# Ejemplo práctico: estimación de la porosidad y la permeabilidad.

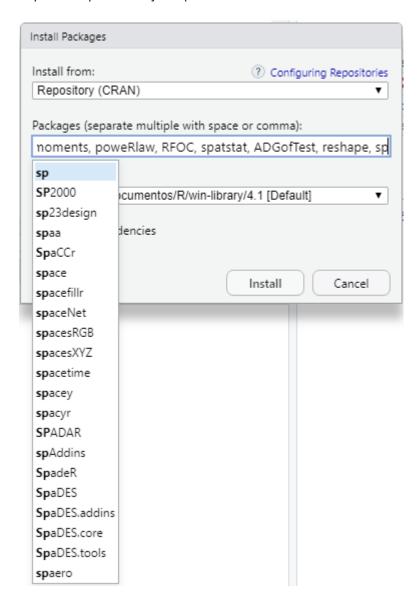
# Introducción.

# Carga de paqueterias y funciones.

Para obtener la estimación espacial debemos instalar en R Studio los siguientes paquetes: Rcpp, maps, mapproj, actuar, fields, fitdistrplus, geoR, gstat, MASS, moments, poweRlaw, RFOC, spatstat, ADGofTest, reshape, sp.

#### NOTA: la versión de R recomendada es 4.1.1

Hay dos formas de instalar estos paquetes: la primera opción es ir a la barra de menús en la interfaz de R Studio, dar click en tools>install Packages. En el renglón Packages pondrán los nombres de los paquetes separados por coma y después dan click en install



La segunda opción es usando la consola, para eso debemos copiar las siguientes líneas en un script y ejecutarlo o copiar línea por línea en la consola de R Studio.

```
In [1]:
         root dir<-getwd()</pre>
         #install dir- installation directory
         install dir<-paste(root dir,"/Installation",sep="")</pre>
         setwd(install dir)
         install.packages("Rcpp")
         install.packages("maps")
         install.packages("mapproj")
         install.packages("actuar")
         install.packages("fields")
         install.packages("fitdistrplus")
         install.packages("geoR")
         install.packages("gstat")
         install.packages("MASS")
         install.packages("moments")
         install.packages("poweRlaw")
         install.packages("RFOC")
         install.packages("spatstat")
         install.packages("ADGofTest")
         install.packages("reshape")
         install.packages("sp")
         #set back to root work directory
        Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
        (as 'lib' is unspecified)
          There is a binary version available but the source version is later:
             binary source needs compilation
        Rcpp 1.0.6 1.0.7
          Binaries will be installed
        package 'Rcpp' successfully unpacked and MD5 sums checked
        The downloaded binary packages are in
                C:\Users\danie\AppData\Local\Temp\RtmpERJ58l\downloaded packages
        Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
        (as 'lib' is unspecified)
        package 'maps' successfully unpacked and MD5 sums checked
        The downloaded binary packages are in
                C:\Users\danie\AppData\Local\Temp\RtmpERJ58l\downloaded packages
        Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
        (as 'lib' is unspecified)
        package 'mapproj' successfully unpacked and MD5 sums checked
        The downloaded binary packages are in
                C:\Users\danie\AppData\Local\Temp\RtmpERJ58l\downloaded packages
        Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
        (as 'lib' is unspecified)
        Warning message:
        "package 'actuar' is not available (for R version 3.6.1)"Installing package into 'E:/OneDr
        ive/Documentos/R/win-library/3.6'
        (as 'lib' is unspecified)
          There is a binary version available but the source version is later:
               binary source needs compilation
        fields
                 11.6
                        12.5
                                           TRUE
          Binaries will be installed
```

package 'fields' successfully unpacked and MD5 sums checked

```
The downloaded binary packages are in
        Cillears dania AnnData I ocal Tamn DtmnFD 1581 downloaded nackages
Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
(as 'lib' is unspecified)
 There is a binary version available but the source version is later:
            binary source needs compilation
fitdistrplus 1.1-3 1.1-5
                                       FALSE
installing the source package 'fitdistrplus'
Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
(as 'lib' is unspecified)
package 'geoR' successfully unpacked and MD5 sums checked
The downloaded binary packages are in
        C:\Users\danie\AppData\Local\Temp\RtmpERJ58l\downloaded_packages
Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
(as 'lib' is unspecified)
package 'gstat' successfully unpacked and MD5 sums checked
The downloaded binary packages are in
        C:\Users\danie\AppData\Local\Temp\RtmpERJ58l\downloaded packages
Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
(as 'lib' is unspecified)
package 'MASS' successfully unpacked and MD5 sums checked
The downloaded binary packages are in
        C:\Users\danie\AppData\Local\Temp\RtmpERJ58l\downloaded packages
Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
(as 'lib' is unspecified)
package 'moments' successfully unpacked and MD5 sums checked
The downloaded binary packages are in
       C:\Users\danie\AppData\Local\Temp\RtmpERJ58l\downloaded packages
Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
(as 'lib' is unspecified)
package 'poweRlaw' successfully unpacked and MD5 sums checked
The downloaded binary packages are in
        C:\Users\danie\AppData\Local\Temp\RtmpERJ58l\downloaded_packages
Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
(as 'lib' is unspecified)
package 'RFOC' successfully unpacked and MD5 sums checked
The downloaded binary packages are in
       C:\Users\danie\AppData\Local\Temp\RtmpERJ58l\downloaded packages
Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
(as 'lib' is unspecified)
also installing the dependencies 'spatstat.geom', 'spatstat.core', 'spatstat.linnet', 'spa
tstat.utils'
 There are binary versions available but the source versions are later:
               binary source needs_compilation
spatstat.geom
               2.1-0 2.2-2
                                           TRUE
spatstat.core 2.1-2 2.3-0
                                           TRUE
spatstat.linnet 2.1-1 2.3-0
                                           TRUE
spatstat.utils 2.1-0 2.2-0
                                          TRUE
               2.1-0 2.2-0
                                           TRUE
spatstat
```

Binaries will be installed package 'spatstat.geom' successfully unpacked and MD5 sums checked

```
package 'spatstat.utils' successfully unpacked and MD5 sums checked
        package 'spatstat' successfully unpacked and MD5 sums checked
        The downloaded binary packages are in
        Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
        (as 'lib' is unspecified)
        package 'ADGofTest' successfully unpacked and MD5 sums checked
        The downloaded binary packages are in
                C:\Users\danie\AppData\Local\Temp\RtmpERJ58l\downloaded packages
        Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
        (as 'lib' is unspecified)
        package 'reshape' successfully unpacked and MD5 sums checked
        The downloaded binary packages are in
                C:\Users\danie\AppData\Local\Temp\RtmpERJ58l\downloaded packages
        Installing package into 'E:/OneDrive/Documentos/R/win-library/3.6'
        (as 'lib' is unspecified)
        package 'sp' successfully unpacked and MD5 sums checked
        The downloaded binary packages are in
                C:\Users\danie\AppData\Local\Temp\RtmpERJ58l\downloaded packages
       Despues de instalar los paquetes debemos cargarlos de la siguiente forma:
In [1]:
         root dir<-getwd()</pre>
         setwd(root_dir)
         #### Load Packages ####
         library(actuar)
         library(Rcpp)
         library(maps)
         library(mapproj)
         library(fields)
         library(fitdistrplus)
         library(geoR)
         library(gstat)
         library(MASS)
         library(moments)
         library(poweRlaw)
         library(RFOC)
         library(spatstat)
         library(ADGofTest)
         library(reshape)
         library(sp)
        Attaching package: 'actuar'
        The following objects are masked from 'package:stats':
            sd, var
        The following object is masked from 'package:grDevices':
            cm
```

Loading required package: spam

package 'spatstat.core' successfully unpacked and MD5 sums checked package 'spatstat.linnet' successfully unpacked and MD5 sums checked

```
Loading required package: dotCall64
Loading required package: grid
Spam version 2.7-0 (2021-06-25) is loaded.
Type 'help( Spam)' or 'demo( spam)' for a short introduction
and overview of this package.
Help for individual functions is also obtained by adding the
suffix '.spam' to the function name, e.g. 'help( chol.spam)'.
Attaching package: 'spam'
The following objects are masked from 'package:base':
   backsolve, forwardsolve
Loading required package: viridis
Loading required package: viridisLite
Attaching package: 'viridis'
The following object is masked from 'package:maps':
   unemp
See https://github.com/NCAR/Fields for
an extensive vignette, other supplements and source code
Loading required package: MASS
Loading required package: survival
Analysis of Geostatistical Data
For an Introduction to geoR go to http://www.leg.ufpr.br/geoR
geoR version 1.8-1 (built on 2020-02-08) is now loaded
______
Loading required package: spatstat.data
Loading required package: spatstat.geom
spatstat.geom 2.2-2
Attaching package: 'spatstat.geom'
The following object is masked from 'package:MASS':
   area
```

The following object is masked from 'package:actuar':

discretise

```
Loading required package: spatstat.core

Loading required package: nlme

Loading required package: rpart

spatstat.core 2.3-0

Attaching package: 'spatstat.core'

The following object is masked from 'package:gstat':
   idw

Loading required package: spatstat.linnet

spatstat.linnet 2.3-0

spatstat 2.2-0 (nickname: 'That's not important right now')

For an introduction to spatstat, type 'beginner'
```

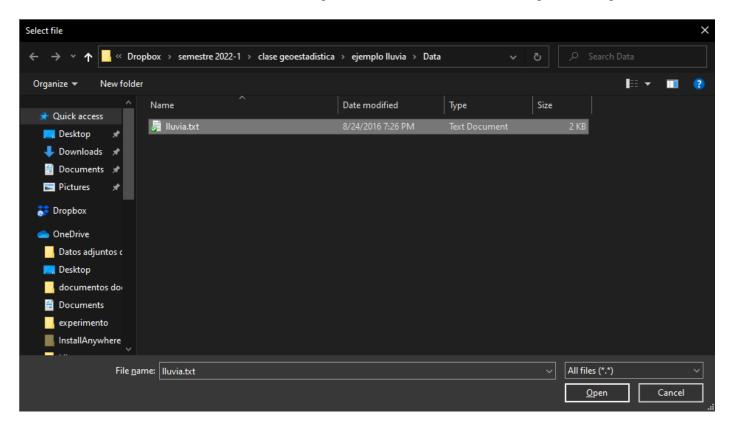
Comprobamos que todos los paquetes hayan sido cargados, si es asi, cargaremos las funciones. Estas nos permitirán obtener los graficos, modelos, etc.

```
In [2]:
         #root dir<-getwd()</pre>
         function dir<-paste(root dir, "/Functions", sep="")</pre>
         setwd(function dir)
         source("AllModel.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("BasicStats.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("BestModel.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("BestModel.R")
         source("BestModelName.R")
         source("CDF.R")
         source("CoKrigingOrd.R")
         source("CoKrigingOrdAnis.R")
         source("CrossValidation.R")
         source("CrossValidation2.R")
         source("CrossVariograma.R")
         source("DEspacial.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("Distance.R")
         source("Estadisticas.R")
         source("EyeModel.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("FitDistribution.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("GDEspacial.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("GDirecciones.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("GNormal.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("hist2.R")
         source("HistBoxplot.R")
         source("HistModel.R")
         source("KrigingOrd.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("KrigingOrdAnis.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("ModelVariogram.R")
         source("Modelo.R")
         source("Outliers.R")
         source("OutliersCount.R")
         source("OutliersCountTwo.R")
         source("OutliersPos.R")
         source("OutliersTwo.R")
         source("PPplot.R")
         source("QQplot.R")
         source("RangoParams.R")
         source("Regresion.R")
         source("ScatterPlot.R")
         source("Tendencia.R")
         source("Transformacion.R")
         source("Trend.R")
         source("Val Estadisticos.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("Validacion.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("ValidacionCross.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("Variograma.R")
         source("Variograma4D.R", encoding='ISO-8859-1')
         source("hist2.R")
         source("scaterplot.R")
         source("scaterplotReg.R")
         #source("PlotGridCells.R")
         setwd(root dir)
```

# Carga de datos.

Ahora tenemos que cargar los datos de cada variable con su respectiva posicion espacial en coordenadas UTM. Es importante que cada columna tenga su propio encabezado, así será fácil localizarlos e indexarlos.

