

MÉTODOS DE SIMULACIÓN – FÍSICA Taller 2, Ejercicio 2

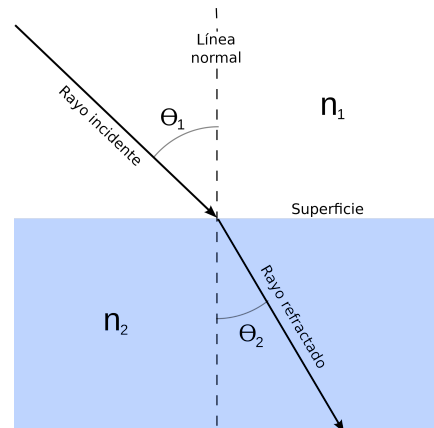
LATTICE BOLZMANN 2D PARA ONDAS

Parte 1: Ley de Snell

Cuando una onda plana pasa de un medio a otro, las inclinaciones de las líneas perpendiculares a los frentes de onda (es decir, los rayos) cumplen la ley de Snell¹,

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 ,$$

donde el índice de refracción $n_i = \frac{c}{c_i}$ es la razón entre la velocidad de propagación c en el vacío y c_i en el medio. El objetivo del problema es constatar la ley de Snell con simulaciones de lattice-Boltzmann. Para ello, realice los siguientes pasos:



1. Tome como base el programa Ondas.cpp realizado en clase que implementa las oscilaciones de una fuente puntual en el centro utilizando D2Q5 (Si no lo tiene disponible, use D2Q9) con velocidad de propagación $C=0.5$ celdas/click y longitud de onda $\lambda=10$ celdas, e imprima los resultados en un archivo "Ondas.dat". Abra gnuplot e ingrese las siguientes instrucciones para generar una gráfica de líneas de contorno:

```
set pm3d map
set size ratio 1
splot "Ondas.dat"
```

y se puede imprimir con los comandos

```
set terminal jpeg enhanced
set output "Ondas.jpg"
splot "Ondas.dat"
```

2. Modifique el programa para reemplazar la fuente puntual en el centro por una fuente plana a lo largo de todos los puntos con $i_x=0$, coloque $L_x=400$, $L_y=200$, imprima sólo los rangos $i_x \in [0,200]$ e $i_y \in [0,200]$ y grafique las ondas resultantes luego de 400 pasos de tiempo.
3. Modifique su programa para que la velocidad de las ondas en cada celda no se calcule como la constante global C sino como una función de i_x e i_y , $C_{\text{celda}}(i_x, i_y)$, que pertenezca a la clase LatticeBoltzmann y que, por ahora, devuelva el valor $C=0.5$.
4. Modifique la función del punto anterior para que el índice de refracción sea $n_1 = 1$ para $i_x < 100$ y sea $n_2 = 2$ para $i_x \geq 100$, pero suavizado con una

¹ La ley fue establecida anteriormente por Ibn Sahl (940-1000) en Bagdad.

función $\text{Tanh}(ix-ix_0)$ entre estos dos valores. Corra la simulación y grafique los frentes de onda luego de 400 pasos, y compruebe que efectivamente la longitud de onda en el material de la derecha es la mitad que en el material de la izquierda.

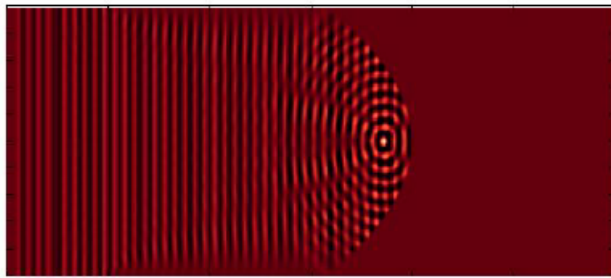
5. Modifique la función anterior corriendo el punto ix_0 para que la frontera entre los dos medios sea una línea recta que forme un ángulo incidente $\theta_i = 20^\circ$ con la vertical, grafique los frentes de onda luego de 400 pasos, mida la pendiente de los frentes de onda refractados y compruebe si se cumple efectivamente la ley de Snell para este caso.
6. Repita el punto anterior para ángulos incidentes $\theta_i = 30^\circ, 45^\circ$ y 60° .

De esta primera parte, incluya:

- El programa .cpp más avanzado que llegue a construir.
- La gráfica .jpg de los puntos 2,4,5 y 6.
- Una tabla de tres columnas en que indique: el ángulo incidente θ_i , el ángulo refractado medido y el ángulo refractado que se esperaba teóricamente de la Ley de Snell.

Parte 2: Espejo Esférico (2.0/5.0)

Con lattice-Boltzmann también se pueden hacer espejos. Para ello, la regla de colisión en las celdas que pertenecen al espejo consiste simplemente en hacer que se intercambien los contenidos entre vectores velocidad



opuestos (en vez de seguir la regla de transporte de Boltzmann en la aproximación BGK). El objetivo del problema es implementar la reflexión de las ondas por un espejo esférico. Para ello:

1. Construya una geometría con $L_x=600$, $L_y=200$, de tal manera que sean espejos todos los puntos entre $ix=100$ e $ix=200$ que estén a la derecha de un círculo centrado en $ix=50$, $iy=100$ y radio $R=100$.
2. Implemente la regla de colisión para espejos en para aquellas celdas que sean espejo.
3. Grafique los frentes de onda luego de $t_{\max}=500$ pasos de tiempo e identifique el punto focal de las ondas reflejadas por el espejo. Compruebe si la distancia focal entre este punto y el vértice del espejo es igual a la mitad del radio.

De esta segunda parte, incluya en su presentación:

- El programa .cpp.
- La gráfica del punto 3.
- La distancia focal que mide y la que espera teóricamente.