# Instrumentación Nuclear

NOTAS DE CLASE

*Fernando Cristancho Mejía*
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Bogotá, 14 de diciembre de 2021

# Índice general


1. Procesos nucleares básicos 1
   1.1. Nociones básicas . . . . . 1
      1.1.1. El espectro electromagnético . . . . . 3
      1.1.2. Nomenclatura nuclear convencional . . . . . 4
      1.1.3. Esquemas de niveles nucleares . . . . . 7
   1.2. Decaimientos y otros procesos de emisión de radiación . . . . . 8
      1.2.1. Decaimiento alfa . . . . . 8
      1.2.2. Decaimiento beta . . . . . 11
      1.2.3. Decaimiento $\beta^-$ . . . . . 12
      1.2.4. Decaimiento $\beta^+$ y Captura Electrónica (EC) . . . . . 13
      1.2.5. Captura electrónica (CE) . . . . . 14
      1.2.6. Conversión interna (CI) . . . . . 15
      1.2.7. Decaimiento gamma . . . . . 16
      1.2.8. El átomo . . . . . 18

Tamaños . . . . . 18
El átomo de Bohr y el átomo cuántico . . . . . 19
La tabla periódica química . . . . . 20
1.2.9. Emisión de neutrones . . . . . 21
Fisión espontánea . . . . . 21
Reacciones nucleares para la producción de neutrones 23
1.3. Fuentes "no naturales" de radiación . . . . . 24
1.4. Unidades de radiación . . . . . 26
1.5. La ley de disminución exponencial . . . . . 28
1.6. Carácter probabilístico de la ley de decaimiento . . . . . 29
1.6.1. Cadenas de decaimiento radiactivo . . . . . 33
1.6.2. Cadenas radiactivas naturales . . . . . 37
1.7. Producción artificial de radiación (aceleradores) . . . . . 42
1.7.1. Van de Graaff . . . . . 43
1.7.2. Tandem . . . . . 45
1.7.3. Ciclotrón . . . . . 46

**2. El paso de la radiación a través de la materia 51**
2.1. Conceptos básicos . . . . . 52
2.1.1. Sección eficaz . . . . . 52

2.1.2. Sección eficaz diferencial . . . . . 54
2.1.3. Ejemplo: Reacciones de captura neutrónica . . . . . 55
2.1.4. Camino libre medio . . . . . 60
2.2. Pérdida de Energía de Partículas Cargadas Pesadas por Colisiones Atómicas . . . . . 66
2.2.1. El cálculo clásico . . . . . 67
2.2.2. $\boldsymbol{dE/dx}$: Cálculo cuántico: La fórmula de Bethe . . . . 72
2.2.3. $\boldsymbol{dE/(\rho dx)}$: Pérdida específica de energía . . . . . 74
2.2.4. La dependencia funcional de la fórmula de Bethe . . . . 75
2.2.5. La curva de Bragg . . . . . 76
2.2.6. Limitaciones de la fórmula de Bethe . . . . . 77
2.2.7. "Straggling" o incertidumbre en pérdida de energía . . . 82
2.2.8. Detección e identificación de partículas cargadas. Telescopios $E - \Delta E$ . . . . . 84
2.2.9. Rango y su incertidumbre . . . . . 86
2.2.10. Definición matemática de rango . . . . . 88
2.2.11. Definición práctica de rango . . . . . 88
2.3. Pérdida de energía de electrones y positrones . . . . . 92
2.3.1. Pérdida por colisiones . . . . . 93

2.3.2. Pérdida por radiación: Bremsstrahlung . . . . . 94
2.3.3. Rango de los Electrones . . . . . 96
2.4. La interacción fotón–materia . . . . . 98
2.4.1. Efecto fotoeléctrico . . . . . 99
2.4.2. Efecto Compton . . . . . 102
2.4.3. Preliminares clásicos . . . . . 102
2.4.4. El caso cuántico . . . . . 103
2.4.5. Producción de Pares . . . . . 113
2.4.6. Coeficientes de atenuación . . . . . 114
2.4.7. Coeficiente másico de atenuación . . . . . 120
2.4.8. Coeficiente lineal de atenuación . . . . . 121
2.4.9. Camino libre medio . . . . . 122
2.5. Neutrones . . . . . 124
2.5.1. Producción de neutrones . . . . . 125
2.5.2. Reacciones útiles en detección de neutrones . . . . . 126
2.5.3. Frenado de neutrones (Moderación) . . . . . 127
2.5.4. Detección de neutrones lentos . . . . . 132
2.5.5. El efecto pared . . . . . 133
2.6. Software . . . . . 135

3. Detectores: descripción general 137
3.1. Detectores de ionización gaseosos . . . . . 137
3.2. Características generales de los detectores . . . . . 143
3.3. Características . . . . . 144
3.3.1. Sensibilidad . . . . . 145
3.3.2. Respuesta del detector . . . . . 146
3.3.3. Resolución energética . . . . . 147
3.3.4. La función respuesta . . . . . 150
3.3.5. Eficiencia . . . . . 153
Eficiencia como función de la energía . . . . . 156
Eficiencia nominal . . . . . 157
3.3.6. Tiempo de respuesta . . . . . 158
3.4. Detectores de centelleo . . . . . 160
3.4.1. Principio de funcionamiento . . . . . 160
3.4.2. Características . . . . . 161
3.4.3. Tiempo de respuesta . . . . . 162
3.4.4. Propiedades ideales . . . . . 164
3.4.5. Centelladores orgánicos . . . . . 165
3.4.6. Cristales inorgánicos . . . . . 166

Centelladores gaseosos . . . . . 169
Centelladores de vidrio: silicatos de B, Li . . . . . 169
3.4.7. Efectividad en la emisión de luz . . . . . 170
Dependencia con la temperatura . . . . . 172
Discriminación por forma de pulso . . . . . 173
3.4.8. Fotomultiplicadores . . . . . 174
El electromultiplicador . . . . . 175
Factores ambientales . . . . . 176
3.5. Detectores semiconductores . . . . . 177
3.5.1. Estructura de bandas . . . . . 177
3.5.2. Portadores de carga . . . . . 178
3.5.3. Semiconductores dopados . . . . . 179
3.5.4. La juntura np . . . . . 181
3.5.5. Juntura con potencial inverso . . . . . 182
3.5.6. Características de los semiconductores como detectores . 183
3.5.7. Detectores de germanio . . . . . 184

# Capítulo 1

# Procesos nucleares básicos

## 1.1. Nociones básicas

1. Radiactividad: cambio espontáneo de estado.
2. Reacciones nucleares: interacción del núcleo con otra partícula o con radiación.

$$\Downarrow$$

Radiación emitida:

- $\alpha$, $\beta$, p, n, $e^-$, $e^+$, iones pesados, ...

$\rightsquigarrow$ X, $\gamma$

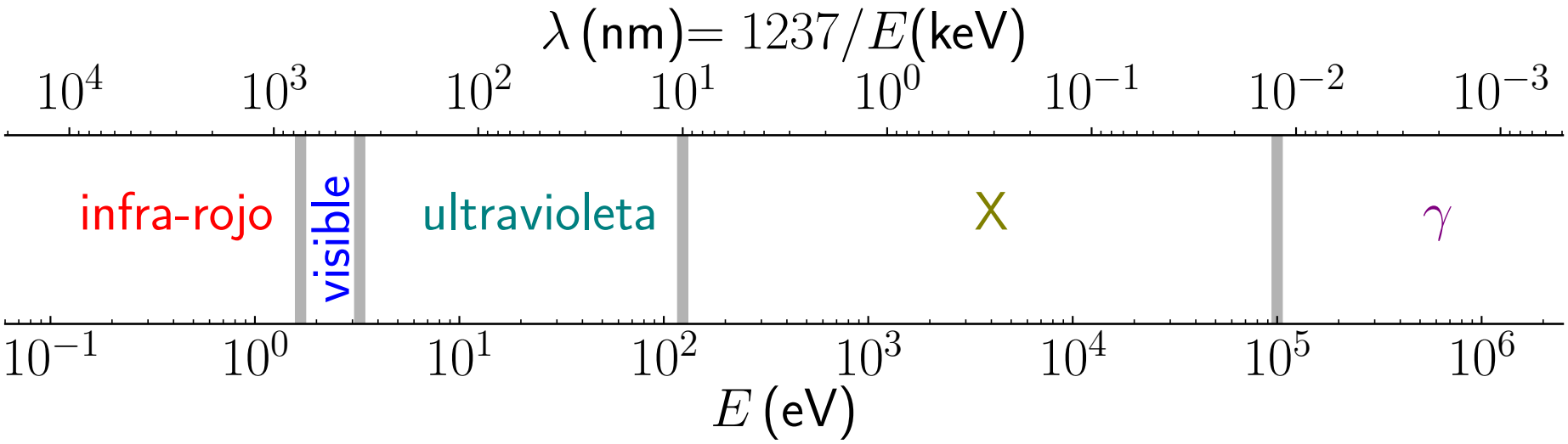
Sin embargo:

1. No sólo hay fenómenos nucleares...
2. también suceden interacciones del núcleo con la capa electrónica: Ejemplos: electrones de conversión, rayos X provenientes de captura electrónica.

*Algunas características de las radiaciones nucleares.*

| Tipo | Origen | Proceso | Carga Eléctrica | Masa (MeV) | Espectro Energía |
|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha$ | núcleo | decaimiento nuclear o reacción | $+2$ | 3227.3 | discreto MeV |
| $\beta^-$ | núcleo | decaimiento nuclear | $-1$ | 0.511 | continuo keV-MeV |
| $\beta^+$ | núcleo | decaimiento nuclear | $+1$ | 0.511 | continuo keV-MeV |
| $\gamma$ | núcleo | desexcitación nuclear | 0 | 0 | discreto keV-MeV |
| X | niveles electrónicos | desexcitación atómica | 0 | 0 | discreto eV-keV |
| Conversión Interna ($e^-$) | niveles elec. y nucl. | desexcitación nuclear | $-1$ | 0.511 | discreto keV |
| electrones Auger | niveles electrónicos | desexcitación atómica | $-1$ | 0.511 | discreto keV |
| neutrones | núcleo | reacción nuclear | 0 | 939.6 | cont., discr. keV-MeV |
| fragmentos de fisión | núcleo | fisión | $\approx 20$ | 80-160 ua | continuo 30-150 MeV |

## 1.1.1. El espectro electromagnético




1. Los límites no son precisos. Fotón de 100 keV: algunos le dicen rayo X, otros rayo $\gamma$.
2. Pero, 1 MeV: Todo el mundo lo llama rayo gamma.
3. Los nombres se refieren a la energía, no al origen o método de producción: fotones de 1 keV son rayos X. No importa si son originados en una transición atómica, nuclear, o son producidos por radiación de frenado en un ciclotrón.
4. **Notación:** Observe el uso de mayúsculas y minúsculas. V = voltio.

| | | | |
|---|---|---|---|
| electronvoltio | eV | milielectronvoltio | meV $= 10^{-3}$ eV |
| kiloelectronvoltio | keV $= 10^3$ eV | megaelectronvoltio | MeV $= 10^6$ eV$= 10^3$ keV |

## 1.1.2. Nomenclatura nuclear convencional

Notación: Por convención, un núcleo se nota de la siguiente manera:

$$^{A}_{Z}\mathrm{Sq}_{N}$$

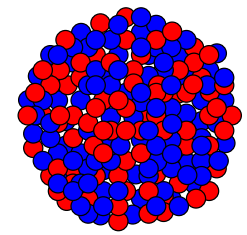
$$\begin{aligned}
\mathrm{Sq} &= \text{Símbolo químico} \\
Z &= \text{Número de protones} \\
N &= \text{Número de neutrones} \\
A &= Z + N : \text{Número de nucleones}
\end{aligned}$$

$$^{58}_{28}\mathrm{Ni}_{30}$$

A menudo se da por entendido

- el número de protones: la relación '$Z \leftrightarrow$ nombre' es unívoca
- el número de neutrones: $N = A - Z$

$$^{58}\mathrm{Ni}$$



$^{209}_{83}\mathrm{Bi}_{126}$

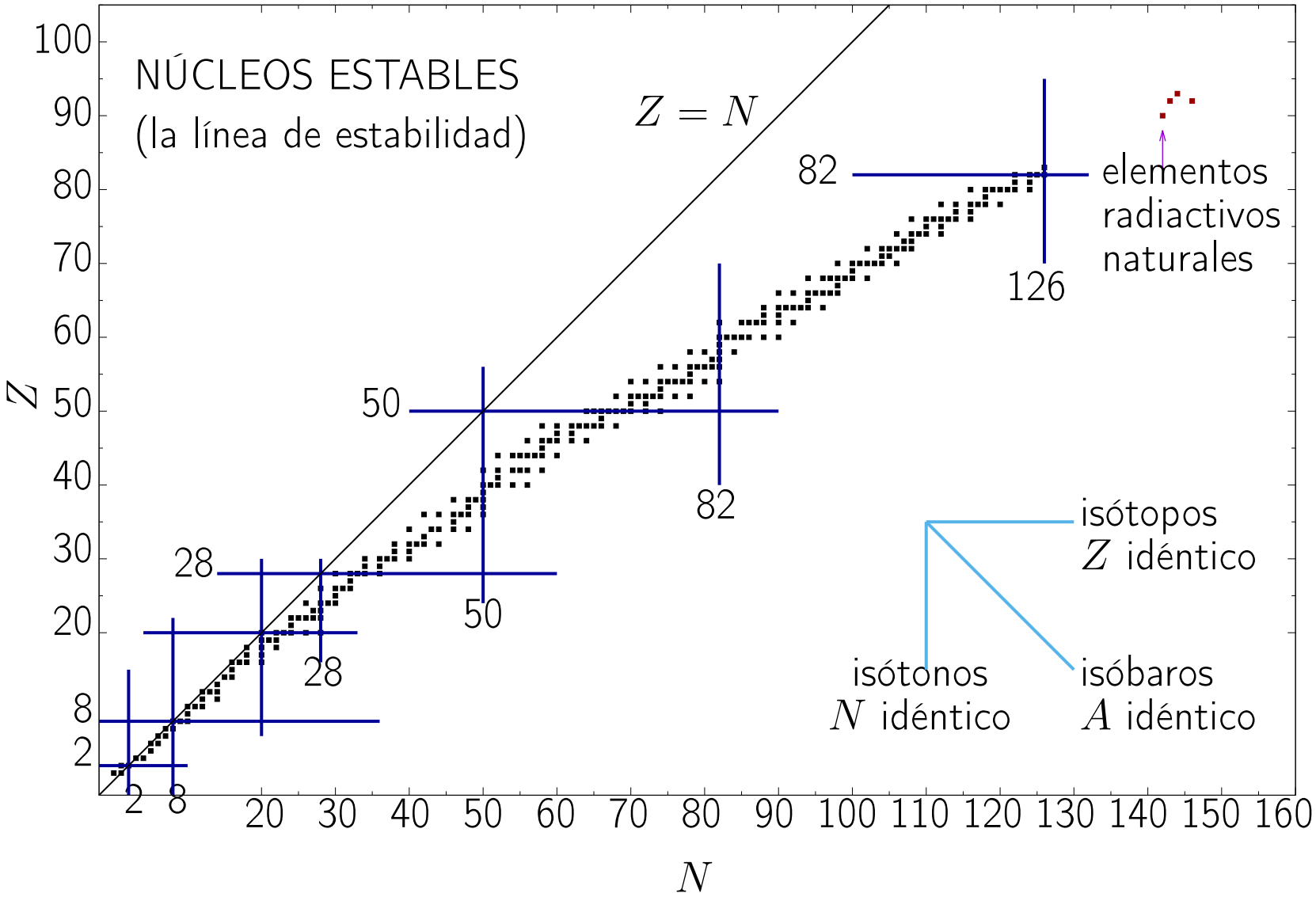
$^{4}_{2}\mathrm{He}_{2} = \alpha$

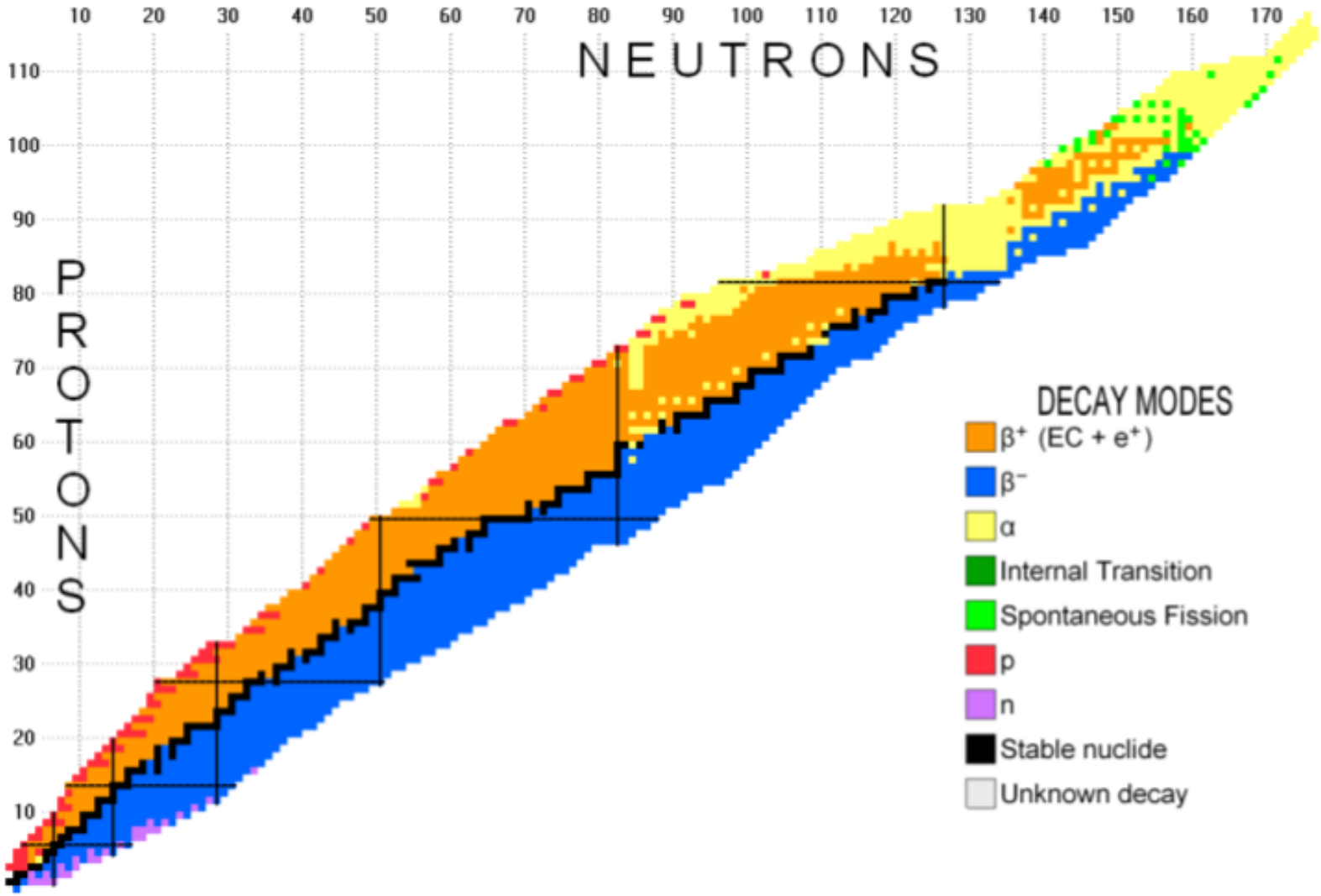
tritio $= {}^{3}_{2}\mathrm{He}_{2}$

deuterio $= {}^{2}_{1}\mathrm{d}_{1}$

protón $= {}^{1}_{1}\mathrm{p}_{0}$

neutrón $= {}^{1}_{0}\mathrm{n}_{1}$


NÚCLEOS ESTABLES
(la línea de estabilidad)
$Z = N$
82
126
elementos
radiactivos
naturales
50
82
28
50
28
2
8
isótopos
$Z$ idéntico
isótonos
$N$ idéntico
isóbaros
$A$ idéntico
$Z$
$N$
100
90
80
70
60
50
40
30
20
8
2
2
8
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160

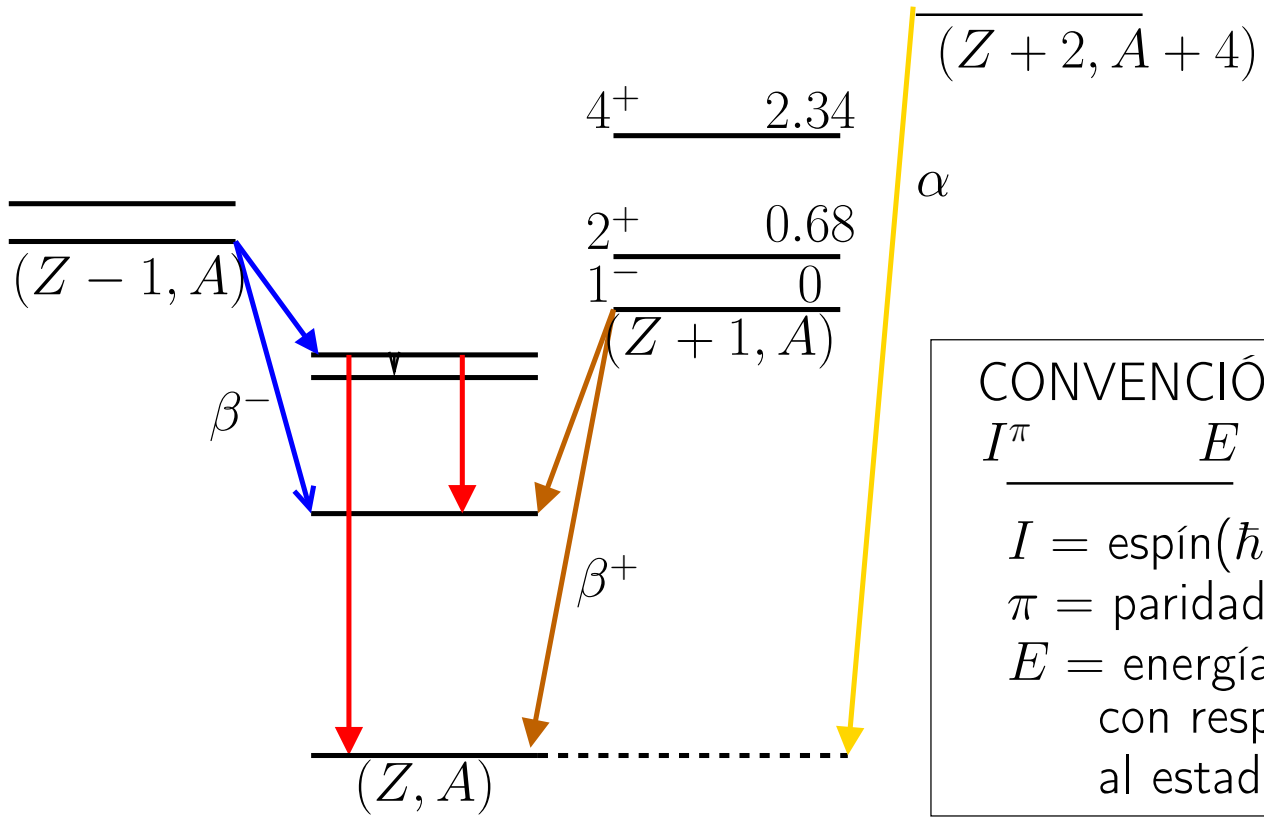



[Audi et al., 2003] Nuclear Physics **A729**, 3. *The NUBASE evaluation of nuclear and decay properties.*

NUBASE = datos experimentales de 3177 núclidos.

## 1.1.3. Esquemas de niveles nucleares

Convenciones de la física nuclear para esquemas de niveles:




CONVENCIÓN:

$I^\pi$ $E$

$I$ = espín($\hbar$)
$\pi$ = paridad
$E$ = energía de excitación
con respecto
al estado base (en MeV !)

## 1.2. Decaimientos y otros procesos de emisión de radiación

### 1.2.1. Decaimiento alfa

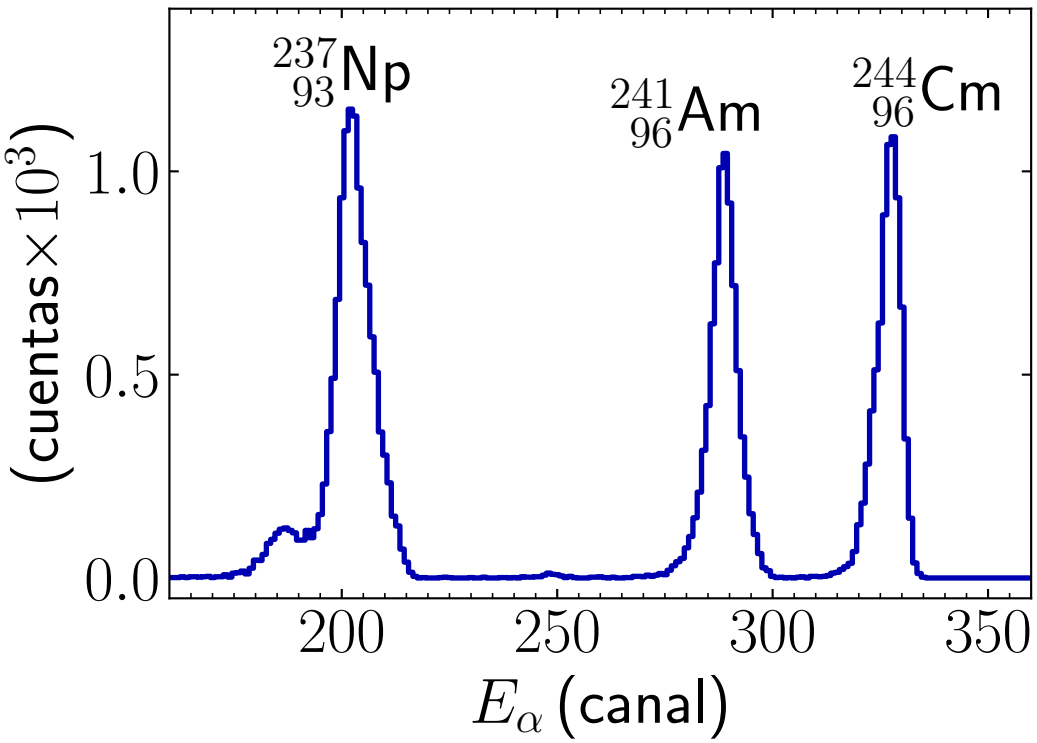
$$\alpha = {}^4\text{He} = 2\text{p}2\text{n}$$
$$(Z, A) \longrightarrow (Z-2, A-4) + \alpha$$

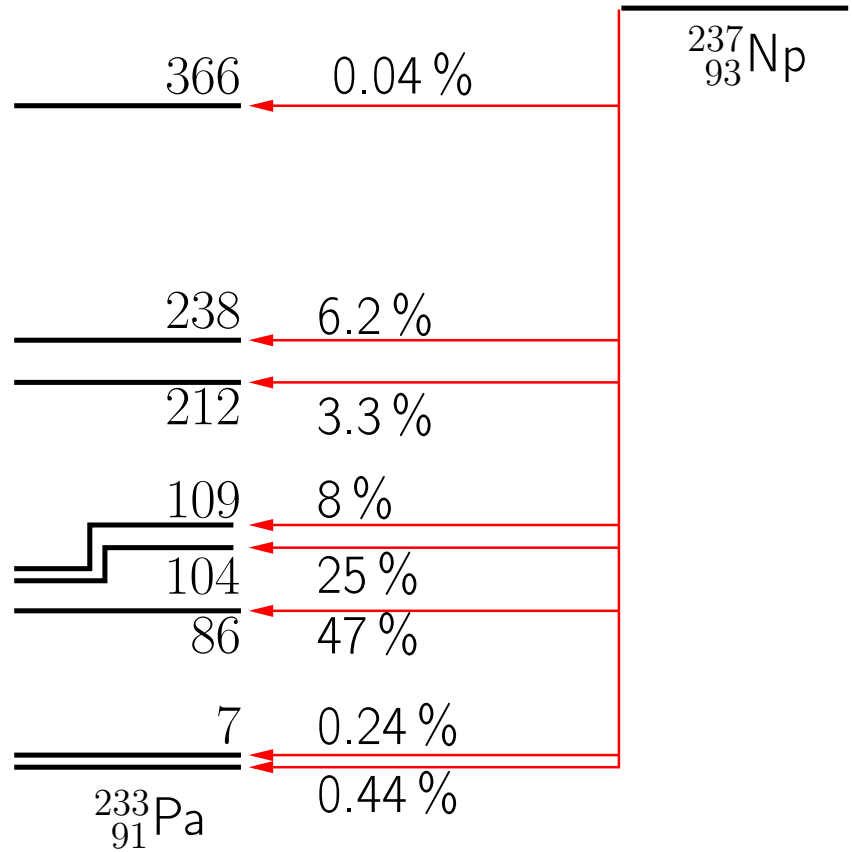
- Teoría: Efecto túnel (Gamow y Condon) [Merzbacher, 1970, p. 127]
- espectro discreto $\sim 4 - 6$ MeV.
- La mayoría de los decaimientos $\alpha$ son al estado base.