Para seleccionar el archive que contiene la información que necesitamos, ejecutamos el comando "read.table", el cual contiene las siguientes tres instrucciones: file=file.choose(), esta instrucción indica que quieres seleccionar el archivo usando una ventana emergente similar a la mostrada en la siguiente imagen:



header=TRUE indica que las columnas tienen encabezado y na.strings="-999.25" es una condicional para que cualquier celda nula sea llenada con el número -999.25.

```
In [3]: Data_File_Burb <- read.csv(file=file.choose(),header=T,na.strings="-999.25")</pre>
```

Para ordenar los resultados necesitamos crear una carpeta que usemos especificamente para el analísis exploratorio de datos (AED), ahi se almacenarán tablas e imagenes, esnto lo hacemos con el comando "dir.create", donde le indicaremos la ruta donde se creará la carpeta AED.

Nota: no es necesario ejecutar esta linea mas de una vez, de lo contrario R Studio mostrará "Warning message in dir.create(paste(getwd(), "/Results/AED", sep = "")) already exists"

```
In [4]: dir.create(paste(getwd(), "/Results/Burb", sep=""))
    result_dir<-paste(root_dir, "/Results/Burb", sep="")</pre>
```

Warning message in dir.create(paste(getwd(), "/Results/Burb", sep = "")):
"'C:\Users\danie\Dropbox\semestre 2022-1\clase geoestadistica\ejemplo GAERM\Results\Burb'
already exists"

```
In [5]: # Creates a folder to store results for AED
    dir.create(paste(getwd(),"/Results/Burb/AED", sep=""))
    aed_dir<-paste(result_dir,"/AED",sep="")</pre>
```

Warning message in dir.create(paste(getwd(), "/Results/Burb/AED", sep = "")):
"'C:\Users\danie\Dropbox\semestre 2022-1\clase geoestadistica\ejemplo GAERM\Results\Burb\A
ED' already exists"

# Analisis exploratorio de datos.

Como se mostró en clase, el objetivo del análisis exploratorio es examinar las variables aleatorias disponibles y establecer si estas cumplen con los supuestos que requiere la estimación. Por lo tanto, debemos verificar su normalidad, linealidad, homocedasticidad, identificar los valores atípicos (outliers) y evaluar el impacto que tendrán estos valores durante el analisis variografico y por supuesto, la estimación.

Para este ejemplo las variables son los valores de la porosidad (phi\_per) y la permeabilidad (perm\_mD), los cuales tienen una distribución espacial en coordenadas UTM.

Después de cargar el archivo con la información y asignarle el nombre "Data\_File\_Burb", necesitamos las variables aleatorias y su posición espacial. Esto lo podemos hacer de la siguiente forma:

```
In [6]:
    XCoord<-Data_File_Burb$Easting_ft
    YCoord<-Data_File_Burb$Northing_ft
    phi_per<-Data_File_Burb$phi_percent
    perm_mD<-Data_File_Burb$k_mD</pre>
#Coordenada UTM en x
#Coordenada UTM en y
#variable con la información de la porosidad
#variable con la información de la permeabilidad
```

Ya que tenemos las variables necesitamos saber sobre sus estadigrafos, esto lo podemos calcular usando la función "estadisticas". Es importante mencionar que los valores calculados en este paso se usarán en los graficos.

```
In [7]: XCoord_Stat<-Estadisticas(XCoord)
    YCoord_Stat<-Estadisticas(YCoord)
    phi_per_Stat<-Estadisticas(phi_per)
    perm_mD_Stat<-Estadisticas(perm_mD)</pre>
```

# Analisis estadístico univariado.

Para la interpretacion estadística univariada comenzaremos dos elementos: la tabla con los valores estadísticos y el histograma con boxplot.

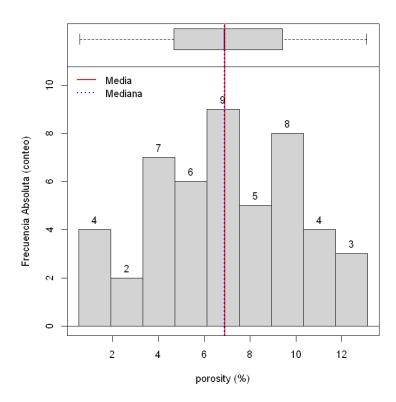
Para obtener la tabla con los valores estadisticos, usamos la funcion "Val\_Estadisticos".

```
In [8]: Data_File_Burb_Stat <- Val_Estadisticos(Data_File_Burb)
  write.csv(Data_File_Burb_Stat , file = paste(aed_dir,"/Data_File_Burb_Stat.csv",sep=""))
  print(Data_File_Burb_Stat[,3:4])</pre>
```

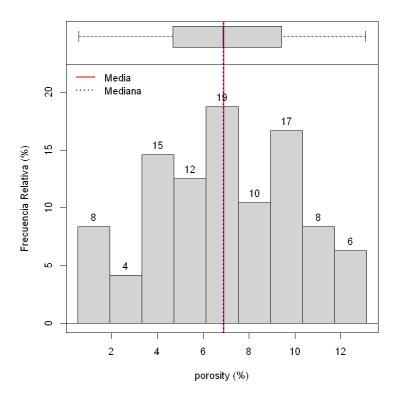
```
k_mD phi_percent
No_muestras
Minimo
                          4.800000e+01
                                                  48.00000
                              7.400000e+00
                                                        0.58200
1.002450e+03 4.70125
meulana 3.482205e+03 6.88800
Media 6.818245e+03 6.90763
Cuartil_3er 7.743625e+03 9.31300
Maximo 3.634740e+04 13.07300
Rango 3.6340000000
Rango_Intercuartil 6.741175e+03
                                                      4.61175
Varianza 8.353271e+07
Desv_Estandar 9.139623e+03
Simetria 1.835790e+00
                                                      9.92476
                                                      3.15036
                                                       -0.05236
Curtosis
                              5.626030e+00
                                                       2.28307
```

Analisis estadístico univariado para la porosidad (phi\_per).

El histograma para la porosidad (phi\_per) con frecuencia absoluta es:



Y el histograma de la porosidad con frecuencia relativa es:



Analizando los histogramas y los estadígrafos de la variable de la porosidad (phi\_per) tiene una diferencia entre la media y la mediana de 0.0.1963, su coeficiente de asimetría es de -0.05236, lo cual significa que la variable es ligeramente asimétrica. Esto se confirma con los histogramas, los cuales muestran que la asimetría es positiva. También podemos notar que el boxplot muestra no muestra valores atípicos. El valor de la curtosis es de 2.28307, lo cual nos indica que es planicúrtica.

Para saber si hay valores atípicos que no logramos ver con el boxplot usamos la función "OutliersPos".

```
In [11]: phi_per_outliers<-OutliersPos(phi_per)
Data_File_Burb[phi_per_outliers,c(1,2,3)]

A data.frame: 0 × 3</pre>
```

Easting\_ft Northing\_ft k\_mD
<int> <int> <dbl>

Como podemos notar, no existen valores atípicos. Dado que la variable aleatoria tiene asimetría ligera, no es necesario hacer alguna transformación.

# Análisis estadístico univariado para la permeabilidad (perm\_mD).

Ahora se hace el mismo análisis estadístico a los datos obtenidos de la permeabilidad (perm\_mD). Empezamos obteniendo los valores estadísticos.

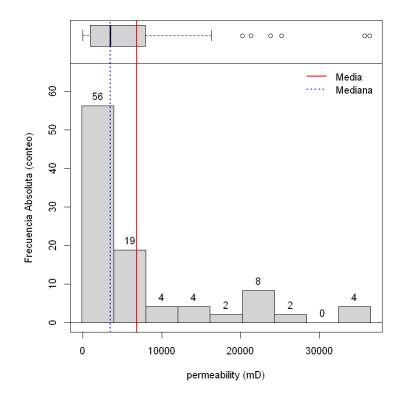
```
In [12]:
    perm_mD_Stat <- Estadisticas(perm_mD)
    perm_mD_Stat</pre>
```

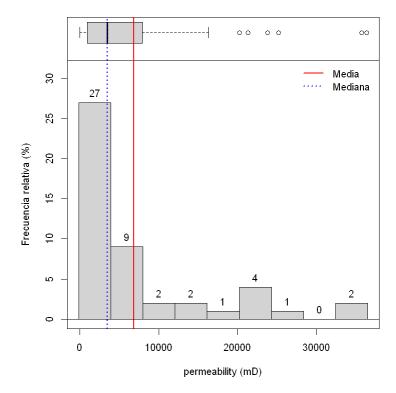
A data.frame: 14 × 2

Statistics Values

	Statistics	Values	
	<chr></chr>	<dbl></dbl>	
muestras	n	4.800000e+01	
minimos	Minimum	7.400000e+00	
cuantiles1	1st. Quartile	1.002450e+03	
medianas	Median	3.482205e+03	
medias	Mean	6.818245e+03	
cuantiles3	3rd. Quartile	7.743625e+03	
maximos	Maximum	3.634740e+04	
rangos	Rank	3.634000e+04	
rangosInt	Interquartile Rank	6.741175e+03	
varianzas	Variance	8.353271e+07	
desvs	Standard Deviation	9.139623e+03	
CVs	Variation Coeff.	1.340500e+00	

Y su respectivo histograma.





Podemos notar que la diferencia entre la media y la mediana es de 3336.4, lo cual nos indica que la variable es asimétrica positiva y el histograma nos confirma esta información, también podemos notar que hay seis valores atípicos localizados a la derecha del boxplot.

Transformación de variable para la permeabilidad (perm\_mD).

Dado que no se logró obtener la normalidad en esta variable, podemos usar alguna transformación.

En estadística, la transformación de datos es la aplicación de una función matemática determinista a cada punto en un conjunto de datos, es decir, cada punto de datos  $z_i$  se reemplaza con el valor transformado  $y_i = f(z_i)$ , donde f es una función.

Las transformaciones generalmente se aplican para que los datos parezcan cumplir más con los supuestos de un procedimiento de inferencia estadística que se aplicará, o para mejorar la interpretabilidad o la apariencia de los gráficos. Las transformaciones generalmente se aplican para que los datos parezcan cumplir más con los supuestos de un procedimiento de inferencia estadística que se aplicará, o para mejorar la interpretabilidad o la apariencia de los gráficos.

Las razones más comunes para aplicar una transformación son:

- Reducir la asimetría.
- Lograr relaciones de dependencia lineales o cuasi lineales
- Conveniencia.

Las transformaciones más comunes son:

Asimetrías positivas	Ecuación	Asimetrías negativas	Ecuación
Raíz cuadrada	$v_{at}=\sqrt{v_a}$	Potencias	$v_{at}=v_a^n$

Asimetrías positivas Ecuación Asimetrías negativas Ecuación

Logarítmica 
$$v_{at} = Log(v_a)$$
 Arcseno  $v_{at} = arcsen(v_a)$ 

Recíproca 
$$v_{at} = rac{1}{v_a}$$
 Exponencial  $v_{at} = exp(v_a)$ 

Donde  $v_a$  es la variable aleatoria y  $v_{at}$  es la variable aleatoria transformada.

#### Transformación logarítmica.

```
In [15]: Data_File_Burb$perm_mD_Log <- log(perm_mD)
    perm_mD_Log <- log(perm_mD)</pre>
```

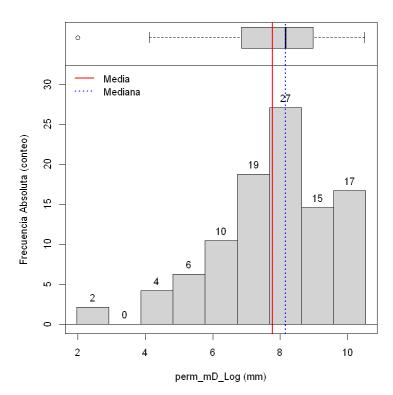
Y calculamos sus estadígrafos.

