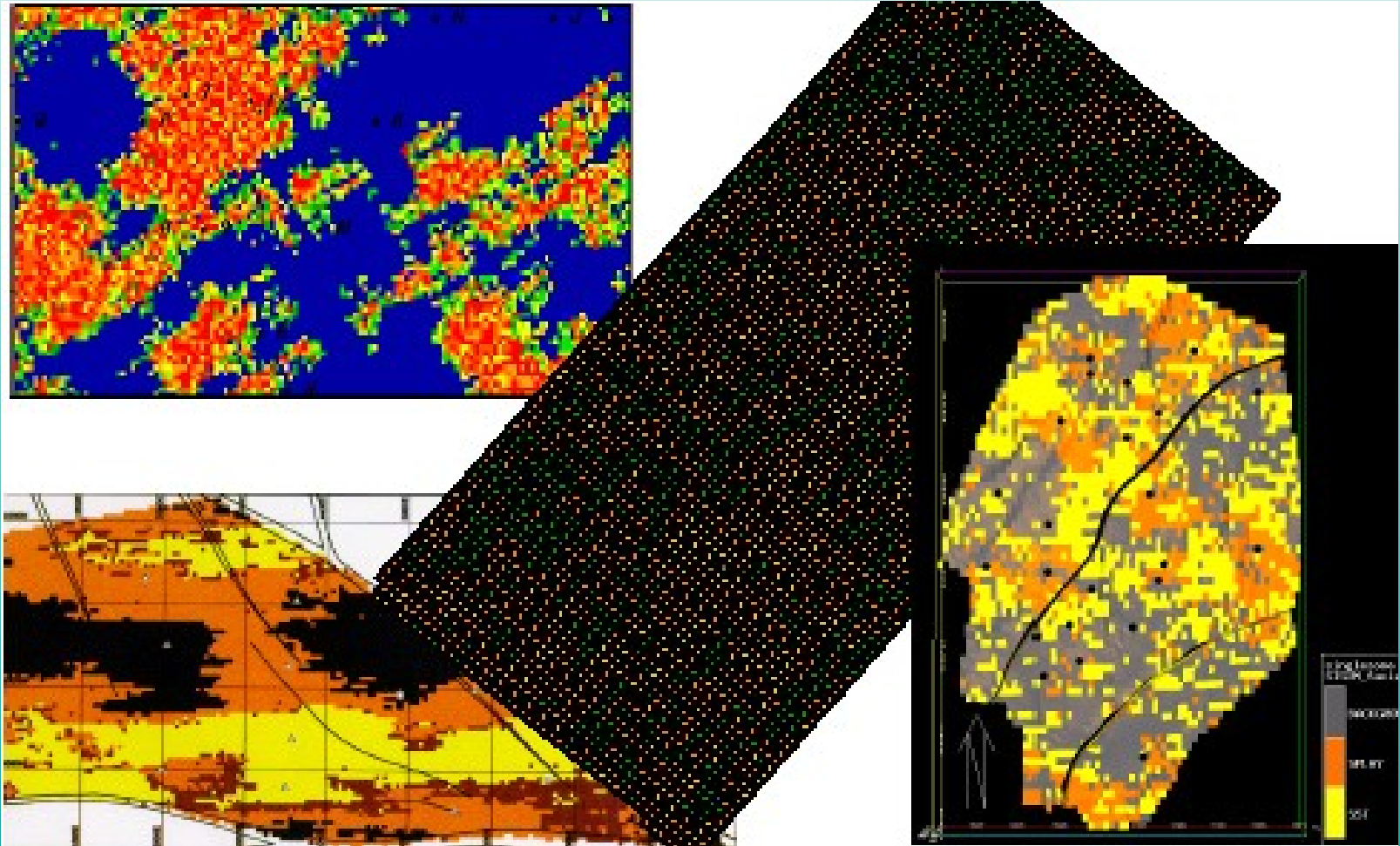
- ☐ Basadas en celdas (pixeles)
- ☐ Basadas en objetos  
(simulaciones booleanas)





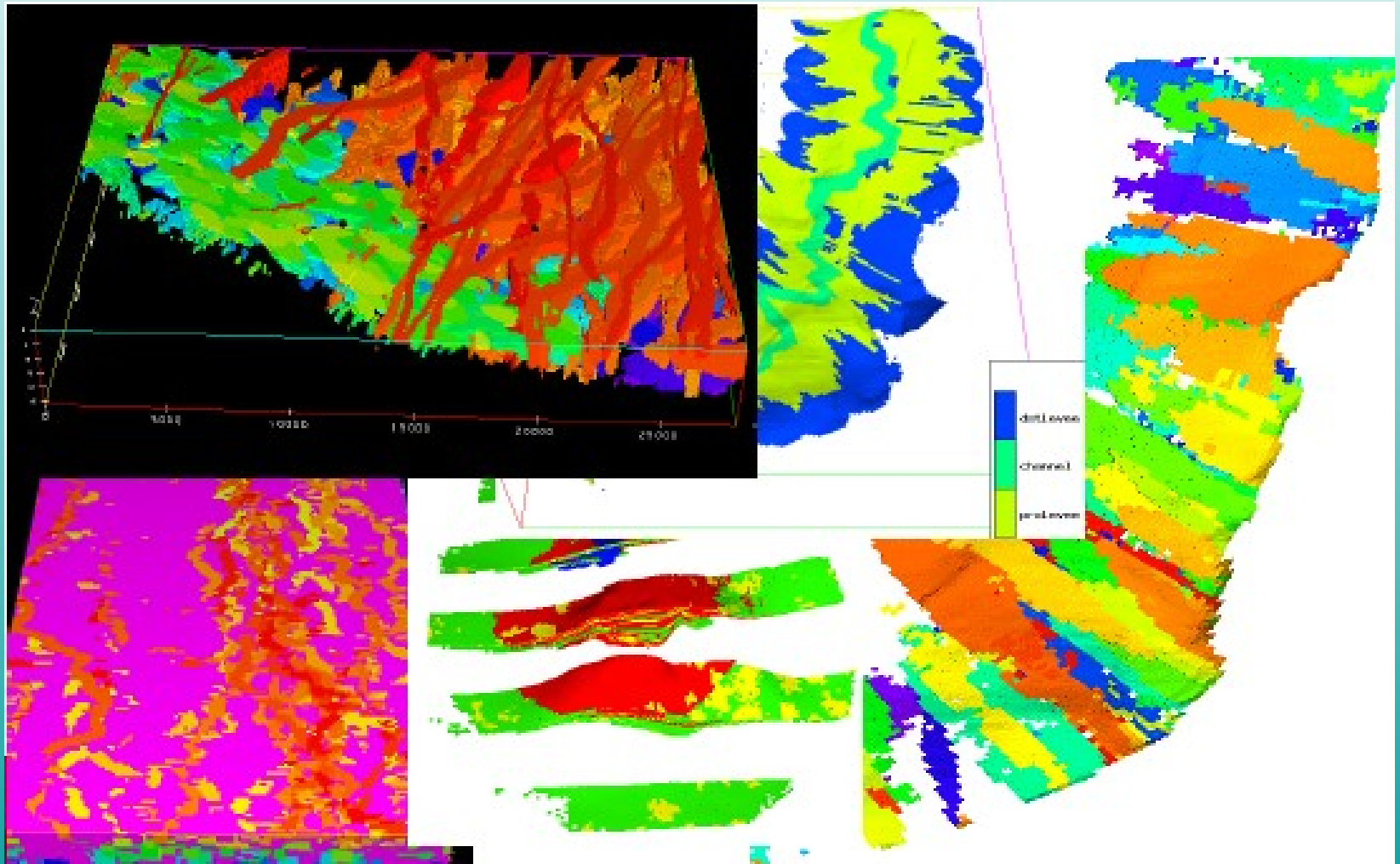
# Métodos de simulación

## Ejemplo: Simulaciones Basadas en Celdas



# Métodos de simulación

## Ejemplo: Simulaciones Basadas en Objetos



# Métodos de tipo Gaussiano

- Estos métodos requieren que la FDP multivariada de la función aleatoria a simular sea Gaussiana.
- La mayoría de los fenómenos de ciencias de la tierra no presentan histogramas simétricos y mucho menos gaussianos.
- Necesitamos transformar a la FA de manera que resulte su FDP normal.

# Métodos de tipo Gaussiano

- A este tipo de transformación se le conoce como *anamorfosis*.
- En la práctica los  $n$  datos de la muestra de  $Z$  son ordenados de modo creciente :

$$z^{(1)} \leq z^{(2)} \leq \dots \leq z^{(n)}$$

- La FDP acumulativa de  $z$  está dada por

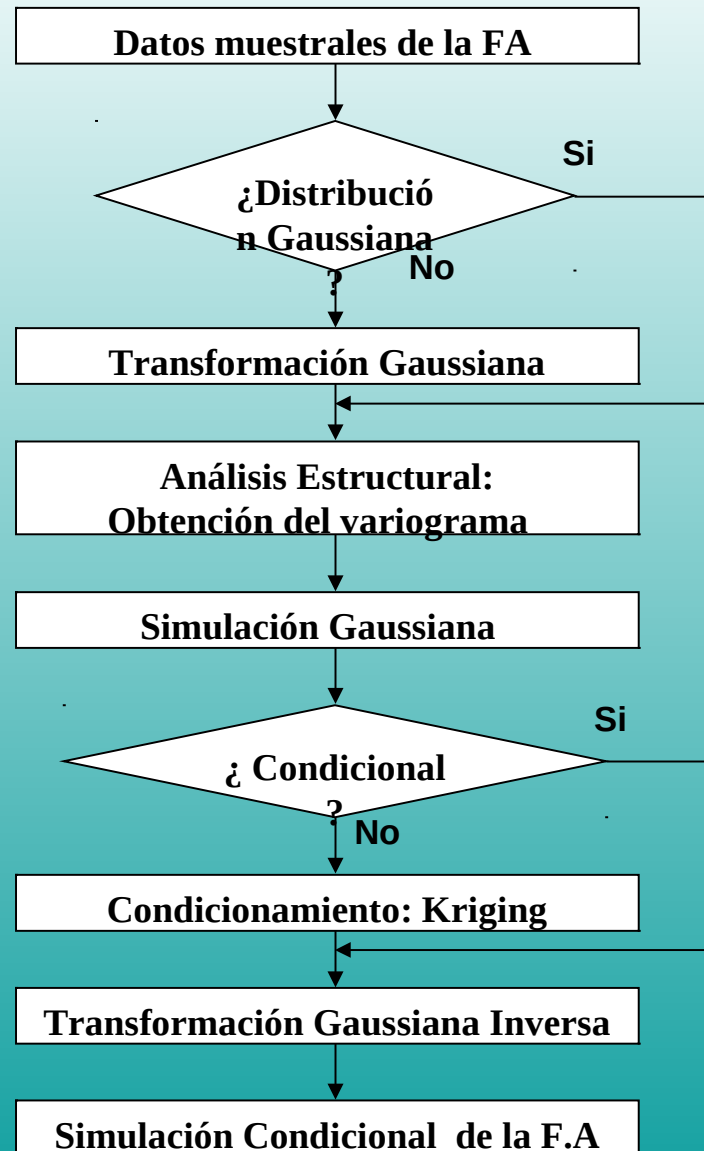
$$F_z(z^{(k)}) = k/n$$

- Entonces la transformación correspondiente sería

$$y^{(k)} = G^{-1}(k/n)$$

# Métodos de tipo Gaussiano

## Esquema general de las Simulaciones de tipo Gaussianas



# Métodos para FA categóricas

# Métodos para FA categóricas

Son métodos de simulación para datos discretos:

- Secuencial Indicador
- Gaussiano Truncado o Monogaussiano
- Plurigaussiano
- Booleano o de Objetos

# Método Secuencial Indicador

- Desarrollado por Alabert (1987b) y Journel (1989). Es el caso correspondiente a la simulación de indicadores anidados usando el método secuencial.
- En particular si se considera un solo indicador debido a que toma valores sólo de 0 y 1, la distribución condicional se reduce su valor esperado condicional, que en general es no conocido.
- Alabert y Journel propusieron usar en su lugar la estimación mediante kriging simple del indicador, la cual preserva la media y la covarianza de la FA que comparado con el método de condicionamiento estándar tiene la ventaja de producir simulaciones binarias que reproducen el histograma de la FA.



# Método Secuencial Indicador

- Un nuevo valor simulado se obtiene a partir de la FDP estimada usando los valores observados (datos) y los valores previamente simulados en una vecindad del punto.
- En dependencia de cómo se estime la función distribución de probabilidad, existen dos métodos secuenciales:
- **Secuencial Indicador**
- **Secuencial Gaussiano**

# Método Secuencial Indicador

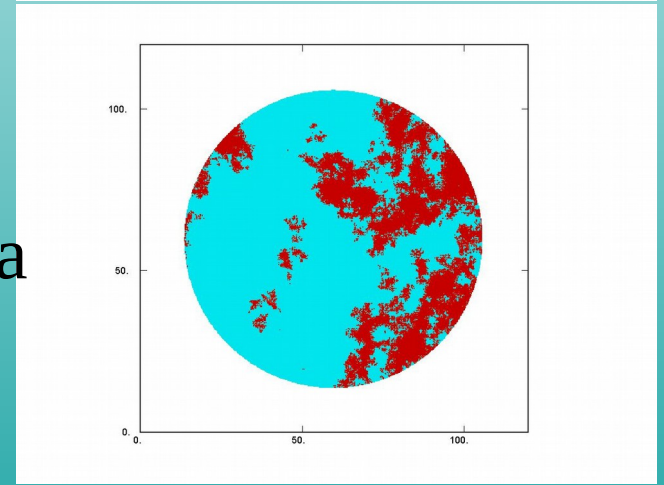
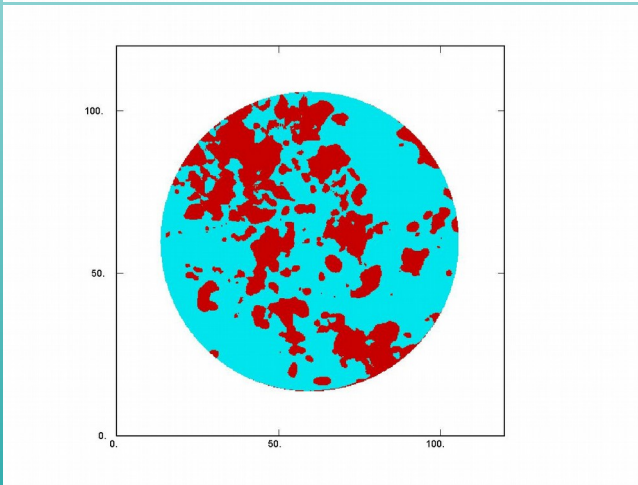
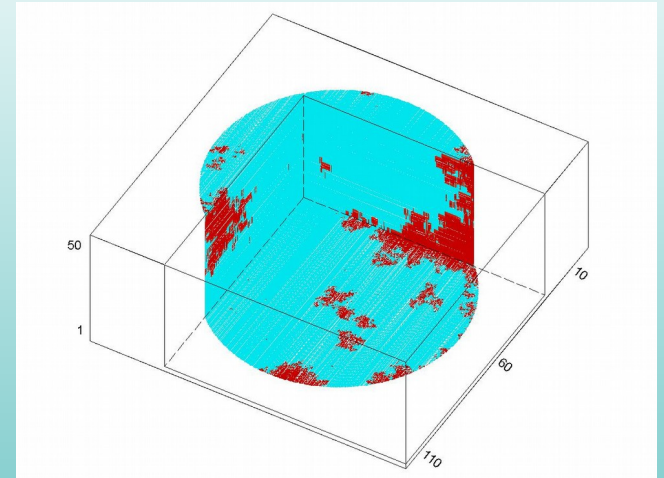
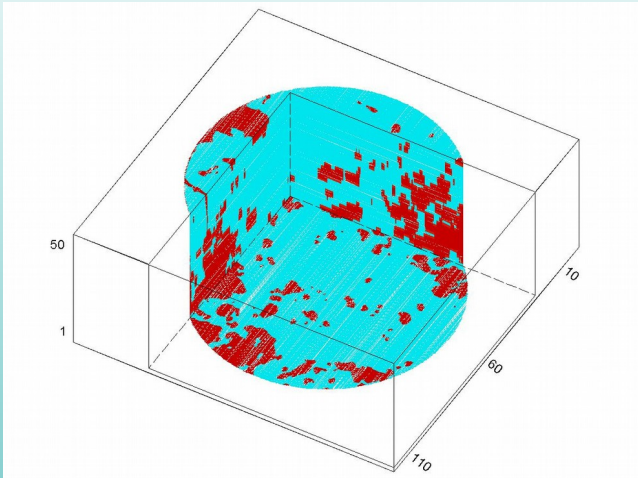
- Usa el *Kriging indicador* para estimar la función distribución de probabilidad local.
- Requiere del modelo del semivariograma para cada valor de corte especificado por el usuario o como alternativa más eficiente pero menos precisa del semivariograma obtenido para el valor de corte correspondiente a la mediana .