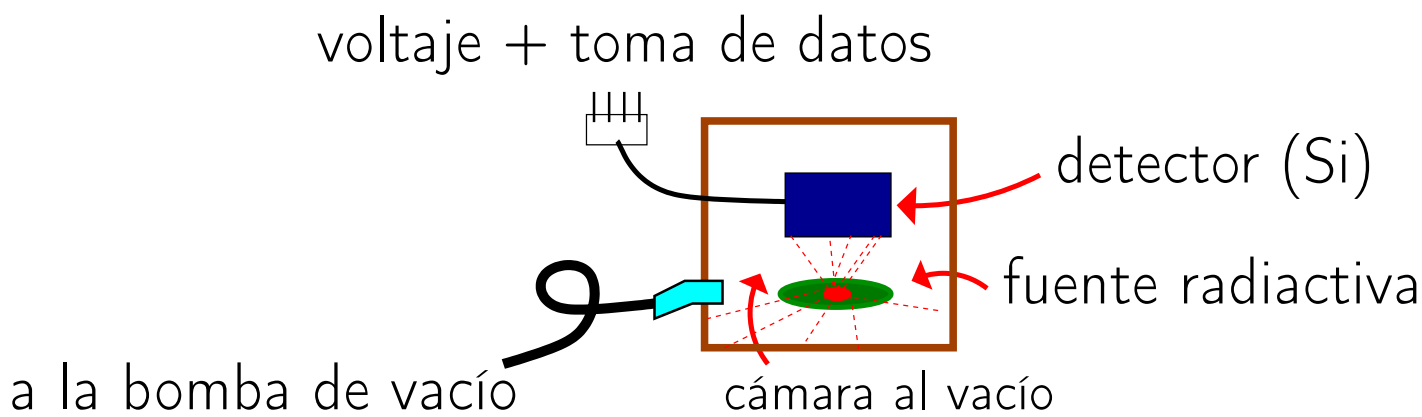
Características de algunos emisores $\alpha$.

| isótopo | $T_{1/2}$ | $E_\alpha$(MeV) | branching | núcleo hijo |
|---|---|---|---|---|
| $^{210}_{84}$Po | 138 d | 5.305 | 100 | $^{206}_{82}$Pb |
| $^{237}_{93}$Np | $2.1 \times 10^6$ a | 4.640 | 6.2 | $^{233}_{91}$Pu |
| | | 4.766 | 8.0 | |
| | | 4.772 | 25.0 | |
| | | 4.788 | 47.0 | |
| $^{241}_{95}$Am | 433 a | 5.486 | 85 | $^{237}_{93}$Np |
| | | 5.443 | 12.8 | |
| $^{244}_{96}$Cm | 18.1 a | 5.763 | 23.3 | $^{240}_{94}$Pu |
| | | 5.805 | 76.7 | |

Debido a su carga +2e, la probabilidad de interacción con la materia es muy alta. Por ejemplo un $\alpha$ de $5$ MeV viaja en el aire solamente algunos centímetros.


$^{237}_{93}$Np
$^{241}_{96}$Am
$^{244}_{96}$Cm
(cuentas×$10^3$)
1.0
0.5
0.0
200
250
300
350
$E_\alpha$ (canal)

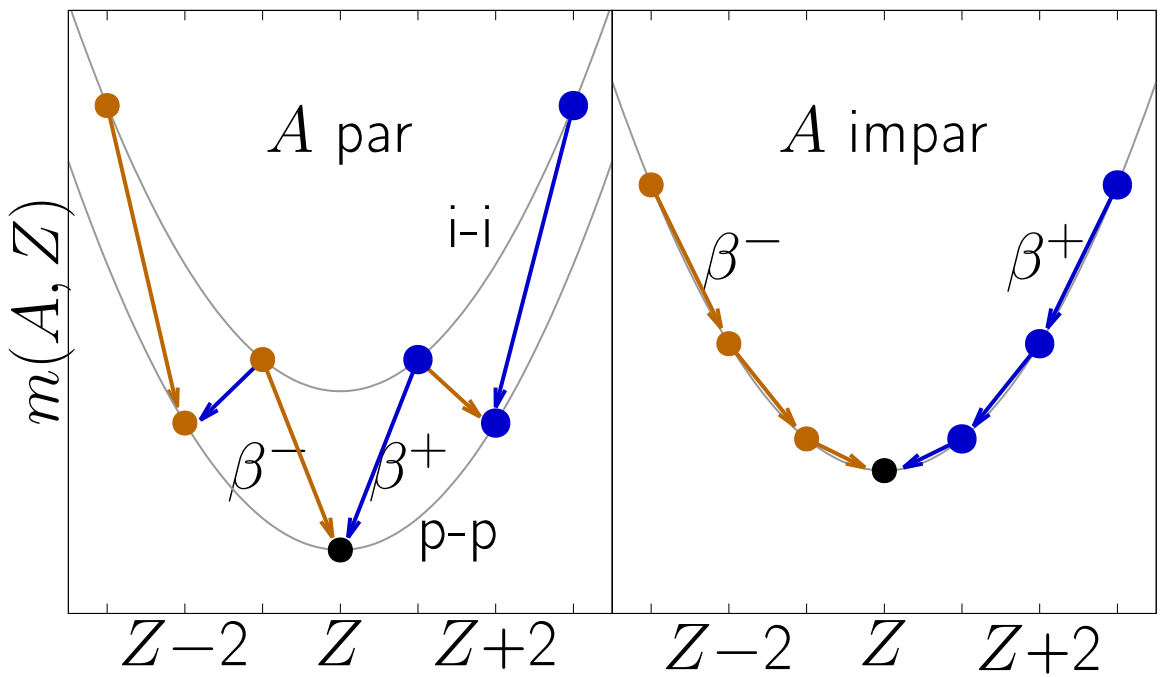

$^{237}_{93}$Np
366
0.04 %
238
6.2 %
212
3.3 %
109
8 %
104
25 %
86
47 %
7
0.24 %
0.44 %
$^{233}_{91}$Pa


voltaje + toma de datos
detector (Si)
fuente radiactiva
a la bomba de vacío
cámara al vacío

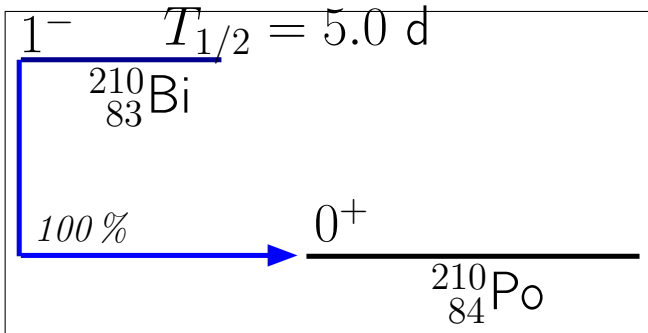
## 1.2.2. Decaimiento beta

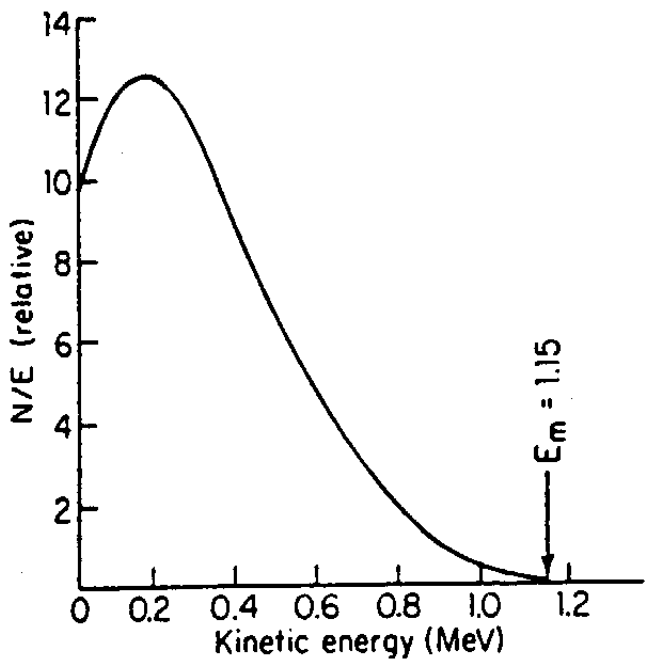
$$\beta \equiv \left\{ \begin{array}{l} \mathrm{e}^-(\text{electrones}) \\ \mathrm{e}^+(\text{positrones}) \end{array} \right\} \text{rápidos provenientes del decaimiento} \left\{ \begin{array}{l} \mathrm{p} \\ \mathrm{n} \end{array} \right\}$$

$$\mathrm{p} \longrightarrow \mathrm{n} + \mathrm{e}^+ + \nu \quad (Z, A) \longrightarrow (Z-1, A)$$
$$\mathrm{n} \longrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu} \quad (Z, A) \longrightarrow (Z+1, A)$$

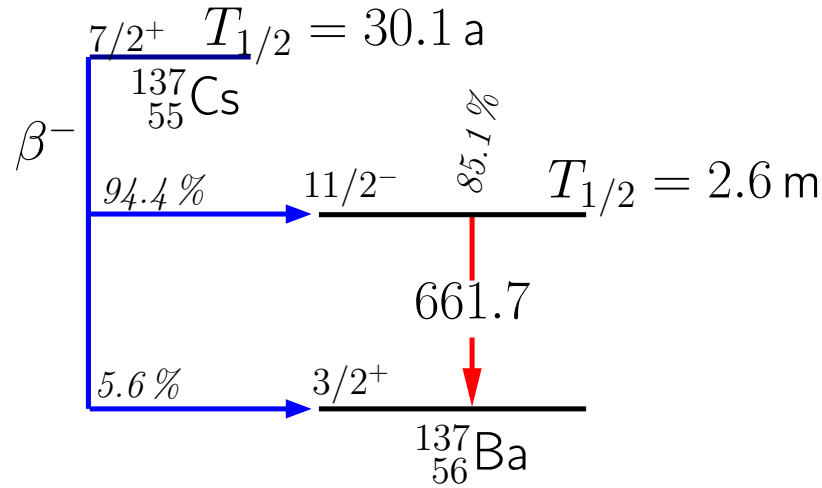


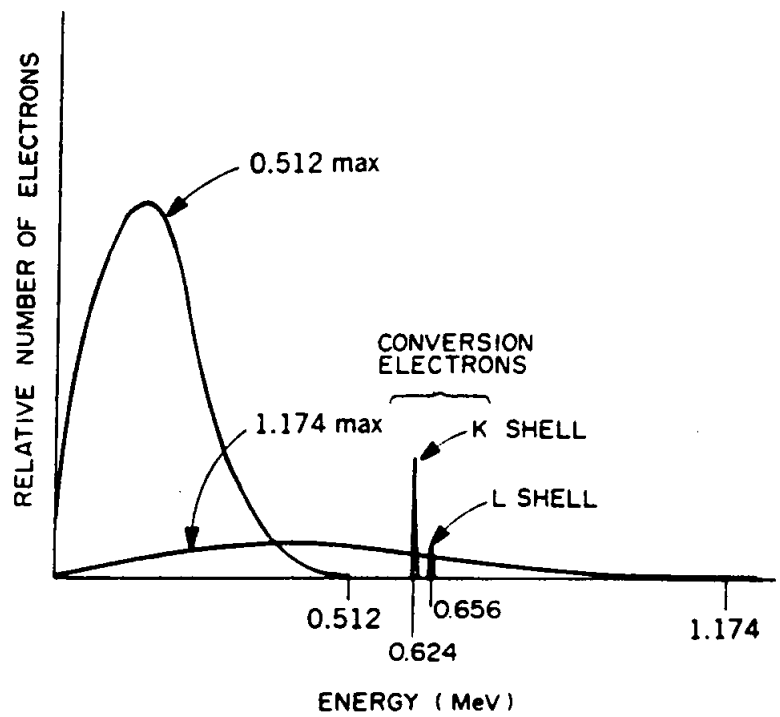
## 1.2.3. Decaimiento $\beta^-$



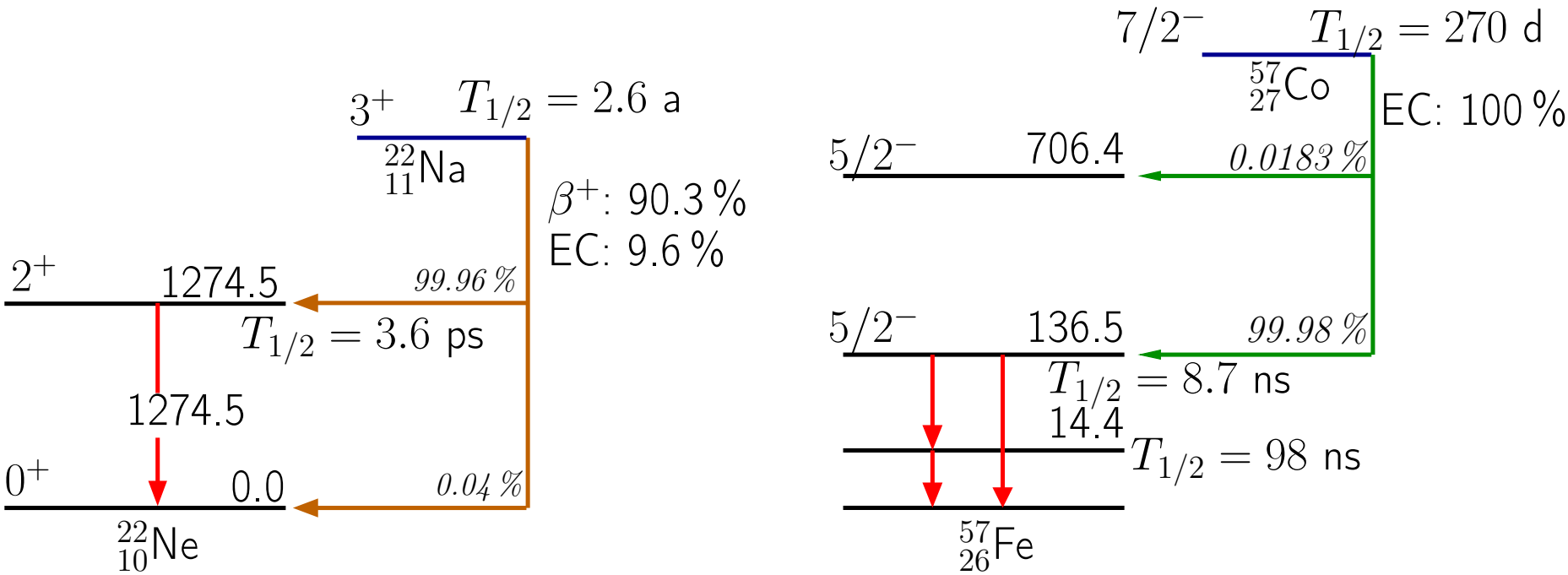




Espectros $\beta^-$ tomados de [Leo, 1994].



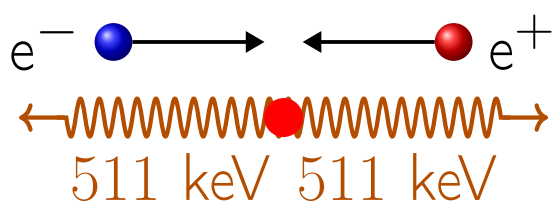
## 1.2.4. Decaimiento $\beta^+$ y Captura Electrónica (EC)




$$\text{decaimiento } \beta^+ : \quad \mathrm{p}^+ \rightarrow \mathrm{n} + \mathrm{e}^+ + \nu$$

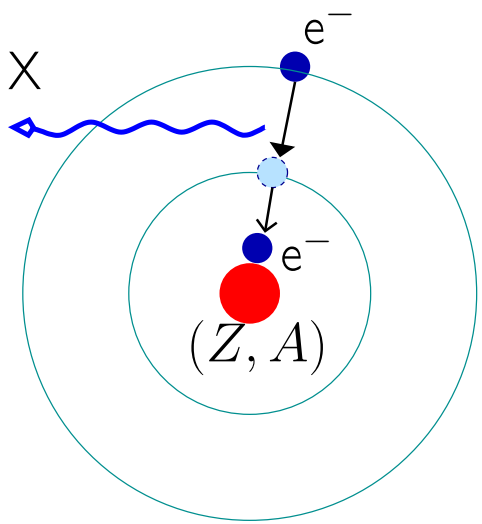
$$\text{Captura Electrónica} : \quad \mathrm{p}^+ + \mathrm{e}^- \rightarrow \mathrm{n} + \nu$$

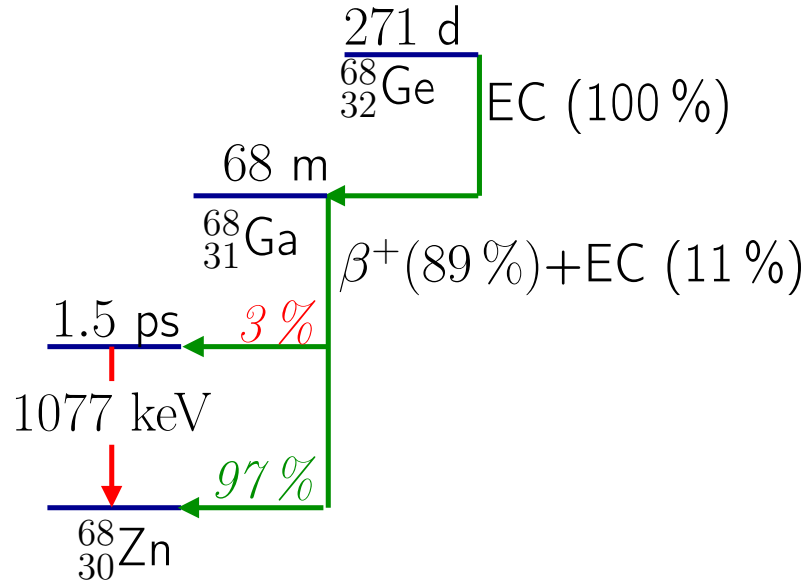
### Decaimiento $\beta^+$ y radiación de aniquilación




- Conservación del momentum $\rightarrow$ rayos gamma emitidos en direcciones opuestas.
- Emisión $\beta^+ \rightarrow$ rayos $\gamma$, 511 keV.

## 1.2.5. Captura electrónica (CE)




1. El núcleo "absorbe" un electrón de la capa K (o L, M, ...).
   En el Núcleo, p: reacción $\beta^+$ "inversa" con el electrón:

$$\mathrm{p} + \mathrm{e}^- \rightarrow \mathrm{n} + \nu$$

2. Electrón capturado deja un hueco $\rightarrow$ transición con emisión de rayo X.
3. Efecto en el núcleo: idéntico por $\beta^+$ y por CE:

$$(Z, A) \rightarrow (Z-1, A)$$

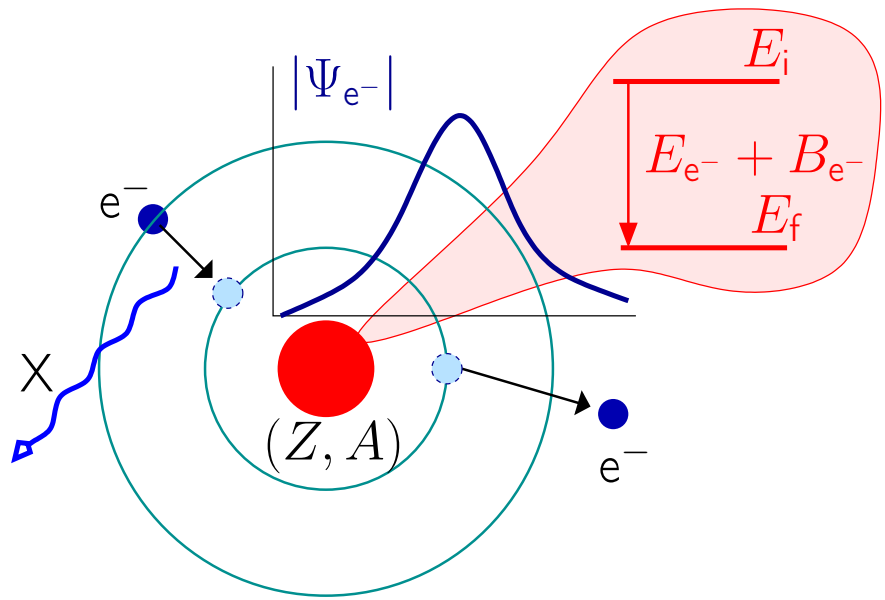
4. Diferencia

$$\text{decaimiento } \beta^+ : \quad \mathrm{p} \rightarrow \mathrm{n} + \nu + \mathrm{e}^+ + \quad \mathrm{e}^+ + \mathrm{e} \rightarrow \gamma(511 \text{ keV})$$

$$\text{Captura Electrónica} : \quad \mathrm{p} + \mathrm{e}^- \rightarrow \mathrm{n} + \nu$$

## 1.2.6. Conversión interna (CI)

CI: simultáneamente un proceso nuclear (globo rosado) y un proceso atómico:




Cualquiera de los dos modos de decaimiento puede suceder:

$$\Gamma_\gamma = \text{probabilidad de emitir un rayo } \gamma$$
$$\Gamma_{e^-} = \text{probabilidad de emitir un } e^-$$
$$\frac{\Gamma_{e^-}}{\Gamma_\gamma} = \text{coeficiente de conversión} = \alpha > 0$$

$$E_{e^-} = (E_i - E_f) - B_{e^-}$$
$$(Z, A) \longrightarrow (Z, A)^*$$
$$B_{e^-} = \text{Energía de ligadura}$$

1. Un núcleo en un estado excitado puede entregar su energía directamente a un electrón atómico. Ojo: sin mediar fotón alguno, es decir, no hay efecto fotoeléctrico [Bainbridge et al., 1953].
   La CI produce $e^-$ monoenergéticos, buenos para ser usados en la calibración de detectores.
2. El electrón deja su capa desocupada. Habrá subsecuente emisión X.

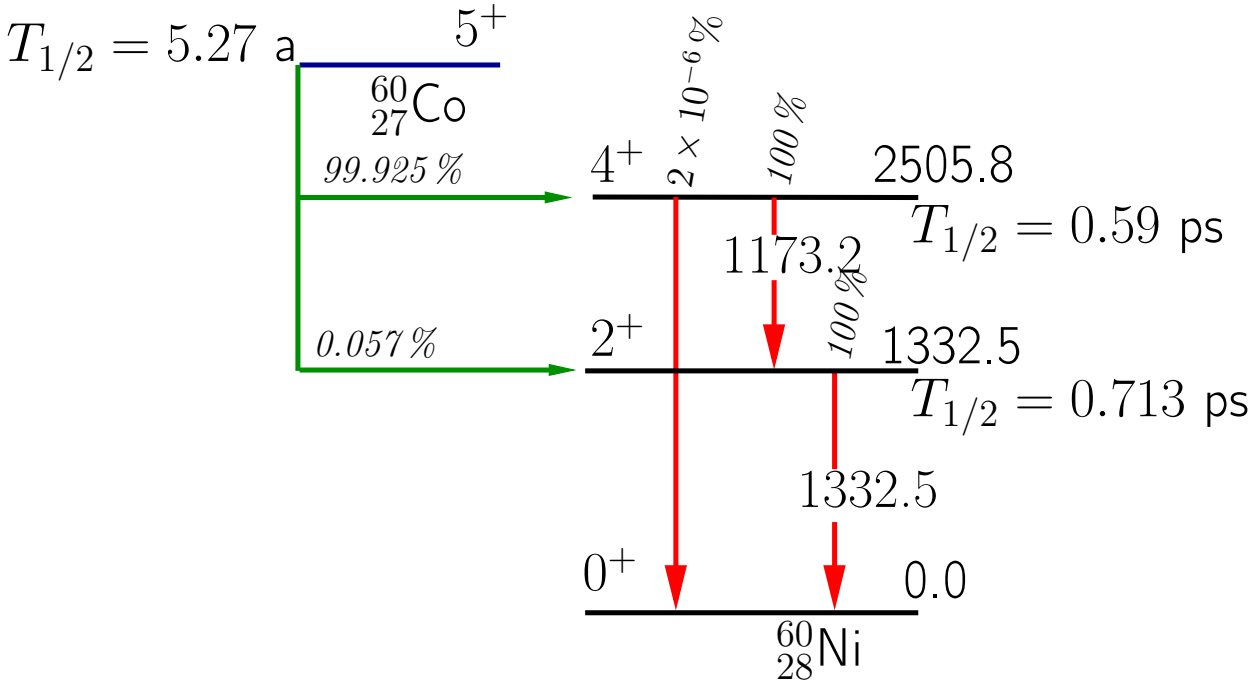
Fuentes discretas de electrones por CI

| Fuente | Energía (keV) |
|---|---|
| $^{207}$Bi | 480, 907, 1047 |
| $^{137}$Cs | 624 |
| $^{133}$Ba | 266, 319 |

### 1.2.7. Decaimiento gamma

- La mayoría de las fuentes gamma naturales son inicialmente pobladas por decaimiento beta... ver varias de las figuras anteriores.

- En la práctica se pueden obtener fuentes gamma "puras" apantallando las betas. Papel de aluminio envolviendo la fuente es suficiente.