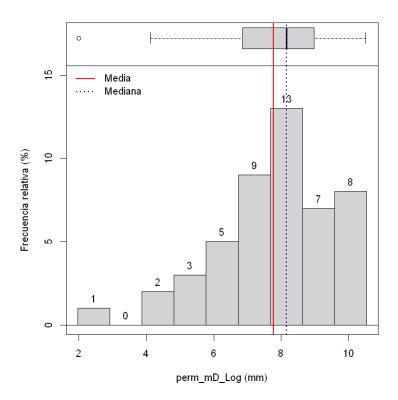
In [16]:
 perm\_mD\_Log\_Stat <- Estadisticas(perm\_mD\_Log)
 write.csv(perm\_mD\_Log\_Stat , file = paste(aed\_dir,"/perm\_mD\_Log\_Stat.csv",sep=""))
 perm\_mD\_Log\_Stat</pre>

A data.frame: 14 × 2

	Statistics	Values	
	<chr></chr>	<dbl></dbl>	
muestras	n	48.0000	
minimos	Minimum	2.0015	
cuantiles1	1st. Quartile	6.9063	
medianas	Median	8.1554	
medias	Mean	7.7777	
cuantiles3	3rd. Quartile	8.9540	
maximos	Maximum	10.5009	
rangos	Rank	8.4994	
rangosInt	Interquartile Rank	2.0477	
varianzas	Variance	3.2156	
desvs	Standard Deviation	1.7932	
CVs	Variation Coeff.	0.2306	
simetrias	Skewness	-0.8484	
curtosiss	Kurtosis	3.8748	

Los histogramas de la transformación logarítmica son los siguientes:





La diferencia entre la media y la mediana pasó de 3336.4 a 0.38, lo cual es muy bajo, El histograma presenta asimetría negativa. El boxplot muestra valores atípicos a la izquierda del grafico, nos aseguraremos que esto sea cierto usando la función "OutliersPos".

In [19]: perm\_mD\_Log\_outliers<-OutliersPos(perm\_mD\_Log)
 Data\_File\_Burb[perm\_mD\_Log\_outliers,c(1,2,3)]</pre>

A data.frame: 1 × 3

 Easting\_ft
 Northing\_ft
 k\_mD

 <int>
 <int>
 <dbl>

 9
 6525
 10141
 7.4

Como podemos ver, hay un valor atípico, el cual vamos a retirar.

NOTA: retirar los valores atípicos no significa que no usaremos más adelante, los necesitar

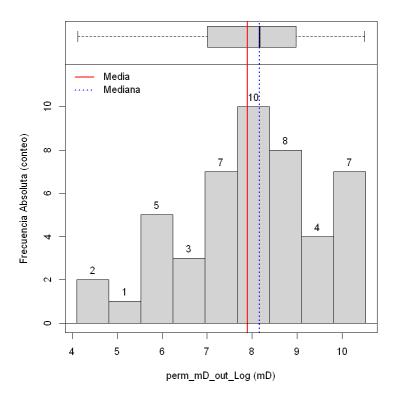
```
In [20]: perm_mD_Log_out<-perm_mD_Log[-perm_mD_Log_outliers]</pre>
```

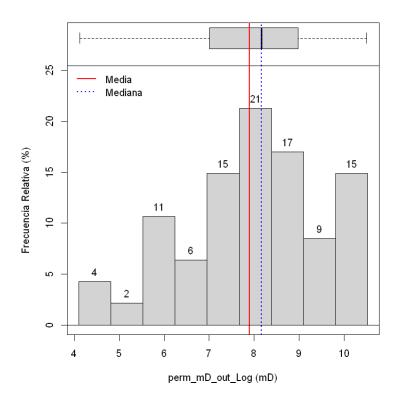
Después de retirar los valores atípicos, calculamos los estadígrafos de esta nueva variable aleatoria.

```
In [21]: perm_mD_Log_out_Stat<-Estadisticas(perm_mD_Log_out)
    write.csv(perm_mD_Log_out_Stat , file = paste(aed_dir,"/perm_mD_Log_out_Stat.csv",sep="")
    perm_mD_Log_out_Stat</pre>
```

A data.frame: 14 × 2 **Statistics Values** <chr> <dbl> 47.0000 muestras minimos Minimum 4.1239 cuantiles1 1st. Quartile 7.0100 medianas Median 8.1663 medias 7.9006 Mean cuantiles3 3rd. Quartile 8.9744 maximos Maximum 10.5009 Rank 6.3770 rangos rangosInt Interguartile Rank 1.9643 varianzas Variance 2.5447 desvs Standard Deviation 1.5952 **CVs** Variation Coeff. 0.2019 simetrias Skewness -0.4224curtosiss Kurtosis 2.6013

También graficamos sus respectivos histogramas.





La diferencia entre la media y la mediana pasó de 0.38 a 0.27, lo cual es bajo, El histograma presenta asimetría positiva. El boxplot no muestra valores atípicos, nos aseguraremos que esto sea cierto usando la función "OutliersPos".

```
In [24]: perm_mD_Log_out_outliers2<-OutliersPos(perm_mD_Log_out)
    print(perm_mD_Log_out_outliers2)</pre>
```

numeric(0)

## Análisis estadístico bivariado.

Como pudimos notar durante el análisis exploratorio univariado, necesitamos de dos elementos para interpretar las características estadísticas de una variable: un histograma y una tabla con los valores estadísticos. Con el caso del análisis exploratorio bivariado necesitamos un diagrama de dispersión o scatterplot y los grados de dependencia.

Un diagrama de dispersión es una gráfica compuesta por pares de valores de dos variables aleatorias  $(x_i, y_i)$ .

Los grados de dependencia se miden usando el coeficiente de correlación lineal de Pearson:

$$ho_{XY} = rac{\sigma_{XY}}{\sigma_{X}\sigma_{Y}} = = rac{Cov(X,Y)}{\sqrt{(Var(X)Var(Y))}}$$

El coeficiente de correlación de Spearman:

$$ho=1-rac{6\sum D^2}{N(N^2-1)}$$

Y el coeficiente de correlación de Kendall:

$$au = rac{ncute{u}mero\ de\ pares\ concordantes - ncute{u}mero\ de\ pares\ discordantes}{{n\choose 2}}$$

## Cálculo de grados de dependencia

Para calcular estos grados de dependencia lo hacemos de la siguiente forma:

```
In [25]: cor(phi_per , perm_mD, method = "pearson")
```

0.716875024758622

```
In [26]: cor(phi_per , perm_mD, method = "spearman")
```

0.865935735996526

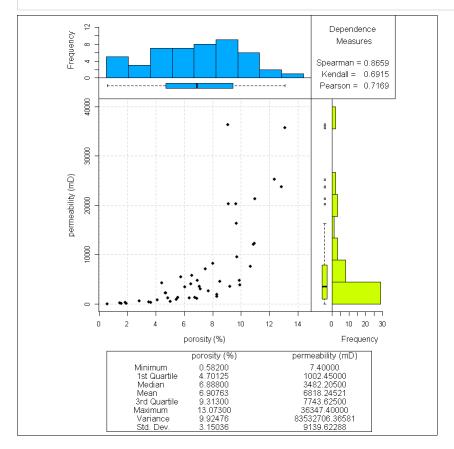
```
In [27]: cor(phi_per , perm_mD, method = "kendall")
```

0.691489361702128

Respecto al coeficiente de Pearson, su valor es de 0.7168. Sin embargo, los valores de la correlación de Spearman (0.8659) y Kendall (0.6914) indican que el modelo indica que el modelo tiene buena dependencia.

## Diagrama de dispersión.

El diagrama de dispersión se grafica de la siguiente manera:

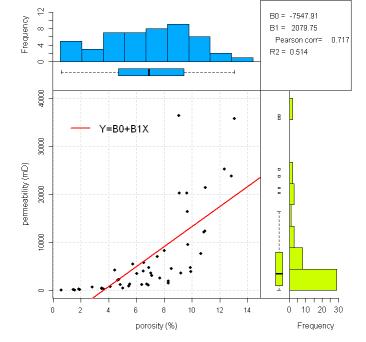


Podemos notar en el gráfico de dispersión que hay valores atípicos localizados en la esquina superior derecha, pero solo se manifiestan en el histograma de la permeabilidad, por el momento no se omitirán esos valores con el fin de saber si para el análisis exploratorio bivariado se podría considerar como valores atípicos a omitir.

# Análisis de regresión lineal.

Como se mencionó en clase, la regresión trata de establecer relaciones funcionales entre variables aleatorias, en este caso, la relación se establece con una recta. Para hacer el análisis necesitamos de los parámetros de la recta y el análisis de residuos.

El gráfico de dispersión con línea de regresión se genera de la siguiente forma:



De este grafico nos interesa saber los valores de la regresión lineal y su error cuadratico, con el caso de los parámetros  $B_o$  y  $B_1$ , copiamos sus valores de la siguiente forma:

```
In [30]: X<-phi_per
Y<-perm_mD

linear_regression <-lm(Y ~ X)

B0 <- linear_regression$coefficients[1]
B0
B1 <- linear_regression$coefficients[2]
B1</pre>
```

(Intercept): -7547.90678034324

X: 2079.75273537237

Ya que tenemos los parámetros de la recta, hacemos el calculo de los residuos.

```
In [31]: Y_Regression <- linear_regression$fitted.values
    Y_Residual <- linear_regression$residuals</pre>
```

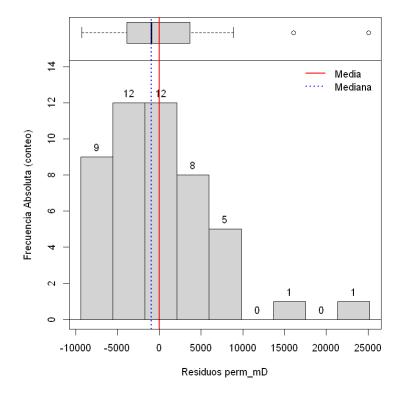
Ya que tenemos calculados los residuos necesitamos obtener sus valores estadísticos.

```
In [32]:
    Y_Residual_Stat<-Estadisticas(Y_Residual)
    write.csv(Y_Residual_Stat , file = paste(aed_dir,"/perm_mD_Residual_Stat.csv",sep=""))
    Y_Residual_Stat</pre>
```

	Statistics	Values
	<chr></chr>	<dbl></dbl>
minimos	Minimum	-9.237240e+03
cuantiles1	1st. Quartile	-3.748058e+03
medianas	Median	-9.578251e+02
medias	Mean	0.000000e+00
cuantiles3	3rd. Quartile	3.650538e+03
maximos	Maximum	2.503611e+04
rangos	Rank	3.427335e+04
rangosInt	Interquartile Rank	7.398596e+03
varianzas	Variance	4.060443e+07
desvs	Standard Deviation	6.372160e+03

Y tambien necesitamos obtener el histograma de estos residuos.

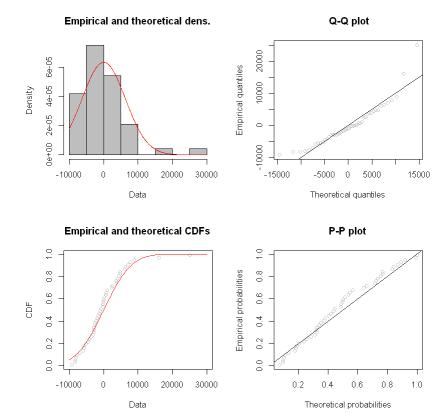
```
In [33]:
HistBoxplot(x=Y_Residual, mean = Y_Residual_Stat[5,2], median = Y_Residual_Stat[4,2], main
xlab = "Residuos perm_mD", ylab = "Frecuencia Absoluta (conteo)", AbsFreq = TI
```



"argument 'col' is not made use of"

Si analizamos los valores estadísticos y el histograma de los residuos, podemos notar que el valor esperado es de -0.0016, lo cual se podria considerar cercano a cero, su varianza es de 0.2947 y la diferencia entre la media y la mediana es de 0.1564, lo cual nos indica que tiene asimetría negativa, por lo tanto, los residuos no cumplen con todas las condiciones que demanda la regresión lineal.

```
In [34]: FitDistr2_Residual_normal<-FitDistribution(data = Y_Residual, DISTR="norm", BREAKS = "Stu
Warning message in hist.default(data, breaks = breaks, plot = FALSE, ...):</pre>
```



Para confirmar que los residuos no cumplen con las condiciones de la regresión lineal podemos sobreponer el histograma con la distribución normal (figura superior izquierda), ahí podemos ver que una de las barras del histograma sobrepasa a la función de distribución. El grafico Q-Q plot (figura superior derecha) también muestra que solo las muestras de la parte central están en la recta, las muestras localizadas a los extremos están lejos de la recta esperada. La grafica comparativa entre las funciones de distribución acumulativas empírica y teórica (figura inferior izquierda) muestran un ajuste aceptable, pero no es ideal y en el caso del grafico P-P plot (figura inferior derecha) casi todas las muestras se posicionan cerca de la recta.