# Método Secuencial Indicador

- ☺ Permite mezclar fácilmente datos duros con suaves.
- ☺ Es un algoritmo muy eficiente
- ☹ Su principal dificultad estriba en los problemas de relación de orden del Kriging de los indicadores. Como alternativa se toma en cuenta la correlación cruzada de los indicadores (cosimulación de los indicadores)
- ☹ Otro problema es que la calidad de la simulación es sensible al tamaño de la vecindad empleada por el kriging, usualmente demasiado pequeña.

# Método Secuencial Indicador

Ejemplos de imágenes en 3D y 2D de porosidad de un medio poroso vugular con tomografía computarizada (izquierda) y simulación indicator (derecha).



# Método Gaussiano Truncado

- Se basa en obtener realizaciones mediante el truncado de una función aleatoria gaussiana.
- Sea  $Z$  una función aleatoria gaussiana estándar estacionaria con covarianza  $C$  y variograma  $\gamma$ .
- Por construcción los conjuntos de excursión forman una familia de conjuntos aleatorios monótonamente decrecientes

$$\lambda \leq \mu \Rightarrow X_\lambda \supset X_\mu$$

# Método Gaussiano Truncado

- Considere una serie de indicadores que se originan de aplicar uno o mas umbrales a la FA  $Z$  que posee una FDP Gaussiana estándar. Es decir,

$$I_i(\underline{x}) = \begin{cases} 1, & \text{si } z_i \leq Z(\underline{x}) < z_{i+1} \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- Los umbrales son seleccionados de manera tal que coincidan con las proporciones  $p_i$  de los indicadores

$$z_i = G^{-1} \left( \sum_{j=1}^i p_j \right); \quad i = 1, \dots, m-1$$

- Una vez que el variograma de la F.A. Gaussiana es conocido, los variogramas simples y cruzados de los indicadores son también conocidos.

# Método Gaussiano Truncado

- El variograma  $\gamma_\lambda$  del conjunto de excursión  $X_\lambda$  de una F.A. Gaussiana estándar está relacionado con el variograma  $\gamma$  de ésta mediante la siguiente expresión

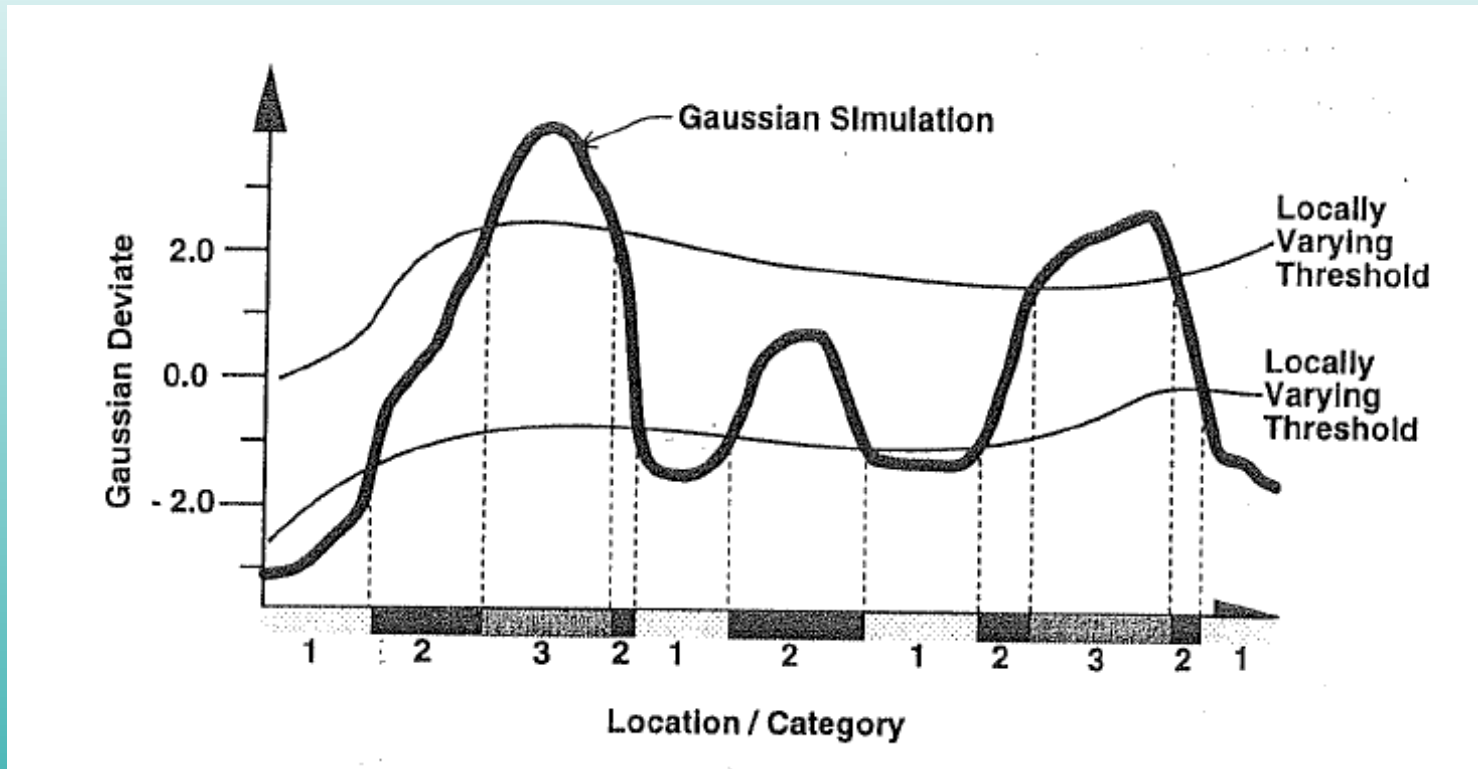
$$\gamma_\lambda(h) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\arcsin \sqrt{\gamma(h)/2}} \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}(1 + \tan^2 t)\right) dt$$

- En particular para el umbral del valor medio ( $\lambda=0$ ), resulta la siguiente fórmula

$$\gamma_0(h) = \frac{1}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{\gamma(h)}{2}}$$

- Consecuentemente, la simulación de los indicadores se reduce a la simulación de la F.A.  $Z(\underline{x})$ .
- En aplicaciones prácticas se selecciona directamente el variograma de manera tal que los variogramas teóricos de los indicadores obtenidos se ajusten bien a los variogramas muestrales.

# Método Gaussiano Truncado

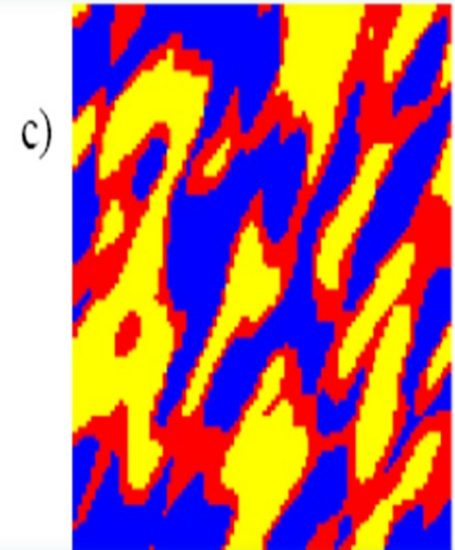
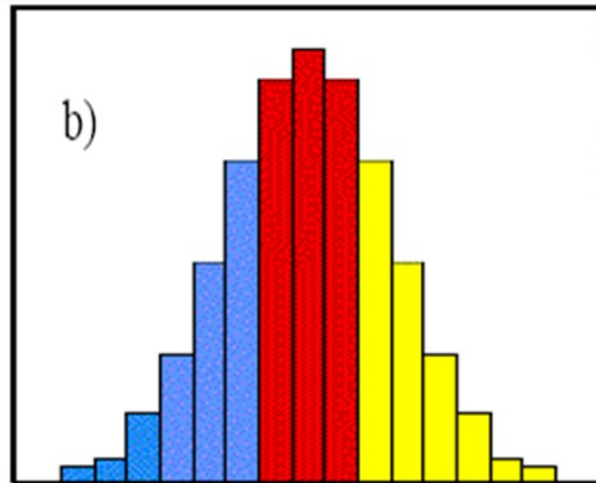
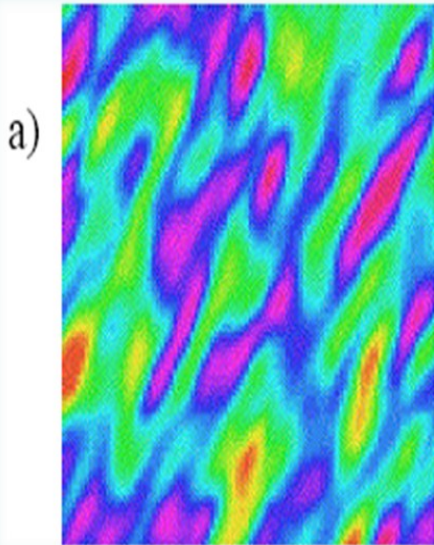


- Ejemplo esquemático en 1-D que ilustra el concepto de la simulación Gaussiana Truncada. Se generan realizaciones continuas Gaussianas de la variable las cuales se truncan mediante valores de corte, para así crear realizaciones categóricas.

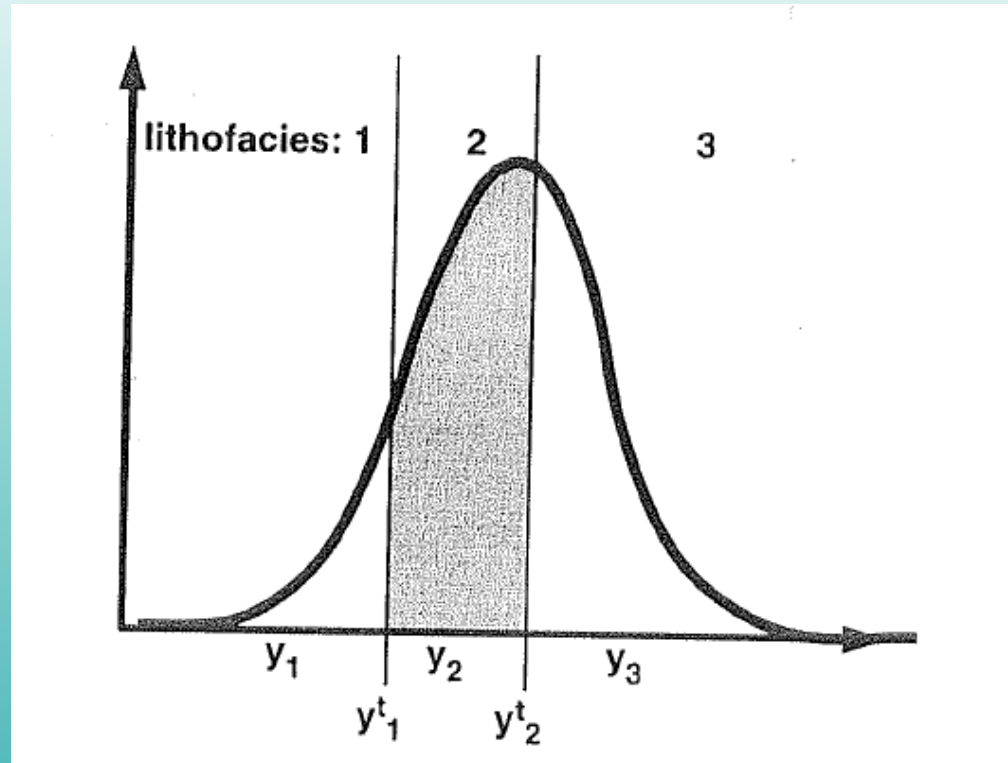


# Método Gaussiano Truncado

- a) Función aleatoria Gaussiana
- b) Histograma de la función aleatoria Gaussiana
- c) Variable truncada