## 1.2.8. El átomo

### Tamaños

| prefijo | abreviatura | fracción del metro |
|---|---|---|
| nano | nm | $10^{-9}$ |
| ångström | Å | $10^{-10}$ |
| pico | pm | $10^{-12}$ |
| femto | fm | $10^{-15}$ |

De la teoría de Bohr: $r_{\text{átomo}} = 0.5\dfrac{n^2}{Z}$ Å

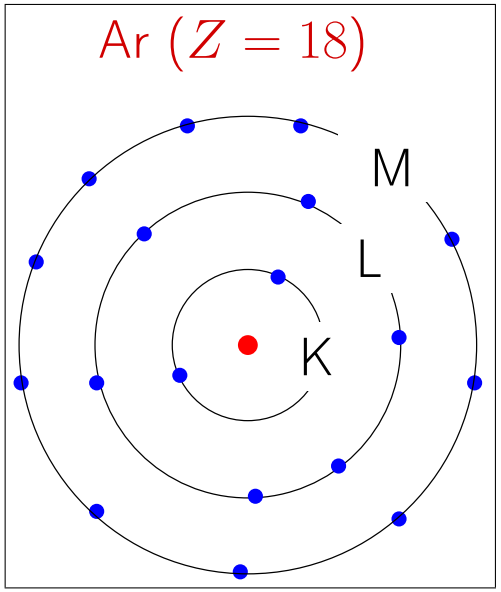
De datos semiempíricos: $r_{\text{núcleo}} = 1.2A^{1/3}$ fm

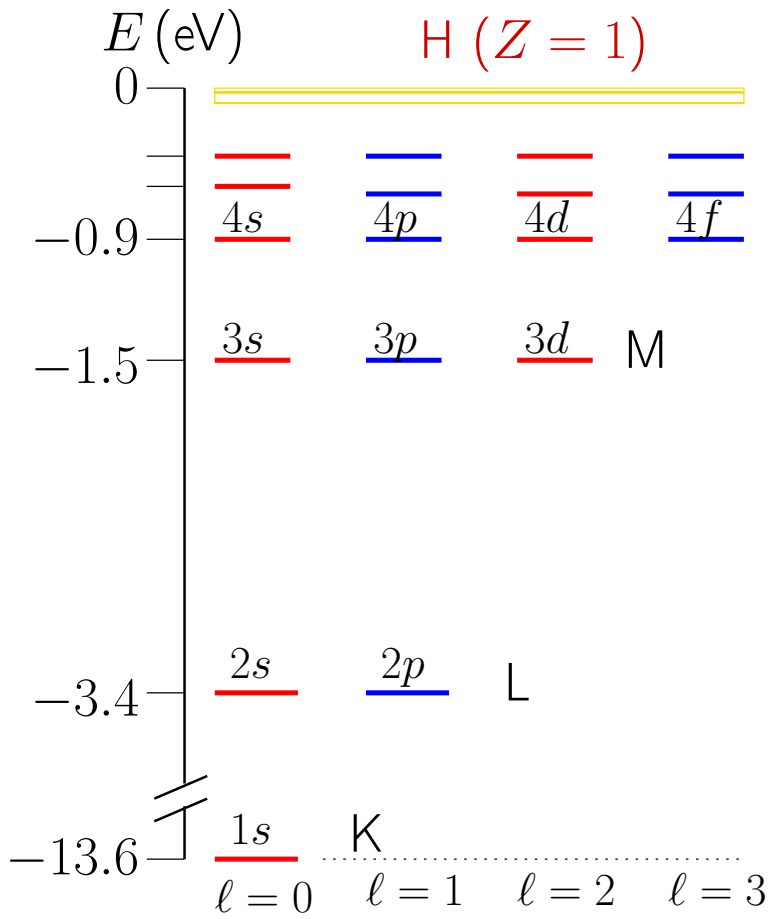
| | $n$ | $Z$ | $A$ | $r_{\text{átomo}}$ (Å) | $r_{\text{núcleo}}$ (fm) |
|---|---|---|---|---|---|
| H | 1 | 1 | 1 | 0.5 | 0.9 |
| Bi | 6 | 83 | 209 | 0.2 | 7.1 |

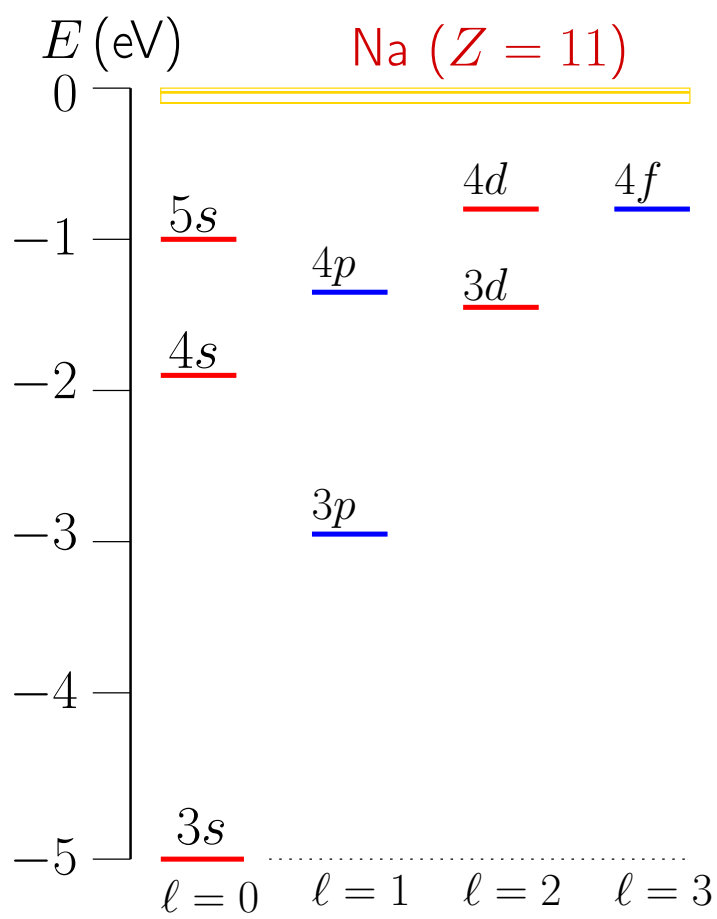
$r_{\text{átomo}} \approx 10^5 \times r_{\text{núcleo}}$

$100 \text{ km} = 10^5 \times 1 \text{ m}$

# El átomo de Bohr y el átomo cuántico



# La tabla periódica química

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 H | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 He |
| 3 Li | 4 Be | | | | | | | | | | | 5 B | 6 C | 7 N | 8 O | 9 F | 10 Ne |
| 11 Na | 12 Mg | | | | | | | | | | | 13 Al | 14 Si | 15 P | 16 S | 17 Cl | 18 Ar |
| 19 K | 20 Ca | 21 Sc | 22 Ti | 23 V | 24 Cr | 25 Mn | 26 Fe | 27 Co | 28 Ni | 29 Cu | 30 Zn | 31 Ga | 32 Ge | 33 As | 34 Se | 35 Br | 36 Kr |
| 37 Rb | 38 Sr | 39 Y | 40 Zr | 41 Nb | 42 Mo | 43 Tc | 44 Ru | 45 Rh | 46 Pd | 47 Ag | 48 Cd | 49 In | 50 Sn | 51 Sb | 52 Te | 53 I | 54 Xe |
| 55 Cs | 56 Ba | 71 Lu | 72 Hf | 73 Ta | 74 W | 75 Re | 76 Os | 77 Ir | 78 Pt | 79 Au | 80 Hg | 81 Tl | 82 Pb | 83 Bi | 84 Po | 85 At | 86 Rn |
| 87 Fr | 88 Ra | 103 Lr | 104 Rf | 105 Db | 106 Sg | 107 Bh | 108 Hs | 109 Mt | 110 Ds | 111 Rg | 112 Uub | 113 Uut | 114 Uuq | 115 Uup | 116 Uuh | | |

Lantánidos

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 57 La | 58 Ce | 59 Pr | 60 Nd | 61 Pm | 62 Sm | 63 Eu | 64 Gd | 65 Tb | 66 Dy | 67 Ho | 68 Er | 69 Tm | 70 Yb |

Actínidos

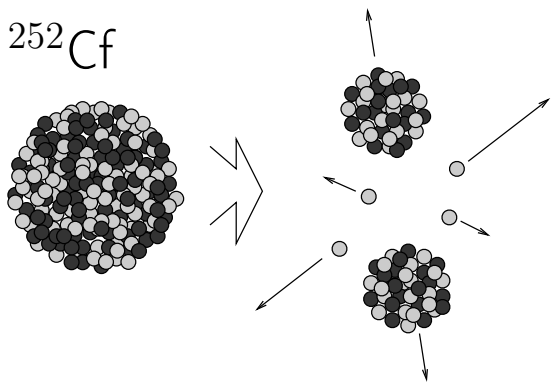
| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 89 Ac | 90 Th | 91 Pa | 92 U | 93 Np | 94 Pu | 95 Am | 96 Cm | 67 Bk | 98 Cf | 99 Es | 100 Fm | 101 Md | 102 |

## 1.2.9. Emisión de neutrones

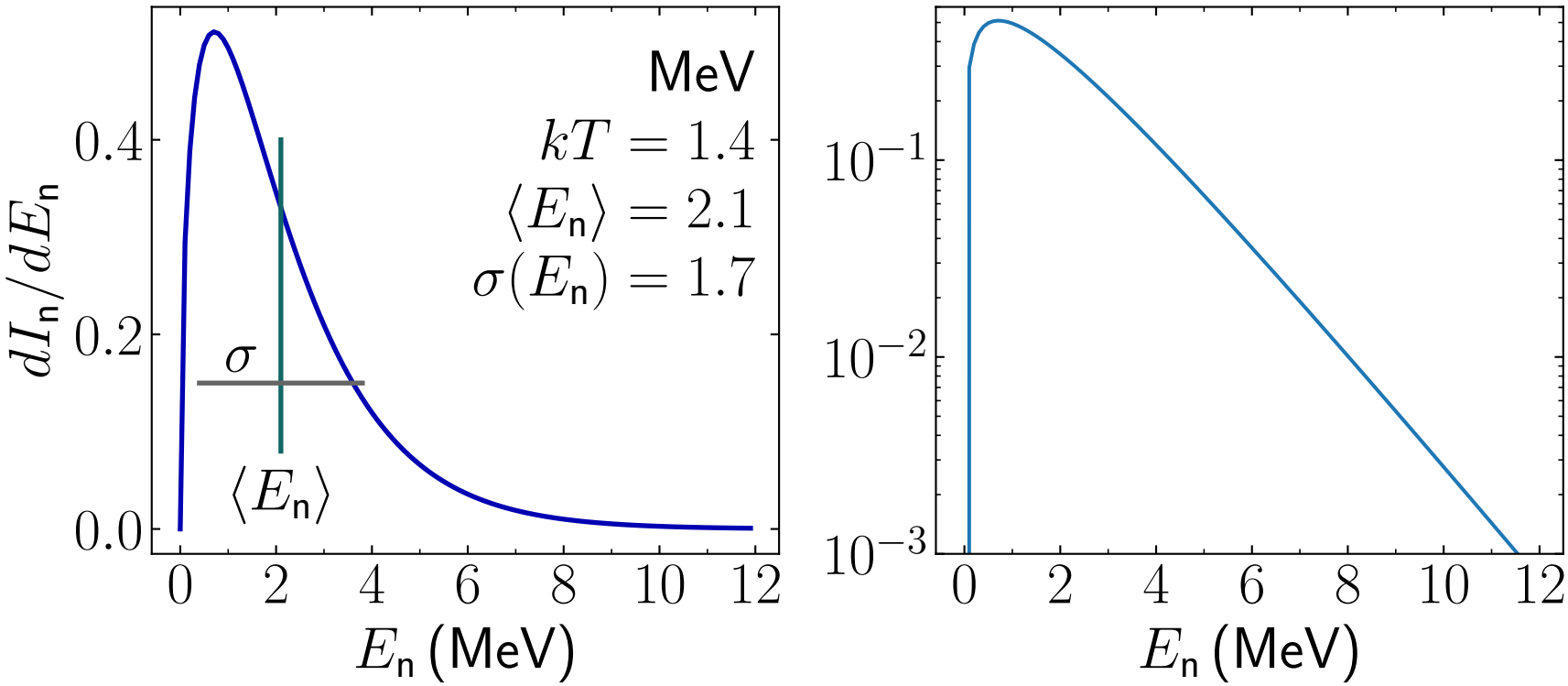
1. Fuentes naturales (prácticas) de neutrones en el laboratorio **no existen**.
2. Los neutrones provienen de

   a. fisión (espontánea e inducida).
   b. reacciones nucleares.

## Fisión espontánea




Representación gráfica de la fisión espontánea




$$\frac{dI_\mathsf{n}}{dE_\mathsf{n}} = \sqrt{E_\mathsf{n}} \exp\left(-\frac{E_\mathsf{n}}{kT}\right)$$

$kT = 1.4$ MeV $\equiv$ "temperatura" nuclear.

# Reacciones nucleares para la producción de neutrones

Notación: Una reacción nuclear se nota de dos maneras

$$\mathrm{a} + \mathrm{A} \longrightarrow \mathrm{b} + \mathrm{B} \quad \equiv \quad \mathrm{A(a,b)B}$$

a = proyectil; A = blanco;
b = eyectil (residuo pequeño); B = residuo (grande)

- Los métodos más usados para la producción de neutrones: $(\alpha, \mathrm{n})$ ó $(\gamma, \mathrm{n})$.
- El blanco más común: $^{9}\mathrm{Be}$.

$$\left\{ \begin{array}{l|l} 70\ \mathrm{n}/10^6\ \alpha & ^{241}\mathrm{Am} \\ 100\ \mathrm{n}/10^6\ \alpha & ^{242}\mathrm{Cm} \\ & ^{238}\mathrm{Pu} \\ & ^{226}\mathrm{Ra} \\ & ^{227}\mathrm{Ac} \end{array} \right\} \alpha + {}^{9}\mathrm{Be} \rightarrow\ {}^{13}\mathrm{C}^{*} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} ^{12}\mathrm{C}^{(*)} + \mathrm{n} \\ ^{8}\mathrm{Be} + \alpha + \mathrm{n} \\ 3\alpha + \mathrm{n}. \end{array} \right.$$

El modo de decaimiento depende de la energía de incidencia de la partícula $\alpha$.

Los espectros de neutrones obtenidos deberían ser discretos, pero experimentalmente aparecen continuos. ¿Por qué?

- Con gammas sólo existen dos blancos apropiados:

$$^{9}\mathrm{Be} + \gamma \rightarrow {}^{8}\mathrm{Be} + \mathrm{n}$$
$$^{2}\mathrm{H} + \gamma \rightarrow {}^{1}\mathrm{H} + \mathrm{n}$$

  Ventaja respecto a $(\alpha, \mathrm{n})$: los espectros de neutrones sí tienen la apariencia de discretos. ¿Por qué?

  Desventaja: el rendimiento de la reacción es menor en 1-2 órdenes de magnitud.

## 1.3. Fuentes "no naturales" de radiación

- Partículas cargadas.

  Se obtienen de alguna parte (cámaras de ionización) y luego se aceleran hasta la energía deseada.

$$\mathrm{e}^-,\ \mathrm{e}^+,\ \mathrm{p},\ \alpha,\ \text{iones pesados.}$$

- Rayos X y $\gamma$.

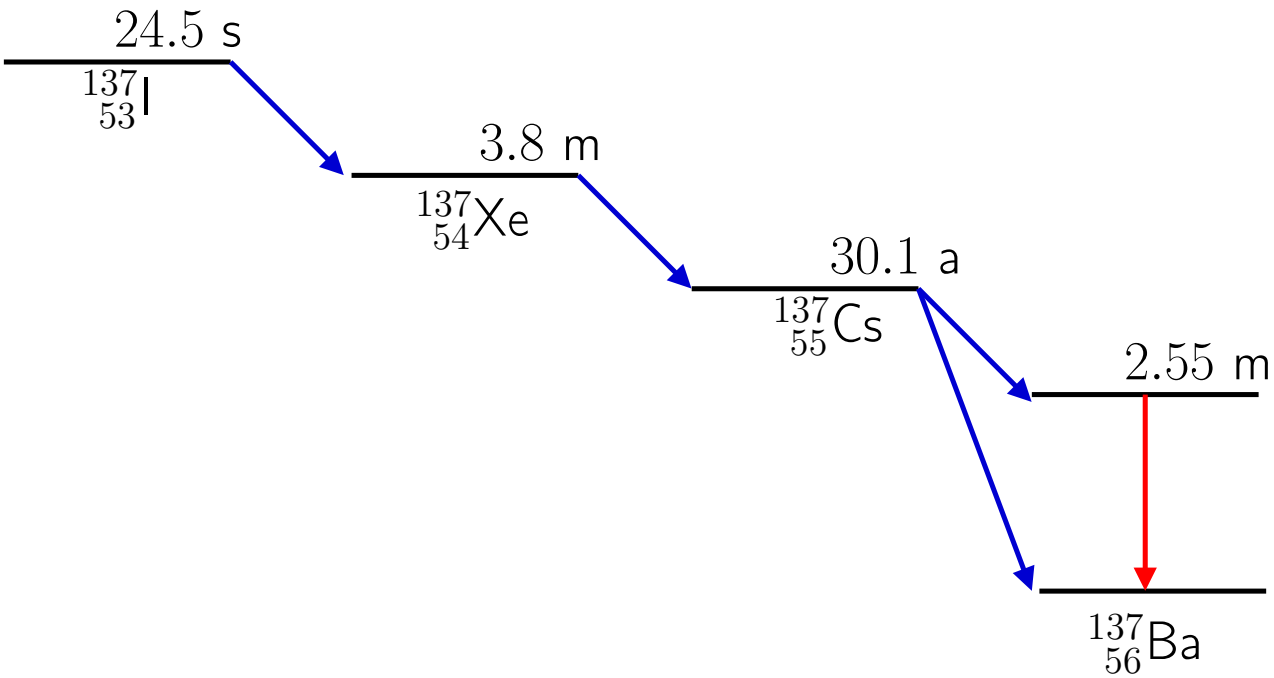
  Se pueden obtener monoenergéticos y continuos. ¿Cómo?

  - Excitación de átomos: colisiones $\mathrm{e}^-$ + átomo.
  - Bremsstrahlung (radiación de frenado). Colisión de electrones contra materiales de número de masa grande.

- Neutrones. Ver más arriba.

## 1.4. Unidades de radiación

1. **Actividad**: Número medio de decaimientos por unidad de tiempo.
2. Es proporcional a la cantidad de material.




3. Sobre el esquema de decaimiento arriba:
   1. La actividad del $^{137}$I no es la única fuente de radiación.
   2. No toda la actividad del $^{137}$Cs se traduce en actividad gamma del $^{137}$Ba.
4. La actividad depende del esquema específico de decaimiento. Únicamente en el caso de una sola transición radiativa, es idéntica la actividad y la cantidad de radiación emitida.

**Unidades de la actividad**:

**1 Curio (Ci)** $\equiv$ actividad de 1 g de $^{226}$Ra puro

$\equiv 3.7 \times 10^{10}$ desintegraciones por segundo (dps)

**1 Becquerel (Bq)** $\equiv 1$ desintegración por segundo

Cantidades típicas:

| | | Uso típico |
|---|---|---|
| $1\,$Ci | $= 3.7 \times 10^{10}$ Bq $= 37$ GBq | industria |
| $1\,$mCi | $= 37$ MBq | medicina |
| $10 - 10^3\,\mu$Ci | $= 0.37 - 3.7$ MBq | investigación |
| $1\,\mu$Ci | $= 3.7 \times 10^4$ Bq $= 37$ kBq | fuentes de calibración |
| LFNA | | |
| $270\ \mu$Ci | $= 10$ MBq | $^{252}$Cf |
| $2.7$ mCi | $= 100$ MBq | |
| $27$ mCi | $= 1$ GBq | |

**Importante:** distinguir entre <u>actividad</u> y <u>dosis</u>. La dosis mide los efectos de la radiación sobre un objeto o una persona.

## 1.5. La ley de disminución exponencial

[Rutherford and Soddy, 1903]

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\Gamma N(t)$$

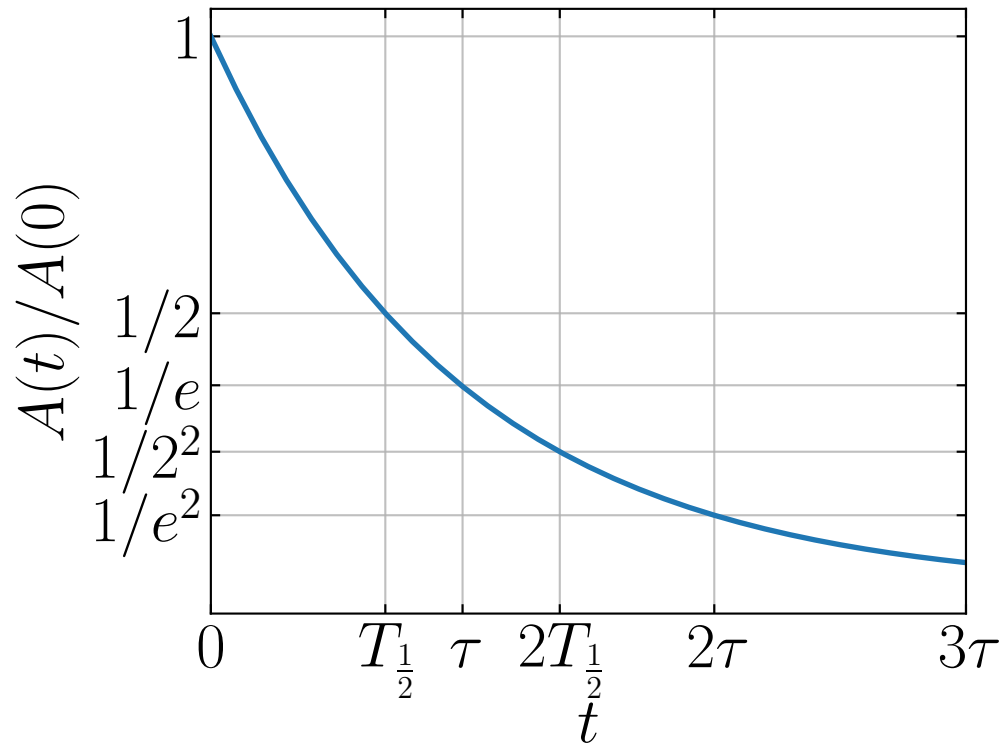
Actividad $\equiv A(t) = \Gamma N(t)$

$N(t) =$ Número de núcleos en el instante $t$

$\Gamma =$ constante de decaimiento

$$N(t) = N(t=0)\exp(-\Gamma t)$$

$$A(t) = A(t=0)\exp(-\Gamma t)$$




- $\tau = 1/\Gamma \equiv$ **vida media** = tiempo para que la actividad se reduzca a

$$A(\tau)/A(0) = e^{-1} = 0.37 \approx 37\,\%.$$

- $T_{1/2} \equiv$ **semi-vida** = tiempo en el que la actividad decae hasta la mitad.

$$1/2 = \exp(-\Gamma T_{1/2}) \longrightarrow T_{1/2} = \ln 2/\Gamma = (\ln 2)\,\tau = 0.693\,\tau \approx 0.7\,\tau$$

$$T_{1/2} \approx 0.7\,\tau$$

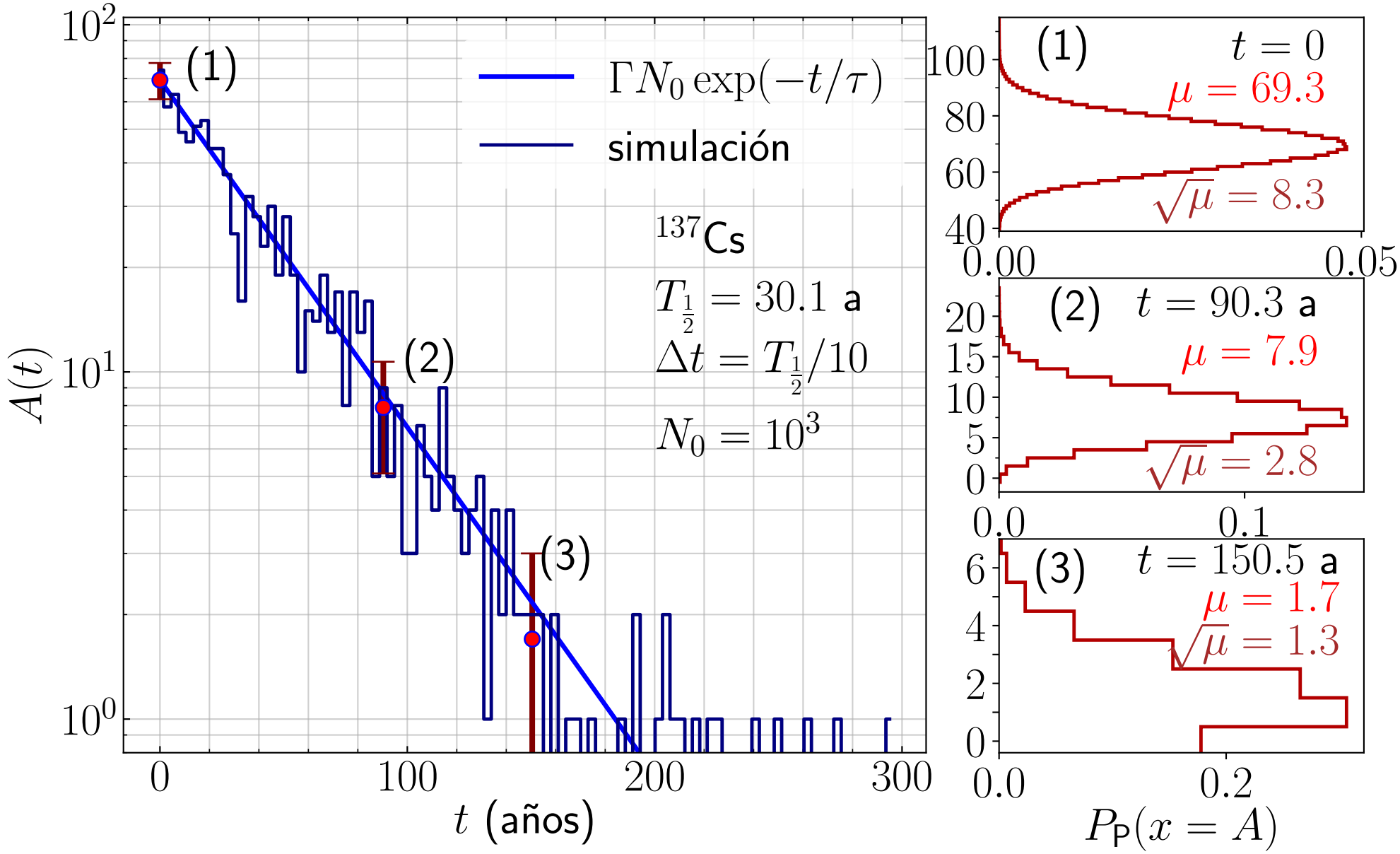
## 1.6. Carácter probabilístico de la ley de decaimiento

$$|\Gamma| = \frac{1}{N(t)}\frac{dN(t)}{dt}$$
$$[\Gamma] = \mathsf{T}^{-1} = (\text{tiempo})^{-1}$$

$$\left.\frac{\Delta N}{\Delta t}\right|_t = \text{número de decaimientos por unidad de tiempo } \Delta t \text{ en el instante } t$$

$$\left.\frac{1}{N}\frac{\Delta N}{\Delta t}\right|_t = \text{probabilidad de decaimiento por núcleo por unidad de tiempo en el instante } t$$

- La constante de proporcionalidad $\Gamma$ es una característica del núcleo específico.
- Es importante entender el carácter estadístico de la ley de decaimiento y el carácter de valor promedio de $\Gamma$:


$\Gamma N_0 \exp(-t/\tau)$
simulación
$^{137}$Cs
$T_{\frac{1}{2}} = 30.1$ a
$\Delta t = T_{\frac{1}{2}}/10$
$N_0 = 10^3$
(1)
(2)
(3)
$A(t)$
$t$ (años)
$t = 0$
$\mu = 69.3$
$\sqrt{\mu} = 8.3$
$t = 90.3$ a
$\mu = 7.9$
$\sqrt{\mu} = 2.8$
$t = 150.5$ a
$\mu = 1.7$
$\sqrt{\mu} = 1.3$
$P_{\mathrm{P}}(x = A)$

Un núcleo dado puede decaer de varias maneras diferentes. Cada una de tales formas de decaer tiene su propia probabilidad $\Gamma_i$. La probabilidad total de decaimiento $\Gamma$ es la suma de tales probabilidades:

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + ...$$

La constante $\Gamma_i$ es una característica del proceso de decaimiento específico.