Ahora debemos aplicar un test de normalidad, en este caso tenemos dos opciones: hipótesis de Kolmogorov-Smirnov y la hipótesis de Anderson-Darling.

La hipótesis de Kolmogorov-Smirnov se usa para contrastar la hipótesis de normalidad, el estadístico de prueba es la máxima diferencia:

$$D = m \acute{a} x |F_n(x) - F_{va}(x)|$$

Donde  $F_n(x)$  es la función de distribución paramétrica, en este caso la función normal. Y  $F_{va}(x)$  es la función de la variable aleatoria.

La hipótesis de Anderson-Darling es una prueba no paramétrica que se basa en la comparación de las muestras  $\mathbf Y$  y la función de distribución de probabilidad teórica  $\mathbf F$ . Su fórmula es:

$$S = \sum_{k=1}^N rac{2k-1}{N} [ln(F(Y_k)) + ln(1-F(Y_{N+1-k}))]$$

In [35]:

FD\_HT\_Residual\_normal<-FitDistr2\_Residual\_normal\$x
FD HT Residual normal</pre>

<chr></chr>	<chr></chr>	<chr></chr>	<chr></chr>	<chr></chr>
No rechazo H0	0.1222	0.4362	0.05	Kolmogorov-Smirnov
No rechazo H0	0.9167	0.4035	0.05	Anderson-Darling

Bajo la prueba de Kolmogorov-Smirnov podemos ver que la normalidad de los residuos es de no rechazo, es decir, se aprueba su hipótesis de normalidad, esto se puede deber a que en el grafico Q-Q plot los valores no están muy alejados de la recta esperada.

Mientras que la prueba de Anderson-Darling no rechaza la hipotesis de normalidad.

```
In [36]: FD_FP_Residual_normal<-FitDistr2_Residual_normal$y
FD_FP_Residual_normal

A data.frame: 4 × 1

Normal

<dbl>
```

 Media
 -6.438183e-13

 Desviaci?n est?ndar
 6.305434e+03

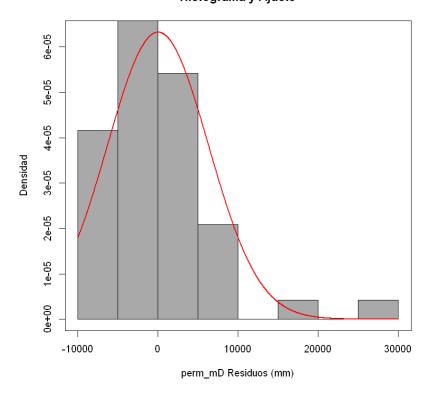
 M?xima Verosimilitud
 -4.880691e+02

 AICC
 9.801381e+02

Los siguientes gráficos son los mismos que se analizaron en el vector "FitDistr2\_Residual\_normal", tenemos el histograma la funcion de distribución normal.

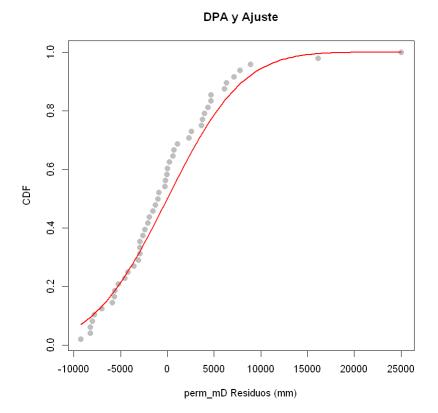
```
PARA_Residual_normal <- list(mean = as.numeric(FD_FP_Residual_normal[1,1]), sd = as.numer:
HistModel(x = Y_Residual, distr = "norm", para = PARA_Residual_normal, breaks = "Sturges"
ylab = "Densidad", colCurve = "red", col = "darkgray")</pre>
```

#### Histograma y Ajuste

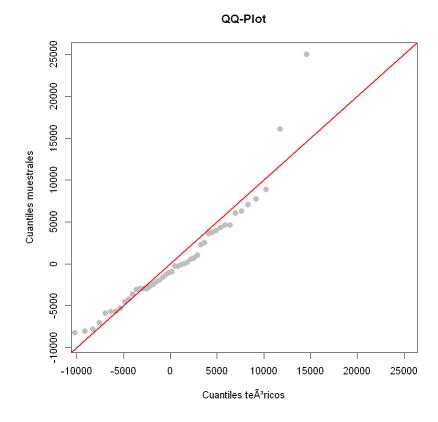


Graficamos su función de distribución acumulativa.

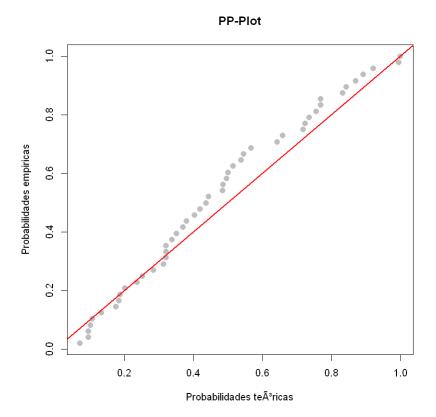




El Grafico cuantil-cuantil (Q-Q plot).

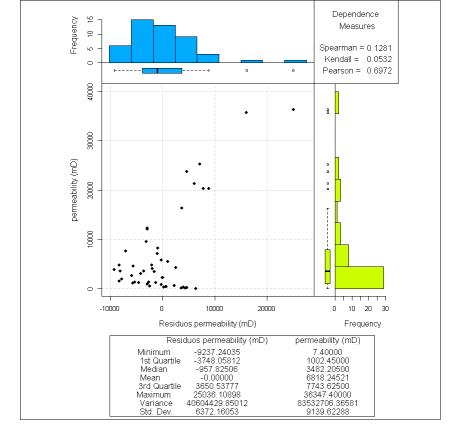


El Grafico percentil-percentil (P-P plot).



#### Analisis bivariado: Y vs Y residual.

Ahora necesitamos evaluar si los valores obtenidos del pluviómetro tienen una relación con los residuos, para esto necesitamos el gráfico de dispersión. El cual generamos de la siguiente forma:



En este grafico podemos notar que la medida de dependencia lineal de Pearson es de 0.1281, Spearman es de 0.0532 y Kendall es de 0.6972. Aquí podemos notar una fuerte discrepancia en los resultados dela medida de dependencia; para Spearman y Kendall tenemos una baja dependencia que podríamos considerar que la regresión cumple con su propósito, pero Pearson muestra que su dependencia es buena.

## Análisis estadístico bivariado con variables transformadas.

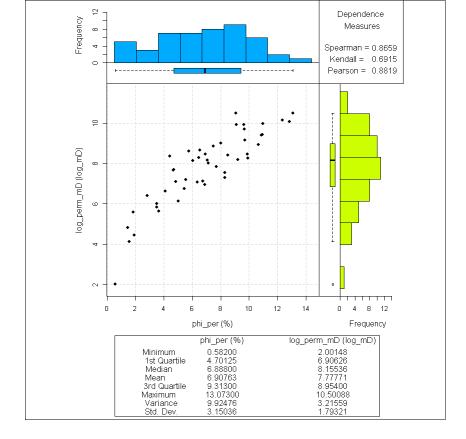
Ahora haremos el caso donde las variables (Radar\_mm, Pluv\_mm) tienen transformada logarítmica. Se escogió que las variables aleatorias usen esta transformación por los resultados que se tuvieron con la variable aleatoria de las muestras obtenidas con el pluviómetro.

## Grafico de dispersión.

En el grafico de dispersión podemos notar que las medidas de dependencia tienen los siguientes valores:

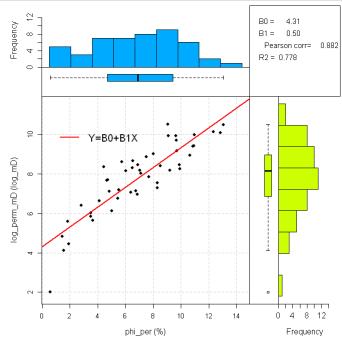
- Spearman (0.8659)
- Kendall (0.6915)
- Pearson (0.8819)

Si comparamos las medidas de dependencia de este análisis estadístico bivariado con el anterior análisis podemos notar que el coeficiente de correlación de Pearson cambió de 0.7168 a 0.8659, mientras que los coeficientes de Spearman y Kendall se mantuvieron. esto muestra una gran ventaja al usar los coeficientes de Spearman y Kendall ya que no se ven afectados ante transformaciones.



# Analisis de regresión lineal.

Ahora obtendremos los valores de la regresión lineal.



```
In [44]: X<-phi_per
Y<-perm_mD_Log
linear_regression <-lm(Y ~ X)

# Linear Regression Parameters
B0 <- linear_regression$coefficients[1]
B0
B1 <- linear_regression$coefficients[2]
B1</pre>
```

(Intercept): 4.3101719606354

X: 0.501986643878787

Y calculamos sus estadígrafos e histograma.

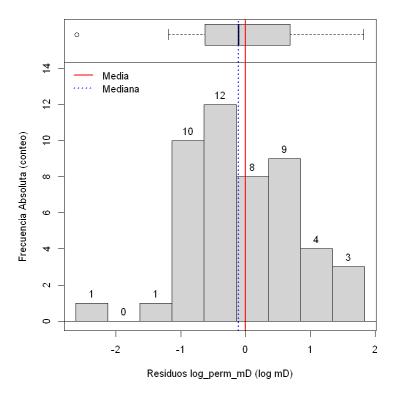
```
In [45]:
Y_Regression <- linear_regression$fitted.values
Y_Residual <- linear_regression$residuals

Y_Residual_Stat<-Estadisticas(Y_Residual)
write.csv(Y_Residual_Stat , file = paste(aed_dir,"/perm_mD_Log_Residual_Stat.csv",sep="")
Y_Residual_Stat</pre>
```

A data.frame: 14 × 2

	Statistics	Values
	<chr></chr>	<dbl></dbl>
muestras	n	4.800000e+01
minimos	Minimum	-2.600800e+00
cuantiles1	1st. Quartile	-6.022000e-01
medianas	Median	-1.076000e-01
medias	Mean	0.000000e+00
cuantiles3	3rd. Quartile	6.815000e-01
maximos	Maximum	1.815900e+00
rangos	Rank	4.416800e+00
rangosInt	Interquartile Rank	1.283700e+00
varianzas	Variance	7.146000e-01
desvs	Standard Deviation	8.454000e-01
CVs	Variation Coeff.	1.605428e+16
simetrias	Skewness	-1.820000e-01
curtosiss	Kurtosis	3.495000e+00

```
In [46]:
```



En este caso podemos ver que el histograma presenta asimetría positiva con un valor atípico localizado a la izquierda. La diferencia entre la media y la mediana es de 0.11, la cual es baja.