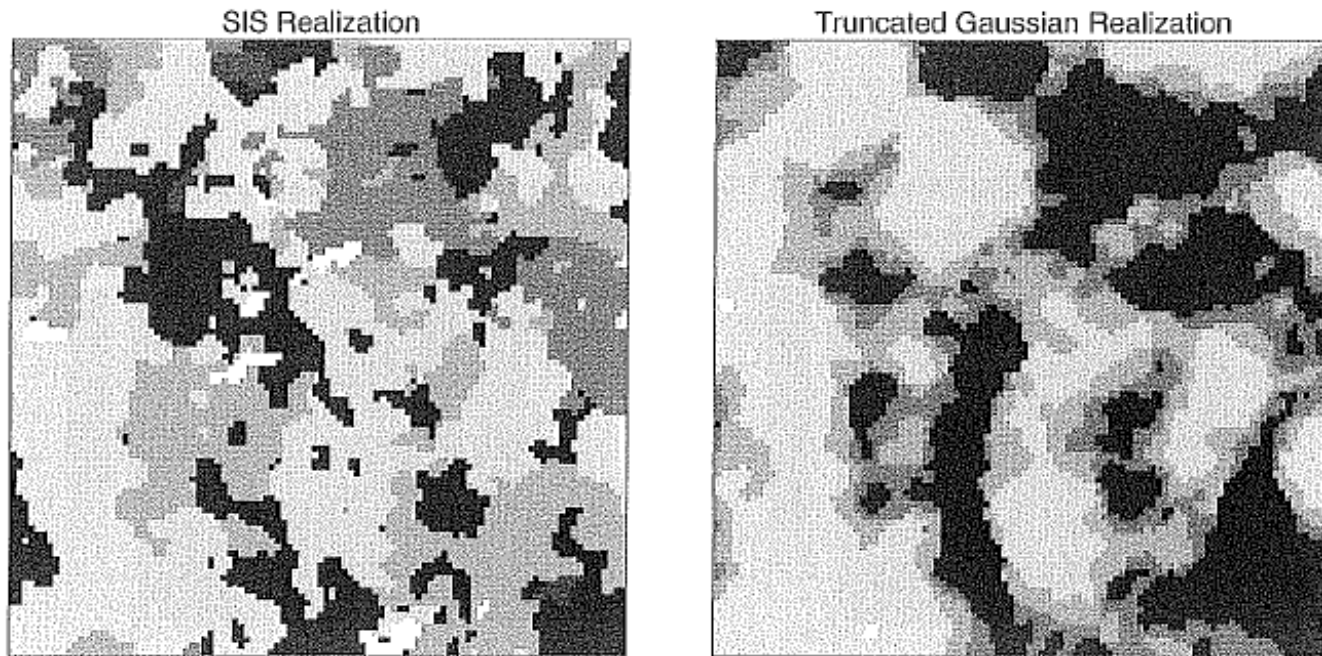


# Método Gaussiano Truncado



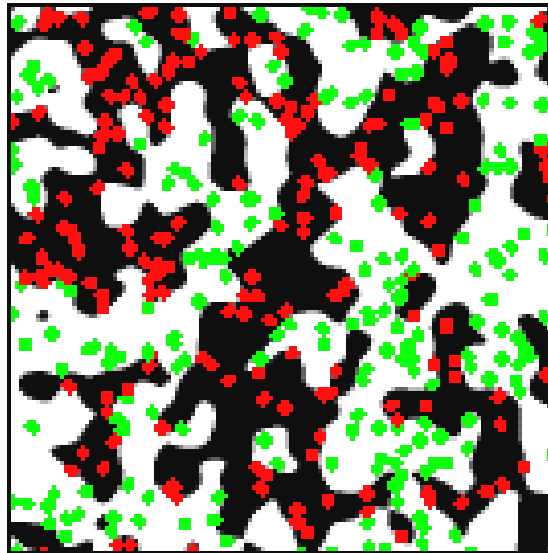
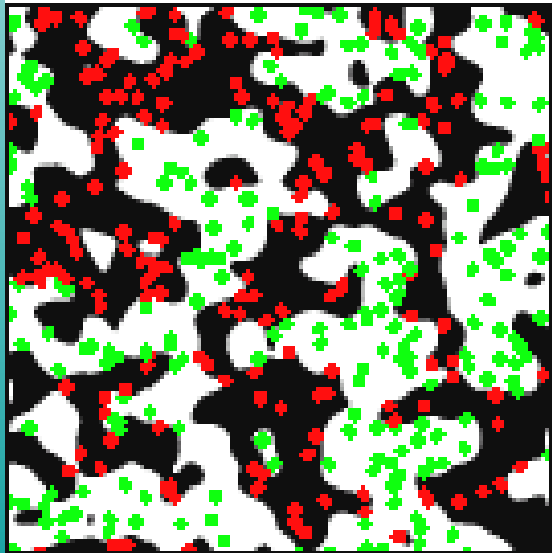
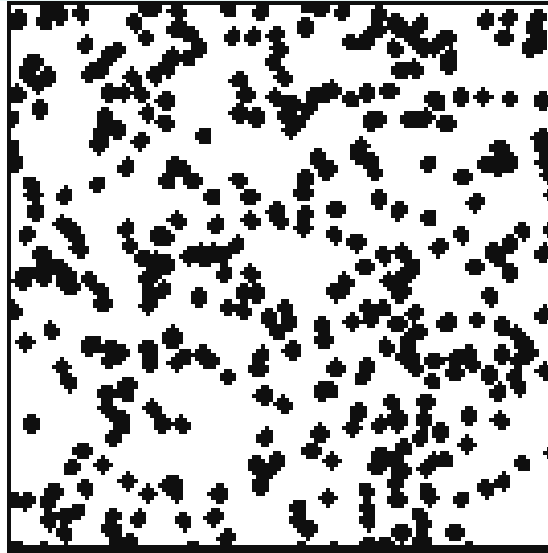
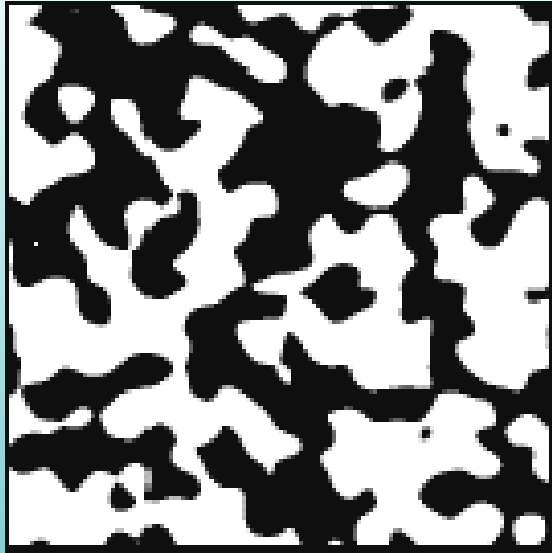
- Una distribución normal con tres códigos de facies, dos valores umbrales o de corte  $Y_1^t$  y  $Y_2^t$  y tres valores continuos de Y uno para cada facies ( $Y_1$ ,  $Y_2$  y  $Y_3$ ). La proporción de cada facies es el área bajo la curva normal estándar.

# Simulaciones Gaussianas Truncadas



- Dos realizaciones mediante Simulación Secuencial Indicador y SGT. Ambas realizaciones presentan la misma relación espacial (estructura). La Simulación Gaussiana Truncada es adecuada cuando se tiene un orden claro de las facies

# Método Gaussiano Truncado



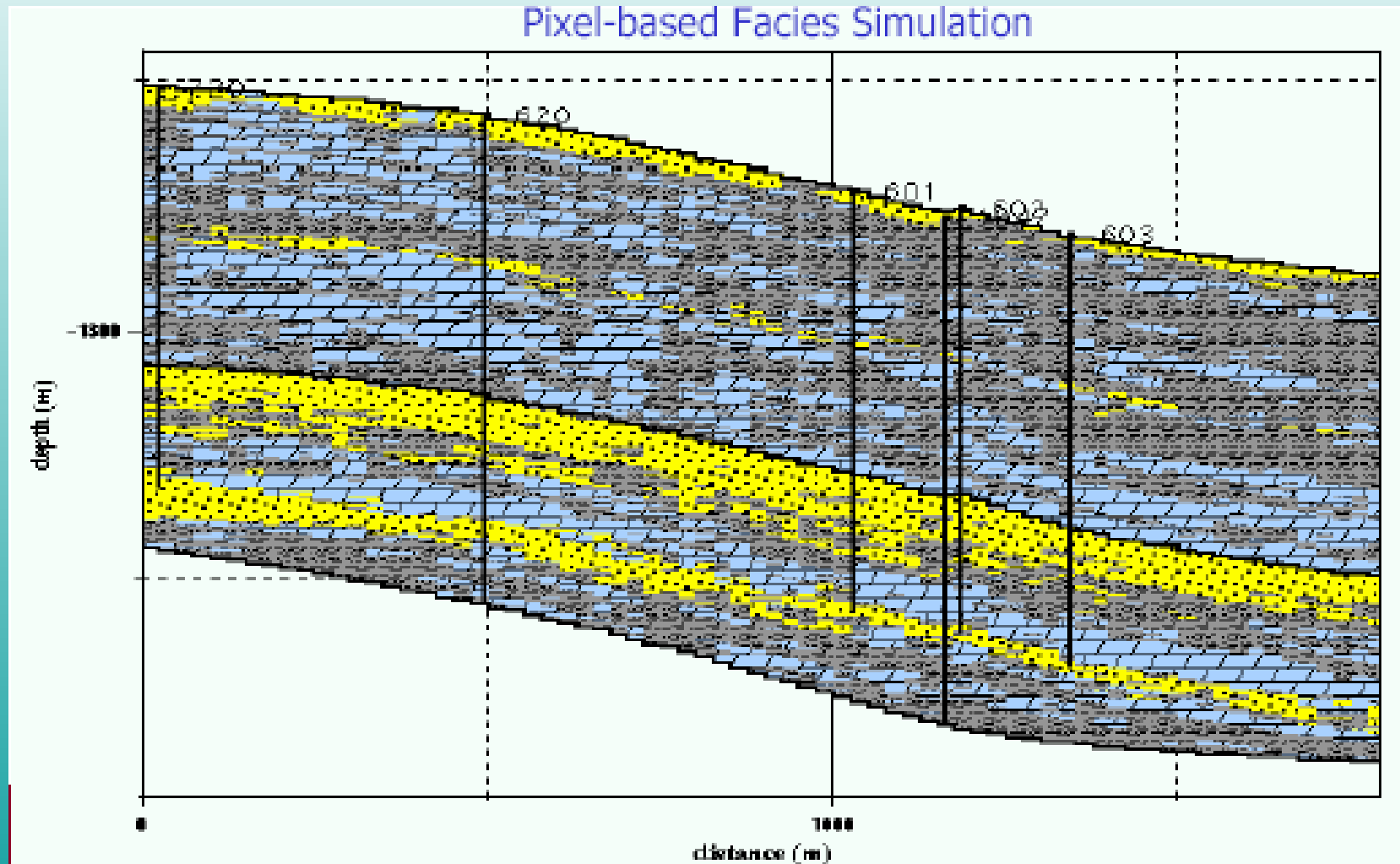
Simulación condicional Gaussiana Truncada. Cuadro superior izquierdo, simulación no condicional.

Cuadro superior derecho, 400 datos condicionantes.

Cuadros inferiores, dos simulaciones condicionales con los puntos condicionantes

# Método Gaussiano Truncado

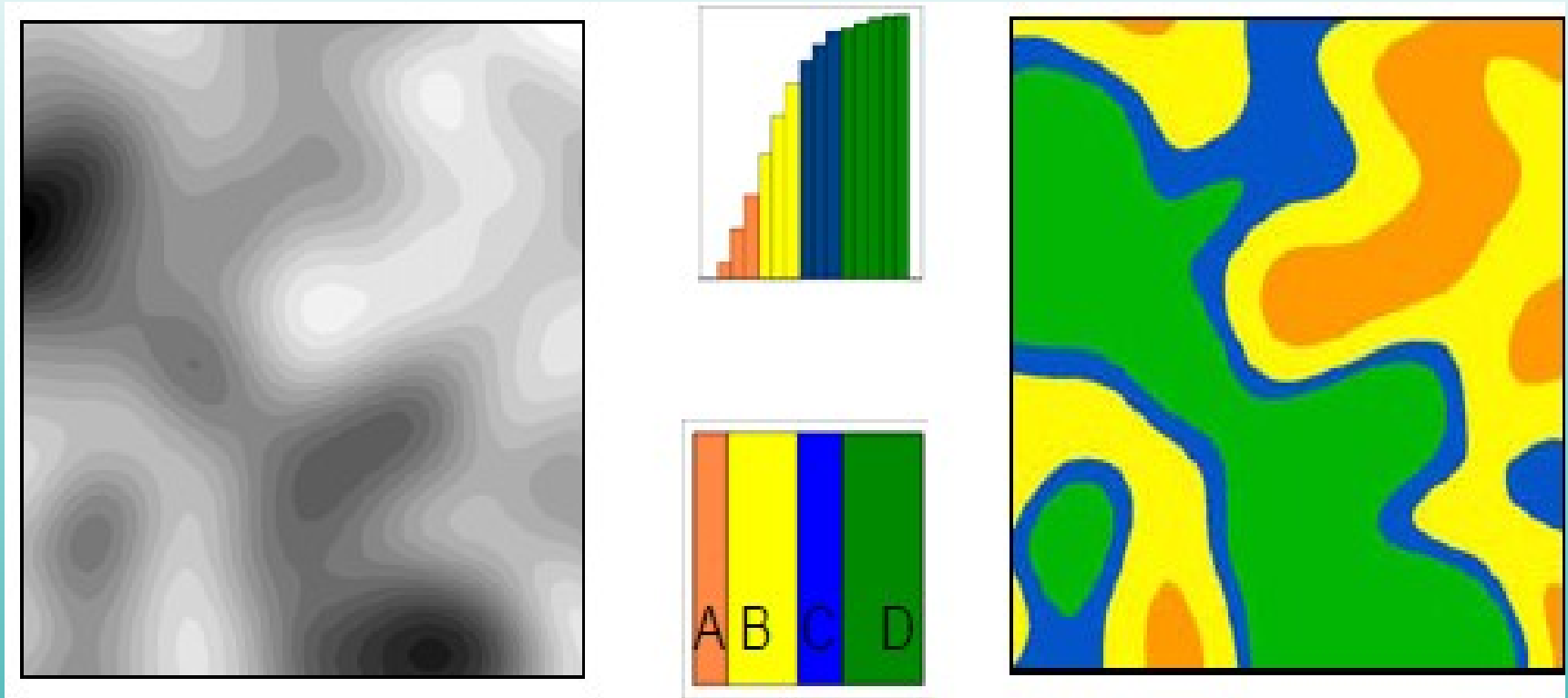
Ejemplo: simulación de litofacies



# Método PluriGaussiano

- El método Gaussiano Truncado (Monogaussiano) es un modelo diseñado para representar los fenómenos físicos que consisten sólo en dos fases distintas.
- Una forma de extender estos modelos para acomodar fenómenos con más de dos fases, digamos 3 fases, es truncar la función aleatoria en dos diferentes niveles.
- Esto no es siempre satisfactorio en la práctica porque si se tienen realizaciones continuas entonces ambas fases no puede estar en contacto.
- Esta observación incidió en Galli (1994) para diseñar un modelo más general basado en el truncado de varias funciones aleatorias gaussianas.

# Método Gaussiano Truncado



Función aleatoria Gaussiana (Izquierda),  
Histograma de la función acumulativa y  
bandera (Centro) y Variable truncada



# Método PluriGaussiano

- Los ingredientes básicos requeridos para la construcción de una función aleatoria plurigaussiana son:
  - Dos funciones aleatorias gaussianas estandarizadas definidas en una región con funciones de covarianzas dadas. Ambas funciones aleatorias se suponen independientes, aunque relaciones de dependencia entre ellas pueden ser consideradas en ciertos casos (Armstrong et al., (2001)).
  - Una familia  $(D_i, i \in I)$  de subconjuntos de  $\mathbb{R}^2$  que constituyen una partición (*bandera*). El índice es numérico o categórico.