Ejemplo: ${}^{214}_{83}$Bi puede decaer emitiendo $\beta^-$ o $\alpha$:

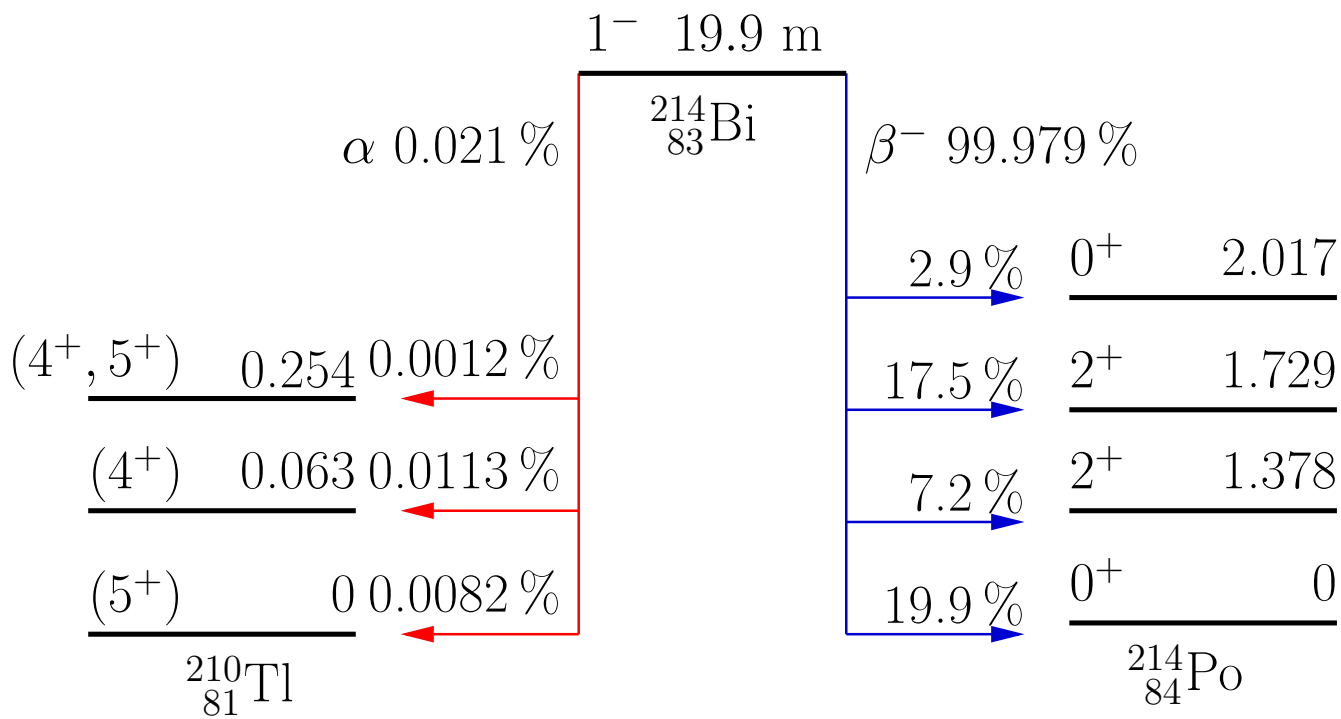



*Diagrama parcial del decaimiento del ${}^{214}$Bi [Firestone and Shirley, 1996]. Observe que el eje de las energías no está a escala.*

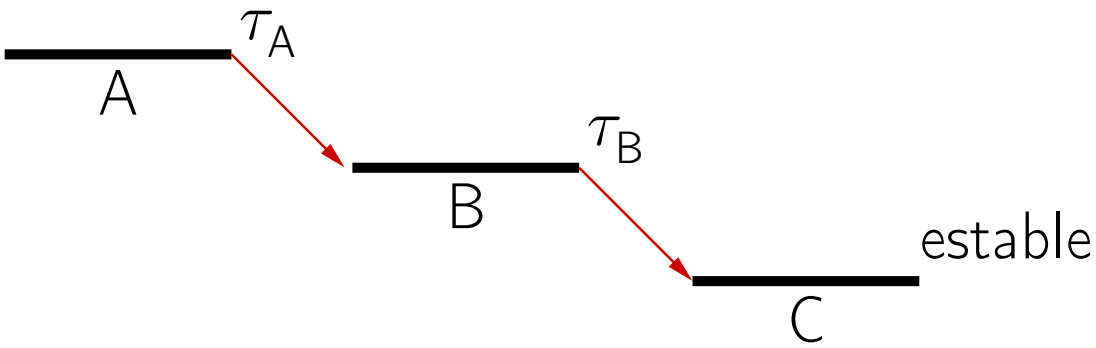
La probabilidad total de decaimiento (por unidad de tiempo) del $^{214}$Bi es

$$\Gamma = \Gamma_{\beta^-} + \Gamma_{\alpha}$$

Tanto la probabilidad de decaimiento $\beta^-$ como la de decaimiento $\alpha$ se descomponen en la probabilidad de hacer la transición a cada uno de los estados:

$$\Gamma_{\beta^-} = \Gamma_{\rightarrow(0^+,0)} + \Gamma_{\rightarrow(2^+,1.378)} + ...$$
$$\Gamma_{\alpha} = \Gamma_{\rightarrow(5^+,0)} + \Gamma_{\rightarrow(4^+,0.063)} + ...$$

## 1.6.1. Cadenas de decaimiento radiactivo




$$\frac{dN_A}{dt} = -\Gamma_A N_A$$
$$\frac{dN_B}{dt} = \Gamma_A N_A - \Gamma_B N_B$$
$$\frac{dN_C}{dt} = \Gamma_B N_B$$

*El proceso particular de decaimiento ($\alpha$, $\beta$, CE, ...) no importa.*

Si $N_B(t=0) = N_C(t=0) = 0$

$$N_A(t) = N_A(0)\exp(-\Gamma_A t)$$
$$N_B(t) = N_A(0)\frac{\Gamma_A}{\Gamma_B - \Gamma_A}\left[\exp(-\Gamma_A t) - \exp(-\Gamma_B t)\right]$$
$$N_C(t) = N_A(0)\left\{1 + \frac{1}{\Gamma_B - \Gamma_A}\left[\Gamma_A \exp(-\Gamma_B t) - \Gamma_B \exp(-\Gamma_A t)\right]\right\}$$

## Importante:

1. $A(t)$ sólo varía como una exponencial simple en el caso de un estado que no es a su vez poblado (caso A).
2. Observe el estado B:

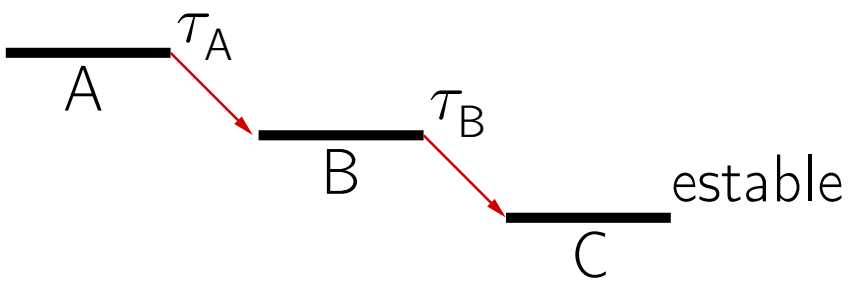
$$A_{\mathsf{B}} \neq \frac{dN_{\mathsf{B}}}{dt}$$

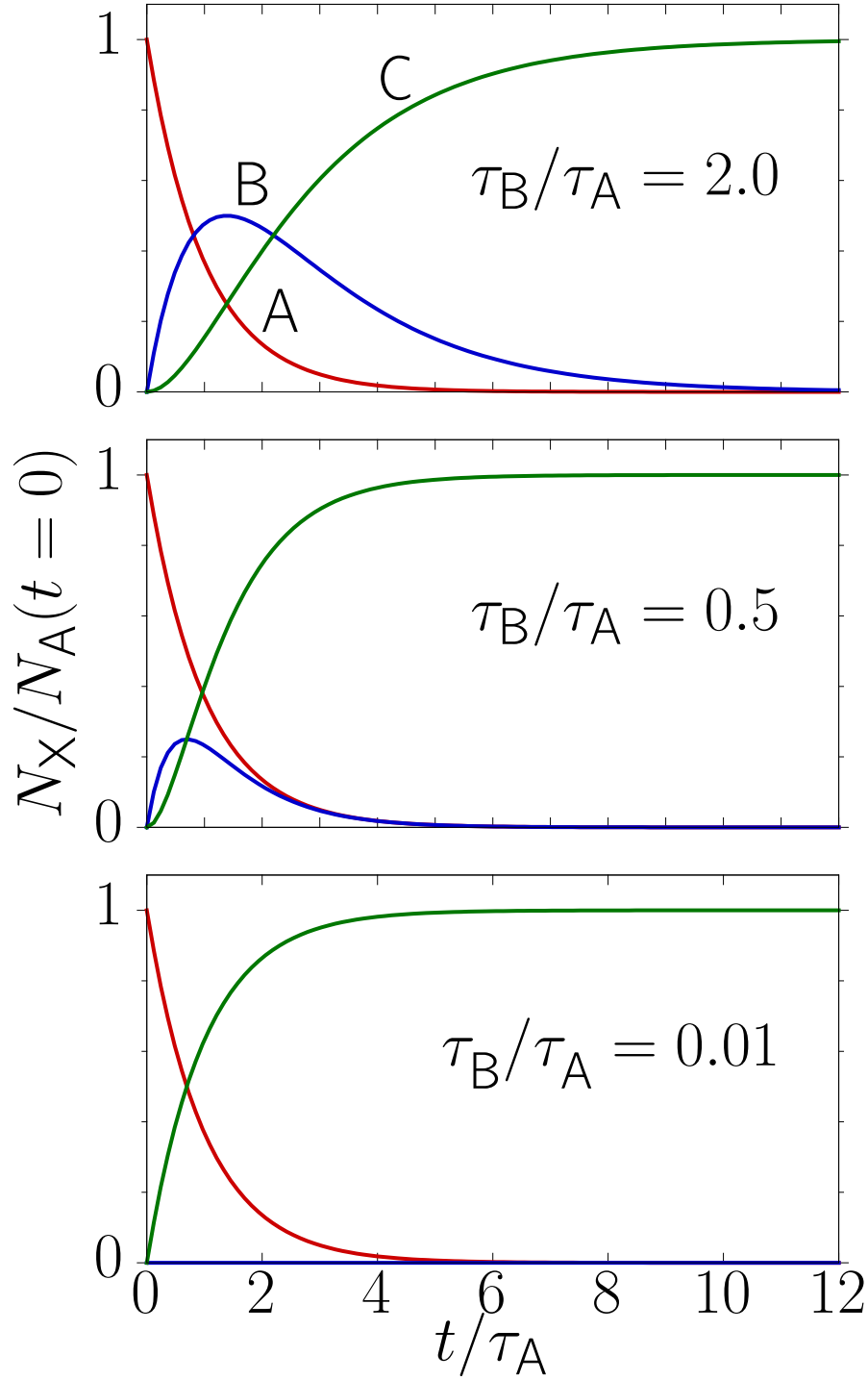
3. **La actividad es <u>en cualquier caso</u> el producto**

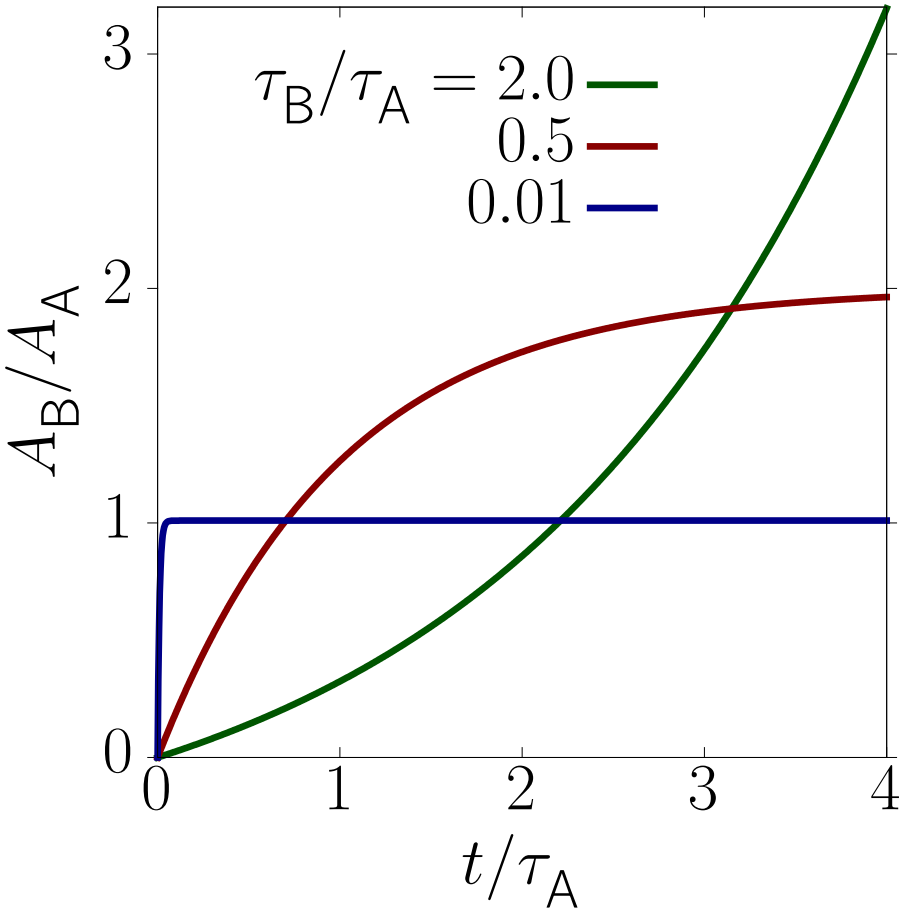
$$A(t) = \Gamma N(t).$$

En particular:

$$A_{\mathsf{B}} = \Gamma_{\mathsf{B}} N_{\mathsf{B}}$$


$\tau_A$
A
$\tau_B$
B
estable
C


$N_X/N_A(t=0)$
$\tau_B/\tau_A = 2.0$
$\tau_B/\tau_A = 0.5$
$\tau_B/\tau_A = 0.01$
A
B
C
0
1
0
2
4
6
8
10
12
$t/\tau_A$




1. $\tau_B > \tau_A$:

$$\frac{A_B(t)}{A_A(t)}$$ aumenta con el tiempo.

2. $\tau_B < \tau_A$: **equilibrio transitorio**.

$$\lim_{t>>\tau_A} \frac{A_B(t)}{A_A(t)} = \text{constante} > 1$$

3. $\tau_B \ll \tau_A$: **equilibrio secular**.

$$\lim_{t>>\tau_B} \frac{A_B(t)}{A_A(t)} = 1$$

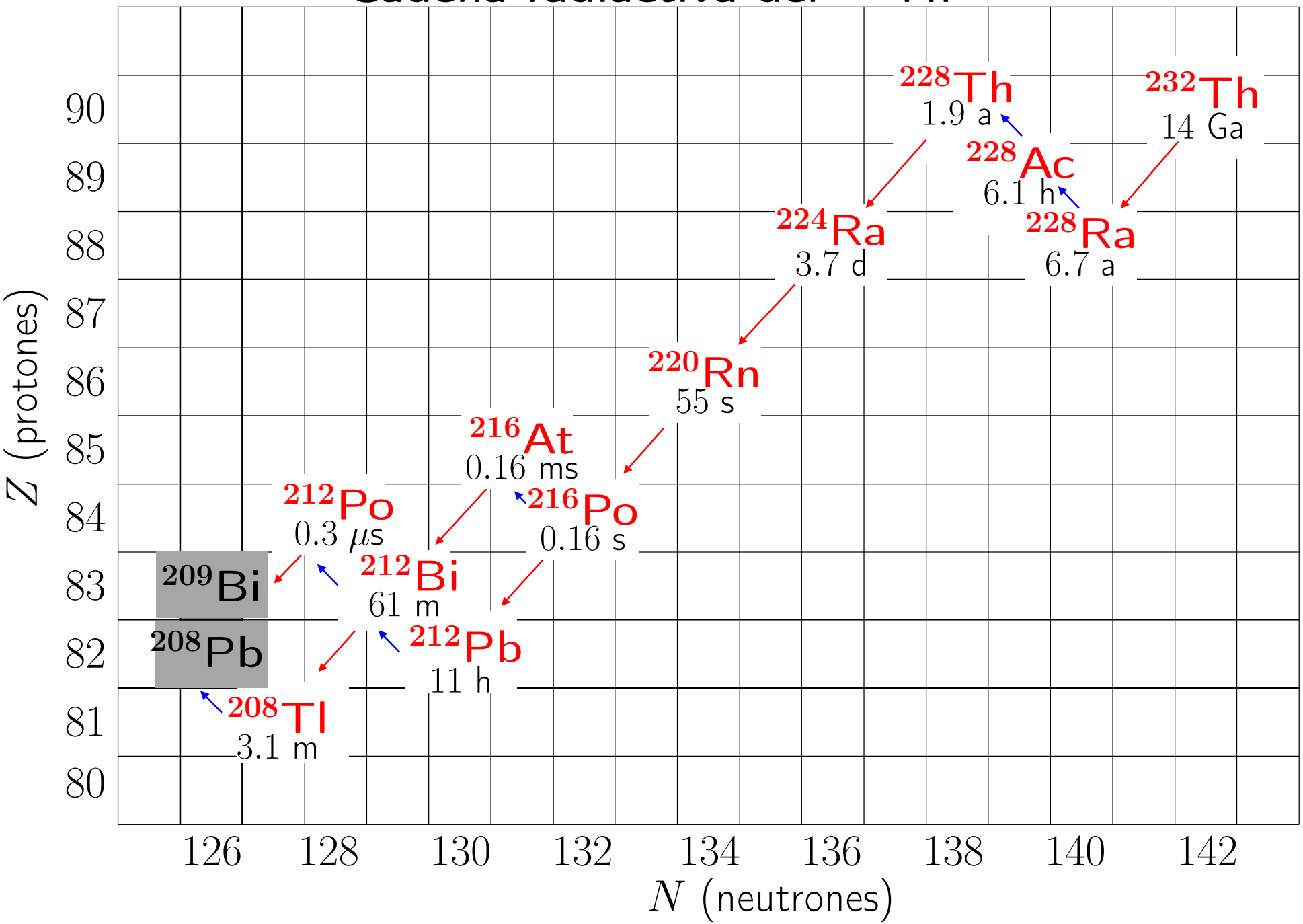
14

### 1.6.2. Cadenas radiactivas naturales

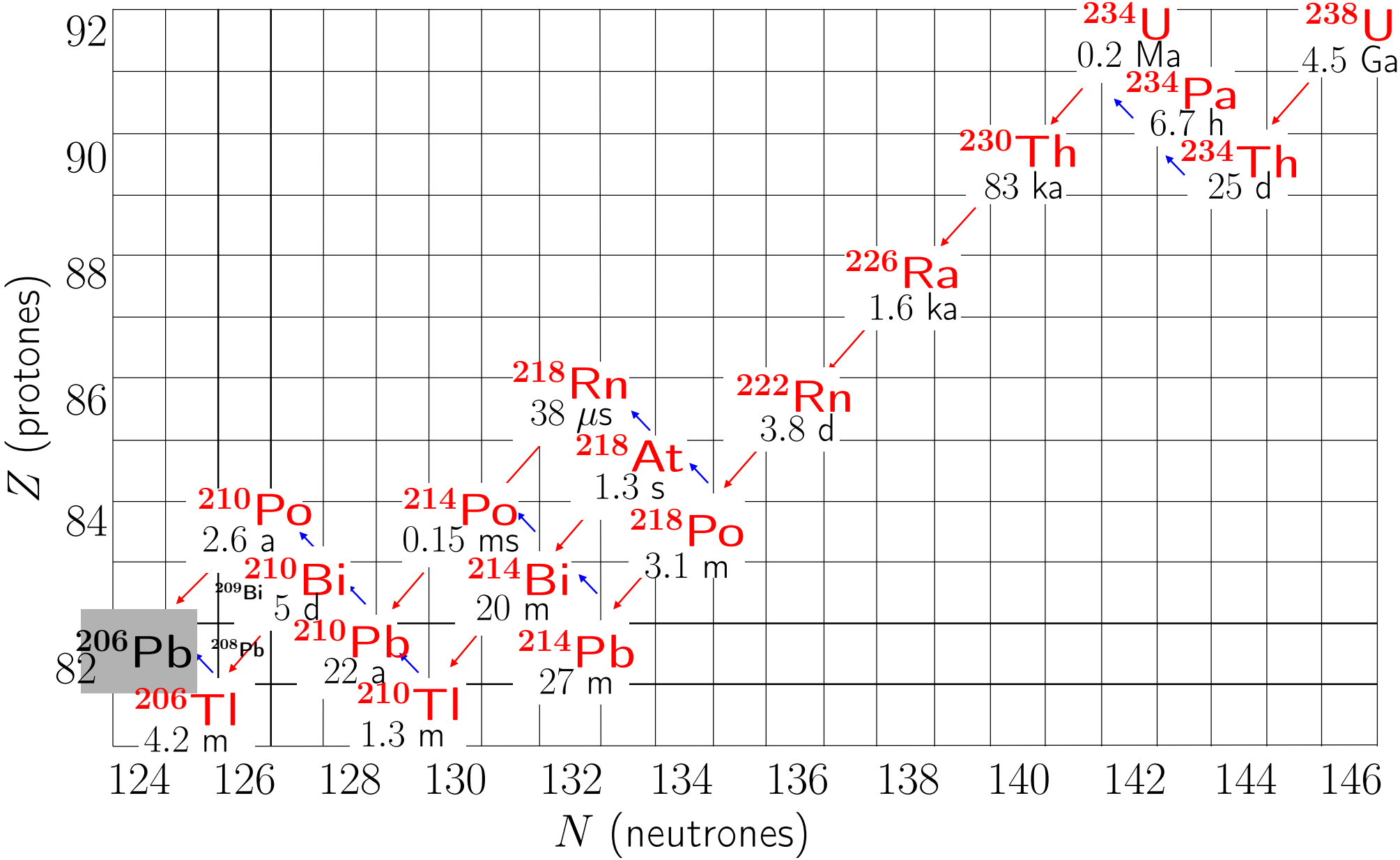
Los núcleos listados en la siguiente Tabla, exceptuando el plutonio, el cual es producido artificialmente, generan la mayor parte de la radiación natural.

| nombre | núcleo padre | $T_{1/2}$[años] |
|---|---|---|
| Cadenas Radiactivas | | |
| Torio | $^{232}$Th | $1.4 \times 10^{10}$ |
| Neptunio | $^{237}$Np | $2.1 \times 10^{6}$ |
| Uranio | $^{238}$U | $4.5 \times 10^{9}$ |
| Actinio | $^{235}$U | $7.0 \times 10^{8}$ |
| Potasio | | |
| | $^{40}$K | $1.3 \times 10^{9}$ |

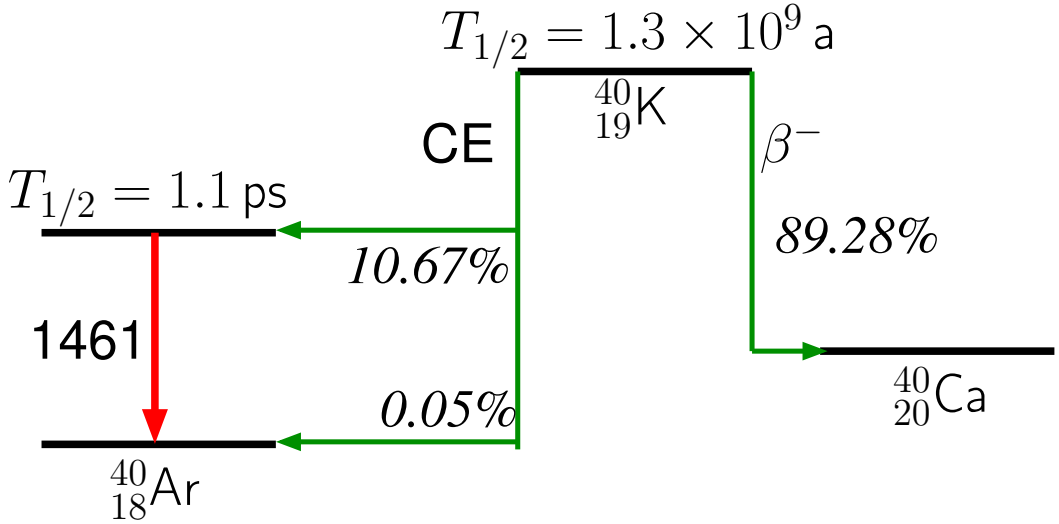
# Cadena radiactiva del $^{232}$Th

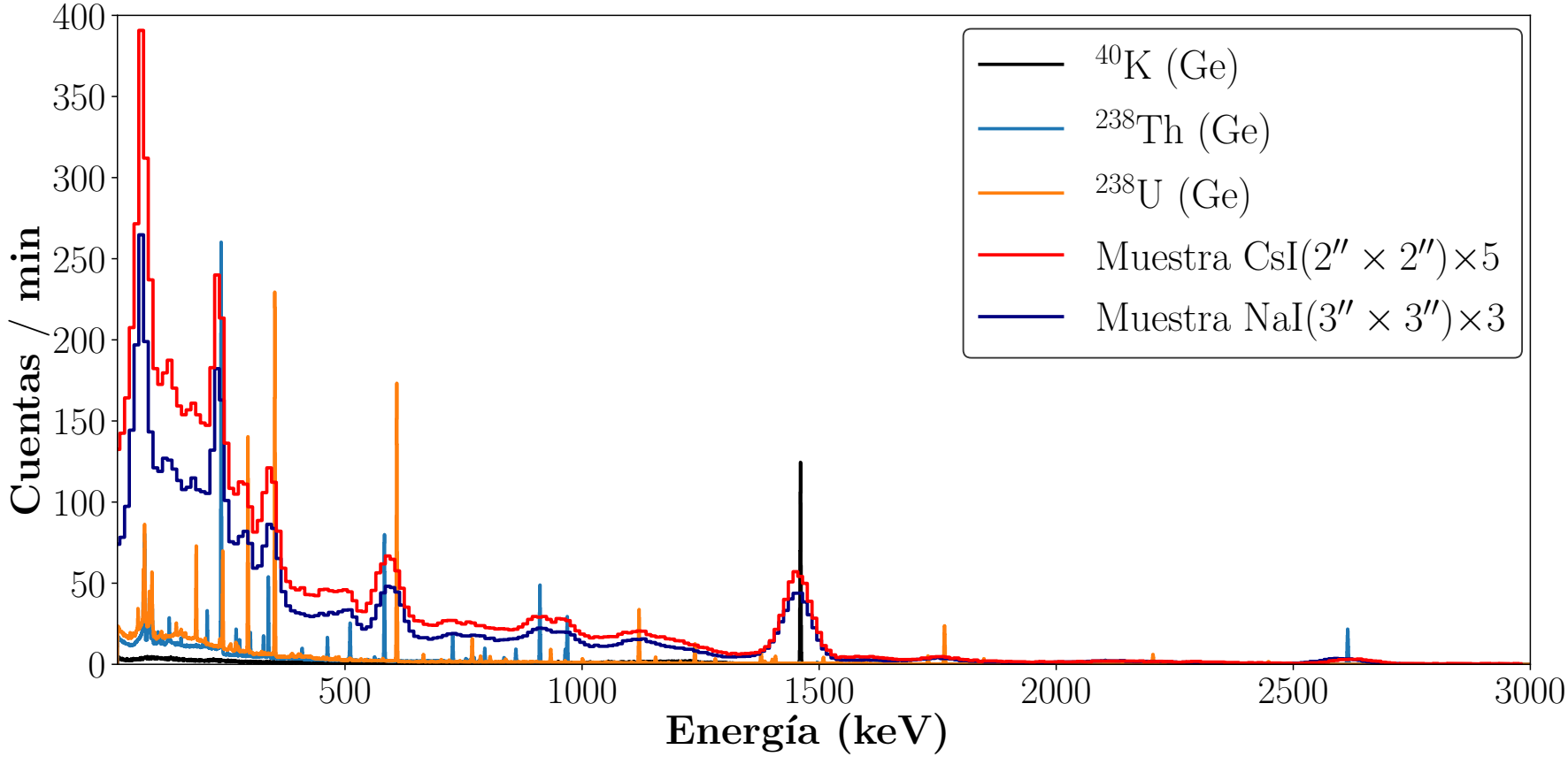



# Cadena radiactiva del $^{238}$U


$^{234}$U
0.2 Ma
$^{238}$U
4.5 Ga
$^{234}$Pa
6.7 h
$^{230}$Th
83 ka
$^{234}$Th
25 d
$^{226}$Ra
1.6 ka
$^{218}$Rn
38 $\mu$s
$^{222}$Rn
3.8 d
$^{218}$At
1.3 s
$^{210}$Po
2.6 a
$^{214}$Po
0.15 ms
$^{218}$Po
3.1 m
$^{210}$Bi
5 d
$^{214}$Bi
20 m
$^{209}$Bi
$^{206}$Pb
$^{208}$Pb
$^{210}$Pb
22 a
$^{214}$Pb
27 m
$^{206}$Tl
4.2 m
$^{210}$Tl
1.3 m
92
90
88
86
84
82
124
126
128
130
132
134
136
138
140
142
144
146
$Z$ (protones)
$N$ (neutrones)