FitDistr2\_Residual\_normal<-FitDistribution(data = Y\_Residual, DISTR="norm", BREAKS = "Stu

```
Warning message in hist.default(data, breaks = breaks, plot = FALSE, ...):
"argument 'col' is not made use of"
        Empirical and theoretical dens.
                                                                  Q-Q plot
    0.5
    0.4
                                              Empirical quantiles
    0.3
Density
    0.2
    0.1
                          0
                                                                     0
        -3
              -2
                      Data
                                                              Theoretical quantiles
        Empirical and theoretical CDFs
                                                                  P-P plot
                                                  1.0
    0.8
                                              Empirical probabilities
                                                  0.8
    9.0
                                                  9.0
9
    0.4
                                                  4.0
    0.2
                                                  0.2
                                       2
        -3
              -2
                          0
                                                      0.0
                                                            0.2
                                                                  0.4
                                                                        0.6
                                                                              0.8
```

Data

In [47]:

Analizando los residuos podemos notar que el histograma con la distribución normal (figura superior izquierda) nos muestra que los residuos no son normales, en especial los valores localizados al centro del histograma. El

Theoretical probabilities

grafico Q-Q plot (figura superior derecha) también muestra quecasi todas las muestras están cerca de la recta. La grafica comparativa entre las funciones de distribución acumulativas empírica y teórica (figura inferior izquierda) muestra un buen ajuste y en el caso del grafico P-P plot (figura inferior derecha) hay muy pocas muestras alejadas a la recta. Con esto podemos concluir que los residuos posiblemente cumplen con los requisitos de la regresión lineal.

```
In [48]:
```

```
FD_HT_Residual_normal<-FitDistr2_Residual_normal$x</pre>
FD HT Residual normal
```

A data.frame: 2 × 5

Nombre	Nivel de significancia	P-valor	Estad?stico	Decisi?n
<chr></chr>	<chr></chr>	<chr></chr>	<chr></chr>	<chr></chr>
Kolmogorov-Smirnov	0.05	0.8672	0.08312	No rechazo H0
Anderson-Darling	0.05	0.8338	0.4142	No rechazo H0

Las pruebas de normalidad de Kolmogorov-Smirnov y Anderson-Darling confirman lo analizado con los graficos.

```
In [49]:
```

```
FD FP Residual normal<-FitDistr2 Residual normal$y
FD FP Residual normal
```

A data.frame: 4 × 1

Normal

<dbl>

Media 5.265665e-17

Desviaci?n est?ndar 8.365121e-01

M?xima Verosimilitud -5.954036e+01

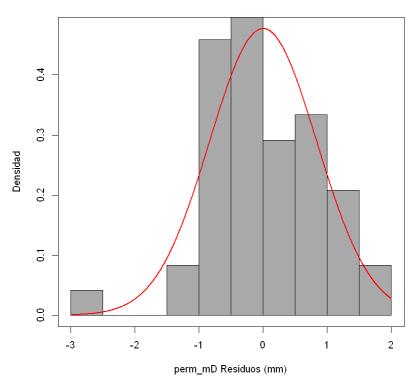
**AICC** 1.230807e+02

Graficamos las comparativas entre el histrograma y la funcion de distribución normal.

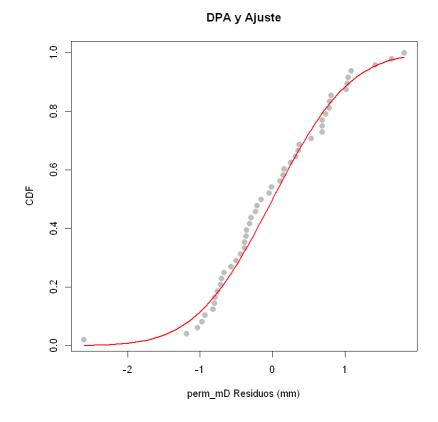
```
In [50]:
```

```
PARA_Residual_normal <- list(mean = as.numeric(FD_FP_Residual_normal[1,1]), sd = as.numeric
HistModel(x = Y_Residual, distr = "norm", para = PARA_Residual_normal, breaks = "Sturges"
    ylab = "Densidad", colCurve = "red", col = "darkgray")
```

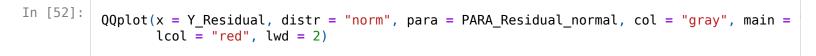
#### Histograma y Ajuste

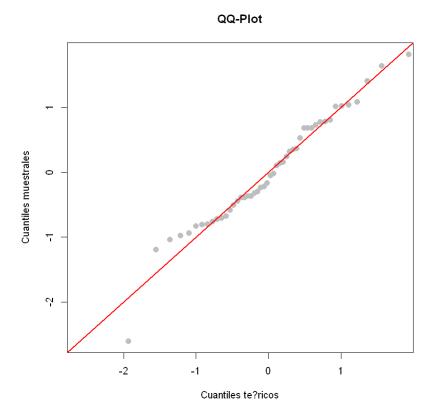


Graficamos las comparativas entre la función de distribución acumulativa empírica y la función de distribución acumulativa normal.

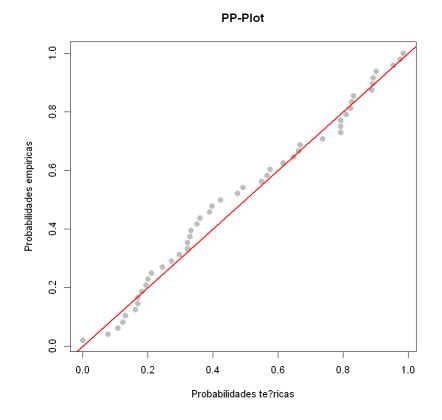


El Grafico cuantil-cuantil (Q-Q plot).





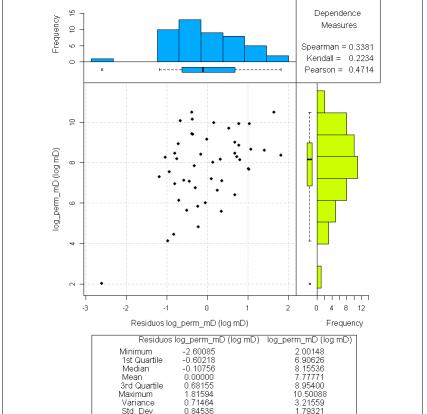
El Grafico Percentil-percentil (P-P plot).



Analisis bivariado: Y vs Y residual.

```
In [54]: X<-Y_Residual # Y_Residual es la variable invependiente
Y<-perm_mD_Log # perm_mD_Log es la variable dependiente</pre>
```

Ahora Analizaremos la dependencia entre la variable aleatoria con transformación logarítmica y sus residuos. Se hace el grafico de dispersión.



El resultado de las medidas de dependencia muestra que la dependencia es considerable. Pearson tiene un valor de 0.4714, Spearman es de 0.3381 y Kendall es de 0.4714. Con esta última prueba podemos concluir que la regresión lineal usando las variables aleatorias transformadas no cumplió con todas las condiciones.

Con el caso de las muestras obtenidas de los pluviómetros, podemos ver que los valores atípicos se localizan en los mismos lugares de los valores atípicos obtenidos del radar meteorológico, por lo que debemos tomar en cuenta esta información para el análisis variografico.

# Análisis variografico.

Ahora que sabemos cuál es el comportamiento de las variables aleatorias y escogimos la mejor opción continuamos con el análisis vario gráfico.

# Análisis variográfico variable perm\_mD

Al igual que el análisis exploratorio, necesitamos saber cómo están distribuidos los valores de la variable, para esto usamos la función "DEspacial". Esta función necesita saber las coordenadas (XCoord, YCoord), la variable

que usaremos que en este caso es la variable (perm\_mD); cuando ejecutamos esta función obtenemos la siguiente imagen:

```
In [56]: root_dir<-getwd()

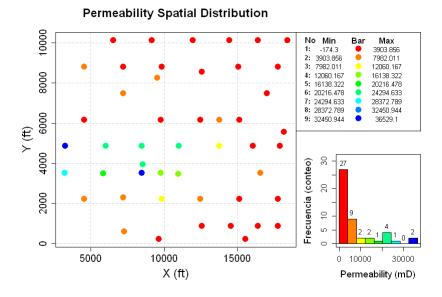
# Creates a folder to store results for a case
# dir.create(paste(getwd(), "/Results/Burb", sep=""))

# result_dir<-paste(root_dir, "/Results/Burb", sep="")

# Creates a folder to store results for Variography Analysis (AV)
dir.create(paste(getwd(), "/Results/Burb/AV", sep=""))

av_dir<-paste(root_dir, "/Results/Burb/AV", sep="")</pre>
```

Warning message in dir.create(paste(getwd(), "/Results/Burb/AV", sep = "")):
"'C:\Users\danie\Dropbox\semestre 2022-1\clase geoestadistica\ejemplo GAERM\Results\Burb\A
V' already exists"



El grafico que obtenemos nos da la distribución espacial de las muestras con puntos de distintos colores, siendo los colores rojo y azul los valores extremos. A la derecha del grafico tenemos el histograma que por default tiene nueve intervalos (bins), si deseamos cambiar el número de intervalos debemos abrir el archivo que contiene la función DEspacial, el cual es DEspacial.R localizado en la carpeta "Functions", después deben ir a la línea 16 y cambiar el valor nbins como se muestra en la siguiente imagen:

```
1 DEspacial <-
  # col = gray.colors(64, start = 0.3, end = 0.9, gamma = 2.2),
            Grid=NULL, breaks = NULL, TextPar=list(col="black", cex=1),
    library(reshape) # for the function "sort_df"
10
    library(fields) # for the function "as.image"
12
    Datos <- as.data.frame(cbind(CoorX, CoorY, P1))
DatosOrd <- sort_df(Datos, vars = "P1") # "sort_df" sorts "Datos" in ascending order for "P1"
13
14
15 -
    if (is.null(breaks)) {
16
      nbins = 9
17
      Xmax <- max(P1)
18
      Xmin <- min(P1)
```

## Análisis de tendencia de la variable perm\_mD.

Para determinar si la variable es estacionaria usamos dos fuentes de información:

- Análisis de regresión de la mediana en la dirección X y en la dirección Y
- Estimar el variograma.

El gráfico de regresión de la mediana nos informa si existe algún indicio de tendencia siguiendo el siguiente criterio:

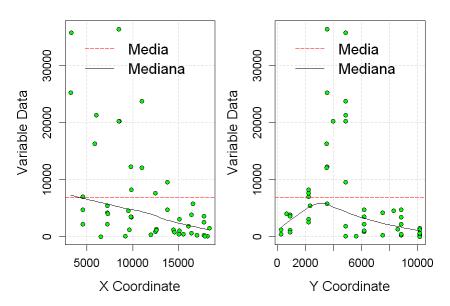
- Si la regresión es paralela a la línea de la media entonces la variable no tiene tendencia
- Si la regresion no es paralela entonces la variable podría tener algún grado de tendencia.

Cabe aclarar que esta prueba solo nos da indicios de la posible tendencia, mas no es determinante. El variograma es la prueba fuerte que nos indica si la variable tiene tendencia.

Para el análisis de regresión de la mediana usamos la función "GDirecciones", la cual necesita las coordenadas (XCoord, YCoord) y la variable a analizar, en este caso perm\_mD.

```
In [58]: GDirecciones(XCoord, YCoord, perm_mD)
```

#### Median Regression Analysis in X and Y directions



Analizando el resultado de la regresión podemos notar que en el eje de coordenadas X tiene una linea descendente, lo cual podemos considerar como un indicio de tendencia. Con el caso del eje de coordenadas Y vemos que su regresión no cruza con la linea del valor esperado y puede ser indicio de tendencia. Esto lo confirmaremos cuando se estime el variograma experimental.

Para estimar el variograma experimental necesitamos:

- número de intervalos (lags)
- distancia mínima (DistMin)
- distancia máxima (DistMax)
- valor de intervalo (lag value)

Definimos el número de intervalos que deseamos usar. Si la distribución espacial de la variable esta muestreada en una malla regular, entonces usamos la información de dicha malla para definir el valor y numero de intervalo; de lo contrario hay que calcular la distancia máxima y mínima de las muestras. Para este caso el número que seleccionamos es 10.

```
In [59]:

X_rng<-XCoord_Stat[8,2]
Y_rng<-YCoord_Stat[8,2]
N_lags<-10
lag_value <- sqrt(X_rng*X_rng+Y_rng*Y_rng)/(2*N_lags)
DistMin<-min(dist(Data_File_Burb[,1:2])) # Minimum distance in data
DistMax<-max(dist(Data_File_Burb[,1:2])) # Minimum distance in data
lag_value<-max((DistMax/2)/N_lags, DistMin)</pre>
```

Ahora hay que comparar el valor de la distancia mínima (DistMin) con el valor de intervalo (lag value).