# Método PluriGaussiano

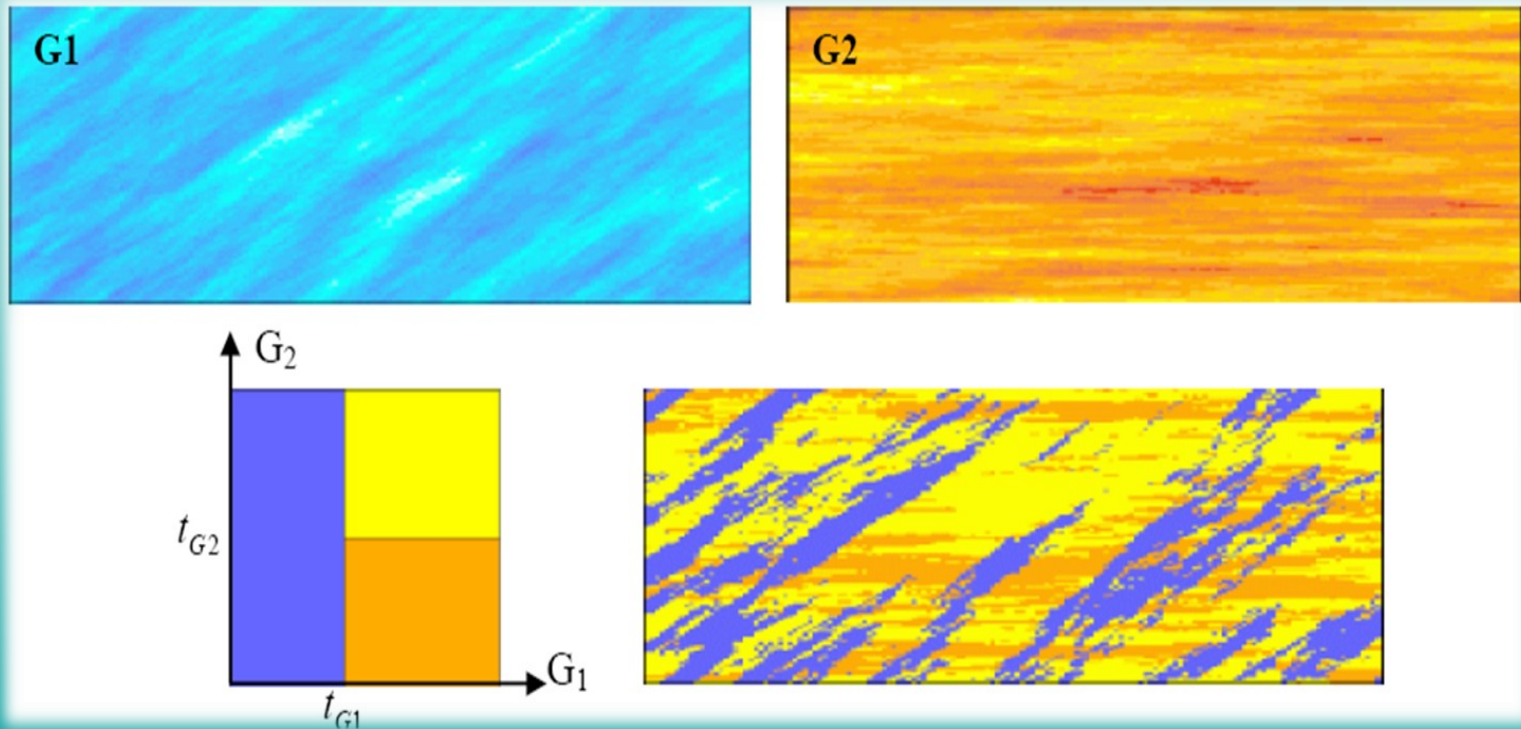
- Una función aleatoria plurigaussiana con funciones aleatorias subyacentes  $Y$  y  $Z$ , y partición  $(D_i, i \in I)$  es la función aleatoria  $X$  en  $\mathbb{R}^d$  para  $I$  que satisface

$$X(\underline{x}) = i \quad \Leftrightarrow \quad (Y(\underline{x}), Z(\underline{x})) \in D_i$$

- Es decir, un punto  $\underline{x} \in \mathbb{R}^d$  es asignado a la fase  $i \in I$  si y sólo si el par de valores  $(Y(\underline{x}), Z(\underline{x}))$  pertenece a la región  $D_i$ .

# Método PluriGaussiano

G1 y G2 Funciones aleatorias Gaussianas independientes, truncamiento y plurigaussiana resultante.



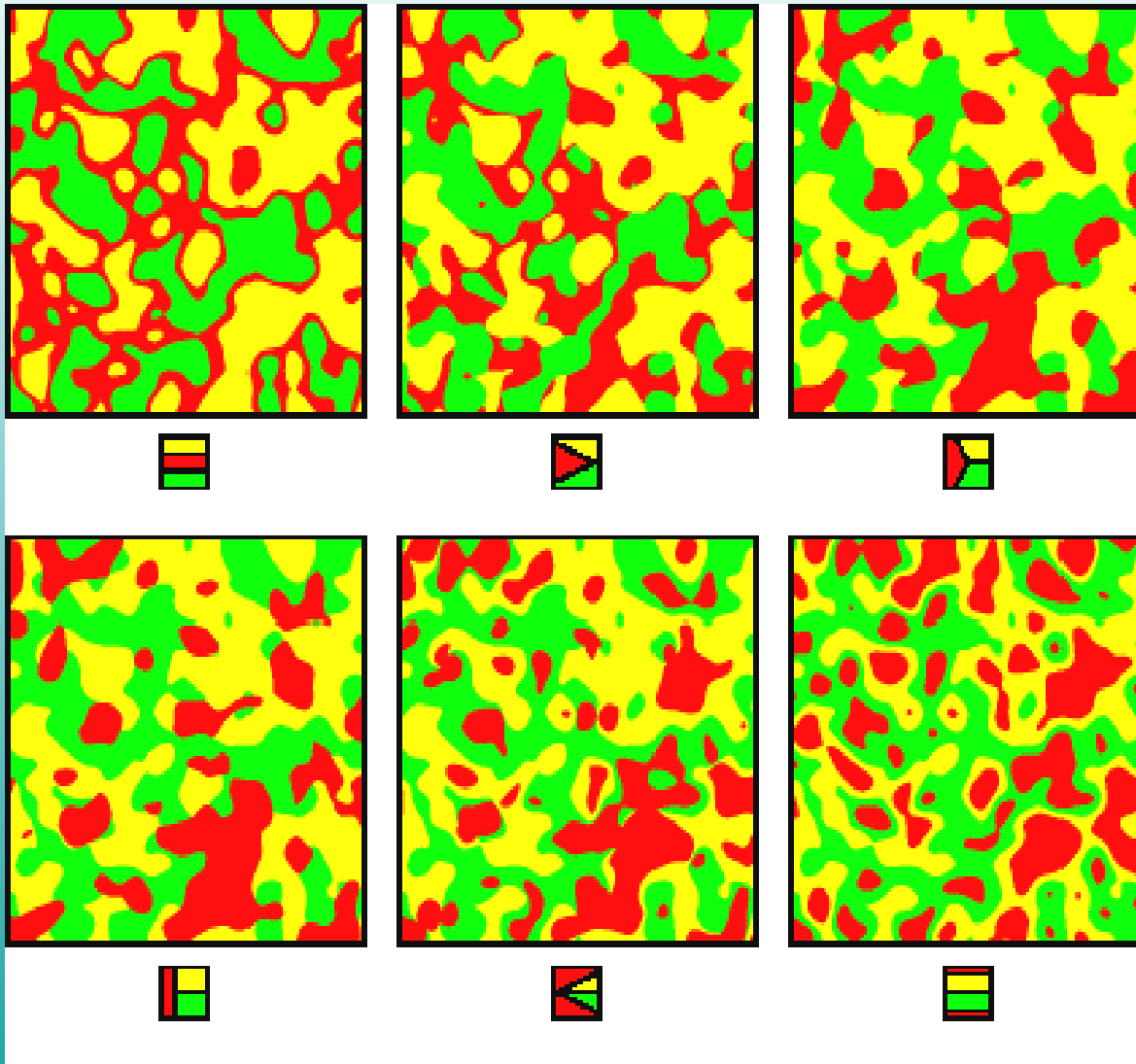
# Método PluriGaussiano

- La figura muestra realizaciones de dos funciones aleatorias gaussianas independientes con el mismo variograma gaussiano con alcance igual a un décimo del ancho del dominio de la simulación. Cada función aleatoria plurigaussiana tiene su propia partición indicada como bandera debajo de cada realización.
- Cada bandera tiene tres celdas. Su tamaño y forma han sido diseñados de manera tal que todas las fases ocurran con la misma frecuencia.
- Para entender la manera en que las particiones han sido ordenadas, note que las fronteras del dominio tienen un punto triple que va desde  $+\infty$  a  $-\infty$  considerando las simulaciones de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha. Mientras que las celdas verde y amarilla son simétricas respecto al eje  $x$ , la roja es obtenida mediante el desplazamiento desde  $+\infty$  a  $-\infty$  del punto triple común a las tres celdas a lo largo del eje  $x$ .
- En la bandera superior izquierda el punto triple está en  $+\infty$ . En este caso la celda roja es una franja horizontal entre las fases verde y amarilla, evitando que éstas últimas entren en contacto. Esto es equivalente a la que se obtendría mediante la simulación ***monogaussiana truncada*** a dos niveles de corte diferentes.

# Método PluriGaussiano

- A medida que el punto triple se mueve hacia la izquierda, el contacto entre las celdas verde y amarilla se hace posible y por lo tanto la fase roja pierde gradualmente su poder separador. En la simulación superior derecha las tres fases tienen exactamente las mismas propiedades estadísticas. No hay contacto preferencial entre ninguna dos de ellas.
- La inferior izquierda es un ejemplo de ***modelo jerárquico***. Las fases verde y amarilla aparentan ser parcialmente ocultas por la fase roja.
- Finalmente, en la simulación inferior derecha el punto triple es desplazado hasta  $-\infty$  por lo que la celda roja está ahora formada por dos tiras paralelas limitando a las celdas verde y amarilla. Esta se obtiene mediante la simulación truncada de tres niveles de corte diferentes. Esto produce componentes rojos rodeados ya sea por la fase verde o por la fase amarilla.

# Método PluriGaussiano



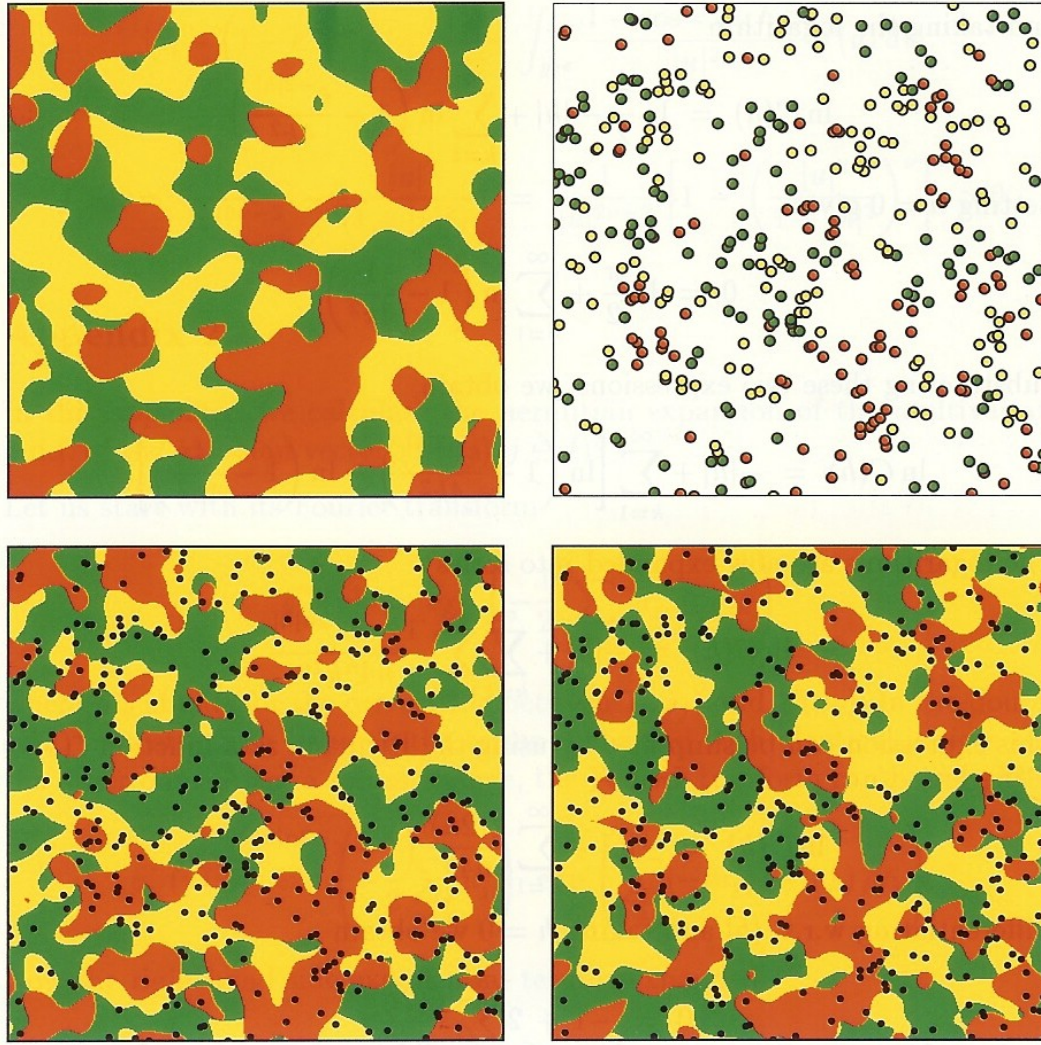
Realizaciones de seis funciones aleatorias plurigaussianas. Ellas han sido obtenidas partiendo de la misma función aleatoria gaussiana pero usando particiones diferentes (representadas como banderas debajo de cada realización)



# Método PluriGaussiano

## Simulación condicional plurigaussiana.

La bandera usada es la del medio a la derecha de la figura 16.4.  
Arriba a la izquierda, una simulación no condicional.  
Arriba a la derecha 400 puntos condicionantes.  
Abajo, dos simulaciones condicionales.



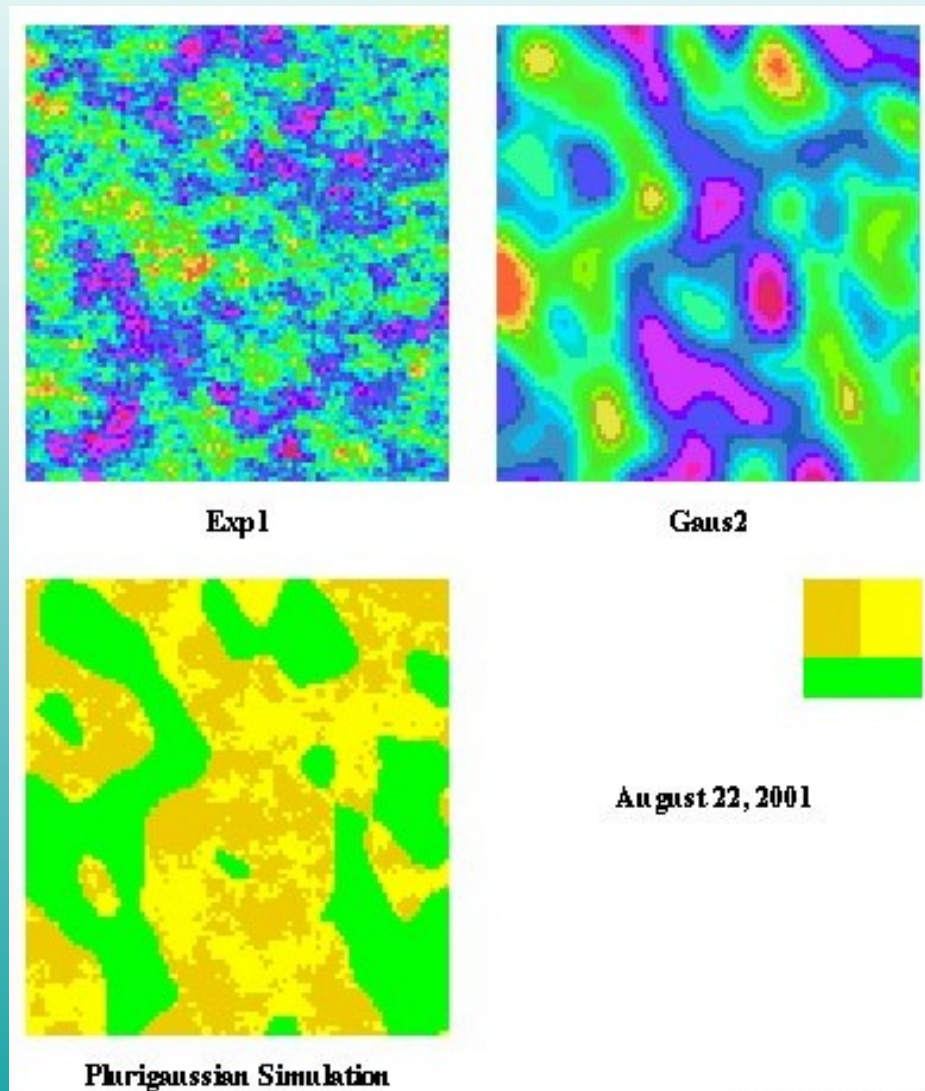
# Método PluriGaussiano

## Ejemplo 1 de Simulación plurigaussiana:

FA Gaussiana 1 con variograma exponencial  
FA Gaussiana 2 con variograma Gaussiano

Regla jerárquica de las facies.