# Decaimiento del $^{40}$K

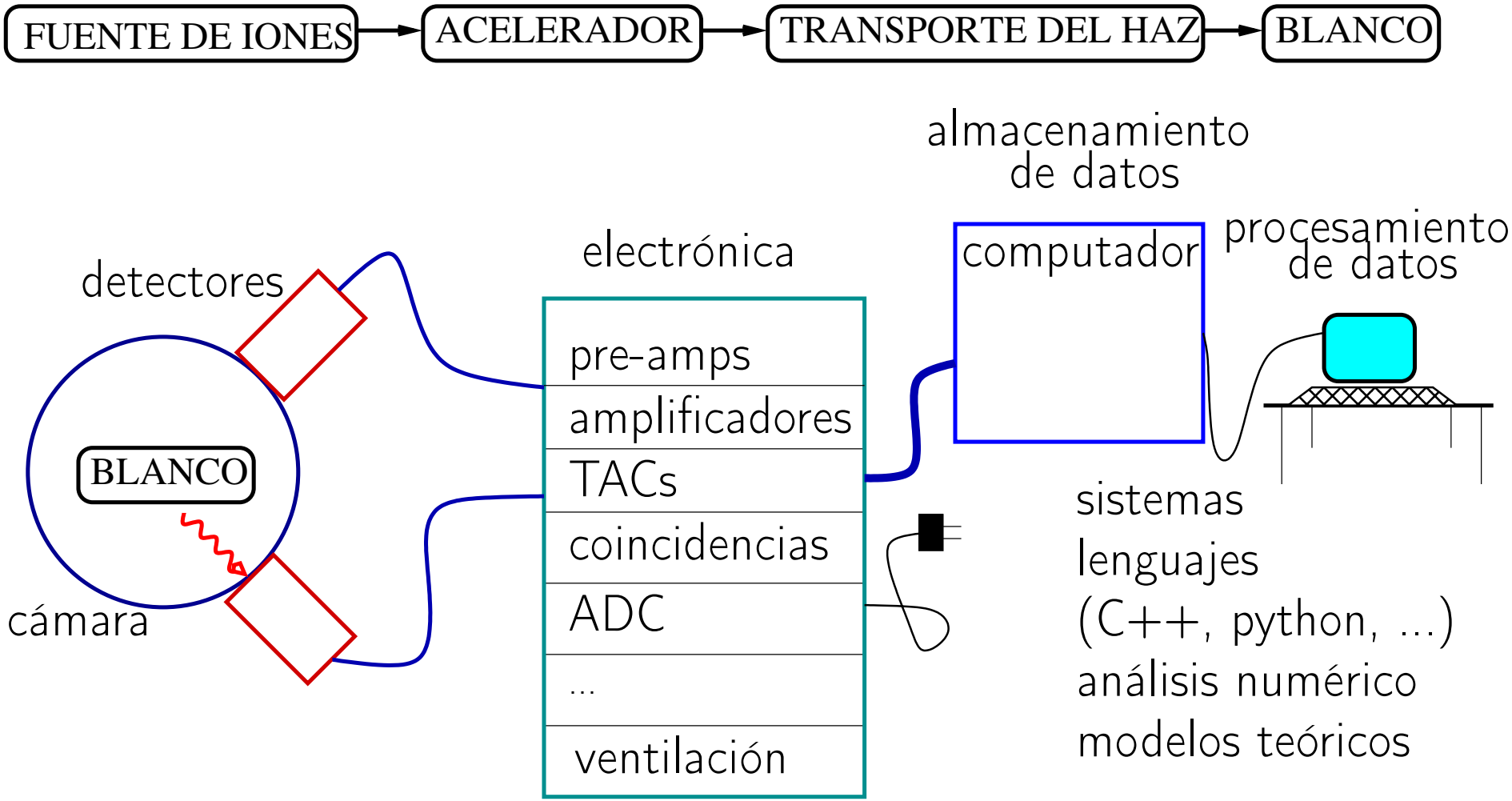





Espectro gamma de una muestra del suelo (Coromoro, Departamento de Santander). [Frank Bautista, Trabajo de Grado, Universidad Nacional de Colombia (2017)]

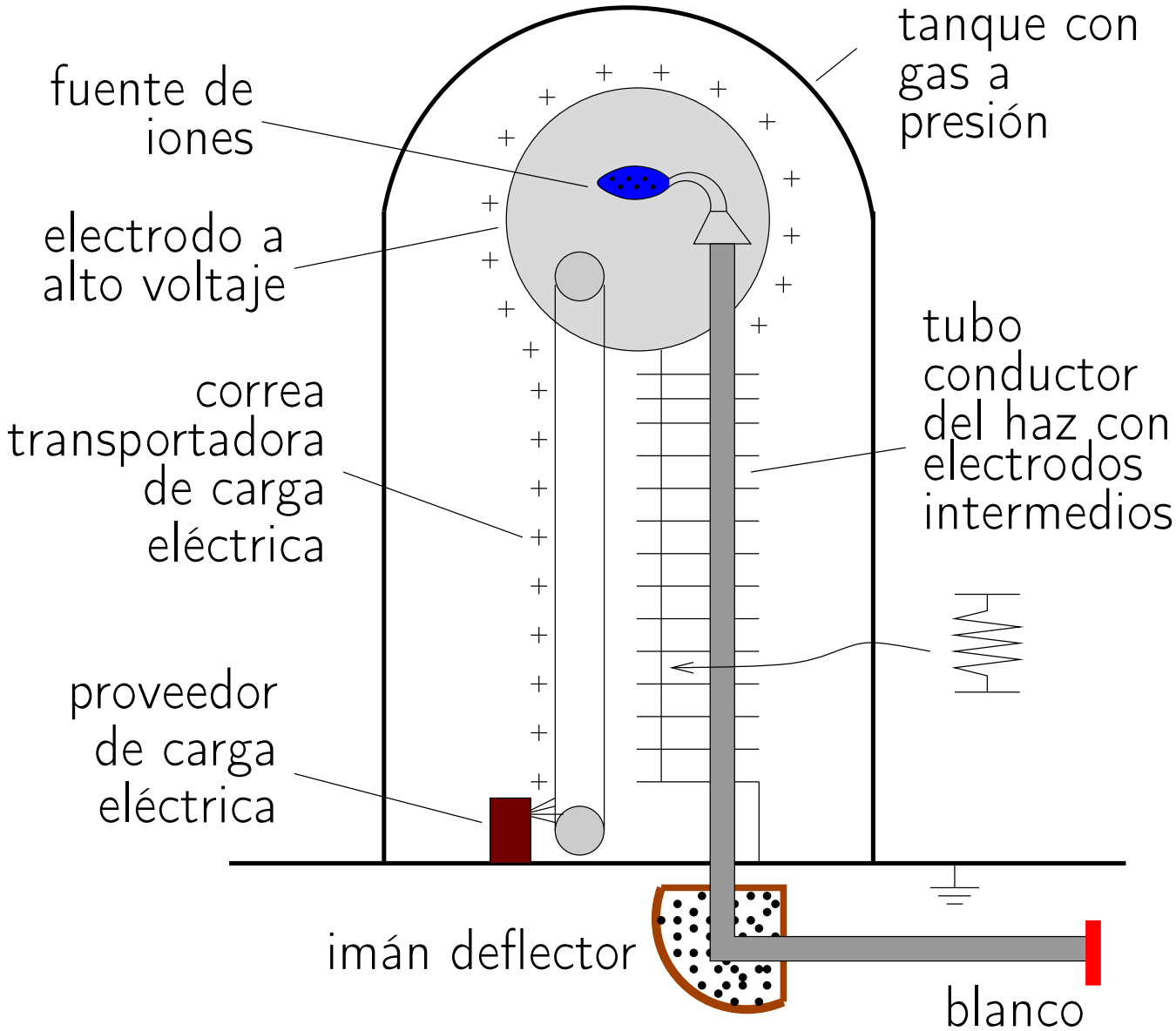
## 1.7. Producción artificial de radiación (aceleradores)

El sistema completo:



## 1.7.1. Van de Graaff

[Henley and García, 2007, Frauenfelder and Henley, 1974]



- El máximo voltaje depende del radio $R$ de la esfera a alto voltaje y del campo de "rompimiento" $E_r$, para el cual el "aire" circundante se hace conductor.

$$V = Q/C$$

  Para aire a 1 atm, $E_r \approx 30$ kV/cm, con $R = 1$ m $\rightarrow V \approx 1$ MV
  Para mezcla $N_2/CO_2$ a 15 atm $\rightarrow V \approx 15$ MV

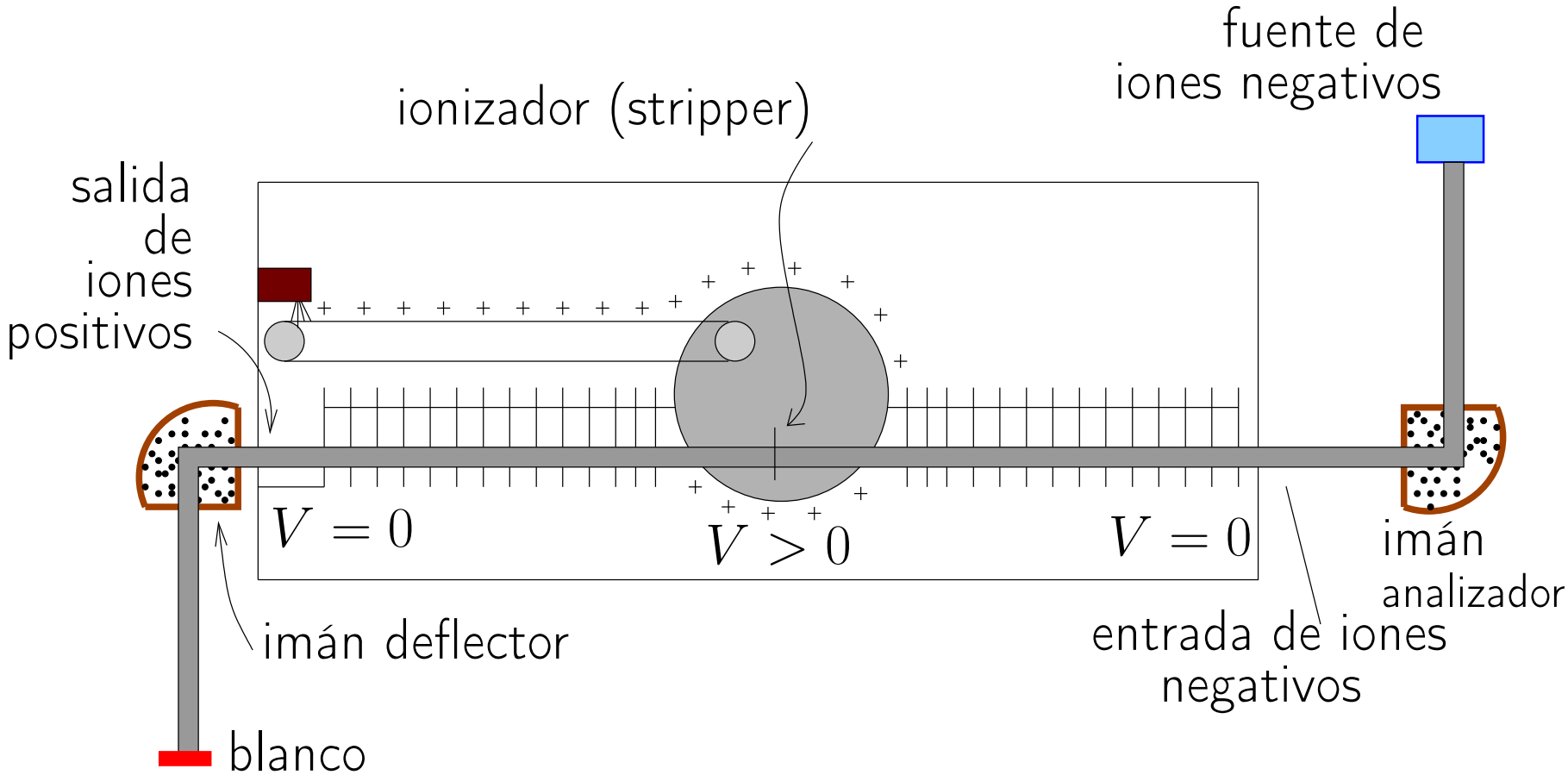
- Corrientes características para $Z = 1$: iones: $0.1$ mA; $e^-$: $1$ mA

- El voltaje es constante:

$$E = \text{Energía cinética}$$
$$\frac{E}{\Delta E} \approx 10^4$$

  $\rightarrow$ "monocromaticidad".

## 1.7.2. Tandem




- Ionización antes y después del cambio de carga: $z_1$, $z_2$.

$$E = |z_1 eV| + |z_2 eV|$$

- Utilidad: aceleración de iones livianos y pesados. Aplicaciones en
  - física de materiales.
  - física nuclear: los aceleradores más importantes a bajas energías.

- no sirve para investigación de partículas (altas energías).

- Desventaja frente al Van de Graaff: mA $\rightarrow \mu$A.

### 1.7.3. Ciclotrón

Invención (1932): E. O. Lawrence (Premio Nobel en Física 1939).

Teoría básica: movimiento de una carga eléctrica $q$ en un campo magnético $\mathbf{B}$.

Nos interesa hallar una relación entre la frecuencia de rotación, (y la velocidad) y la magnitud del campo magnético.

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{q}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{B} \qquad \text{problema relativístico} \rightarrow \mathbf{p} = m(v)\mathbf{v} = \frac{m_0\mathbf{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$\mathbf{F} \perp \mathbf{v} \ \text{ siempre} \rightarrow |\mathbf{v}| = \text{ constante} \rightarrow \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \text{ constante}$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{B} \qquad \text{(dp/dt)}$$

La relación entre $v$ y la frecuencia angular $\omega$ es

$$\left|\frac{d\mathbf{v}}{dt}\right| = \omega^2 r \qquad |\mathbf{v}| = wr.$$

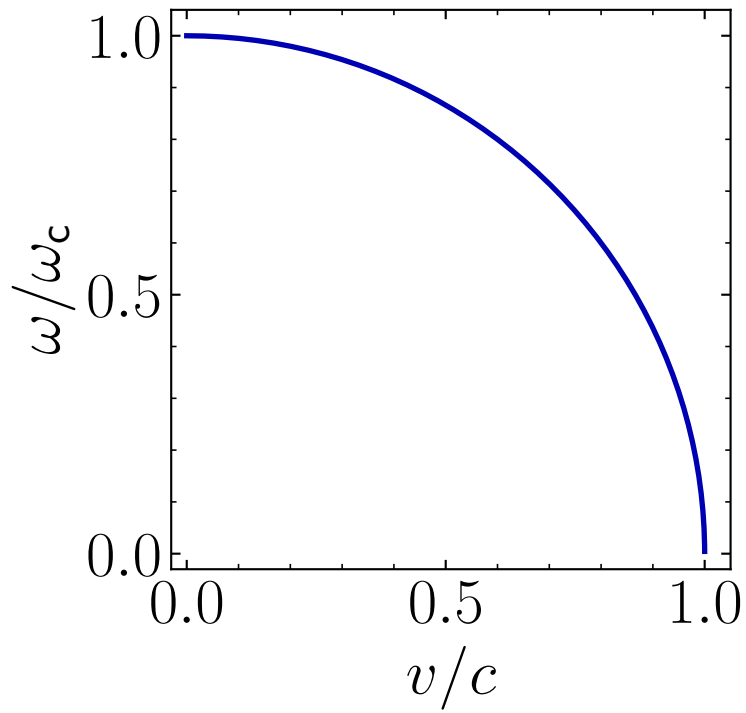
Por lo tanto la ecuación (dp/dt) se reescribe

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\omega^2 r = \frac{q}{c}\omega r B$$

$$\omega = \frac{qB}{m_0 c}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \omega_{\mathsf{c}}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$\omega_{\mathsf{c}} =$ frecuencia no relativista del **c**iclotrón

$$\frac{v}{r} = \omega_{\mathsf{c}} = \frac{qB}{m_0 c}$$




Supongamos que las velocidades alcanzadas no son relativistas. Entonces el tiempo necesario para una vuelta es $T = 2\pi/\omega_{\mathsf{c}}$ y para dar media vuelta

$$\frac{T}{2} = \pi\frac{m_0 c}{qB}$$

El punto: El período $T$ es proporcional a la masa $m_0$ de la partícula!

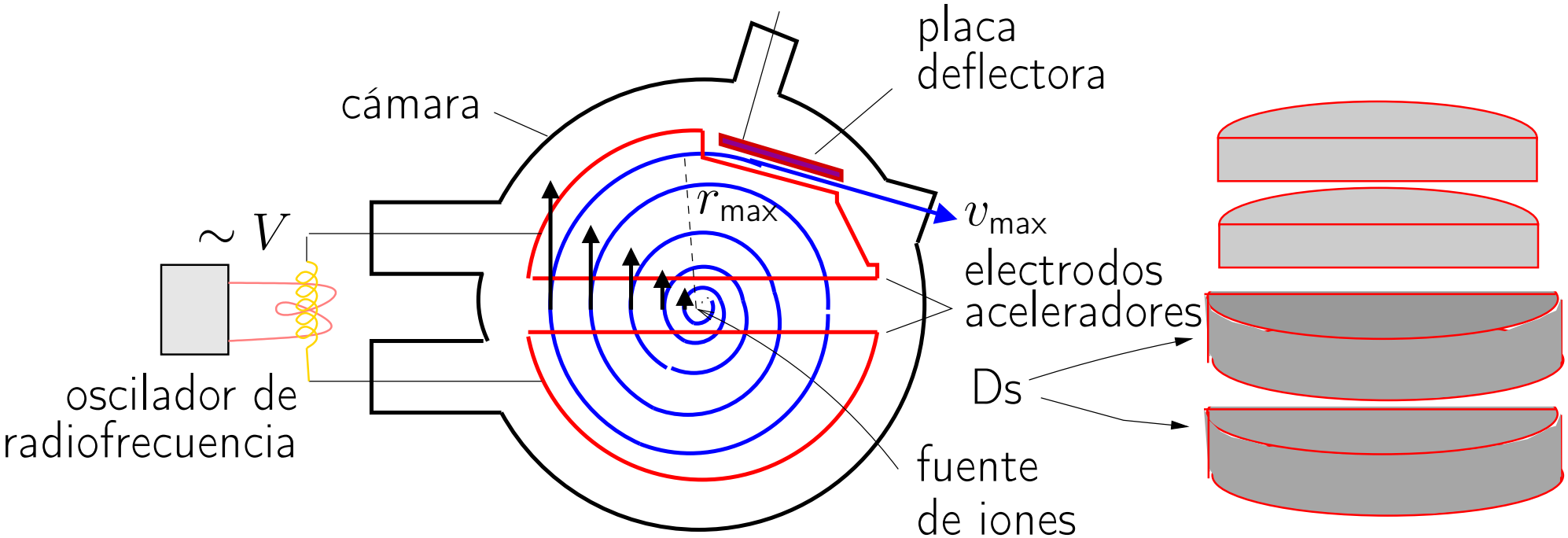



Diagrama esquemático del ciclotrón. El imán, representado a la derecha en sus cuatro D's. Las flechas tangentes a la espiral de la trayectoria pretenden indicar el crecimiento progresivo de la magnitud de la velocidad.

- Si con un campo eléctrico en fase con este período se le añade energía a la partícula, ésta rotará hasta alcanzar el radio definido por las "Ds". Entonces habrá llegado a su velocidad máxima $v_{\text{max}}$.

$$\text{Energía cinética máxima} = E_{\text{max}} = \frac{m_0 v_{\text{max}}^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{m_0}\left(\frac{B r_{\text{max}}}{c}\right)^2$$

- Observar que

$$E_{\text{max}} \propto \frac{q^2}{m_0} \rightarrow E_{\text{max protón}} > E_{\text{max deuterón}}$$

- El problema: los casos interesantes <u>son relativistas</u>.

$$\omega = \omega(v): \quad v \uparrow \quad \longrightarrow \quad \omega \downarrow$$

El rango no relativista es solamente practicable si $v < 2\,\%c$: $v = 0.02\,c$

$$E < \begin{cases} 30 \text{ MeV para } \alpha \\ 20 \text{ MeV para p} \\ 10 \text{ eV para e}^- \end{cases}$$

- Soluciones para obtener altas energías a partir del mismo diseño del ciclotrón:
  - Compensar $\sqrt{1-(v/c)^2}$:

$$B = \frac{B_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{B_0}{\sqrt{1-\frac{\omega_c^2}{c^2}r^2}} \rightarrow \quad \text{problema: desenfoque del haz}$$

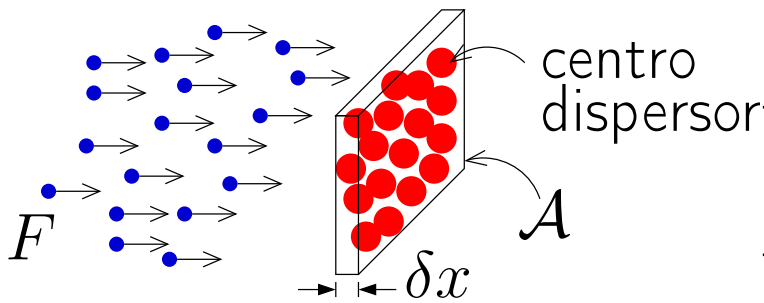
  - Enviar paquetes de partículas y para cada paquete:
    - Aumentar $B$ manteniendo la frecuencia de $V \rightarrow$ **sincrotrón**
    - Disminuir la frecuencia de $V$ manteniendo $B$ constante $\rightarrow$ **sincrociclotrón**

# Capítulo 2

# El paso de la radiación a través de la materia

## 2.1. Conceptos básicos

### 2.1.1. Sección eficaz




$$\frac{\text{número de reacciones}}{\Delta t} = \sigma\,(\mathcal{N} F)$$

$$\frac{\text{número de reacciones}}{\Delta t} = \sigma\, n \mathcal{A}\, \delta x\, F$$

$n =$ número de centros dispersores por unidad de volumen

$\mathcal{A} =$ área del blanco (cubierta por el flujo)

$\mathcal{A}\,\delta x =$ volumen total del blanco

$\mathcal{N} = n\,\mathcal{A}\,\delta x =$ número total de centros dispersores

$F =$ flujo $=$ número de partículas por unidad de área por unidad de tiempo

$\sigma =$ área efectiva de cada centro dispersor

$$\frac{\#\text{ reacciones}}{\Delta t} = \sigma \mathcal{N} F \longrightarrow \qquad \sigma = \frac{\#\text{ reacciones}/\Delta t}{\mathcal{N} F}$$

$$\mathcal{N} = \#\text{ centros dispersores} \longrightarrow \quad \sigma = \frac{\#\text{ reacciones}/\Delta t \text{ por centro dispersor}}{F}$$

$\sigma \equiv$ sección eficaz total

Las unidades?

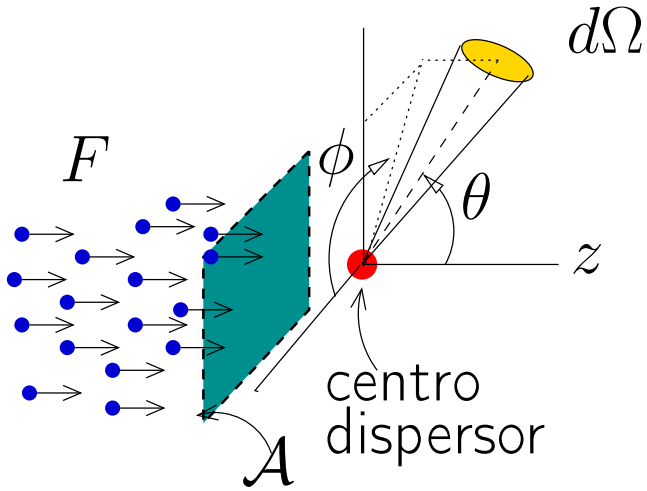
$$\sigma = \frac{\text{número de reacciones}/\Delta t \text{ por centro dispersor}}{F}$$

$$[\sigma] = \frac{1}{[T][\mathcal{N}][F]} = \frac{1}{[T][F]} = \frac{1}{[T][\mathcal{A}]^{-1}[T]^{-1}} = [\mathcal{A}] = \text{ unidades de área}$$

$$1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$$

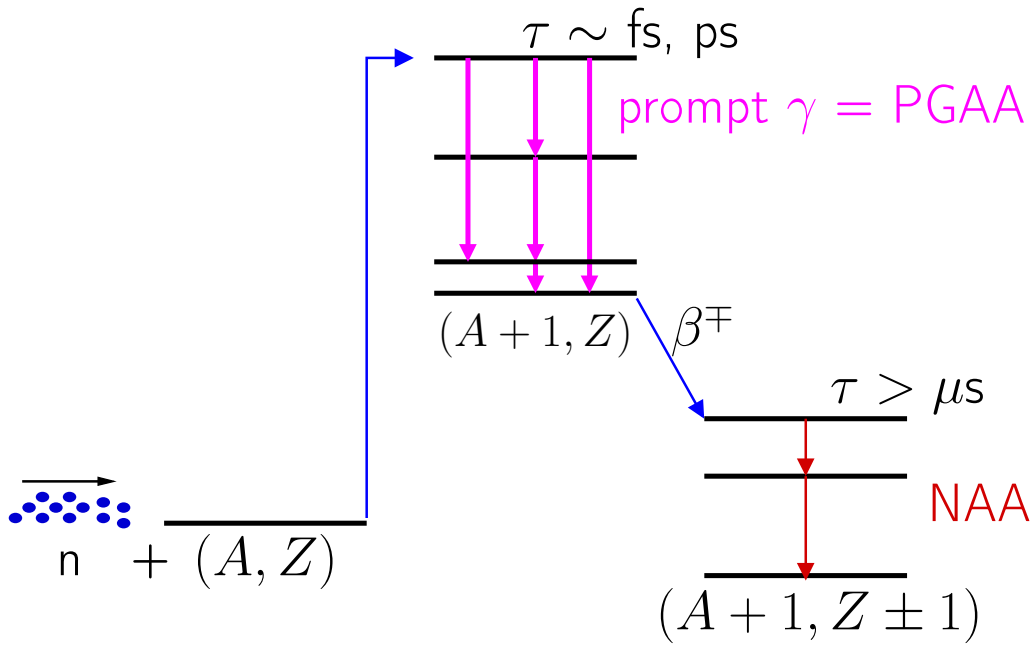
## 2.1.2. Sección eficaz diferencial

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta,\phi) \equiv \text{ sección eficaz diferencial:}$$




$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta,\phi) = \frac{\text{número de reacciones}/(\Delta t,\text{ centro dispersor}) \text{ a través de } d\Omega \text{ en } (\theta,\phi)}{F}$$

## 2.1.3. Ejemplo: Reacciones de captura neutrónica




La reacción de captura neutrónica da origen a tres procedimientos:

1. Prompt Gamma-Ray Activation Analysis (PGAA) [IAEA, 2006]
2. Neutron Activation Analysis (NAA)
3. Producción de Radioisótopos.