• Si el valor de intervalo calculado con (DistMax/2)/N\_lags es menor a la distancia mínima entonces no usamos el valor de intervalo debido a que no hay pares que cumplan con esa distancia, en su lugar usamos el valor de la distancia mínima.

 Si el valor del intervalo calculado con (DistMax/2)/N\_lags es mayor a la distancia mínima, entonces podemos decidir cualquiera de los dos valores

Ya que tenemos estos valores podemos estimar el variograma experimental adireccional, el cual tiene por dirección 0º y ángulo de tolerancia de 90º.

Para estimar el variograma adireccional se usa la función "Variograma", Esta función necesita:

- Coordenadas (XCoord, YCoord)
- Variable (perm\_mD)
- Una dirección (Direccion) y su tolerancia angular (Tol), como en este caso es variograma adireccional la dirección es de 0º y su tolerancia es de 90º.
- Número de intervalos (N\_lags)
- Valor del intervalo (lag\_value)
- Número de pares mínimo, por default es 1
- Titulo del gráfico.

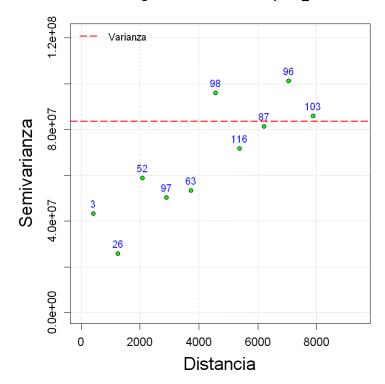
La función "Variograma" usa el estimador clasico o método de momentos, el cual es:

$$\gamma^*(\underline{h}) = rac{1}{2N(\underline{h})} {\sum_{i=1}^{N(\underline{h})}} [Z(\underline{x}_i + \underline{h}) - Z(\underline{x}_i)]^2$$

In [75]:

variog: computing omnidirectional variogram

#### Variograma Adireccional de perm\_mD



```
In [61]:
```

perm\_mD\_VarioEstimation
write.csv(perm\_mD\_VarioEstimation, file = paste(av\_dir,"/perm\_mD\_Vario\_Adireccional.csv",

A data.frame: 10 × 3

Npares	Lags	Semivarianzas
<dbl></dbl>	<dbl></dbl>	<dbl></dbl>
3	414.3761	43357869
26	1243.1283	25802752
52	2071.8806	58723392
97	2900.6328	50352988
63	3729.3850	53330721
98	4558.1372	95975552
116	5386.8895	71704539
87	6215.6417	81426837
96	7044.3939	101149039
103	7873.1461	85880480

Observando el resultado del variograma experimental adireccional podemos notar que no hay evidencias de tendencia, ya que el variograma crece hasta que se acota en la varianza, lo cual indica que esta variable al menos cumple con la hipótesis intrínseca.

Si por alguna razón la variable presenta evidencias de tendencia, entonces hay que aplicar una transformación polinomial.

La transformación polinomial de primer orden tiene la siguiente forma:

$$Z_1(x) = m_1(x) + R_1(x)$$

La transformación polinomial de segundo orden es:

$$Z_2(x)=m_2(x)+R_2(x)$$

La transformación la hacemos usando la función "Trend", la cual necesita las coordenadas (XCoord, YCoord), la variable (perm\_mD) y el grado del polinomio (pol\_degree).

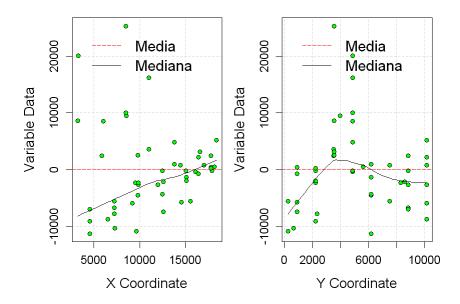
```
In [62]:
```

Con esta transformación volvemos a graficar la regresión de la mediana y el variograma experimental adireccional.

```
In [63]:
```

```
\label{local_decomposition} GDirectiones (perm\_mD\_Detrended\_1[\ ,1]\ , \ perm\_mD\_Detrended\_1[\ ,2]\ , \ perm\_mD\_Detrended\_1[\ ,3]\ )
```

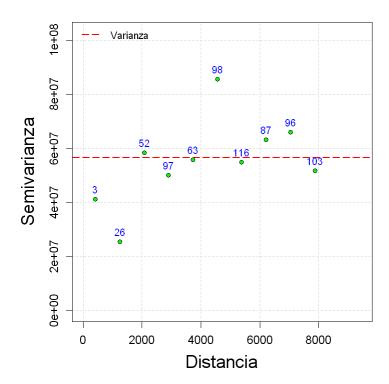
## Median Regression Analysis in X and Y directions



In [64]:

variog: computing omnidirectional variogram

## Variograma Adireccional de perm\_mD Residuos 1



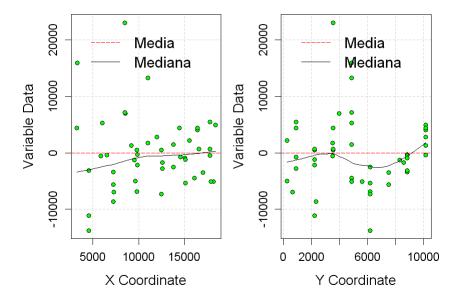
La transformación de segundo orden se hace de la siguiente forma.

In [66]: GDirecciones(perm\_mD\_Detrended\_2[,1], perm\_mD\_Detrended\_2[,2], perm\_mD\_Detrended\_2[,3])

## Median Regression Analysis in X and Y directions

In [65]:

pol degree=2



variog: computing omnidirectional variogram

# Modelado variográfico unidimensional de la variable perm\_mD

Después del análisis de tendencia, podemos empezar con el modelado del variograma. Por lo que empezaremos con el cálculo de los variogramas direccionales, esto para determinar si hay anisotropía.

Para calcular los variogramas direccionales solo cambiamos los parámetros en la función variograma:

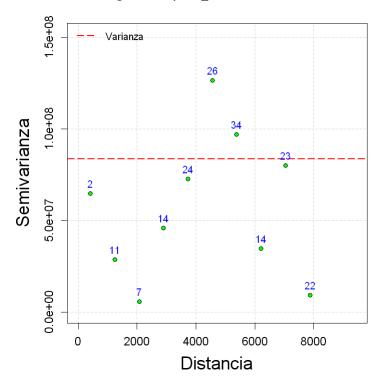
- Coordenadas (XCoord, YCoord)
- Variable (Pluv\_mm\_Log)
- Dirección del vector, los cuales son: 0º, 45º, 90º y 135º
- Valor de la tolerancia angular, la cual es de 22.5º
- Número de intervalos (N\_lags)
- Valor del intervalo (lag value)
- Número de pares mínimo, por default es 1
- Titulo del gráfico.

Dado estos parámetros, podemos poner como ejemplo la siguiente grafica que ilustra la forma de cálculo del variograma con los parámetros antes mencionados, para la dirección de vector 0º es:

```
In [68]:
```

```
variog: computing variogram for direction = 0 degrees (0 radians)
     tolerance angle = 22.5 degrees (0.393 radians)
```

#### Variograma de perm\_mD en la direccion de 0°



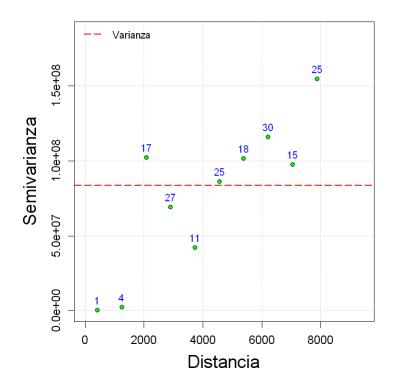
Para el caso del variograma direccional 0º podemos notar que el variograma experimental en la dirección 0º no está bien estimado, solo un intervalo tiene más de 30 pares. Por lo tanto, no se puede juzgar si esta dirección presenta anisotropía.

Calculamos el variograma direccional 45º

```
In [70]: perm_mD_VarioEstimation_dir45<-Variograma(XCoord, YCoord, perm_mD, 45, 22.5, N_lags, lag_value, 1, "Variog
```

variog: computing variogram for direction = 45 degrees (0.785 radians)
 tolerance angle = 22.5 degrees (0.393 radians)

#### Variograma de perm\_mD en la direccion de 45°



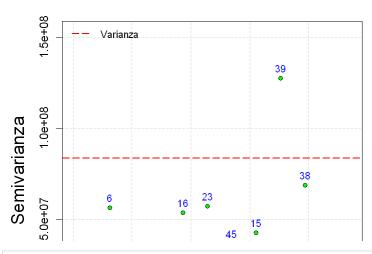
```
In [71]: write.csv(perm_mD_VarioEstimation_dir45, file = paste(av_dir,"/perm_mD_Vario_direccio45.cs
```

Con el variograma direccional a 45º notamos el mismo problema detectado en el variograma direccional de 0º, solo un intervalo tiene un número de pares superior a 30, por lo tanto, en esta dirección no se puede juzgar si existe algún tipo de anisotropía.

Probamos con el variograma direccional de 90º

tolerance angle = 22.5 degrees (0.393 radians)

#### Variograma de perm mD en la direccion de 90°



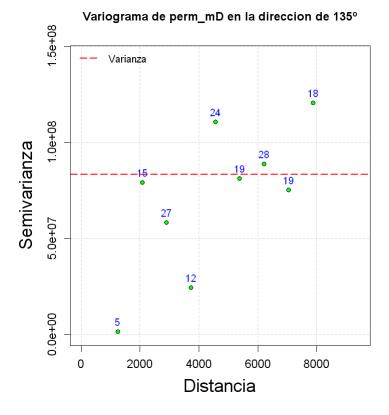
In [73]: write.csv(perm\_mD\_VarioEstimation\_dir90, file = paste(av\_dir,"/perm\_mD\_Vario\_direccio90.cs

Con el variograma direccional de 90º seguimos obteniendo intervalos mal estimados, solo dos tiene más de 30 pares y por lo tanto no se puede juzgar si existe anisotropía en esta dirección.

Seguimos con el variograma direccional de 135º.

In [74]: perm\_mD\_VarioEstimation\_dir135<-Variograma(XCoord, YCoord, perm\_mD, 135, 22.5, N\_lags, lag\_value, 1, "Variograms")</pre>

variog: computing variogram for direction = 135 degrees (2.356 radians)
 tolerance angle = 22.5 degrees (0.393 radians)



In [80]: write.csv(perm\_mD\_VarioEstimation\_dir135, file = paste(av\_dir,"/perm\_mD\_Vario\_direccio135

El variograma direccional a 135º no tiene intervalos con un número de pares superior a 30, de todos los casos

direccionales este es el peor y al igual que los demás, no se puede juzgar si existe anisotropía.