Interpretación: Por ejemplo, cuerpos de arenas intercalados en un fondo de limo-arcillo.





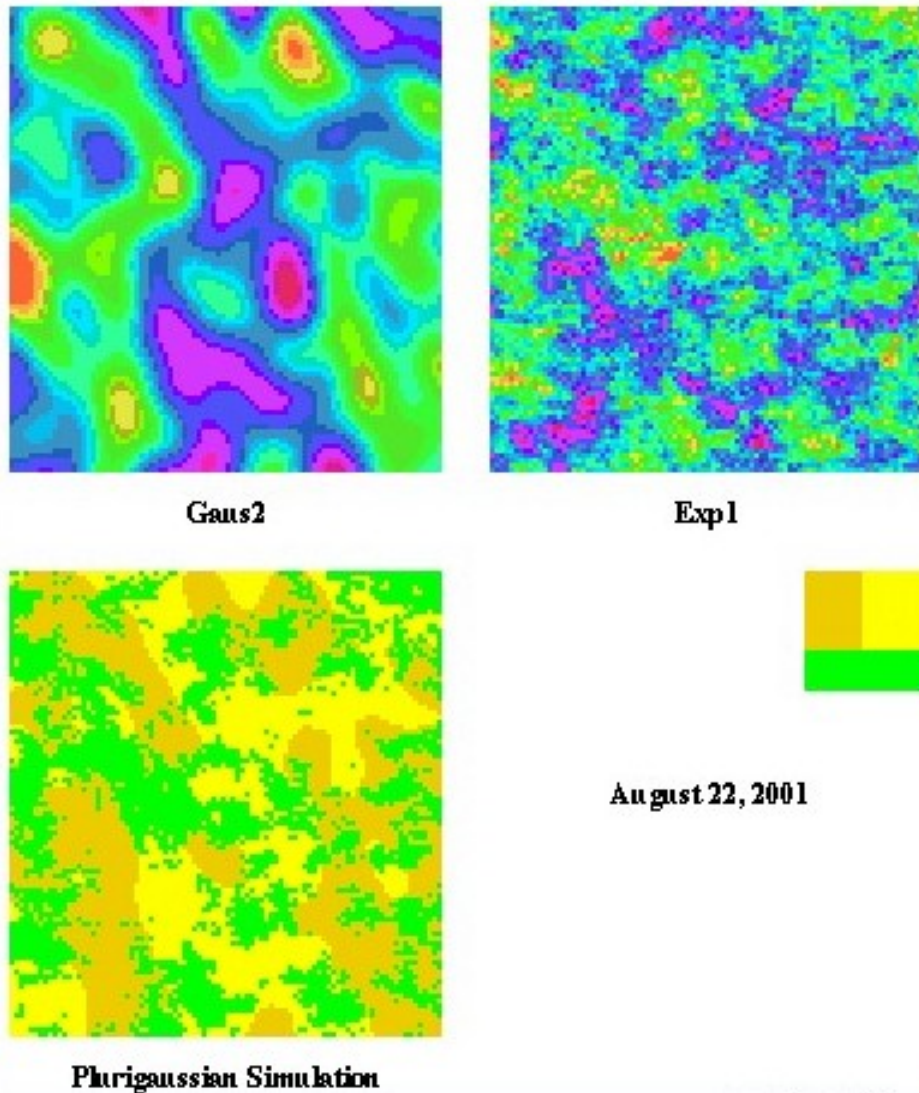
# Método PluriGaussiano

## Ejemplo 2 de Simulación plurigaussiana:

FA Gaussiana 1 con  
variograma Gaussiano  
FA Gaussiana 2 con  
variograma exponencial

Regla jerárquica de las  
facies.

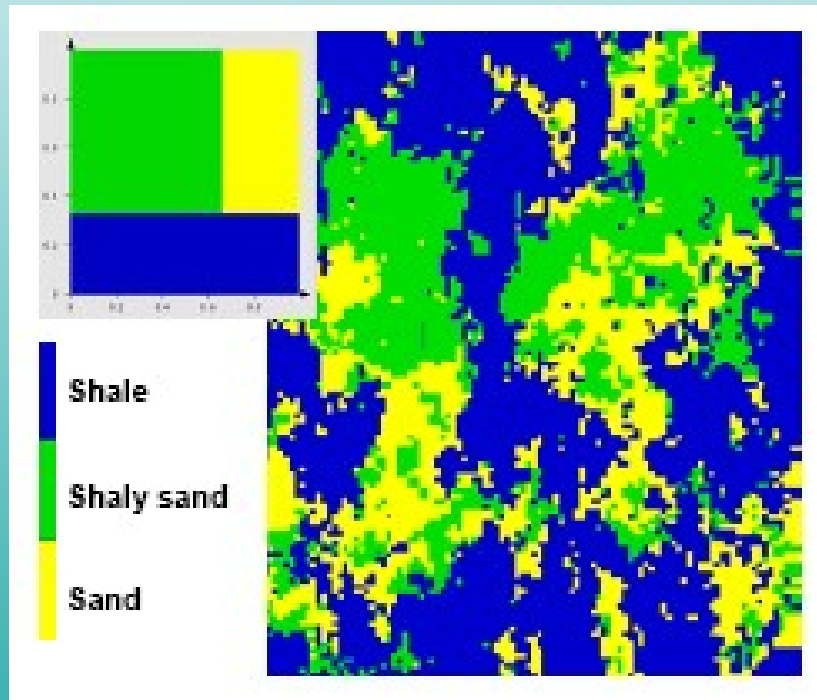
Interpretación: Por  
ejemplo, disolución de un  
medio poroso carbonatado



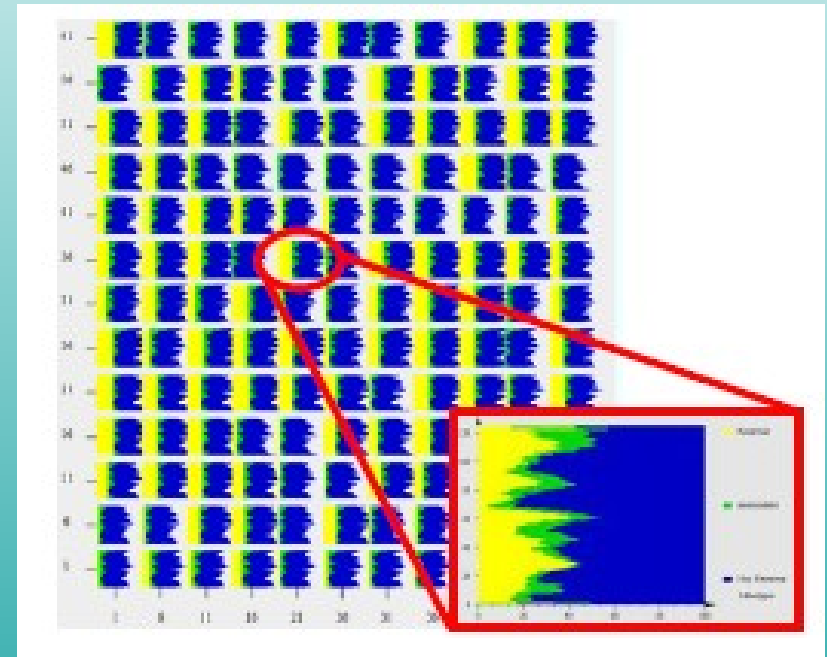


# Método PluriGaussiano

## Simulación plurigaussiana de facies en un yacimiento Areno-Arcilloso Turbidítico



Distribución de facies



Matriz de proporciones de  
las facies

# Método Booleano o de Objetos

- Conjuntos aleatorios pueden ser contruidos mediante la colocación de objetos aleatorios independientes en puntos de Poisson y luego tomando su unión.
- Se considerará ahora una clase de modelos, los modelos Booleanos y sus variaciones, obtenidas por la combinación de objetos colocados en puntos aleatorios.
- Estos modelos pueden ser considerados como procesos puntuales marcados, en el sentido de que están basados en procesos puntuales y marcas asignadas a los puntos del proceso.
- Constituyen una familia de modelos muy flexibles y son en ocasiones usados en base de la interpretación física o genética la cual define los objetos del modelo particular a ser usado.

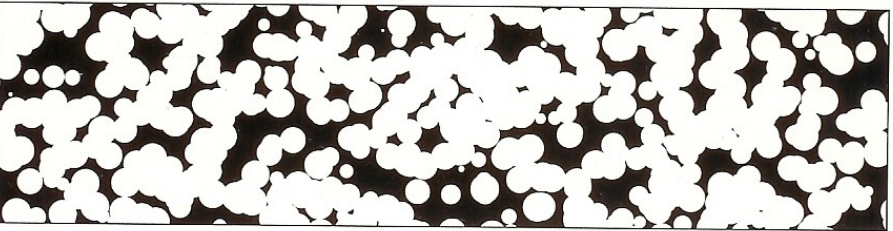
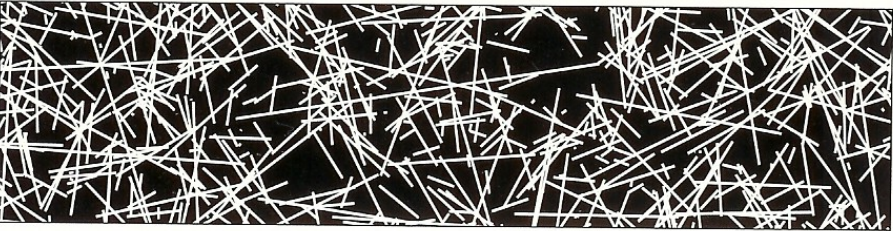
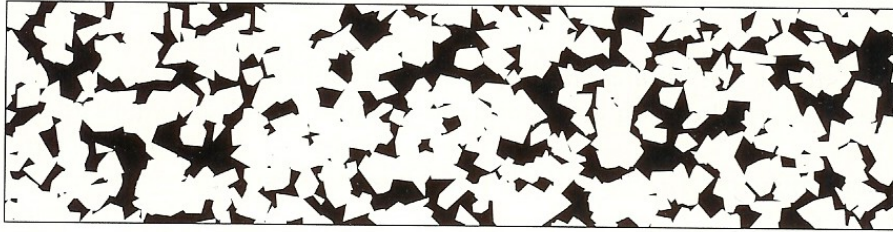
# Método Booleano o de Objetos

- Dos ingredientes básicos e independientes son requeridos para la construcción de un modelo booleano en  $\mathbb{R}^d$ :
  - un conjunto de **gérmenes**  $\underline{x}$ , es decir, un proceso puntual de Poisson  $P$  con función de intensidad  $\theta = (\theta(\underline{x}), \underline{x} \in \mathbb{R}^d)$ .
  - una familia  $\{A(\underline{x}), \underline{x} \in \mathbb{R}^d\}$  de subconjuntos compactos aleatorios no-vacíos e independientes. Al subconjunto  $A(\underline{x})$  se le nombra como el **objeto implantado** en  $\underline{x}$ .

**Definición:** Un modelo booleano  $X$  es la unión de todos los objetos implantados en los gérmenes  $\underline{x}$  de Poisson.

$$X = \bigcup_{\underline{x} \in P} A(\underline{x})$$

# Método Booleano o de Objetos

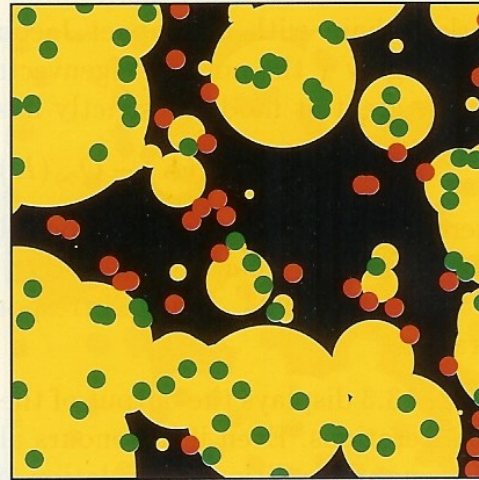
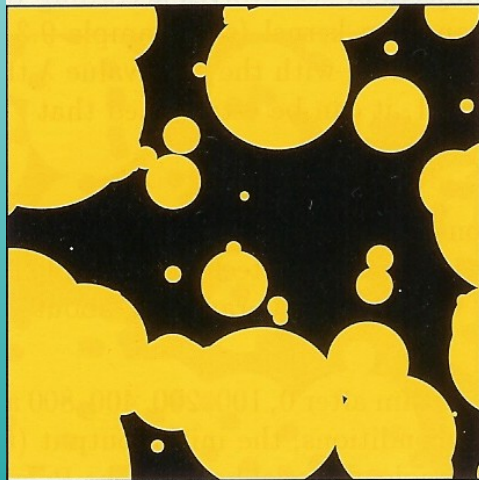
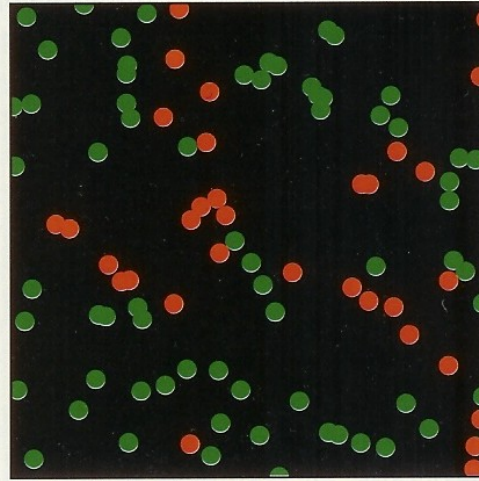
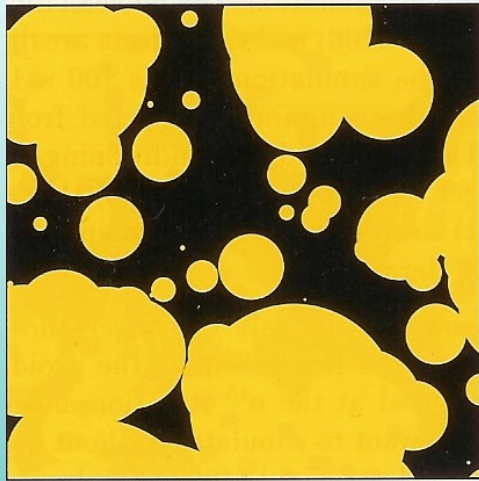


En la figura se muestran las realizaciones de cuatro modelos booleanos.

De abajo hacia arriba son:  
discos, segmentos de línea, polígonos típicos de Poisson y de Voronoi.



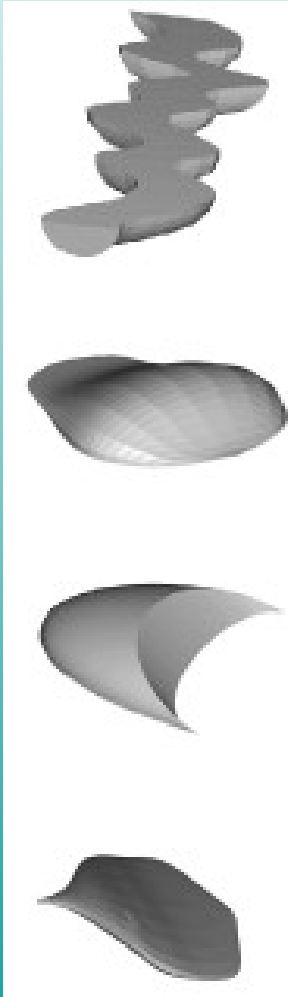
# Método Booleano o de Objetos



Modelo booleano estacionario ( $\theta=0.0076$ ). El área de simulación es de 100x100. Los objetos son discos con radio exponencial (valor medio 5). Arriba a la izquierda, una simulación no condicional, arriba a la derecha, 100 puntos condicionantes. Abajo, una simulación condicional: sin puntos (izquierda) y con los puntos (derecha).

