Ejercicio 4.e

domingo, 18 de septiembre de 2022 05:24

e) Utilice análisis dimensional y el teorema Pi de Vaschy-Buckingham para hallar los exponentes teóricos a y b de las leyes de potencias del punto c), y compárelos con los obtenidos computacionalmente.

→ $\tau_{máx}$

- Variable de interés y parámetros relacionados:

$$\tau_{max},\ v,\ m,\ K \Rightarrow n = 4$$

- Matriz dimensional:

$$\begin{array}{c|c|ccc} & \tau_{max} & v & m & K \\ \hline M & 1 & 0 & 1 & 1 \\ L & 2 & 1 & 0 & -1/2 \\ T & -2 & -1 & 0 & -2 \end{array} \Rightarrow \det = 1/2 + 2 = 3/2 \neq 0$$

- Rango de la matriz dimensional:

$$r = 3$$

$$\#\text{ grupos adimensionales} = n - r = 4 - 3 = 1$$

- Grupo adimensional:

NO hay más grupos adimensionales

$$\Pi_1 = \tau_{max}\, v^a\, m^b\, K^c = cte$$

$$[\Pi_1] = [\tau_{max}][v]^a[m]^b[K]^c = M^0L^0T^0$$

$$= MLT^{-2}L^aT^{-a}M^bM^cL^{-c/2}T^{-2c} = M^0L^0T^0$$

$$= M^{1+b+c}L^{1+a-c/2}T^{-2-a-2c} = M^0L^0T^0$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 1+b+c = 0 \\ 1+a-c/2 = 0 \\ -2-a-2c = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} a = -6/5 \\ b = -3/5 \\ c = -2/5 \end{array}$$

- Expresión para τ_{max}:

$$\tau_{max}\, v^{-6/5}\, m^{-3/5}\, K^{-2/5} = cte$$

$$\tau_{max} \propto v^{6/5}\, m^{3/5}\, K^{2/5}$$

$$\propto K^{0.4}$$

Computacionalmente hallamos que $\tau_{max} \propto K^{0.39645076987099885}$, lo cual concuerda con lo obtenido mediante análisis dimensional.

→ $t_{máx}$

- Variable de interés y parámetros relacionados:

$$t_{max},\ v,\ m,\ K \Rightarrow n = 4$$

- Matriz dimensional:

$$\begin{array}{c|c|ccc} & t_{max} & v & m & K \\ \hline M & 0 & 0 & 1 & 1 \\ L & 0 & 1 & 0 & -1/2 \end{array} \Rightarrow \det = 1/2 + 2$$

$$\begin{array}{c|c|ccc}
 & t_{max} & v & m & K \\
M & 0 & 0 & 1 & 1 \\
L & 0 & 1 & 0 & -1/2 \\
T & -1 & -1 & 0 & -2
\end{array} \Rightarrow \det = 1/2 + 2 = 3/2 \neq 0$$

- Rango de la matriz dimensional:

$$r = 3$$

$$\#\text{ grupos adimensionales} = n - r = 4 - 3 = 1$$

- Grupo adimensional:

NO hay más grupos adimensionales

$$\Pi_1 = t_{max}\, v^a m^b K^c = cte$$

$$[\Pi_1] = [t_{max}][v]^a[m]^b[K]^c = M^0 L^0 T^0$$

$$= T\, L^a T^{-a} M^b M^c L^{-c/2} T^{-2} = M^0 L^0 T^0$$

$$= M^{b+c}\, L^{a-c/2}\, T^{1-a-2c} = M^0 L^0 T^0$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} b + c &= 0 \\ a - c/2 &= 0 \\ 1 - a - 2c &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} a &= 1/5 \\ b &= -2/5 \\ c &= 2/5 \end{aligned}$$

- Expresión para t_{max}:

$$t_{max}\, v^{1/5}\, m^{-2/5}\, K^{2/5} = cte$$

$$t_{max} \propto v^{-1/5}\, m^{2/5}\, K^{-2/5}$$

$$\propto K^{-0.4}$$

Computacionalmente hallamos que $t_{max} \propto K^{-0.3999314440182036}$, lo cual concuerda con lo obtenido mediante análisis dimensional.