Para visualizar los cuatro variogramas direccionales en una sola imagen usamos la función "Variograma4D". Esta función necesita de las coordenadas (XCoord, YCoord), la variable (perm\_mD) las direcciones del vector en grados (0, 45, 90, 135), el ángulo de tolerancia (22.5), el número de intervalos (N\_lags), el valor del intervalo

```
In [70]:
```

```
variog: computing variogram for direction = 0 degrees (0 radians)
```

tolerance angle = 22.5 degrees (0.393 radians)

variog: computing variogram for direction = 45 degrees (0.785 radians)

tolerance angle = 22.5 degrees (0.393 radians)

variog: computing variogram for direction = 90 degrees (1.571 radians)

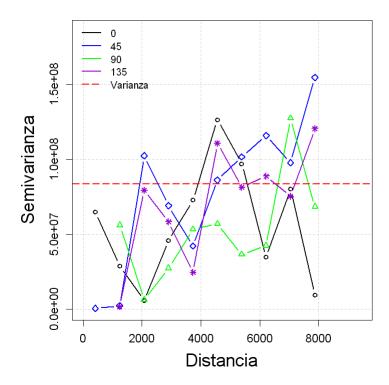
tolerance angle = 22.5 degrees (0.393 radians)

variog: computing variogram for direction = 135 degrees (2.356 radians)

tolerance angle = 22.5 degrees (0.393 radians)

#### Variogramas Direccionales de perm\_mD

(las valua) al número mínimo de narce, al qual nor default es una



Si colocan en la consola "perm\_mD\_VarioEstimation4D", pueden obtener los pares de la estimación en los cuatro variogramas direccionales.

```
In [71]:
```

```
perm_mD_VarioEstimation4D
write.csv(perm_mD_VarioEstimation4D, file = paste(av_dir,"/perm_mD_VarioEstimation4D.csv"
```

\$Zero

A matrix: 10 × 3 of type dbl

2 414.3761 64750364

11 1243.1283 28755245

7 2071.8806 5724445

14 2900.6328 45843993

24 3729.3850 72759016

26 4558.1372 126347699

```
$FortyFive
34 5386.8895
               97059734
   6215.6417
               34739560
23 7044.3939
               80081235
22 7873.1461
                9397970
 A matrix: 10 × 3 of type dbl
                                                                                    $Ninety
    414.3761
                 572878.1
4 1243.1283
                2320975.4
17 2071.8806 102360387.4
   2900.6328
               69134525.4
   3729.3850
               42216734.2
25
   4558.1372
               86186198.6
   5386.8895 101636450.7
30 6215.6417 115825532.8
15 7044.3939
               97763871.6
25 7873.1461 154618969.6
A matrix: 9 × 3 of type dbl
                                                                                    $OneThertyFive
  1243.128
              56094073
13 2071.881
               6430924
29
   2900.633
              27468938
  3729.385
              53356753
   4558.137
23
              56949656
45 5386.889
              36504983
15 6215.642
              42374285
39
  7044.394
             127421340
  7873.146
              68497417
A matrix: 9 × 3 of type dbl
  1243.128
               1743104
15 2071.881
              79321111
27 2900.633
              58488613
12 3729.385
              24627240
24 4558.137
             110669454
19 5386.889
              81342908
  6215.642
              88835739
  7044.394
              75397314
  7873.146 120586555
Error in (function (..., row.names = NULL, check.rows = FALSE, check.names = TRUE, : argum
```

1. write.csv(perm\_mD\_VarioEstimation4D, file = paste(av\_dir, "/perm\_mD\_VarioEstimation4D.c

ents imply differing number of rows: 10, 9

Traceback:

```
sv",
       sep = ""))
eval.parent(Call)
3. eval(expr, p)
4. eval(expr, p)
5. utils::write.table(perm mD VarioEstimation4D, file = paste(av dir,
       "/perm_mD_VarioEstimation4D.csv", sep = ""), col.names = NA,
       sep = ",", dec = ".", qmethod = "double")
6. data.frame(x)
7. as.data.frame(x[[i]], optional = TRUE, stringsAsFactors = stringsAsFactors)
8. as.data.frame.list(x[[i]], optional = TRUE, stringsAsFactors = stringsAsFactors)
9. do.call(data.frame, c(x, alis))
10. (function (..., row.names = NULL, check.rows = FALSE, check.names = TRUE,
        fix.empty.names = TRUE, stringsAsFactors = FALSE)
  . {
        data.row.names <- if (check.rows && is.null(row.names))</pre>
            function(current, new, i) {
                if (is.character(current))
                    new <- as.character(new)</pre>
                if (is.character(new))
                     current <- as.character(current)</pre>
                if (anyDuplicated(new))
                     return(current)
                if (is.null(current))
                     return(new)
                if (all(current == new) || all(current == ""))
                     return(new)
                stop(gettextf("mismatch of row names in arguments of 'data.frame', item %
d"
                    i), domain = NA)
            }
        else function(current, new, i) {
            if (is.null(current)) {
                if (anyDuplicated(new)) {
                    warning(gettextf("some row.names duplicated: %s --> row.names NOT use
d",
                      paste(which(duplicated(new)), collapse = ",")),
                      domain = NA)
                     current
                }
                else new
            }
            else current
        object <- as.list(substitute(list(...)))[-1L]</pre>
        mirn <- missing(row.names)</pre>
        mrn <- is.null(row.names)</pre>
        x <- list(...)
        n < - length(x)
        if (n < 1L) {
            if (!mrn) {
                if (is.object(row.names) || !is.integer(row.names))
                     row.names <- as.character(row.names)</pre>
                if (anyNA(row.names))
                     stop("row names contain missing values")
                if (anyDuplicated(row.names))
                    stop(gettextf("duplicate row.names: %s", paste(unique(row.names[duplic
ated(row.names)]),
                       collapse = ", ")), domain = NA)
            }
            else row.names <- integer()</pre>
            return(structure(list(), names = character(), row.names = row.names,
                class = "data.frame"))
        }
```

```
vnames <- names(x)
         if (length(vnames) != n)
             vnames <- character(n)</pre>
        no.vn <- !nzchar(vnames)</pre>
         vlist <- vnames <- as.list(vnames)</pre>
        nrows <- ncols <- integer(n)</pre>
         for (i in seq_len(n)) {
             xi <- if (is.character(x[[i]]) || is.list(x[[i]]))</pre>
                 as.data.frame(x[[i]], optional = TRUE, stringsAsFactors = stringsAsFactor
s)
             else as.data.frame(x[[i]], optional = TRUE)
             nrows[i] <- .row_names_info(xi)</pre>
             ncols[i] <- length(xi)</pre>
             namesi <- names(xi)</pre>
             if (ncols[i] > 1L) {
                 if (length(namesi) == 0L)
                      namesi <- seq len(ncols[i])</pre>
                 vnames[[i]] <- if (no.vn[i])</pre>
                      namesi
                 else paste(vnames[[i]], namesi, sep = ".")
             }
             else if (length(namesi)) {
                 vnames[[i]] <- namesi</pre>
             }
             else if (fix.empty.names && no.vn[[i]]) {
                 tmpname <- deparse(object[[i]], nlines = 1L)[1L]</pre>
                 if (startsWith(tmpname, "I(") && endsWith(tmpname,
                      ")")) {
                      ntmpn <- nchar(tmpname, "c")</pre>
                      tmpname <- substr(tmpname, 3L, ntmpn - 1L)</pre>
                 vnames[[i]] <- tmpname</pre>
             if (mirn \&\& nrows[i] > 0L) {
                 rowsi <- attr(xi, "row.names")</pre>
                 if (any(nzchar(rowsi)))
                      row.names <- data.row.names(row.names, rowsi,</pre>
                        i)
             }
             nrows[i] <- abs(nrows[i])</pre>
             vlist[[i]] <- xi
        nr <- max(nrows)</pre>
         for (i in seq len(n)[nrows < nr]) {
             xi <- vlist[[i]]</pre>
             if (nrows[i] > 0L \&\& (nr%nrows[i] == 0L)) {
                 xi <- unclass(xi)</pre>
                 fixed <- TRUE
                 for (j in seq_along(xi)) {
                      xi1 <- xi[[j]]
                      if (is.vector(xi1) || is.factor(xi1))
                        xi[[j]] \leftarrow rep(xi1, length.out = nr)
                      else if (is.character(xi1) && inherits(xi1, "AsIs"))
                        xi[[j]] <- structure(rep(xi1, length.out = nr),</pre>
                          class = class(xi1)
                      else if (inherits(xi1, "Date") || inherits(xi1,
                        "POSIXct"))
                        xi[[j]] <- rep(xi1, length.out = nr)</pre>
                      else {
                        fixed <- FALSE
                        break
                      }
                 if (fixed) {
```

```
vlist[[i]] <- xi
                    next
                }
            }
            stop(gettextf("arguments imply differing number of rows: %s",
                paste(unique(nrows), collapse = ", ")), domain = NA)
        value <- unlist(vlist, recursive = FALSE, use.names = FALSE)</pre>
        vnames <- as.character(unlist(vnames[ncols > 0L]))
        if (fix.empty.names && any(noname <- !nzchar(vnames)))</pre>
            vnames[noname] <- paste0("Var.", seq along(vnames))[noname]</pre>
        if (check.names) {
            if (fix.empty.names)
                vnames <- make.names(vnames, unique = TRUE)</pre>
            else {
                nz <- nzchar(vnames)</pre>
                vnames[nz] <- make.names(vnames[nz], unique = TRUE)</pre>
            }
        names(value) <- vnames</pre>
        if (!mrn) {
            if (length(row.names) == 1L \&\& nr != 1L) {
                if (is.character(row.names))
                     row.names <- match(row.names, vnames, 0L)</pre>
                if (length(row.names) != 1L || row.names < 1L ||
                     row.names > length(vnames))
                    stop("'row.names' should specify one of the variables")
                i <- row.names
                row.names <- value[[i]]</pre>
                value <- value[-i]</pre>
            else if (!is.null(row.names) && length(row.names) !=
                stop("row names supplied are of the wrong length")
        else if (!is.null(row.names) && length(row.names) != nr) {
            warning("row names were found from a short variable and have been discarded")
            row.names <- NULL
        class(value) <- "data.frame"</pre>
        if (is.null(row.names))
            attr(value, "row.names") <- .set row names(nr)</pre>
        else {
            if (is.object(row.names) || !is.integer(row.names))
                row.names <- as.character(row.names)</pre>
            if (anyNA(row.names))
                stop("row names contain missing values")
            if (anyDuplicated(row.names))
                stop(gettextf("duplicate row.names: %s", paste(unique(row.names[duplicated
(row.names)]),
                    collapse = ", ")), domain = NA)
            row.names(value) <- row.names
        }
       value
  . \}) (Zero = structure(c(2, 11, 7, 14, 24, 26, 34, 14, 23, 22, 414.376112366532,
  . 1243.12833709959, 2071.88056183266, 2900.63278656572, 3729.38501129878,
  . 4558.13723603184, 5386.8894607649, 6215.64168549797, 7044.39391023103,
  . 7873.14613496409, 64750363.7125, 28755244.5977273, 5724445.13893571,
  . 45843992.6980821, 72759015.9851521, 126347699.341577, 97059733.5960294,
  34739560.4772929, 80081235.4345413, 9397970.11109545), .Dim = c(10L)
  . 3L)), FortyFive = structure(c(1, 4, 17, 27, 11, 25, 18, 30, 15,
  . 25, 414.376112366532, 1243.12833709959, 2071.88056183266, 2900.63278656572,
  . 3729.38501129878, 4558.13723603184, 5386.8894607649, 6215.64168549797,
  . 7044.39391023103, 7873.14613496409, 572878.08, 2320975.3583625,
```

```
. 102360387.392709, 69134525.3740574, 42216734.2263773, 86186198.571726, 101636450.696858, 115825532.774858, 97763871.5896033, 154618969.565888 ), .Dim = c(10L, 3L)), Ninety = structure(c(6, 13, 29, 16, 23, 45, 15, 39, 38, 1243.12833709959, 2071.88056183266, 2900.63278656572, 3729.38501129878, 4558.13723603184, 5386.8894607649, 6215.64168549797, 7044.39391023103, 7873.14613496409, 56094073.2441667, 6430924.34296154, 27468937.9371914, 53356753.3325063, 56949656.4527, 36504982.6211367, 42374284.9785167, 127421339.849288, 68497416.9739092), .Dim = c(9L, 3L)), OneThertyFive = structure(c(5, 15, 27, 12, 24, 19, 28, 19, 18, 1243.12833709959, 2071.88056183266, 2900.63278656572, 3729.38501129878, 4558.13723603184, 5386.8894607649, 6215.64168549797, 7044.39391023103, 7873.14613496409, 1743103.83369, 79321110.6289367, 58488612.6796352, 24627239.9944583, 110669453.884794, 81342908.2416605,
```

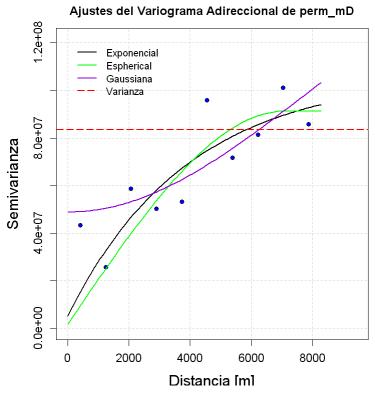
Si comparamos los resultados obtenidos de los variogramas direccionales con el variograma adireccional, podemos notar que la mejor opción es usar el variograma adireccional ya que es el único que está bien estimado. Tambien podemos considerar que la variable es isotrópica.