# Método Booleano o de Objetos

## Algunos objetos “geológicos”



Canales

Lóbulos

Dunas

Sigmoides

Lentes

Domo

Cuña

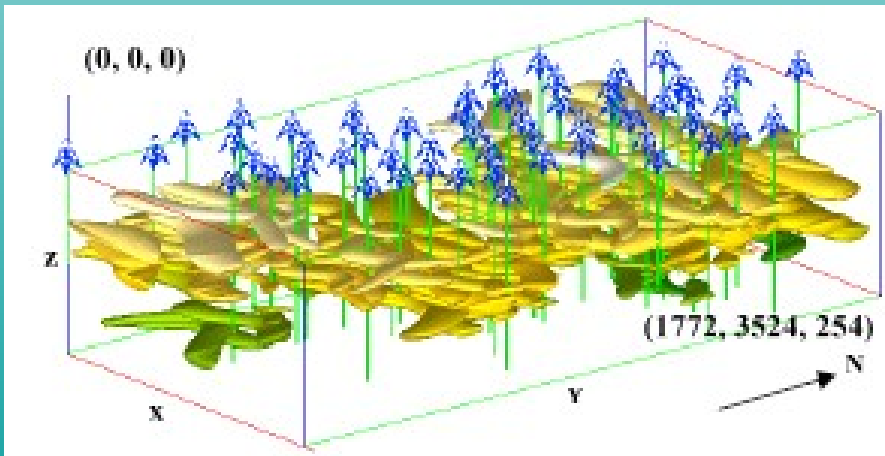
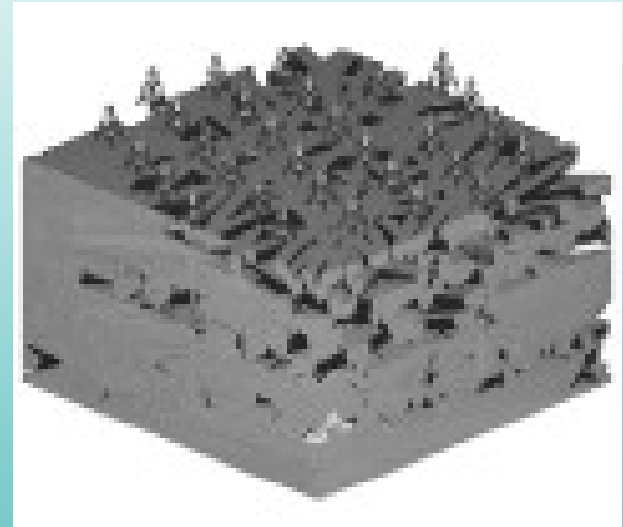


Petbool: A Software for Stochastic Modeling of Geological Objects  
(2005)

# Método Booleano o de Objetos

## Modelos de Yacimientos

Canales



Turbiditas  
canalizadas

(SPE 77431)

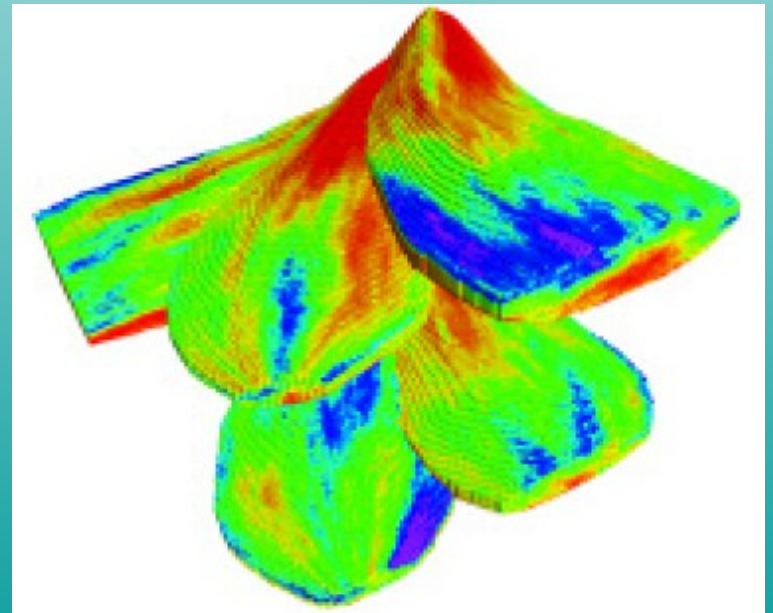
# Método Booleano o de Objetos

## Modelos de Yacimientos



Canales

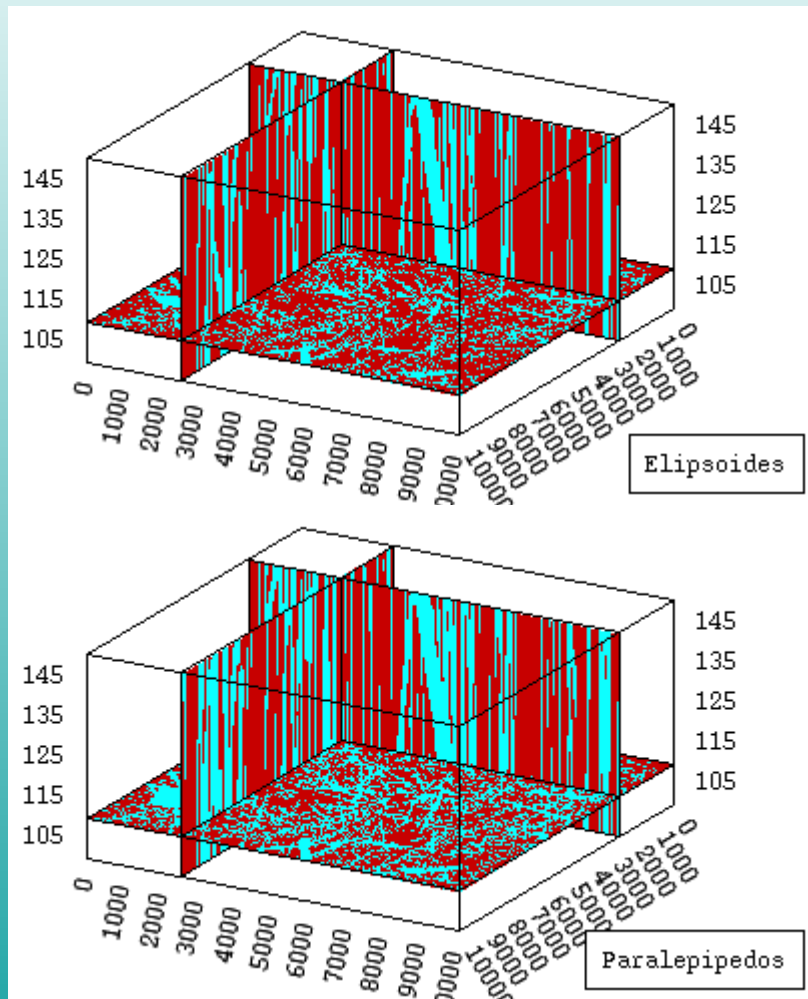
Lóbulos





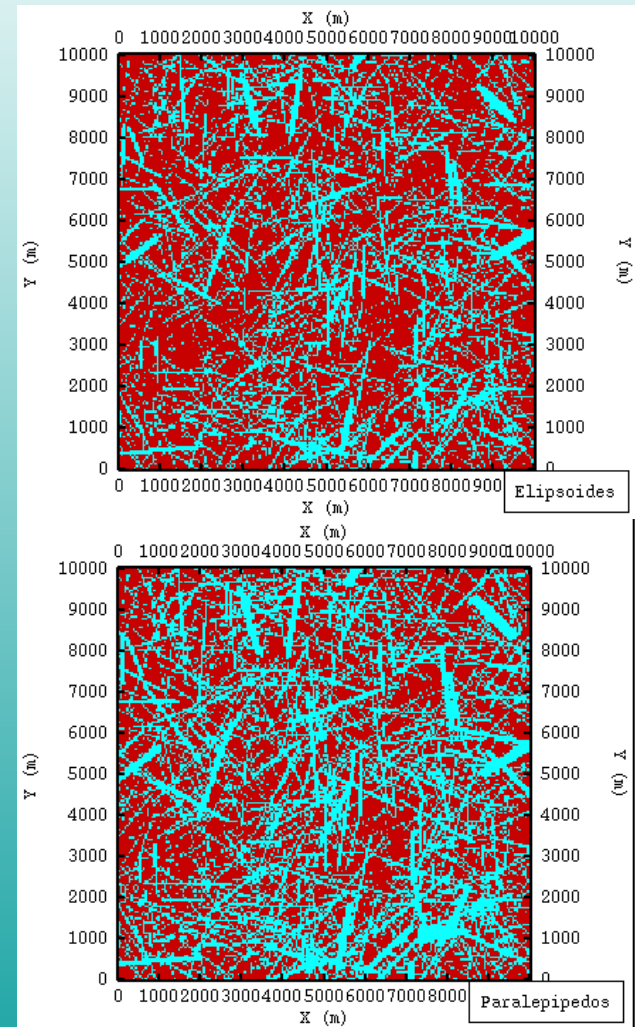
# Método Booleano o de Objetos

## Modelos de Fracturas



Elipsoides

Paralelepípedos



Número promedio de Puntos de Poisson=1000. Dimensiones promedio de los objetos  $A_1=1000/A_2=10/A_3=500$  metros. Número de celdas=201x201x51 Tamaño de la celda=50x50x1 metros.

# **Métodos para FA continuas**

# Métodos para FA continuas

Son métodos de simulación para datos continuos:

- Bandas Rotantes
- Secuencial Gaussiano
- Recocido Simulado

# Método de Bandas Rotantes

- La originalidad del método conocido como el de “***bandas rotantes***” se debe a G. Matheron, el cual consiste en reducir el problema de obtener una simulación en tres dimensiones a varias simulaciones independientes en una sola dimensión a lo largo de ciertas líneas rotadas uniformemente en el espacio tridimensional
- Por lo que este método produce simulaciones n-dimensionales a un costo de computo razonable, equivalente de hecho al costo de las simulaciones unidimensionales.
- La simulación en un punto arbitrario resulta de la suma de las proyecciones de este punto sobre las líneas.

# Método de Bandas Rotantes

- Considere una línea  $L_1$  en  $\mathbb{R}^3$  y una función aleatoria unidimensional, estacionaria de segundo orden  $Y(x_{L_1})$  definida sobre dicha línea, con valor esperado cero y función de covarianzas unidimensional  $C^{(1)}(h_{L_1})$ .
- Sea  $x_{L_1}$  la proyección de cualquier  $\underline{x} \in \mathbb{R}^3$  sobre la línea  $L_1$ , entonces se define la siguiente función aleatoria en tres dimensiones como:

$$Z_1(\underline{x}) \equiv Y(x_{L_1}); \quad \forall \underline{x} \in \mathbb{R}^3$$

# Método de Bandas Rotantes

- Si se consideran  $N$  líneas uniformemente distribuidas en  $N$  direcciones en  $\mathbb{R}^3$ . Si en cada línea  $L_i$  se genera una realización  $y(x_{L_i})$  de una FA  $Y(x_{L_i})$  unidimensional, independiente e isomorfa a  $Y(x_{L_1})$ , entonces se puede definir de manera análoga realizaciones tridimensionales a partir de las simulaciones unidimensionales.
- Finalmente a cada punto del espacio tridimensional se le asigna el siguiente valor a partir de las simulaciones unidimensionales

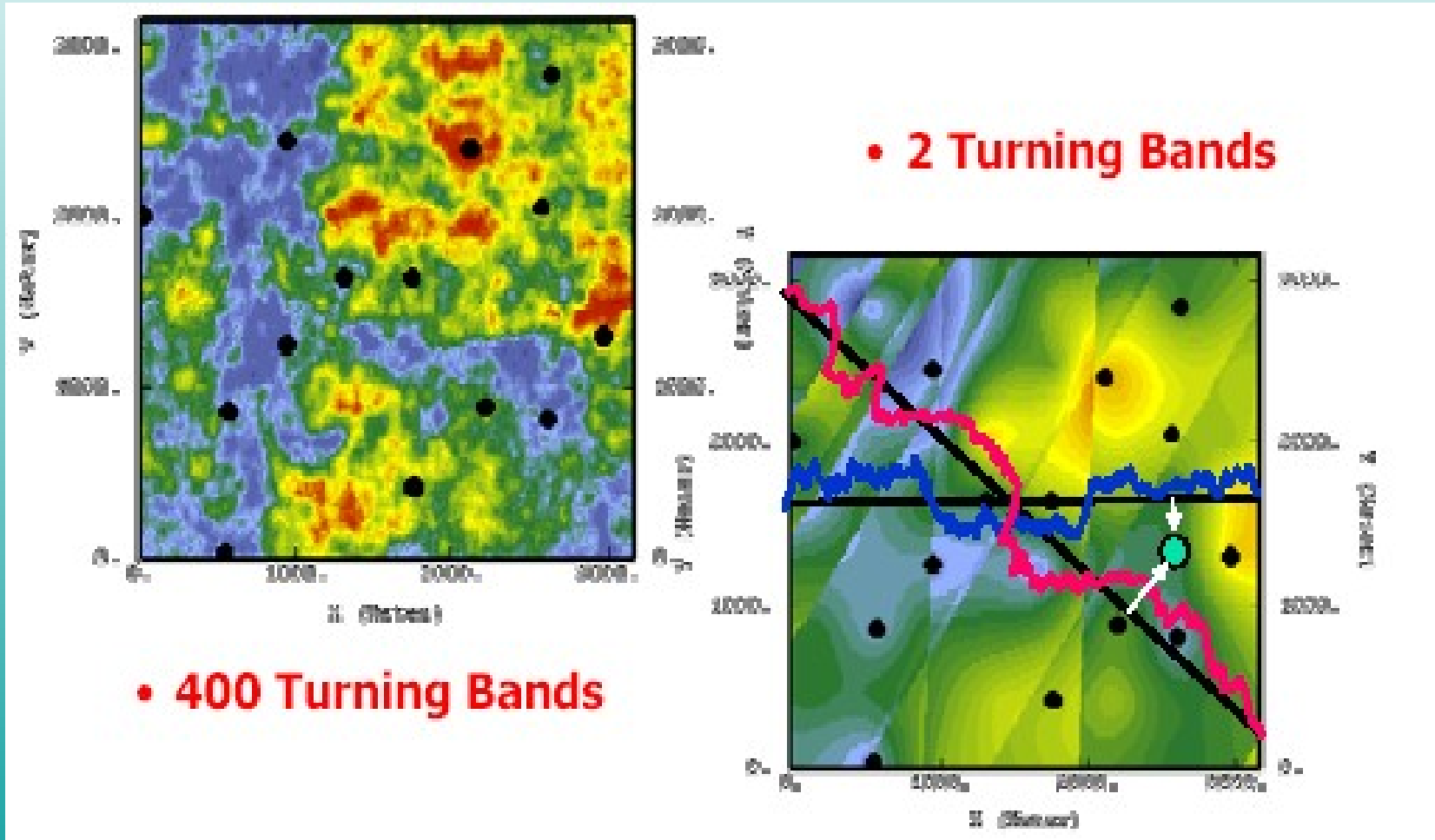
$$z_S(\underline{x}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N y(x_{L_i}); \quad \forall \underline{x} \in \mathbb{R}^3$$

# Método de Bandas Rotantes

- ☺ Es uno de los métodos mas eficientes para producir simulaciones en varias dimensiones puesto que reduce su complejidad al orden de las simulaciones en una dimensión. Usualmente se emplea el método espectral.
- ☹ Como dificultades prácticas se le debe apuntar que requiere del conocimiento o del cálculo de la función de covarianza unidimensional.