Traduciendo a la terminología de la cadena de decaimientos:

$$\begin{array}{lcccccc} \mathsf{n} + & (A,Z) & \rightarrow & (A+1,Z)^* & \rightarrow & (A+1,Z\pm 1) & +\gamma + \ \beta^{\mp} \\ \mathsf{n} + & \mathsf{A} & \rightarrow & \mathsf{B} & \rightarrow & \mathsf{C} & +\gamma + \ \beta^{\mp} \end{array}$$

$$\frac{dN_{\mathsf{A}}}{dt} = -FN_{\mathsf{A}}\sigma_{\mathsf{A}\rightarrow\mathsf{B}} = -\overbrace{F\sigma_{\mathsf{A}\rightarrow\mathsf{B}}}^{\Gamma_{\mathsf{A}}} \cdot N_{\mathsf{A}} = -\Gamma_{\mathsf{A}} \cdot N_{\mathsf{A}}$$

$$\frac{dN_{\mathsf{B}}}{dt} = -\Gamma_{\mathsf{B}}N_{\mathsf{B}} + \Gamma_{\mathsf{A}}N_{\mathsf{A}}$$

# Aplicaciones:

## Tema general: análisis multielemental

Identificación y determinación cuantitativa de la composición de muestras sólidas, líquidas, gaseosas.

- Agricultura: Análisis de fijación de potasio en las plantas.
- Biología molecular: Monitoría de procesos físicoquímicos por sustitución atómica o molecular.
- Medicina: Radioterapia; Análisis de metabolismo: Iodo, Calcio, ...
- Medio ambiente: Seguimiento de desechos industriales (aerosoles, líquidos, sólidos), ...
- Minería: determinación en tiempo real en línea de producción del contenido multielemental de muestras (carbón, cementos $\leftarrow$ calizas).

Problema: ¿Cuál es la actividad del ${}^{64}_{29}$Cu y del ${}^{66}_{29}$Cu si se irradia 1 g de cobre ordinario con un flujo de neutrones térmicos de $10^9$ neutrones/cm$^2$s durante 15 minutos?

Cantidades relacionadas con el cobre natural.

| Isótopo | abundancia isotópica (%) | $\sigma_{\mathrm{n}}$ (b) | radioisótopo | $T_{1/2}$ |
|---|---|---|---|---|
| ${}^{63}_{29}\mathrm{Cu}_{34}$ | 69 | 4.4 | ${}^{64}_{29}\mathrm{Cu}_{35}$ | 12.7 h |
| ${}^{65}_{29}\mathrm{Cu}_{36}$ | 31 | 2.2 | ${}^{66}_{29}\mathrm{Cu}_{37}$ | 5.1 min |

Según nuestra nomenclatura

| Núcleo A | Núcleo B | $\Gamma_{\mathrm{A}} = F\sigma_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}$ (s$^{-1}$) | $\Gamma_{\mathrm{B}} = \ln 2/T_{\frac{1}{2}\mathrm{B}}$ |
|---|---|---|---|
| ${}^{63}_{29}\mathrm{Cu}_{34}$ | ${}^{64}_{29}\mathrm{Cu}_{35}$ | $10^9 \times 4.4 \times 10^{-24} = 4.4 \times 10^{-15}$ | $0.054\,\mathrm{h}^{-1}$ |
| ${}^{65}_{29}\mathrm{Cu}_{36}$ | ${}^{66}_{29}\mathrm{Cu}_{37}$ | $10^9 \times 2.2 \times 10^{-24} = 2.2 \times 10^{-15}$ | $0.136\,\mathrm{min}^{-1}$ |

El decaimiento de los núcleos B está descrito por

$$N_{\mathrm{B}}(t) = N_{\mathrm{A}}(0)\frac{\Gamma_{\mathrm{A}}}{\Gamma_{\mathrm{B}} - \Gamma_{\mathrm{A}}}\left[\exp(-\Gamma_{\mathrm{A}}t) - \exp(-\Gamma_{\mathrm{B}}t)\right]$$

$$\Gamma_{\mathsf{A}} \ll \Gamma_{\mathsf{B}}$$
$$\Gamma_{\mathsf{A}} t \ll 1$$

$$A_{\mathsf{B}}(t) = \Gamma_{\mathsf{B}} N_{\mathsf{B}}(t) \approx N_{\mathsf{A}}(0)\Gamma_{\mathsf{A}} \left(1 - e^{-\Gamma_{\mathsf{B}} t}\right)$$

El número de núcleos en una muestra dada tiene que ver con

$$\Theta = \text{abundancia isotópica}$$
$$m = \text{masa de la muestra}$$
$$w = \text{peso atómico}$$
$$\mathcal{N}_{\mathsf{A}} = \text{número de Avogadro}$$

$$\boxed{\left.\begin{array}{ll} \mathcal{N}_{\mathsf{A}} & \to w\,(\mathrm{g}) \\ N & \to m\,(\mathrm{g}) \end{array}\right\} N = \mathcal{N}_{\mathsf{A}} \frac{m}{w}}$$

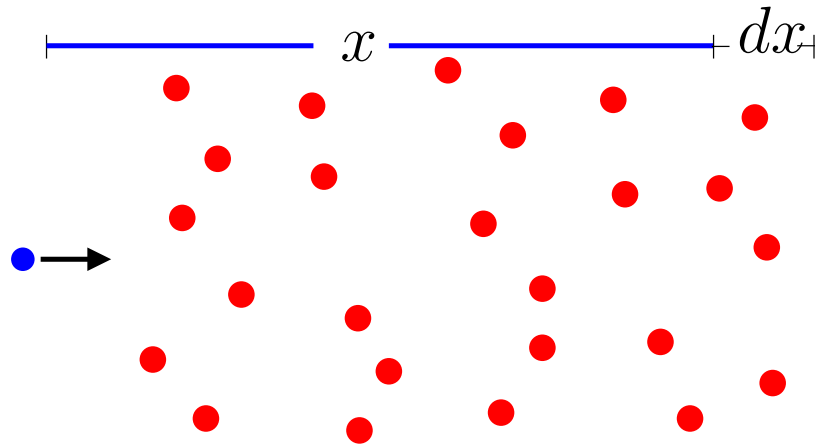
$$N_{\mathsf{A}}(0) = \mathcal{N}_{\mathsf{A}} \frac{\Theta m}{w}$$

$$\frac{6.02 \times 10^{23}}{63\ \mathrm{g}} \times 0.69 \times 1\ \mathrm{g} \quad : \quad {}^{63}\mathsf{Cu}$$

$$\frac{6.02 \times 10^{23}}{65\ \mathrm{g}} \times 0.31 \times 1\ \mathrm{g} \quad : \quad {}^{65}\mathsf{Cu}$$

$$A(t = 15\,\mathsf{m}) = \begin{cases} 3.9 \times 10^{5}\ \mathsf{Bq} = 10.4\ \mu\mathsf{Ci} \ : \ {}^{64}\mathsf{Cu} \\ 5.6 \times 10^{6}\ \mathsf{Bq} = 152\ \mu\mathsf{Ci} \ : \ {}^{66}\mathsf{Cu} \end{cases}$$

## 2.1.4. Camino libre medio




¿Cuál es la probabilidad de que la partícula **no** tenga una interacción en una distancia $x$? $\equiv$ Probabilidad de supervivencia.

- $P(x) \equiv$ Probabilidad de **no** tener interacción en un recorrido de longitud $x$.
  $w\,dx \equiv$ Probabilidad de tener una interacción al recorrer $dx$.
  $w \equiv$ densidad de probabilidad por unidad de longitud.
  $1 - w\,dx \equiv$ Probabilidad de **no** tener una interacción al recorrer $dx$.

$$P(x+dx) = P(x)(1 - w\,dx)$$
$$P(x) + \frac{dP}{dx}dx = P(x) - P(x)\,w\,dx$$
$$dP = w\,P\,dx$$
$$P(x) = C\exp(-wx)$$

Convención estadística: certidumbre significa $P = 1 \rightarrow P(x = 0) = 1$,

entoces $C = 1$,

$$P(x) = e^{-wx}$$

- Probabilidad de interacción:

$$\begin{aligned} P_{\text{int}}(x) &\equiv \text{ Probabilidad de tener una interacción antes de llegar a } x \\ &= \text{ complemento de } P(x) \\ &= 1 - P(x) = 1 - e^{-wx} \end{aligned} \tag{P_int}$$

- Probabilidad de que la partícula sobreviva la distancia $x$ y tenga una interacción entre $x$ y $x + dx$:

$$P(x) \cdot w\, dx = e^{-wx}\, w\, dx$$

$\lambda \equiv$ distancia promedio que viaja la partícula sin tener una colisión
$\equiv$ **camino libre medio.**

$$\lambda = \frac{\int x P(x) dx}{\int P(x) dx} = \frac{1}{w}$$

Hasta este punto todas las relaciones describen propiedades matemáticas...
¿Cuál es la relación entre $\lambda$ y las propiedades del material?

1. Recordemos que

$$\frac{N_{\text{total}}}{n_{\text{inc}}} = P_{\text{int}} = \text{ Probabilidad de interacción para una sola par}$$

$$\frac{N_{\text{total}}}{\Delta t} = F\mathcal{A}\, n\, \sigma \, \cdot \delta x$$

$$\frac{n_{\text{inc}}}{\Delta t} = F\mathcal{A} = \frac{\text{número de partículas incidentes}}{\Delta t}$$

dividiendo lado a lado:

$$\frac{N_{\text{total}}/\Delta t}{n_{\text{inc}}/\Delta t} = \frac{F\mathcal{A}\, n\, \sigma \, \cdot \delta x}{F\mathcal{A}} = n\sigma \cdot \delta x$$

$$\therefore \quad P_{\text{int}}(x) = n\sigma \; \delta x$$

2. Según la ec. (P_int)

$$P_{\text{int}}(x) = 1 - e^{-wx} \tag{2.1}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{int}}(\delta x) &= 1 - e^{-\delta x/\lambda} \\ &\approx 1 - \left\{ 1 - \frac{\delta x}{\lambda} + \cdots \right\} \\ &= \frac{1}{\lambda} \cdot \delta x \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma}$$

$$n = \text{número de centros dispersores por unidad de volumen}$$

- Si los centros dispersores son los núcleos:

$$\begin{aligned} n &= \text{número de núcleos por unidad de volumen} \\ &= \text{número de átomos por unidad de volumen} \end{aligned}$$

- Si los centros dispersores son los electrones:

$$\begin{aligned} n &= \text{número de electrones por unidad de volumen} \\ &= \text{número de átomos por unidad de volumen} \times Z \end{aligned}$$

¿Cómo calcula $n$ si el material

- es una lámina monoelemental?

- es un gas monoelemental?

## 2.2. Pérdida de Energía de Partículas Cargadas Pesadas por Colisiones Atómicas

Las causas más importantes:

1. Colisiones inelásticas con los electrones atómicos del material.
2. Dispersión elástica con los núcleos

$\Downarrow$

- Pérdida de energía de la partícula.
- deflexión.

$\Uparrow$

No siempre tan importantes:

3. Emisión de radiación Cerenkov.
4. Reacciones nucleares.
5. Bremsstrahlung.

Clasificación según masa:

- partículas
  - livianas: $e^-$, $e^+$
  - pesadas: p, $\mu$, $\pi$, $\alpha$
- iones pesados: $Ca^{q+}$, $K^{q+}$, $U^{q+}$,

Aunque las colisiones inelásticas son estadísticas, según una probabilidad mecanocuántica, las fluctuaciones en la pérdida total de energía son pequeñas y por lo tanto se puede estudiar...

$$\frac{dE}{dx} = \text{energía perdida promedio por unidad de longitud}$$

$$= \text{“stopping power”}$$

$$= \text{poder de frenado}$$

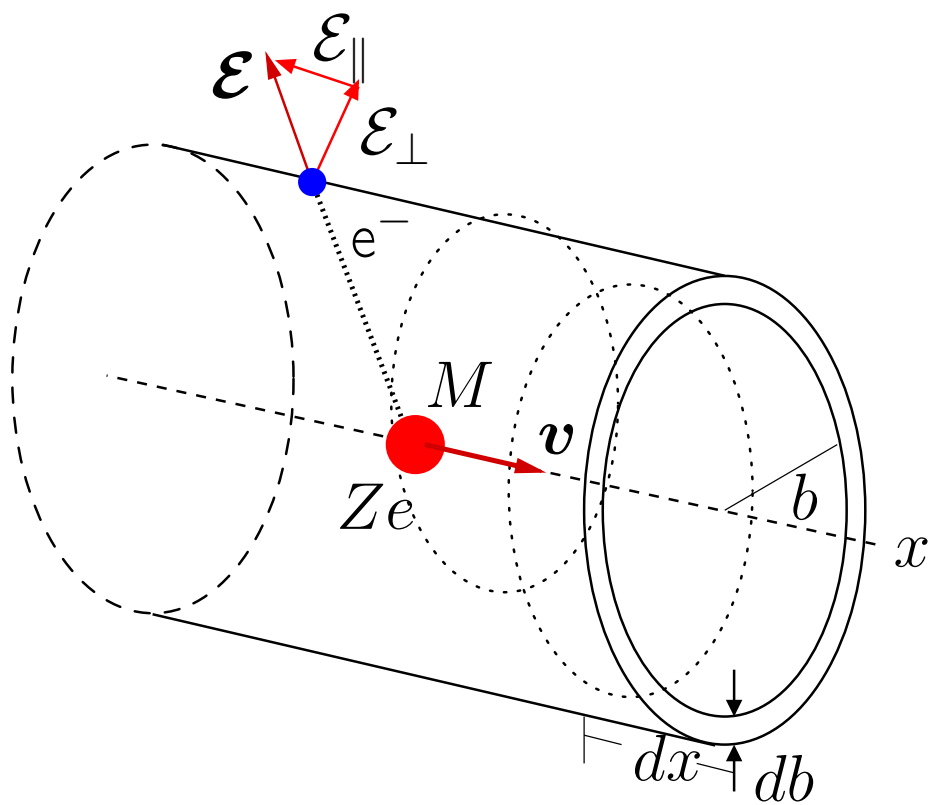
## 2.2.1. El cálculo clásico

$\boldsymbol{dE/dx}$: Cálculo clásico (Niels Bohr)

Ver además de [Leo, 1994] a [Jackson, 1998, p. 618], [Balashov, 1996, p. 52]. Un cálculo aún más aproximado que el mostrado en seguida, pero usando la Mecánica Cuántica está en [Merzbacher, 1970, p. 458]

El problema:

- Partícula pesada: masa $= M$, carga $= Ze$, velocidad $= \boldsymbol{v}$, ...
- ... interactúa con un electrón: masa $= m_{\mathrm{e}}$, carga $= e$.




$b =$ radio externo del cilindro

$db =$ grosor del cilindro

$dx =$ longitud de una "sección" del cilindro

Plan: Efecto en

1. Un electrón.
2. Electrones en $dV = 2\pi b\, db\, dx$.
3. En todo el espacio.

Suponemos:

- electrón libre inicialmente en reposo.
- electrón sólo se mueve levemente durante la interacción. Se puede tomar el campo eléctrico en su posición inicial.
- $M \gg m_{\mathrm{e}}$, por lo tanto $\boldsymbol{v} =$ constante.

Cuál es la energía cinética $\Delta E$ cedida por $M$ al electrón?

$$\mathbf{p} = \text{ momento lineal del electrón}$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}(t) \quad \therefore \qquad d\mathbf{p} = \mathbf{F}(t)\,dt$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \int_{t_0}^{t} \mathbf{F}(t')\,dt'; \qquad \mathbf{p}_0 = 0$$

$$\mathbf{p} = \int \mathbf{F}\,dt = e\int \boldsymbol{\mathcal{E}}\,dt$$

El efecto de $\mathcal{E}_{||}$: Se cancela por simetría. Mientras $M$ se acerca, mueve al electrón en una dirección. Mientras se aleja lo mueve en la dirección opuesta la misma cantidad.

El efecto de $\mathcal{E}_\perp$:

$$p = e\int \mathcal{E}_\perp \frac{dt}{dx}\,dx = e\int \mathcal{E}_\perp \frac{1}{dx/dt}\,dx = e\int \frac{\mathcal{E}_\perp}{v}\,dx = \frac{e}{v}\int \mathcal{E}_\perp\,dx$$

Determinación de $\mathcal{E}_\perp$: usamos la ley de Gauss sobre un cilindro infinitamente largo: las caras laterales no contribuyen

$$\int \mathcal{E}_\perp \cdot 2\pi\, b\, dx = 4\pi Z e \rightarrow \int \mathcal{E}_\perp dx = \frac{2Ze}{b} \quad \therefore \quad p = \frac{e}{v}\frac{2Ze}{b} = \frac{2Ze^2}{bv}$$

$$\Delta E(b) = \frac{p^2}{2m_\mathrm{e}} = \frac{2Z^2e^4}{m_\mathrm{e}v^2b^2}$$

$=$ energía cedida a **un** electrón a la distancia $b$ de la trayectoria

**El problema completo:** la partícula pesada atraviesa un medio con muchos electrones por unidad de volumen...

$n_\mathrm{e} \equiv$ densidad volumétrica de electrones

$dE(b) \equiv$ energía cedida a los electrones en el volumen $dV = 2\pi b\, db\, dx$

$dV =$ volumen del anillo cilíndrico con:

radio externo $= b$; grosor $= db$; altura $= dx$

$$-\,dE(b) = \Delta E(b) n_{\mathsf{e}}\, dV = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_{\mathsf{e}} v^2} n_{\mathsf{e}} \frac{db}{b} dx$$

$$-\,\frac{dE}{dx} = -\int_{b_{\mathsf{min}}}^{b_{\mathsf{max}}} \frac{dE(b)}{dx} = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_{\mathsf{e}} v^2} n_{\mathsf{e}} \ln\left(\frac{b_{\mathsf{max}}}{b_{\mathsf{min}}}\right)$$

¿Cómo evaluar $b_{\mathsf{min}}$ y $b_{\mathsf{max}}$?

$b_{\mathsf{min}}$:

$b = 0$ produce $\Delta E(b) = \infty$, lo cual es erróneo. Corrijamos: asociemos a $b_{\mathsf{min}}$ la energía máxima ganada en una colisión, la cual aparece en un choque frontal.

$$\Delta E(b_{\mathsf{min}}) = \gamma^2 \cdot \frac{1}{2} m_{\mathsf{e}} (2v)^2 \qquad \left[\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}\right.$$

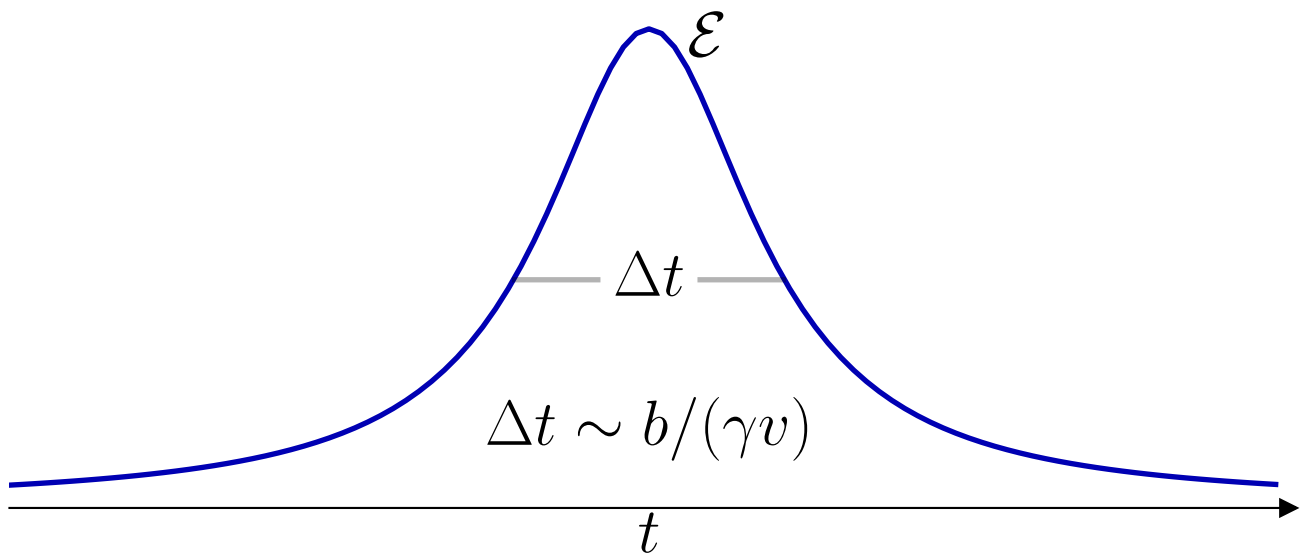
$$\frac{2Z^2 e^4}{m_{\mathsf{e}} v^2 b_{\mathsf{min}}^2} = 2\gamma^2 m_{\mathsf{e}} v^2 \qquad \therefore\, b_{\mathsf{min}} = \frac{Ze^2}{\gamma m_{\mathsf{e}} v^2}.$$

$b_{\mathsf{max}}$:

Recordar:

- El electrón no está libre, está ligado realizando movimientos periódicos de frecuencia $\bar{\nu}$.

- Para que el estado del electrón sea modificado por el paso de la partícula, ésta debe pasar de manera suficientemente lenta:




Campo eléctrico sobre el electrón
como función del tiempo.

El tiempo de paso debe ser comparable con la frecuencia del movimiento electrónico. El tiempo de interacción típico es $b/\gamma v$

$$\frac{b}{\gamma v} \lesssim \frac{1}{\bar{\nu}} \qquad \rightarrow \qquad b_{\mathsf{max}} = \frac{\gamma v}{\bar{\nu}}$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_{\mathsf{e}} v^2} n_{\mathsf{e}} \ln\left(\frac{\gamma^2 m_{\mathsf{e}} v^3}{Z e^2 \bar{\nu}}\right)$$

## 2.2.2. $dE/dx$: Cálculo cuántico: La fórmula de Bethe

Una introducción simplificada al cálculo cuántico: en [Merzbacher, 1970, p. 458]. El cálculo completo en [Bethe, 1930].

$$-\frac{dE}{dx} = \underbrace{2\pi N_A r_\mathsf{e}^2 m_\mathsf{e} c^2}_{0.15\ \mathsf{MeV/(g/cm^2)}} \rho \frac{Z_\mathsf{b}}{w} \frac{Z_\mathsf{p}^2}{\beta^2} \left[ \ln\left( \frac{2m_\mathsf{e}c^2(\beta\gamma)^2 W_\mathsf{max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z_\mathsf{b}} \right]$$

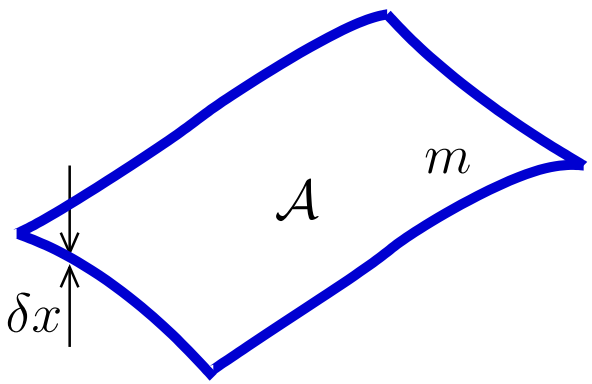
$$\begin{aligned}
2\pi N_A r_\mathsf{e}^2 m_\mathsf{e} c^2 &= 0.15 \frac{\mathsf{MeV}}{\mathsf{g/cm^2}} \\
N_A &= \text{Número de Avogadro} \\
m_\mathsf{e} &= \text{masa del electrón} \\
r_\mathsf{e} &= 2.8 \times 10^{-13}\mathsf{cm} \\
&= \text{ radio clásico del electrón} \\
W_\mathsf{max} &= \text{Transferencia máxima de energía en una sola colisión}
\end{aligned}$$

choque frontal: $$W_\mathsf{max} = \frac{2m_\mathsf{e}c^2(\beta\gamma)^2}{1 + 2\frac{m_\mathsf{e}}{M}\gamma + \left(\frac{m_\mathsf{e}}{M}\right)^2} \overset{M \gg m_\mathsf{e}}{\approx} 2m_\mathsf{e}c^2(\beta\gamma)^2$$

| blanco | proyectil |
|---|---|
| $I$: Potencial medio de excitación $[E]$ | $Z_{\mathrm{p}}$: carga en $e$ |
| $Z_{\mathrm{b}}$: Número atómico | $\beta$: $v/c$ |
| $w$: peso atómico (g) | $\gamma$: $1/\sqrt{1-\beta^2}$ |
| $\rho$: Densidad (g/cm$^3$) | |
| correcciones: | |
| $\delta$: Densidad $\leftarrow$ apantallamiento, a alta energía | |
| $C$ : Capas, a baja energía | |

## 2.2.3. $dE/(\rho dx)$: Pérdida específica de energía

Probable forma de un blanco real.




$$\frac{m}{\mathcal{A}} = \rho\,\delta x$$

$$\left[\frac{m}{\mathcal{A}}\right] = \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$$