Cabe aclarar que en el caso de que los variogramas direccionales estén bien estimados, entonces se debe ajustar un modelo de variograma autorizado y así determinar el tipo de anisotropía (geométrica o zonal) que podemos encontrar.

Ahora que sabemos cuál es el mejor variograma experimental, procedemos a ajustar un modelo de variograma autorizado. Para hacer el ajuste automático usamos la función "AllModel", esta función necesita de las coordenadas (XCoord, YCoord), la variable (perm\_mD), el dirección del vector el cual es de 0º, su ángulo de tolerancia (90º), número de intervalos (N\_lags) y valor de intervalo (lag\_value). El resultado de usar la función "AllModel" es un gráfico que nos mostrara tres tipos de modelos validos: exponencial, esférico y Gaussiano:

```
In [79]:
```

```
variog: computing omnidirectional variogram
variofit: covariance model used is exponential
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is spherical
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is gaussian
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is exponential
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is spherical
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is gaussian
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is exponential
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is spherical
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is gaussian
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
```



También obtenemos una tabla con los valores calculados de cada modelo, donde el valor del error (SCE) nos indica cual es el mejor modelo en función del menor error.

```
In [81]:
```

```
perm_mD_AllModelVarioFit
write.csv(perm_mD_AllModelVarioFit, file = paste(av_dir,"/perm_mD_AllModelVarioFit.csv",set
```

A matrix: 3 × 4 of type dbl

	Nugget	Meseta+Nugget	Alcance	SCE
exponential	5050911	106219929	3911.094	1.969296e+15
spherical	1666401	91260999	7082.350	2.405089e+15
gaussian	48876925	175128356	11031.622	1.360523e+16

Para graficar el mejor modelo de variograma usamos la función "BestModel", esta función es similar a la función "AllModel", solo nos muestra el mejor modelo y los valores de sus parámetros

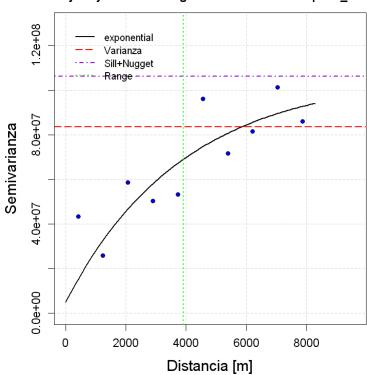
```
In [82]:
```

```
perm_mD_BestModelVarioFit<-BestModel(XCoord, YCoord, perm_mD, 0, 90, N_lags, lag_value, 1, "Mejor Ajuste")
```

```
variog: computing omnidirectional variogram
variofit: covariance model used is exponential
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is spherical
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is gaussian
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is exponential
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is spherical
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is gaussian
```

variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is exponential
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is spherical
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is gaussian
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: covariance model used is exponential
variofit: weights used: npairs
variofit: minimisation function used: optim
variofit: minimisation function used: optim

### Mejor Ajuste del Variograma Adireccional de perm\_mD



In [83]: ner

 ${\tt perm\_mD\_BestModelVarioFit}$ 

A matrix:  $1 \times 6$  of type dbl

	Nugget	Meseta+Nugget	Alcance	SCE	MaxY	MinY
exponential	5050911	106219929	3911.094	1.969297e+15	101149039	25802752

Como podemos notar, el mejor modelo según el ajuste automático es Exponencial, sin embargo, podemos probar un ajuste manual.

Para hacer el ajuste manual usamos la función "EyeModel", esta función necesita de las coordenadas (XCoord, YCoord), la variable (perm\_mD), la dirección del vector (0º) y su ángulo de tolerancia (90º), el número de intervalos (N\_lags), valor de intervalo (lag\_value). Ahora de forma manual necesitamos ingresar la información a los siguientes parámetros: modelo de variograma (vario\_model) que usaremos, en este caso tenemos las tres opciones numeradas de la siguiente forma:

- 1- Exponencial
- 2- Esférico
- 3- Gaussiano

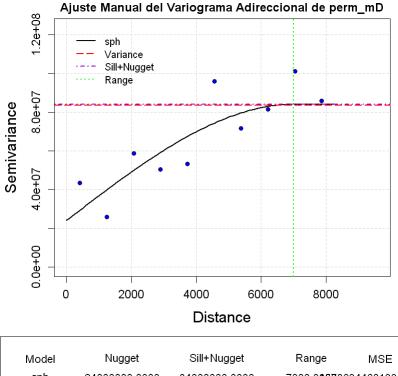
después ingresamos el valor de nugget (nugget), el valor de meseta más nugget (sill\_and\_nugget) y el alcance (rank). Estos valores se van cambiando bajo el criterio del usuario, el objetivo es lugar un ajuste con el menor error posible, pero con un ajuste adecuado, sin exagerar en el uso del nugget.

```
In [84]:
          vario model<- 2
          nugget<- 24000000
          sill_and_nugget<- 84000000
          rank <- 7000
```

```
In [85]:
           perm_mD_vario_model<- 2</pre>
           perm mD nugget<- 24000000
           perm_mD_sill_and_nugget<- 84000000</pre>
           perm mD rank <- 7000
```

In [86]: perm mD EyeModelVarioFit<-EyeModel(XCoord, YCoord,</pre> perm mD, 0, 90, N lags, lag value, 1, perm\_mD\_vario\_model, perm\_mD\_nugget, perm\_mD\_sill\_and "Ajuste Manual del Variograma Adireccional de perm\_mD

variog: computing omnidirectional variogram



Model	Nugget	Sill+Nugget	Range	MSE
sph	24000000.0000	84000000.0000	7000.0 <b>00</b> 086	3446013301

Para comprobar si el ajuste propuesto es válido realizamos la validación cruzada. Si los valores estimados  $(Z^*)$ son cercanos a los valores observados (Z) entonces la diferencia entre los valores observados y los valores estimados deben cumplir los siguientes criterios:

el valor esperado

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left\{Z(\underline{x}_i)-Z^*(\underline{x}_i)\right\}$$
 cercano a  $0$ 

La varianza.

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \left\{Z(\underline{x}_i) - Z^*(\underline{x}_i)\right\}^2$$
 pequeño

Para realizar la validación cruzada usamos la función "CrossValidation", la cual necesita los vectores de posicionamiento (XCoord, YCoord), la variable aleatoria (perm\_mD), el modelo de variograma (vario\_model), valor de nugget (nugget), el valor de meseta más nugget (sill\_and\_nugget), el alcance (rank) y los valores de anisotropia geometrica: el valor de máxima anisotropía (MaxAnis) el cual corresponde al valor del ángulo del vector del semivariograma y la relación de anisotropía (proporción), esta proporción se calcula en función de

$$\lambda = \frac{A}{B}$$

El variograma con el eje mayor (mayor alcance) el cual nombramos como A y el variograma con el eje menor (menor alcance) el cual nombramos B. Dado que este ejemplo isotrópico, el valor de máxima anisotropía es cero y la relación de anisotropía es uno.

In [88]:

Lo que obtenemos con la validación cruzada es una tabla. Las filas 1 y 2 tienen la información de las coordenadas, la fila 3 tiene los valores de la variable (Z), la fila 4 muestra los valores estimados con el método de validación cruzada conocido como leave one out, estimando el valor con el método de kriging usando el variograma propuesto (Z\*), la fila 5 es la diferencia entre la variable y los valores estimados (Z-Z\*)

ya que tenemos la validación cruzada calculamos los estadígrafos.

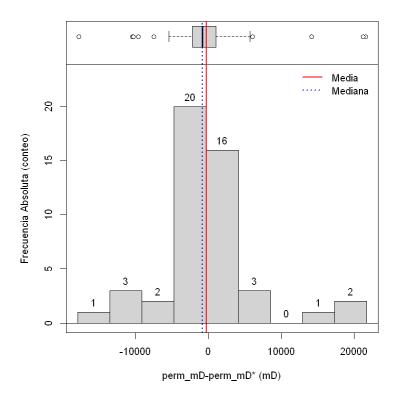
```
In [89]:
```

```
perm_mD_CrossValid_Sta <- Val_Estadisticos(perm_mD_CrossValid[1:102,c(3,4,5)])
write.csv(perm_mD_CrossValid_Sta, file = paste(av_dir,"/perm_mD_CrossValid_Sta.csv",sep="</pre>
```

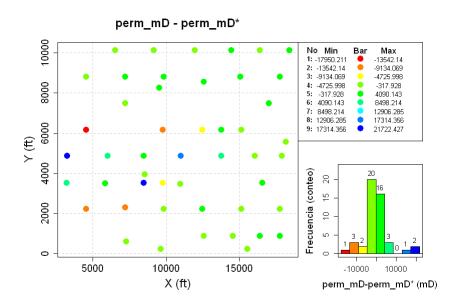
Al ver los estadígrafos notamos que la diferencia del valor esperado  $Z-Z^*$  es cercana a cero mientras que la varianza  $Z-Z^*$  no es tan pequeña.

Ahora graficamos el histograma con los errores.

```
In [90]:
```



Si analizamos el histograma obtenido con la diferencia entre los valores estimados  $(Z^*)$  y los valores observados (Z) podemos cuatro valores atípicos, tres a la derecha del boxplot y uno a la izquierda. Para saber cuál es la ubicación de esos valores atípicos graficamos su distribución espacial con la función "DEspacial".



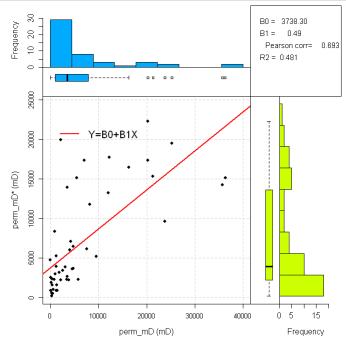
De este grafico podemos notar que el valor atípico negativo marcado en color rojo está en la frontera, por lo que es difícil saber si es un valor atípico. Mientras que los valores atípicos marcados en azul fuerte probablemente

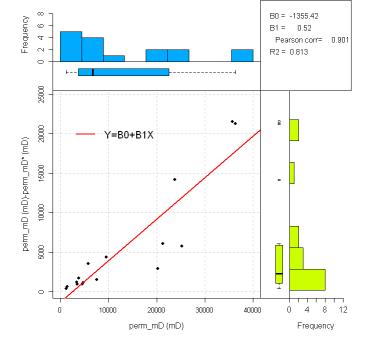
si sean valores atípicos espaciales, en especial el ubicado a la izquierda, ya que los valores vecinos tienen valores más pequeños en comparación.

Los siguiente es saber si el modelo propuesto refleja adecuadamente la relación espacial de los datos, esto lo podemos saber usando un gráfico de dispersión. Si los datos estimados  $Z^*$  son cercanos a los valores reales  ${\bf Z}$  entonces podríamos esperar que la dependencia sea alta.

```
In [92]:    pos1 <- which(perm_mD_CrossValid[,5] > 1.3)
    pos0 <- which(perm_mD_CrossValid[,5] < -2)</pre>
In [93]:  # perm mD is the independent variable
```

```
In [93]: # perm_mD is the independent variable
X<-perm_mD_CrossValid[,3]
# perm_mD* is the dependent variable
Y<-perm_mD_CrossValid[,4]</pre>
```





Observando los resultados del grafico de dispersión notamos que la dependencia no es lo suficientemente alta para ofrecer una buena representación de la variable aleatoria a partir del variograma propuesto.

In [ ]:			