$$C^{(1)}(r) = \frac{d}{dr} \left\{ r C^{(3)}(r) \right\}$$

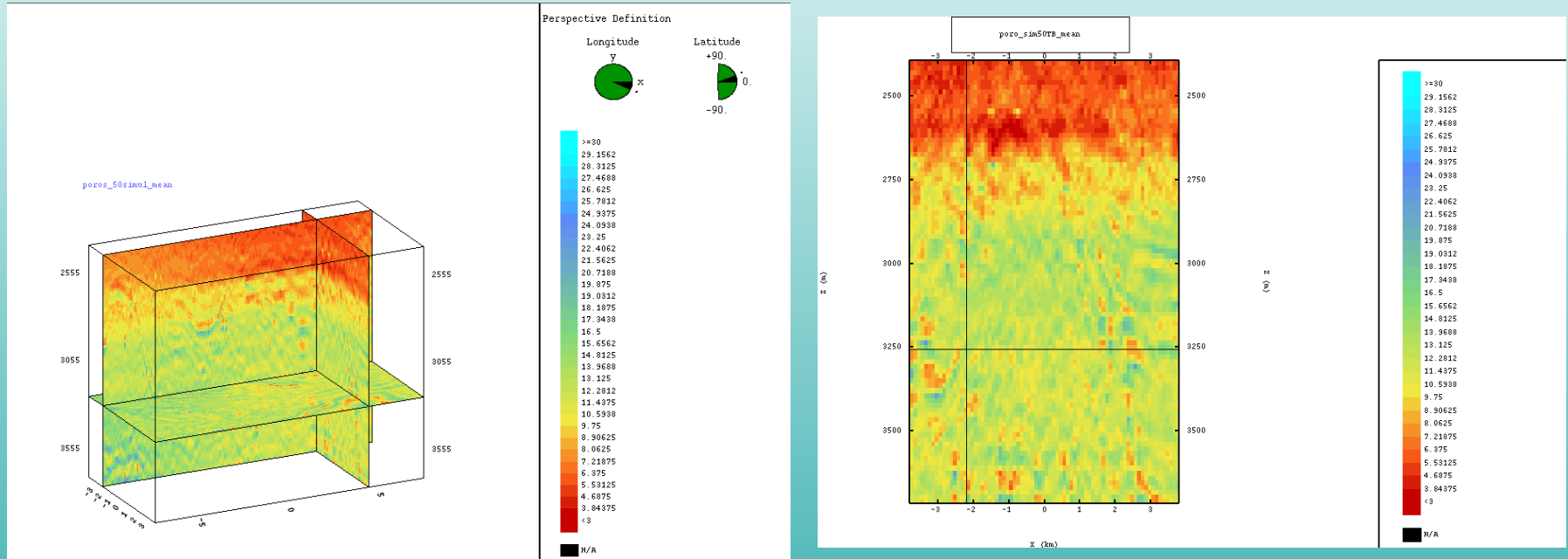
# Método de Bandas Rotantes





# Método de Bandas Rotantes

## Modelación de Yacimientos



**Porosidad estimada con datos de pozo y condicionada por la impedancia acústica usando el método de Cosimulación Colocada con Bandas Rotantes (50 bandas)**

# Método Secuencial Gaussiano

- Un nuevo valor simulado se obtiene a partir de la FDP estimada usando los valores observados (reales) y los valores previamente simulados en una vecindad del punto.
- En dependencia de cómo se estime la función distribución de probabilidad, existen dos métodos secuenciales:
- **Secuencial Indicador**
- **Secuencial Gaussiano**

# Método Secuencial Gaussiano

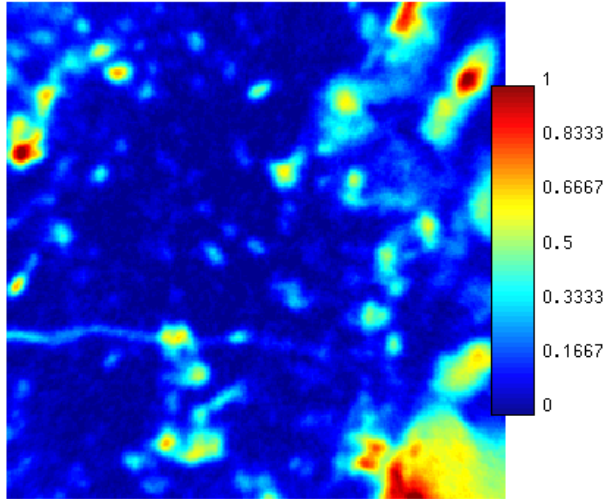
- a) Se obtiene la estimación usando Kriging Ordinario (Simple) para el caso intrínseco (valor medio conocido) aplicado a los datos estandarizados.
- b) Se requiere del modelo del semivariograma basado en los datos transformados y cada vez que se obtienen los valores estimado son transformados hacia atrás a su escala original.
- c) Su dificultad principal estriba en el grado de conocimiento que se posea de la función distribución de probabilidad, lo cual puede ser suplido en parte por la experiencia previa sobre la naturaleza del fenómeno que se simula.
- d) Hay programas, como el de GSLIB que permiten extrapolar valores de la FDP, usando modelos potencia, hiperbólico y lineal.

# Método Secuencial Gaussiano

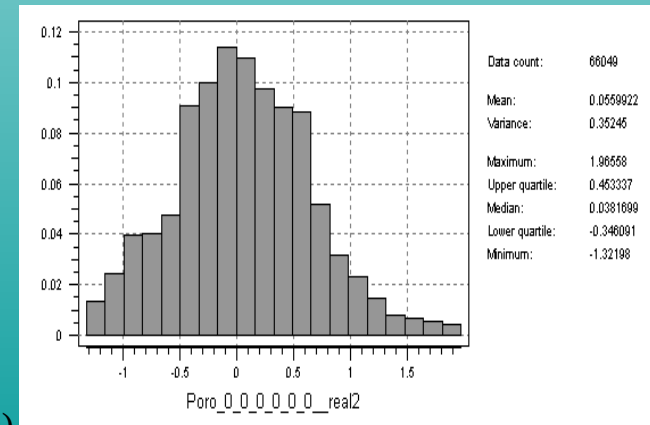
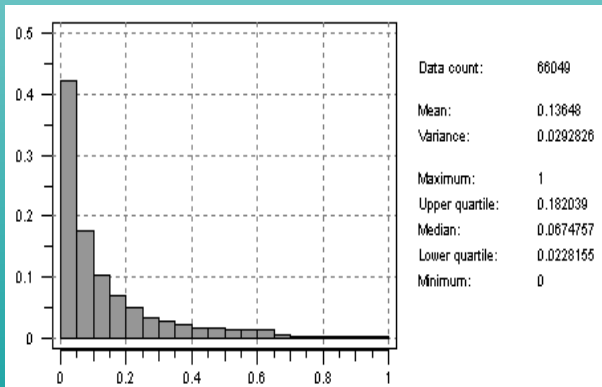
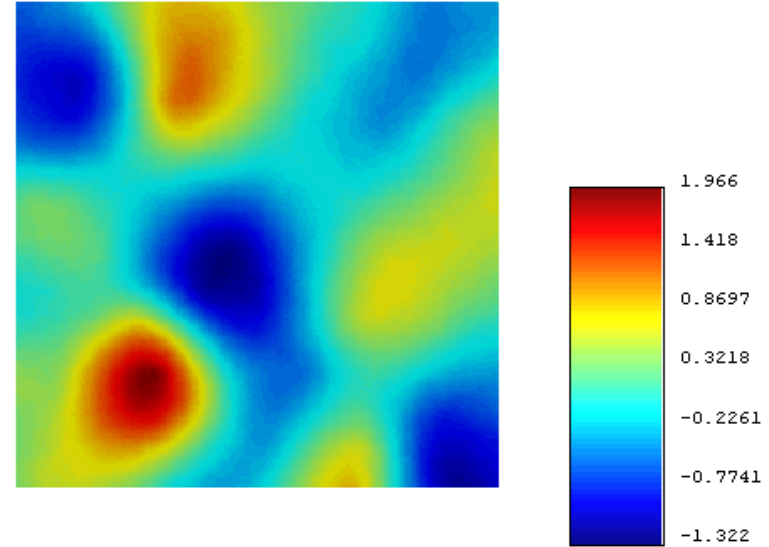
- 😊 Es un algoritmo simple y eficiente.
- 😞 Inherente a todos los métodos Gaussianos, el tamaño del campo que es simulado debe ser mucho más grande que el alcance de los variogramas.
- 😞 Su mayor dificultad es la elección del radio de búsqueda. Cuando son pequeños conducen a un pobre condicionamiento y una mala réplica del variograma.

# Método Secuencial Gaussiano

## Medio poroso vugular



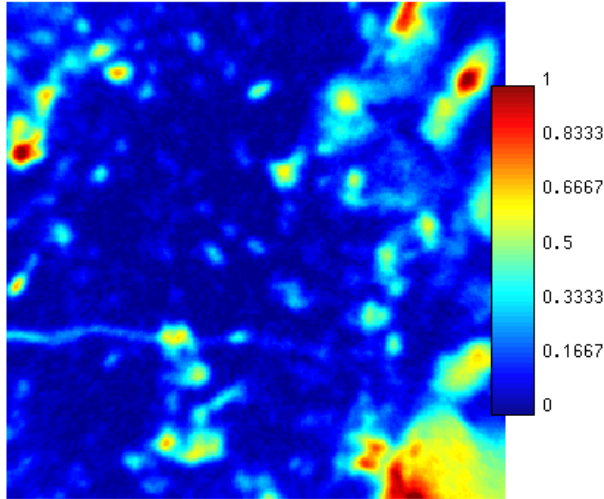
Imágenes en 2D de porosidad de un medio poroso vugular con tomografía computarizada (izquierda) y secuencial gaussiano (derecha).



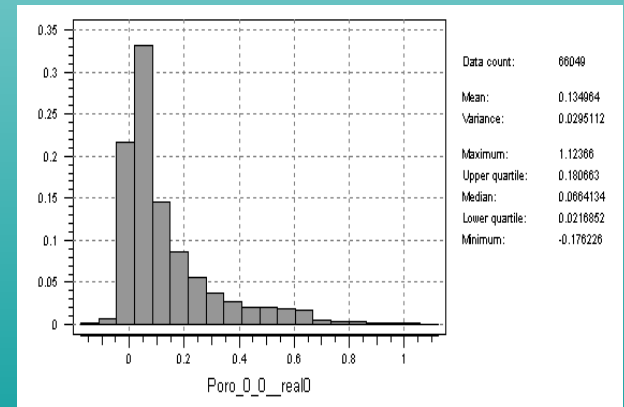
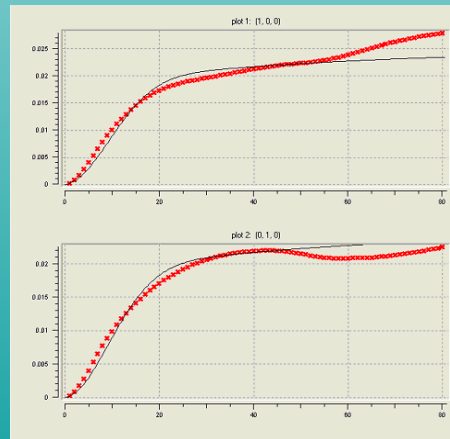
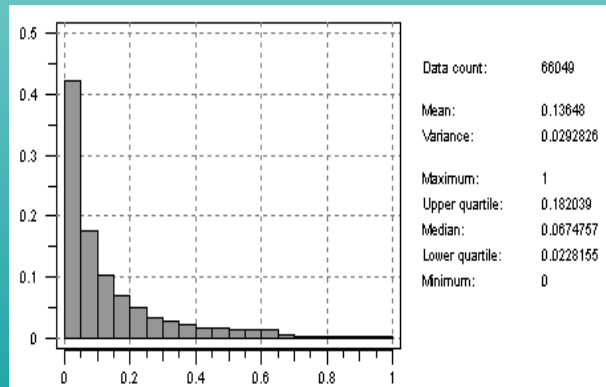
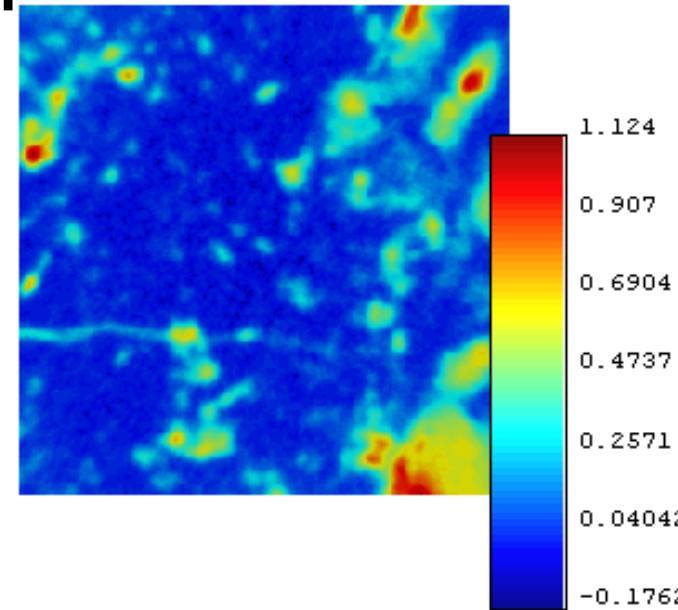
$$\gamma(h) = 0.018 * \text{Gauss}_{.40}(h) + 0.007 * \text{Exp}_{160}(h)$$

# Método Secuencial Gaussiano

## Medio poroso vugular



Imágenes en 2D de porosidad de un medio poroso vugular con tomografía computarizada (izquierda) y secuencial gaussiano (derecha).

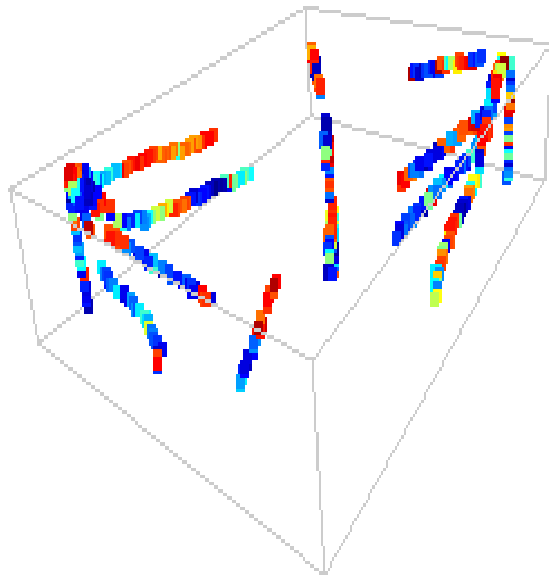
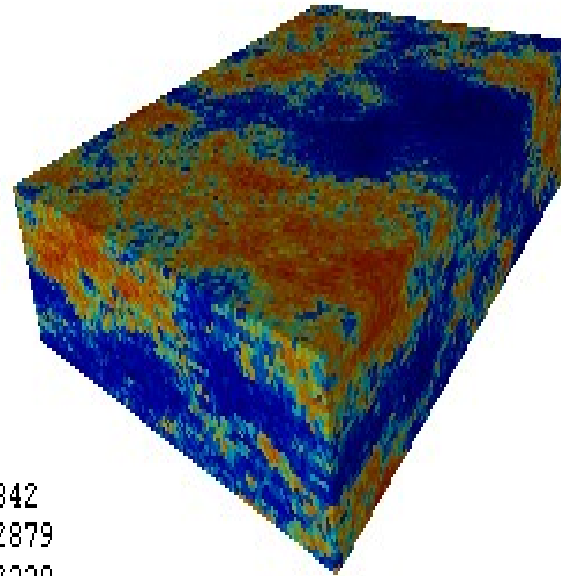


$$\gamma(h) = 0.018 * \text{Gauss}_{.40}(h) + 0.007 * \text{Exp}_{160}(h)$$

# Método Secuencial Gaussiano

## Modelación de Yacimientos

Datos de  
porosidad  
en pozos



Distribución de la  
Porosidad usando  
Secuencial Gaussiano

# Método Recocido Simulado

- El recocido simulado (simulated annealing) es un método heurístico que permite la generación de simulaciones condicionales sujetas a restricciones complejas.
- Fue introducido por Kirkpatrick (1983) como un método de **optimización** para la solución de problemas combinatorios (discretos).
- Su nombre proviene por la analogía del método con el proceso de enfriamiento lento del metal fundido de manera que alcance un estado de mínima energía el cual corresponde a una estructura cristalina pura completamente ordenada del metal.
- Si el enfriamiento no se realiza con la lentitud adecuada, el metal no alcanza dicho estado y degenera en una estructura amorfa o policristalina.