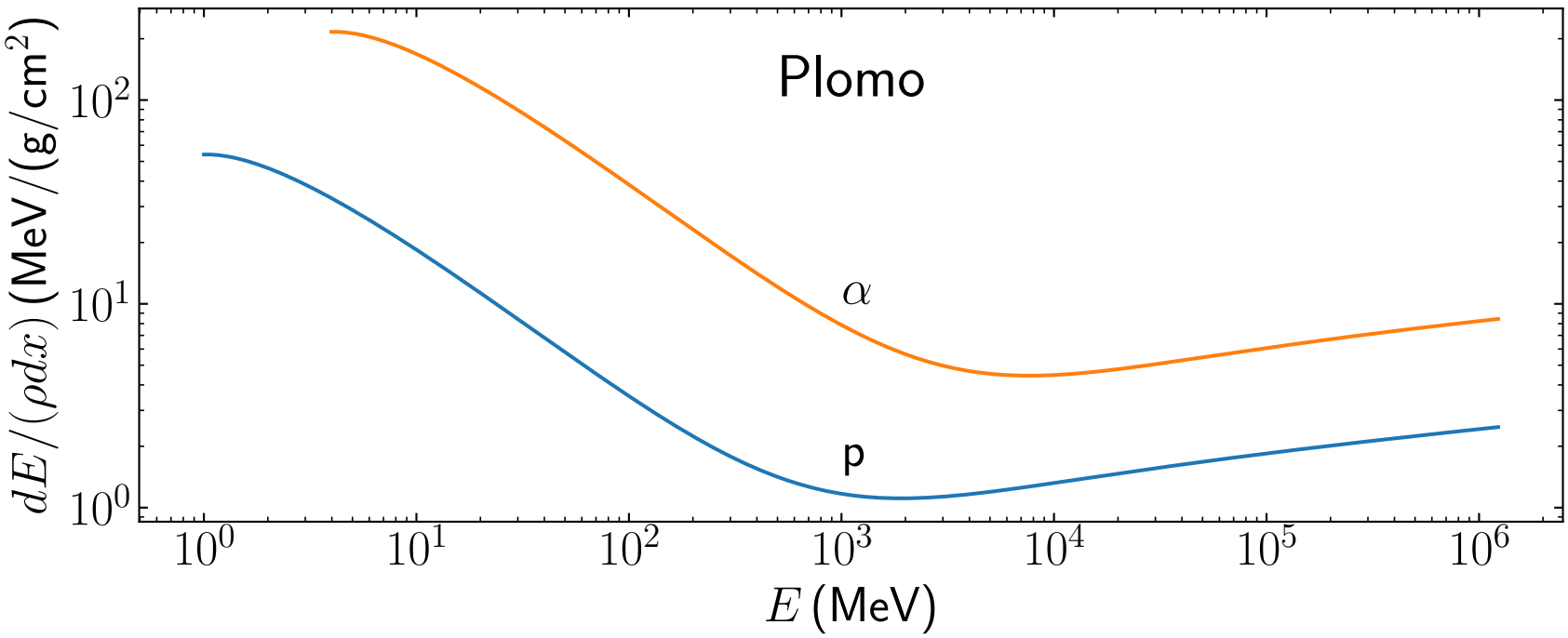
$$\left[\frac{dE}{dx}\right] = \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}; \qquad \left[\frac{dE}{\rho dx}\right] = \frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2}$$

$$\rho\,\delta x = \text{densidad superficial}$$
$$= \text{grosor en masa}$$

Ventaja práctica al usar $dE/(\rho dx)$: En experimentos que usan blancos muy delgados, determinar su espesor real $\delta x$ no es fácil. En cambio es fácil determinar

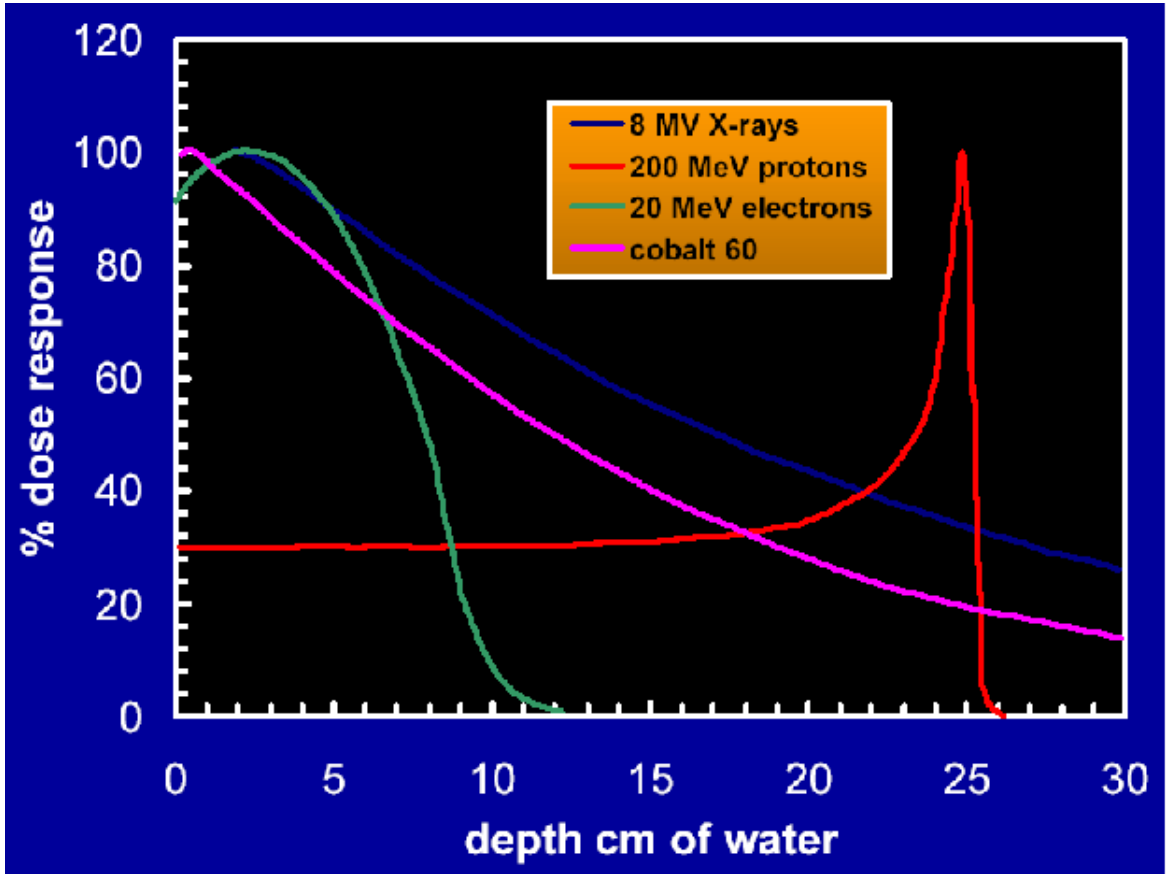
- la masa: balanza de precisión
- el área : calcarlo en papel milimetrado puede ser suficiente

## 2.2.4. La dependencia funcional de la fórmula de Bethe




1. A bajas energías la fórmula **no** sirve.
2. A energías no relativisticas: $\propto 1/\beta^2$
3. En $\beta \approx 0.96 \rightarrow v = 0.96\,c$: mínimo.
4. $\beta > 0.96 \rightarrow dE/(\rho dx) \propto \ln(\cdots)$. El término de corrección a alta energía le impide crecer indefinidamente.

## 2.2.5. La curva de Bragg




Dosis = cantidad de energía absorbida por unidad de masa

unidad de dosis : Gray (Gy) = 1 Joule/kg

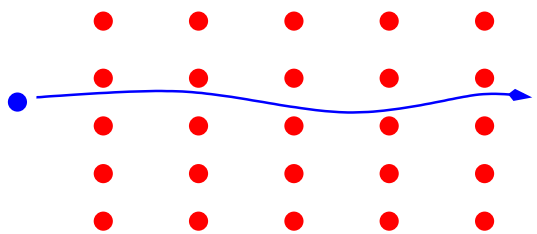
## 2.2.6. Limitaciones de la fórmula de Bethe

- Válida para $0.1 \lesssim \beta \lesssim 1$ para partículas elementales: $\mu$, $\pi^{\pm}$, p, $\alpha$.
- Para núcleos (partículas) más pesados que $\alpha$ hasta $Z \sim 26$, La fórmula de Bethe sigue siendo válida pero hay que incluir efectos de carga.
- Para la región $0.01 < \beta < 0.05$ **no existe** teoría válida para protones.
- Sin embargo, existe una buena teoría para $\beta \lessapprox 0.01$ !: Teoría de Lindhard [Lindhard et al., 1963].

$$\frac{dv}{v} = -8\pi e^2 a_0 N \frac{f(Z_\mathsf{b}, Z_\mathsf{p})}{m_\mathsf{p} v_0} dt$$

$$v = v(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_\mathsf{frenado}}\right)$$

- "Channeling"
  - En estructuras atómicas espacialmente simétricas (cristales) Bethe no funciona. Razón: la fórmula de Bethe asume que el material es "amorfo".
  - Cuando el ángulo de incidencia está dentro de ciertos límites:



**Ejemplo**: ¿Qué espesor de cobre se necesita para disminuir la energía de un haz de protones de $600$ a $400$ MeV?

La solución general es

$$
\begin{aligned}
x &= \int dx = \int \frac{dx}{dE}\, dE \\
&= \int \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE \\
\Delta x &= -\int_{600}^{400} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE
\end{aligned}
$$

Podemos hacer una integración numérica:

$$
\begin{aligned}
&\Delta x = \sum_{i=1}^{10} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1}\Bigg|_{E_i - \Delta E/2} \cdot \Delta E \\
&E_1 = 600 \text{ MeV} \\
&\Delta E = 20 \text{ MeV}
\end{aligned}
$$

| $E$(MeV) | $\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}$ | $\delta\epsilon = \Delta E \left(\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}\right)^{-1}$ |
|---|---|---|
| MeV | MeV/(gm/cm$^2$) | g/cm$^2$ |
| $600 - 580$ | $1.768$ | $11.31$ |
| $580 - 560$ | $1.791$ | $11.17$ |
| $560 - 540$ | $1.815$ | $11.02$ |
| $540 - 520$ | $1.841$ | $10.86$ |
| $520 - 500$ | $1.870$ | $10.69$ |
| $500 - 480$ | $1.901$ | $10.52$ |
| $480 - 460$ | $1.934$ | $10.34$ |
| $460 - 440$ | $1.971$ | $10.15$ |
| $440 - 420$ | $2.012$ | $9.94$ |
| $420 - 400$ | $2.056$ | $9.73$ |
| | $\Delta\epsilon_{\text{total}} = \sum \Delta\epsilon_i = 105.73$ g/cm$^2$ | |

Note cómo al disminuir la energía, $dE/dx$ aumenta y consecuentemente la distancia avanzada en cada intervalo de energía, es menor.

$$\rho_{\text{Cu}} = 8.97 \text{ g/cm}^3 \rightarrow \Delta x = \frac{\Delta\epsilon_{\text{total}}}{\rho} = 11.88 \text{ cm}$$

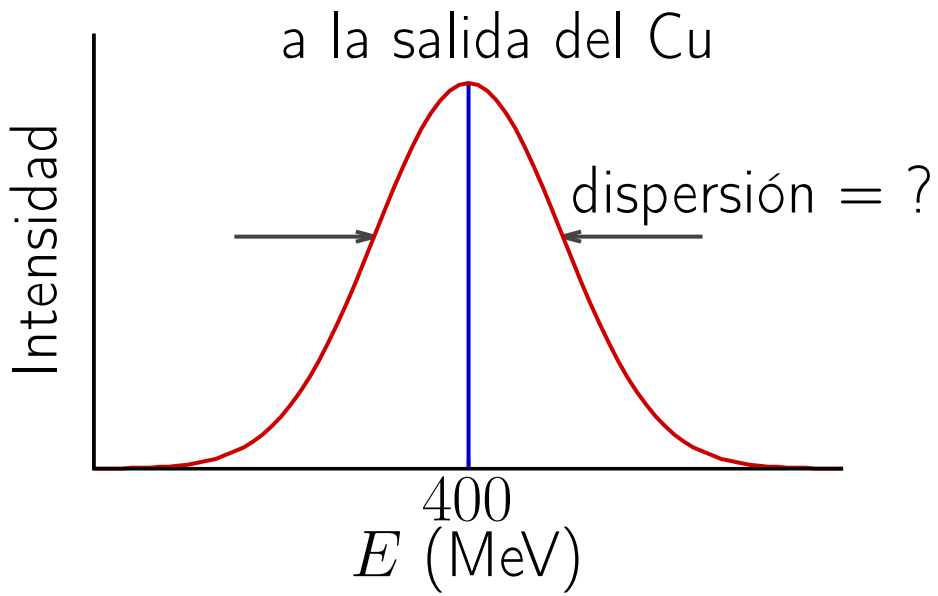
Una forma alternativa (la más burda y rápida) de hacer el cálculo:

$$\begin{aligned}\rho\Delta x_{\text{total}} \approx & \Delta E_{\text{total}} \cdot \left(\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}\right)^{-1}\Bigg|_{E_{\text{media}}} \\ = & 200 \cdot \left(\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}\right)^{-1}\Bigg|_{500} \\ = & 200\ \text{MeV} \cdot \frac{1}{1.901}\frac{\text{g/cm}^2}{\text{MeV}} = 105.21\ \text{g/cm}^2\end{aligned}$$

Y ahora queda la pregunta: ¿Por qué el cálculo "refinado" y el burdo dan resultados tan parecidos?

## 2.2.7. "Straggling" o incertidumbre en pérdida de energía

Detalle experimental no contenido en la redacción del problema ni en el cálculo de $dE/dx$: La pérdida de energía es aleatoria. No todos los protones pierden exactamente 200 MeV al pasar por un bloque de cobre de 11.88 cm! Lo que se obtiene es una distribución de energías:




"Straggling" de la energía de los protones a través de cobre.

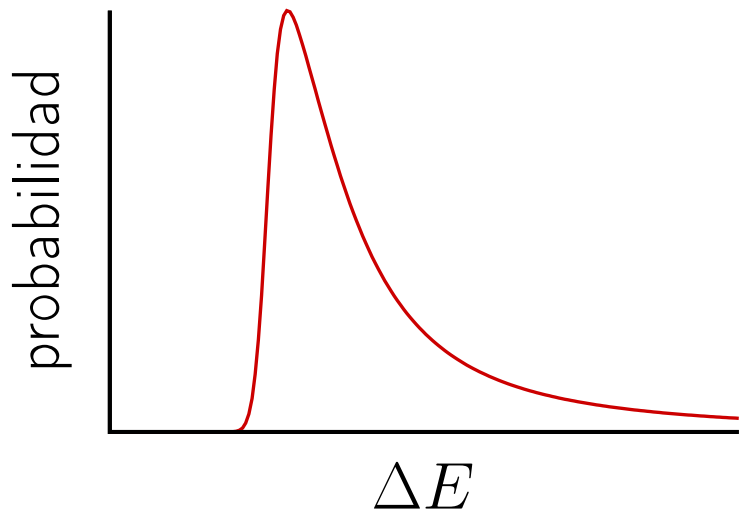
Aún en el caso de haces monoenergéticos, luego de atravesar absorbedores de cierto grosor, la distribución de energía del haz aparecerá "ensanchada"

Cálculo matemático, dos casos:

1. Absorbedores Gruesos: La distribución final puede aproximarse a una gaussiana. Bohr calculó la dispersión en su modelo, partículas pesadas no relativistas:

$$\sigma^2 = 4\pi N_A r_{\mathrm{e}}^2 (m_{\mathrm{e}} c^2)^2 \rho \frac{Z}{A} x = 0.1569 \rho \frac{Z}{A} x \ [\mathrm{MeV}^2]$$

2. Absorbedores Delgados: Lo decisivo en el espesor del material es la cantidad de materia a atravesar en términos de g/cm$^2$, por lo tanto el término "delgados" incluye los blancos gaseosos.




Distribución de energías: No es gaussiana. Es asimétrica. Con larga cola en el lado de energías grandes. Muchas pierden poca energía. Pocas pierden mucha energía.

## 2.2.8. Detección e identificación de partículas cargadas. Telescopios $E - \Delta E$

Material: Si (silicio).

$$\frac{dE}{dx} = C_1 \frac{Z_{\mathsf{p}}^2}{\beta^2} \ln\left(C_2 \frac{\beta^2}{1-\beta^2}\right); \qquad \beta = \frac{v}{c}$$

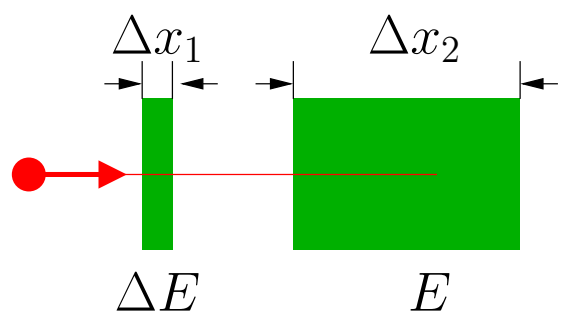
energías cinéticas no relativísticas: $E = \frac{1}{2} m_{\mathsf{p}} v^2$

$$\frac{dE}{dx} \propto \frac{m_{\mathsf{p}} Z_{\mathsf{p}}^2}{E}$$

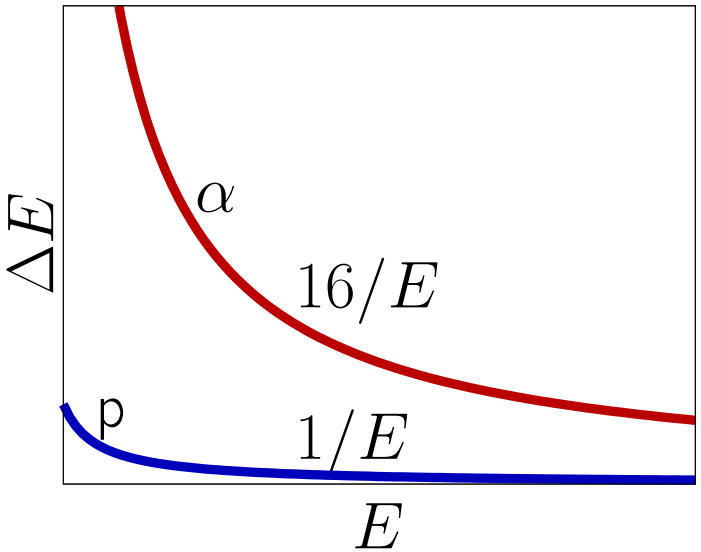
$$dE \to \Delta E$$

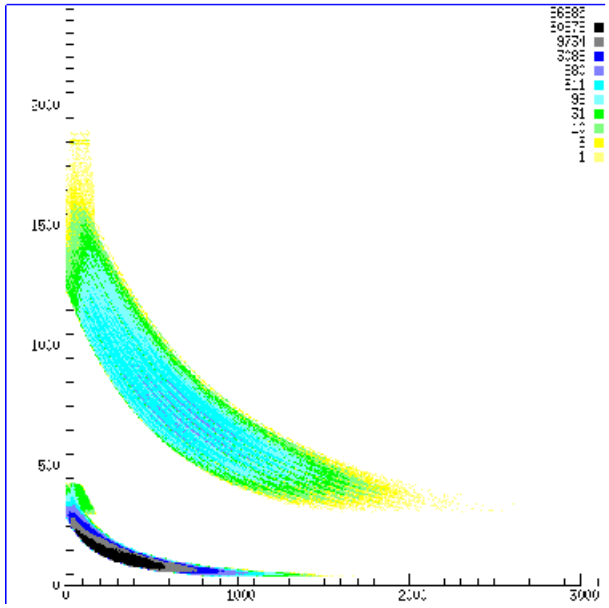
$$R(E_{\text{full stop}}) = \Delta x$$

$E_{\text{full stop}}$ = Energía inicial de la partícula para ser completamente detenida en $\Delta x$



| | $\Delta E$ | $E$ |
|---|---|---|
| | $\Delta x_1 = 65\ \mu$m<br>$65 \cdot 10^{-3}$ mm | $\Delta x_2 = 0.97$ mm |
| | $E_{\text{full stop}}$ (MeV) | |
| $\alpha$ | 13 | 69 |
| p | 4 | 17 |

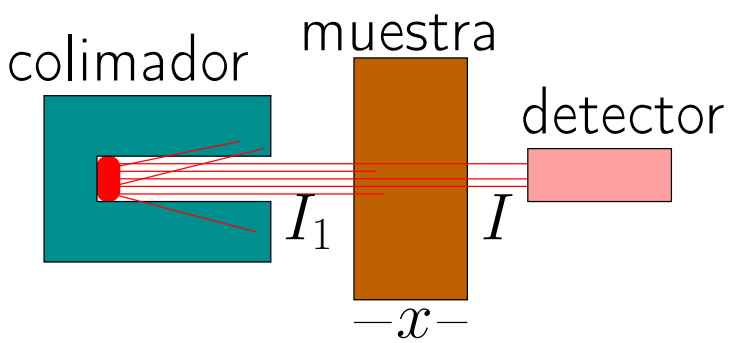


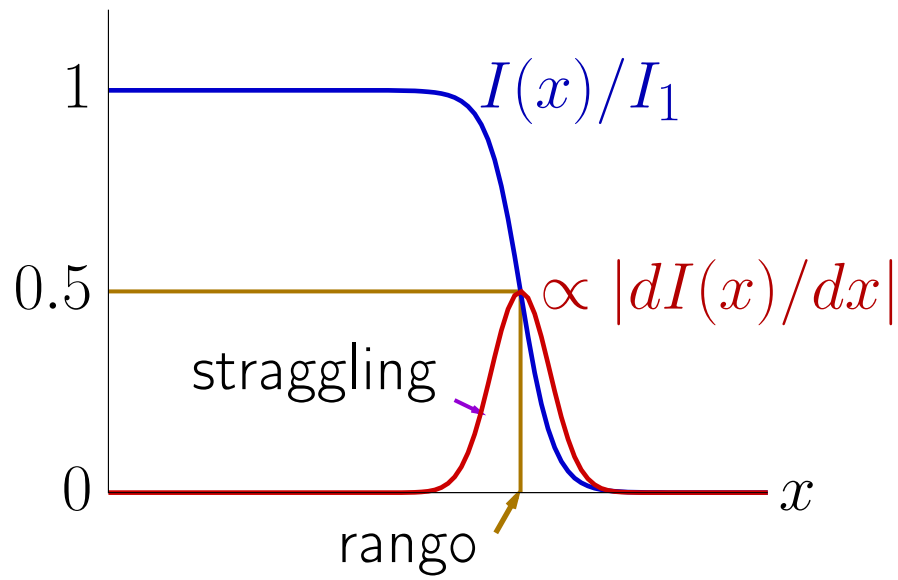



## 2.2.9. Rango y su incertidumbre

¿Qué distancia penetra una partícula antes de perder toda su energía?

$$\begin{aligned}\underline{\text{Experimentalmente:}} &= \text{Intensidad transmitida} \\ &= \frac{\#\text{ de partículas transmitidas}}{\#\text{ de partículas incidentes}} \\ &= \frac{I(x)}{I_0}\end{aligned}$$




La curva indicada por "straggling" es la distribución de rangos, la cual es aproximadamente gaussiana.

- Para distancias pequeñas todas las partículas logran atravesar.

- Para distancias mayores a cierta valor, tan sólo cierto porcentaje logra atravesar. La disminución no es abrupta.
- La razón de la disminución gradual está en la naturaleza estadística de la pérdida de energía: no todas las partículas (con la misma energía inicial) pierden la misma cantidad de energía en la misma distancia recorrida.
- Resultado del anterior punto es el "straggling" (dispersión) en los rangos.

## 2.2.10. Definición matemática de rango

Teóricamente, para una partícula con energía cinética inicial $E_0$:

$$\begin{aligned}\text{Rango} = R(E_0) &= \int_0^{E_0} dx \\ &= \int_0^{E_0} \left(\frac{dx}{dE}\right) dE \\ &= \int_0^{E_0} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE\end{aligned}$$

Sin embargo, $dE/dx$ no es válida para todo el rango de energías

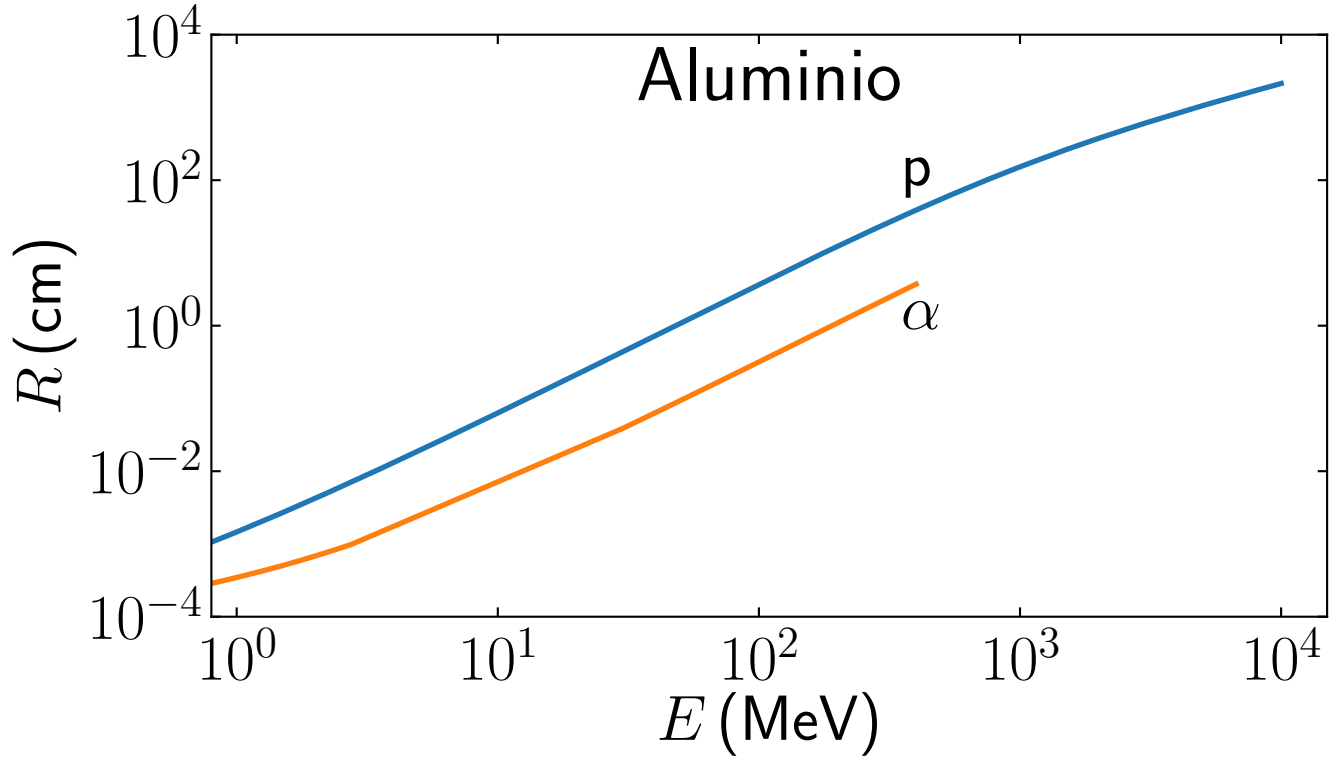
## 2.2.11. Definición práctica de rango

De manera semiempírica:

$$R(E_0) = R_0(E_{\text{min}}) + \int_{E_{\text{min}}}^{E_0} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE$$

$E_{\text{min}} =$ Energía cinética mínima para la cual la fórmula de Beth es válida.

$R_0 =$ Constante determinada empíricamente.