# Método Recocido Simulado

## Procedimiento

Se parte de una imagen inicial (imagen de entrenamiento) de la cual se conoce su función de distribución de probabilidad (FDP) y/o su función de correlación o variograma

Se crea una imagen inicial con una arreglo de datos aleatorio (pero apegado al histograma conocido). A esta imagen inicial se le calcula su valor de la función objetivo

Se toman pares de datos de manera aleatoria y se realizan un intercambio entre ellos, en cada intercambio de datos se calcula la función objetivo y se evalúa su alteración (decremento o incremento)

# Método Recocido Simulado

## Procedimiento

Al realizar cambios en la configuración del sistema, se altera el valor de la energía. La energía pasa de una energía  $E_{\text{anterior}}$  a una energía  $E_{\text{nueva}}$ . Si  $E_{\text{nueva}} < E_{\text{anterior}}$  se acepta el cambio. Si no, el cambio se acepta con una probabilidad  $P_{\text{aceptación}}$  igual a:

$$P_{\text{aceptación}} = e^{(E_{\text{nueva}} - E_{\text{anterior}}) / t}$$

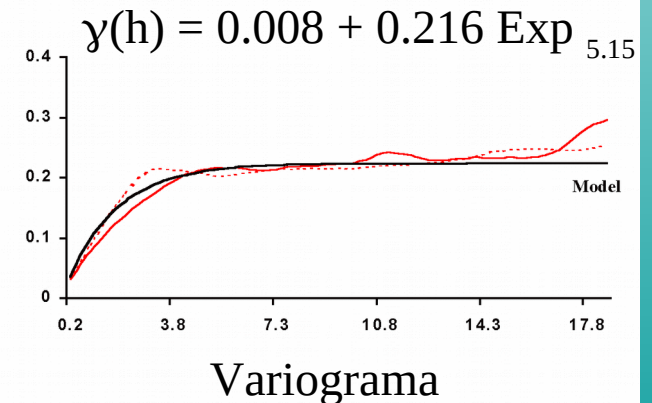
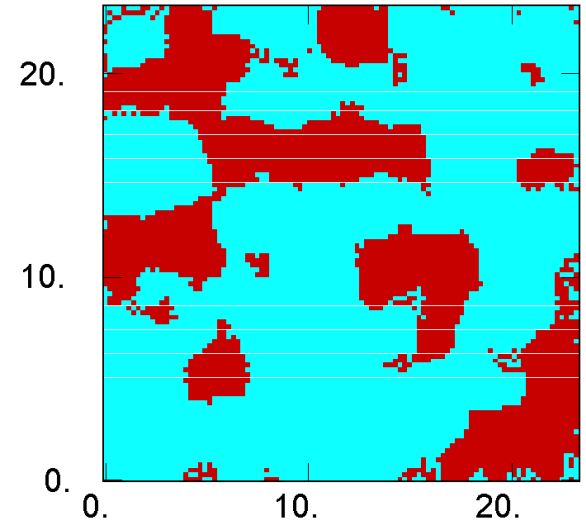
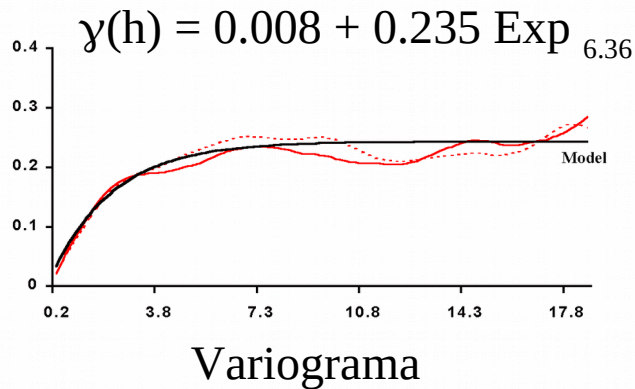
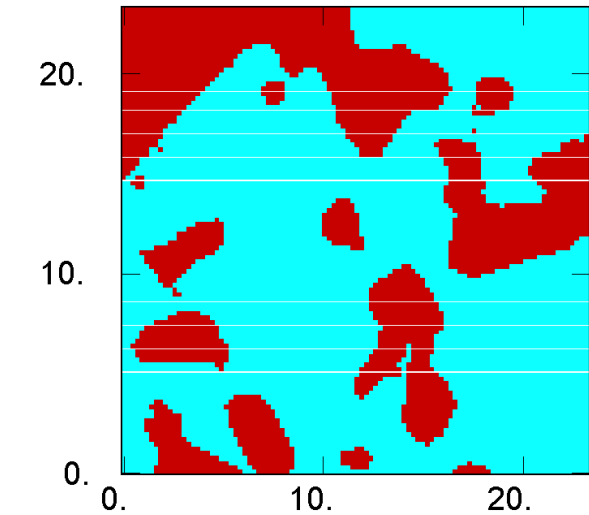
La función

$$\text{Función objetivo: } E = [P^T_{ij} - P^I_{ij}]^2$$

$P^T_{ij}$  y  $P^I_{ij}$  son las proporciones de la  $j$ -ésima clase del histograma para el  $i$ -ésimo arreglo de configuración, para la imagen de entrenamiento  $P^T$  y para la imagen inicial  $P^I$

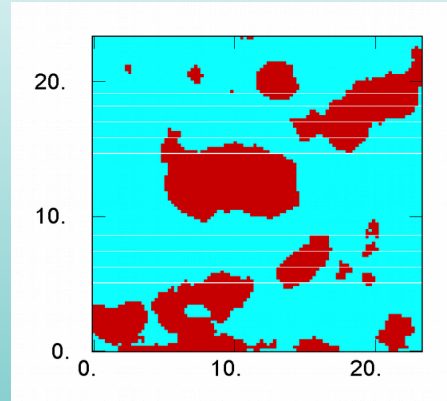
# Método Recocido Simulado

Imágenes en 2D de porosidad de un medio poroso vulgar con tomografía computarizada (izquierda) y recocido simulado (derecha).



# Método Recocido Simulado Multipunto medios porosos vugulares

Imagen real de  
un medio poroso  
vugular



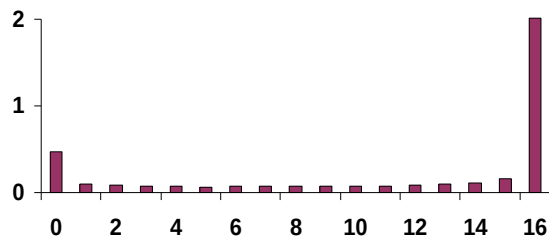
Malla de 100 x 100

4 x 4

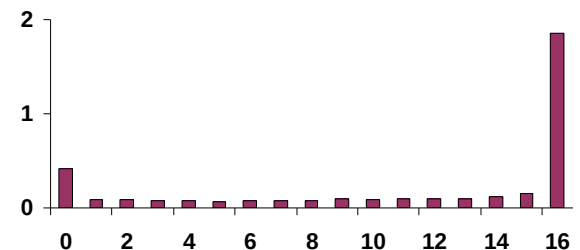
2 x 8

Arreglos de configuración

4 x 4



2 x 8



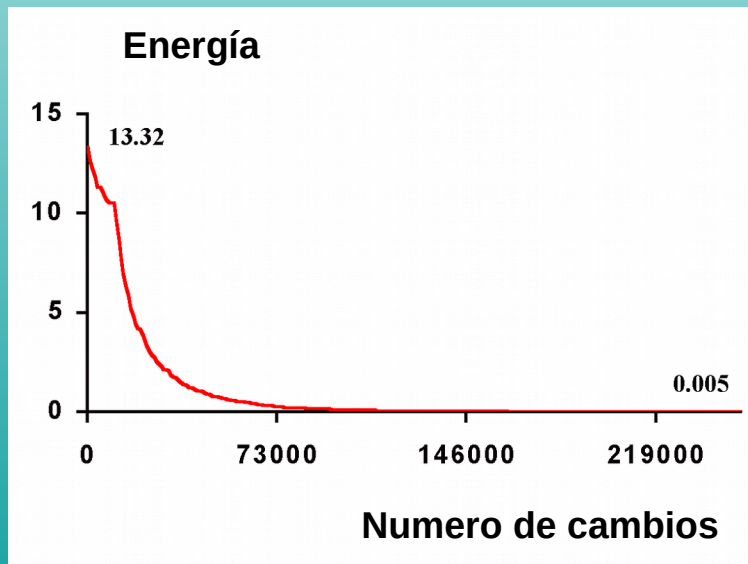
Estadística  
multipunto

MGPY2- Métodos geoestadísticos  
simulación

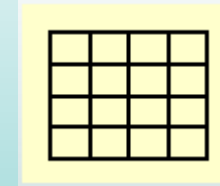
# Método Recocido Simulado Multipunto

- Reproduce la geometría vulgar
- Reproduce la estadística
- Reproduce el arreglo multipunto

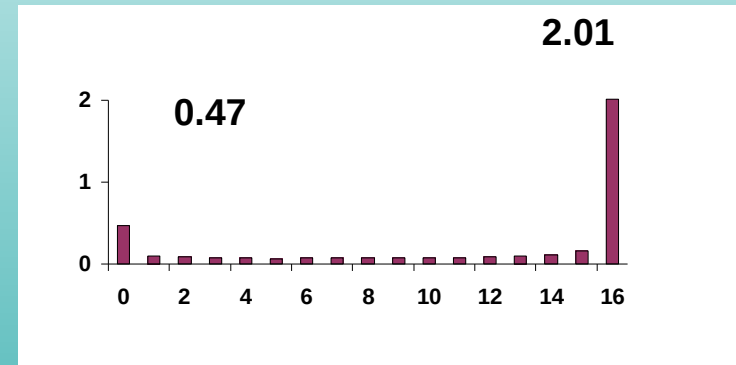
**Función objetivo:**



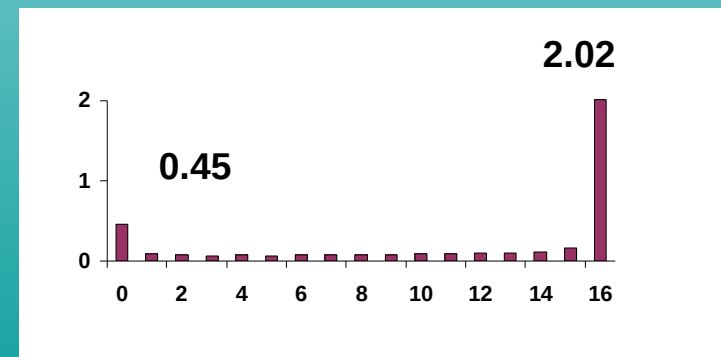
**Arreglo de configuración: 4 x 4**



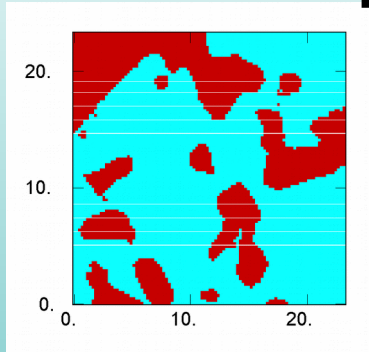
**Estadística inicial**



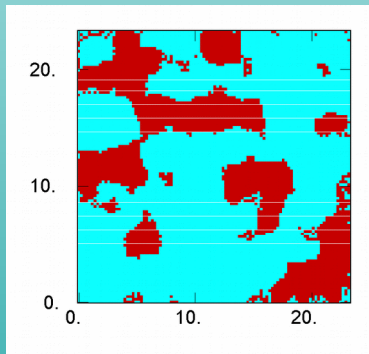
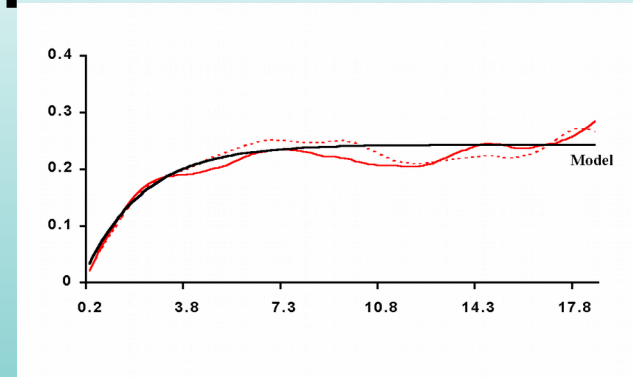
**Estadística final**



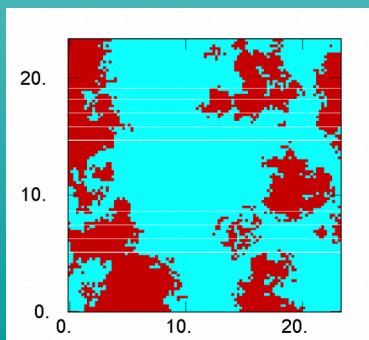
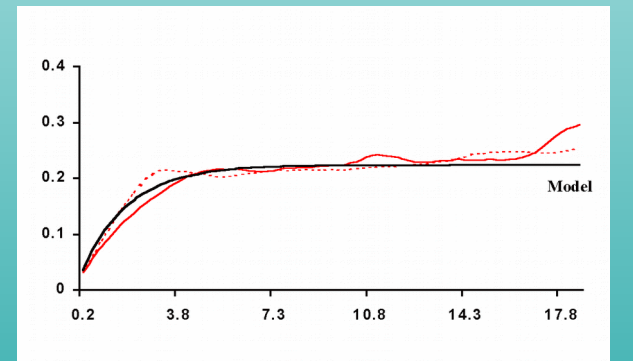
# Método Recocido Simulado Multipunto medios porosos vugulares equivalentes



Medio vugular real

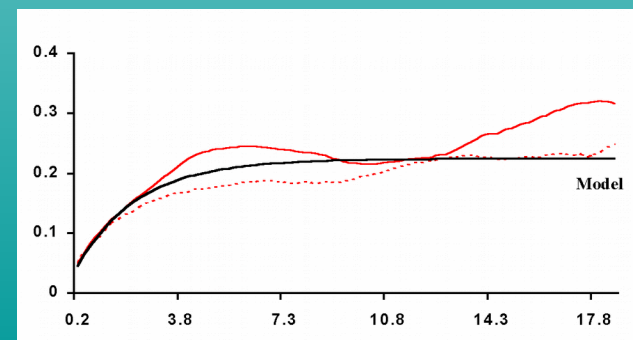


Simulación annealing



Simulación secuencial  
de variable indicator

G\_MGPY2- Métodos geoestadísticos  
de simulación



# Método Recocido Simulado Multipunto

## Comparación entre simulación secuencial de indicadores y simulación *annealing* multipunto

**SSI** tiempo promedio por realización: 15 segundos

**SAM** tiempo promedio por realización: 60 minutos