Datos de [Berger et al., 2020]

http://www.nist.gov/pml/stopping-power-range-tables-electrons-protons-and-helium-ions

En $2 \lesssim E(\text{MeV}) \lesssim 10^3$ la relación entre $\ln E$ y $\ln R$ es aproximadamente lineal:

$$2 \lesssim E(\text{MeV}) \lesssim 10^3$$
$$\ln R = b \ln E \rightarrow R = E^b$$

¿Qué dice la fórmula de Bethe?

$$-\frac{dE}{dx} \propto \beta^{-2} = \frac{1}{v^2/c^2} \propto \frac{1}{E}$$

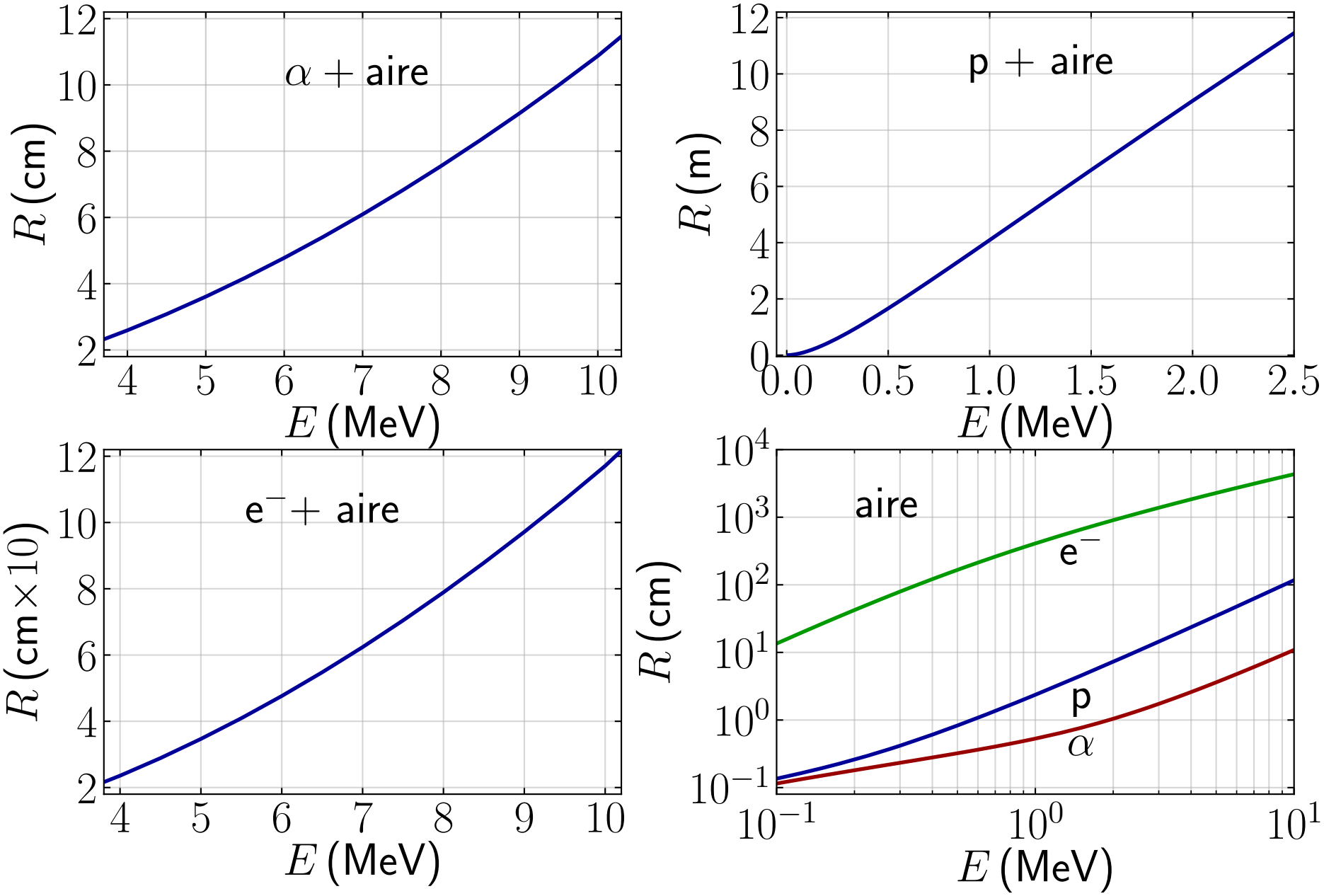
$$\rightarrow R = \int \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE$$

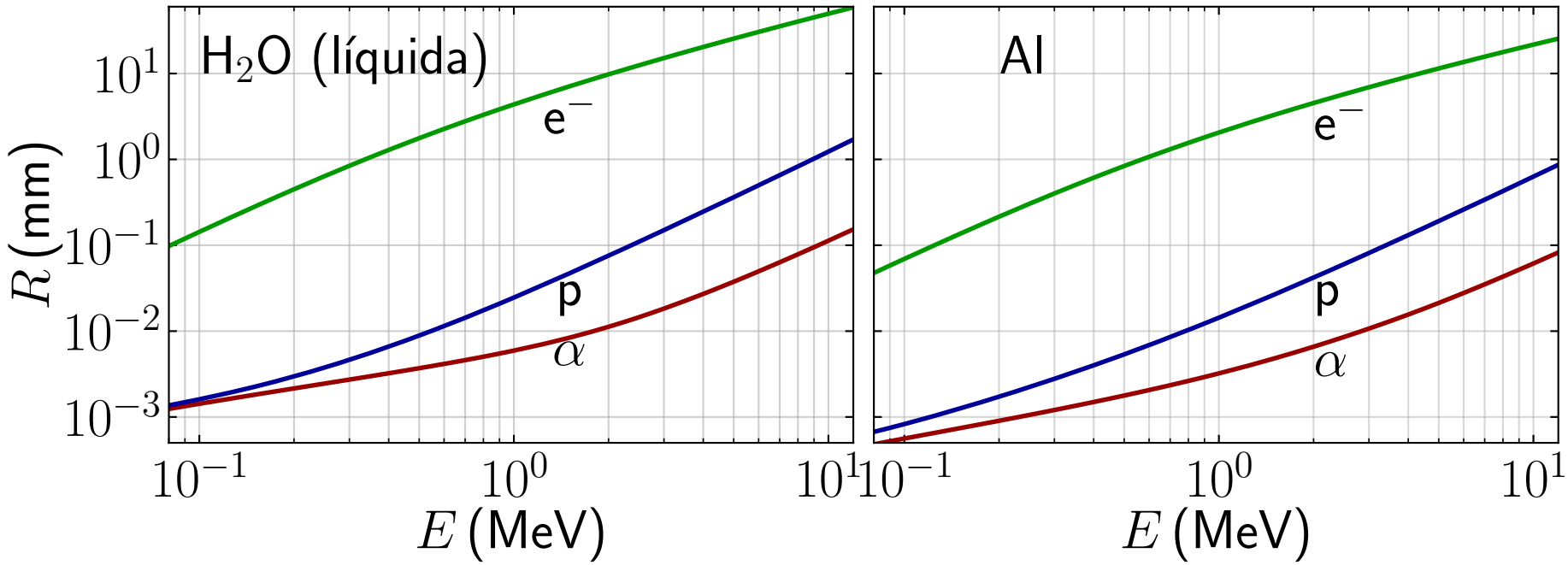
$$\propto \int E\, dE = \frac{E^2}{2}$$

$$\rightarrow \boxed{R \propto E^2}$$

¿Qué dice el experimento? Ajuste a datos experimentales:

$$R \propto E^{1.75}$$


$\alpha$ + aire
$R$ (cm)
$E$ (MeV)
p + aire
$R$ (m)
$E$ (MeV)
e$^-$+ aire
$R$ (cm×10)
$E$ (MeV)
aire
e$^-$
p
$\alpha$
$R$ (cm)
$E$ (MeV)




Datos tomados de NIST (National Institute of Standards (EE.UU.))

http://www.nist.gov/pml/stopping-power-range-tables-electrons-protons-and-helium-ions

## 2.3. Pérdida de energía de electrones y positrones

- Además de los procesos de colisión ...
- Debido a que el electrón (positrón) es tan liviano $m_{e^-} \ll m_p,\ m_\pi$, un mecanismo importante de pérdida de energía es la emisión de radiación electromagnética (Bremsstrahlung) ante la presencia del campo electromagnético del núcleo.

$$\boxed{\left.\frac{dE}{dx}\right|_{\text{total}} = \left.\frac{dE}{dx}\right|_{\text{radiación}} + \left.\frac{dE}{dx}\right|_{\text{colisión}}}$$

### 2.3.1. Pérdida por colisiones

Correcciones a Bethe:

1. masa pequeña $\rightarrow$ partícula incidente sí es deflectada durante la colisión.

2. colisión $e^- + e^-$: colisión entre partículas idénticas.

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A}\left[\ln\frac{\tau^2(\tau+2)}{2(I/(m_e c^2))^2} - F(\tau) - \delta - 2\frac{C}{Z}\right]$$

$$\tau = \frac{E}{m_e c^2}$$

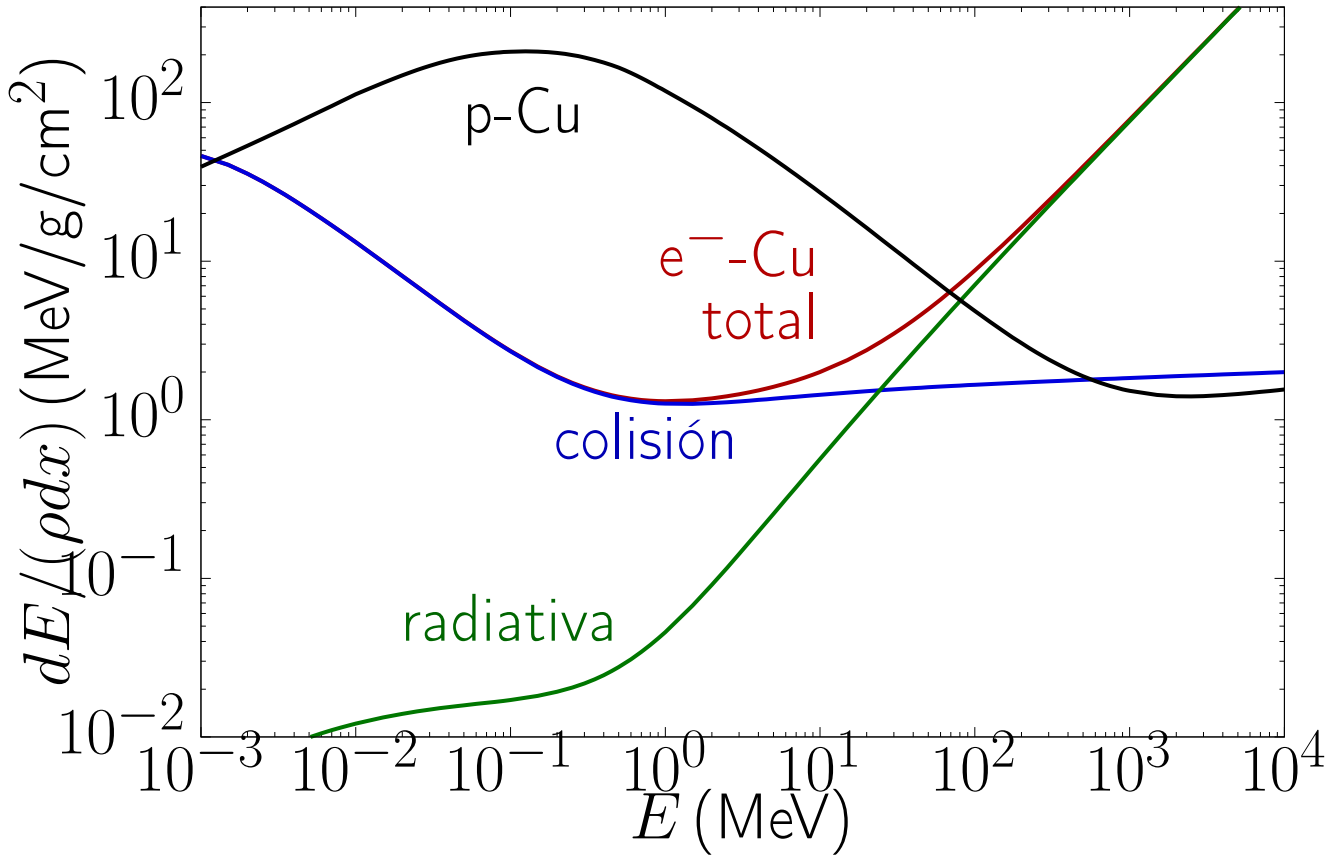
La distinción entre electrones y positrones está en $F(\tau)$.

## 2.3.2. Pérdida por radiación: Bremsstrahlung

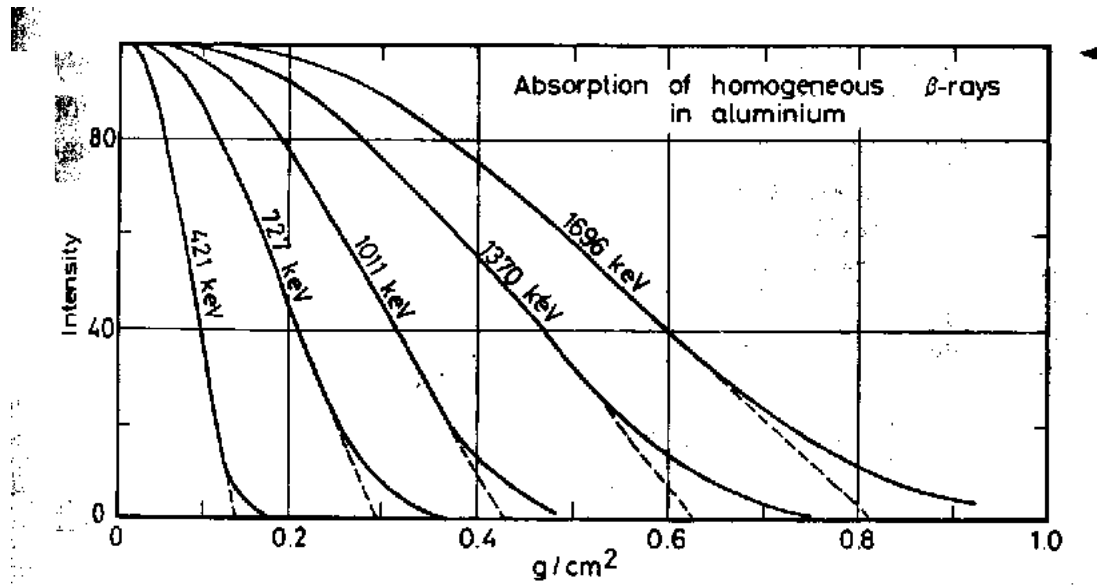
$$\sigma_{\text{emisión}} \propto \left(\frac{e^2}{\boldsymbol{m}c^2}\right)^2$$

Teoría: Lejos de ser "trivial". Ver [Leo, 1994], [Jackson, 1998, Cap. 15].

$$\left.\frac{dE}{dx}\right|_{\text{total}} = \left.\frac{dE}{dx}\right|_{\text{radiación}} + \left.\frac{dE}{dx}\right|_{\text{colisión}}$$


p-Cu
e⁻-Cu
total
colisión
radiativa
$dE/(\rho dx)$ (MeV/g/cm$^2$)
$E$ (MeV)
$10^{-3}$
$10^{-2}$
$10^{-1}$
$10^{0}$
$10^{1}$
$10^{2}$
$10^{3}$
$10^{4}$

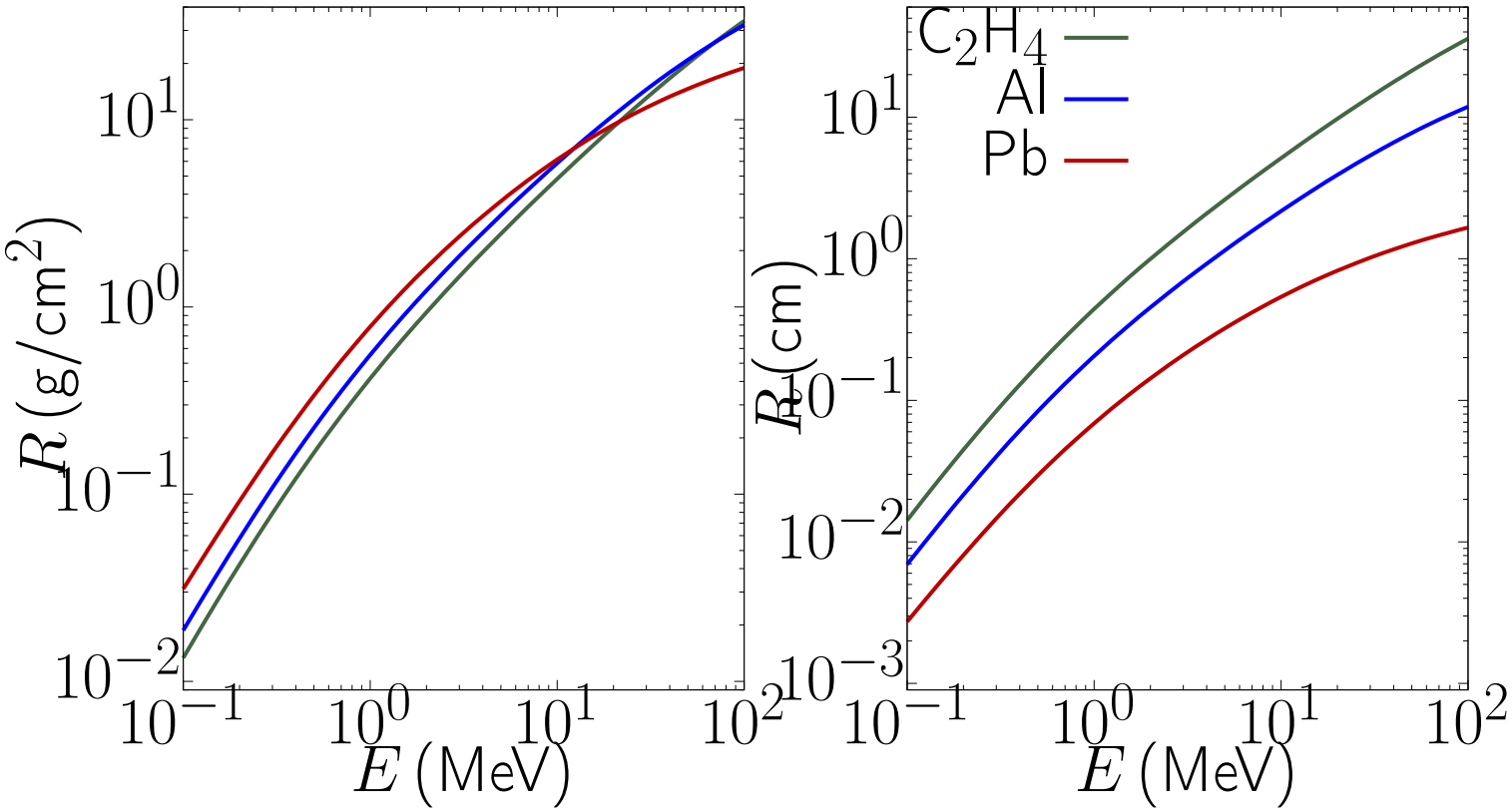
## 2.3.3. Rango de los Electrones




$\rho\,(\text{Al}) = 2.7$ g/cm$^3$... valores de la abscisa en cm?

- $\int (dE/dx)^{-1} dE$ no funciona para electrones (positrones). Razón: dispersión múltiple (cambios grandes de dirección) con los núcleos.
- La dispersión del rango alrededor del valor medio (straggling) es mucho mayor que para partículas pesadas... ¿Por qué?

  1. Alta probabilidad de entregar toda su energía en una sola colisión.
  2. Radiación de frenado: también puede entregar toda su energía en $1,\ 2,\ 3$ fotones.




Datos de [Berger et al., 2020]

| | $\rho\,(\mathrm{g/cm^3})$ |
|---|---|
| $C_2H_4$ (polietileno) | 0.94 |
| Al | 2.7 |
| Pb | 11.4 |

## 2.4. La interacción fotón–materia

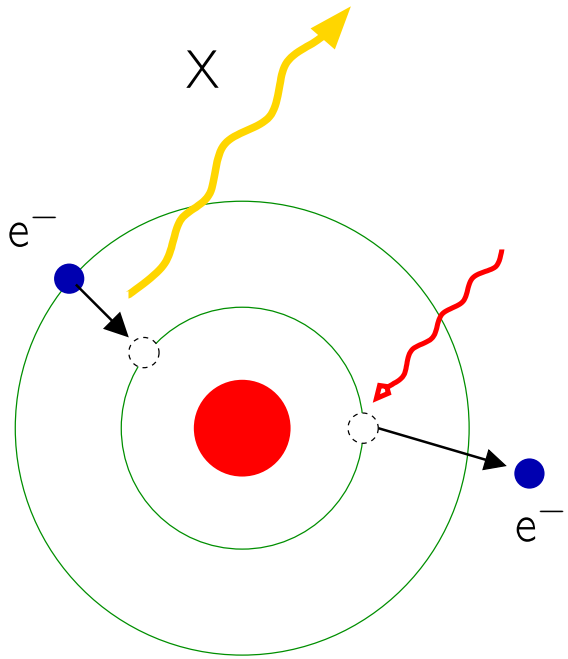
**Ojo:** Nos centramos en fotones X y $\gamma$. Principales procesos de interacción:

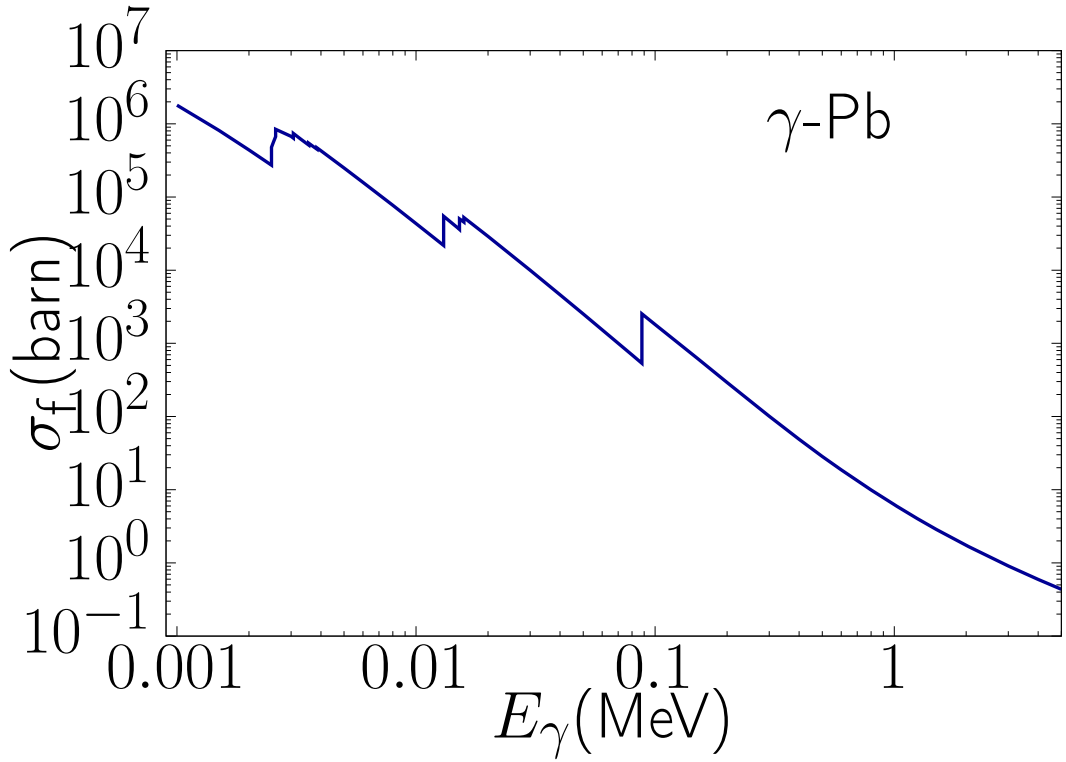
1. Efecto Fotoeléctrico.
2. Efecto Compton.
3. Creación de pares.

– ($\gamma$,n): Hay probabilidad no nula de suceder, pero mucho menor que para los otros fenómenos, ... no lo estudiamos acá.

La naturaleza de los fenómenos enumerados explican $\sigma_{\gamma-\mathrm{e}^-} \ll \sigma_{\mathrm{e\,inelástico}}$, por lo tanto los fotones son muchísimo más penetrantes, lo cual quiere decir también que son menos destructivos.

## 2.4.1. Efecto fotoeléctrico




Sección eficaz de interacción fotoeléctrica fotón-Pb [NIST, 2020].
La figura hace explícito además algo importante en el proceso completo:

- la expulsión del electrón,
- la emisión de rayos X.

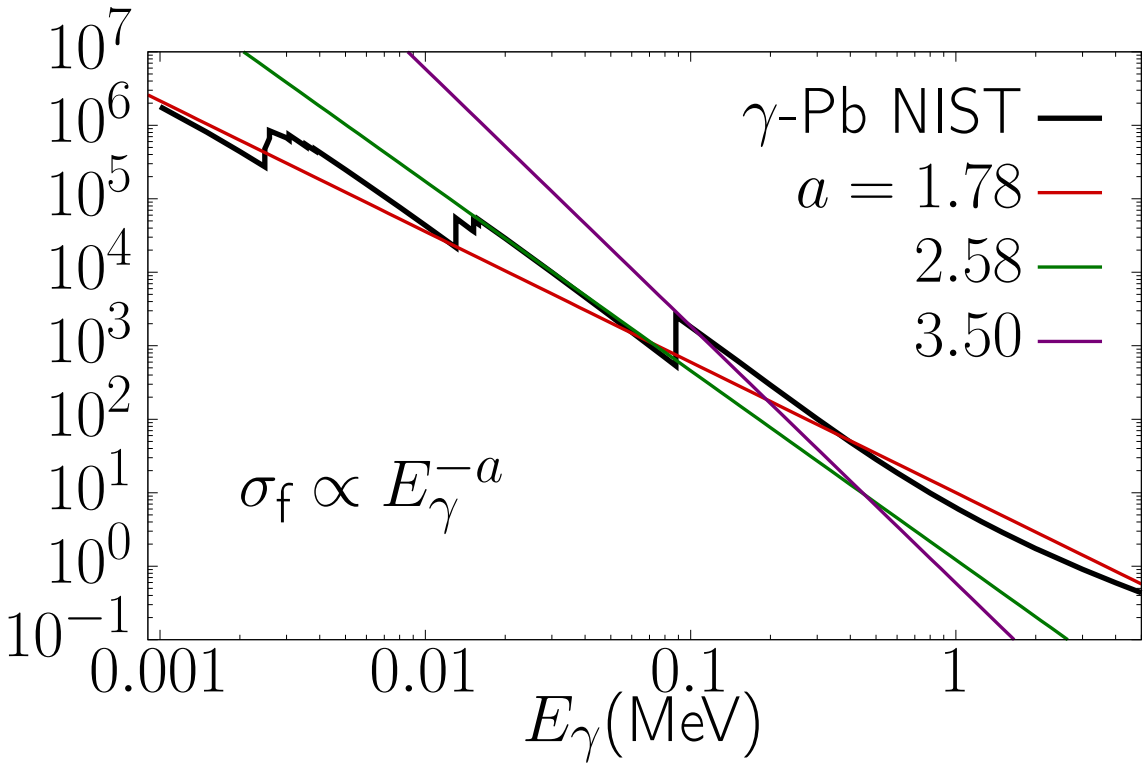
---

- El electrón tiene que estar inicialmente ligado... condición para que se conserve el momento lineal.
- Teoría: Función de onda de Dirac para el electrón.

- Si $E_\gamma \ll m_e c^2 = 511$ keV y $E_\gamma > E_B(K)$

$$\sigma_f = 4\sqrt{2}\alpha^4 Z^5 \left(\frac{m_e c^2}{E_\gamma}\right)^{7/2} \propto E_\gamma^{-3.5}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} \equiv \text{ const. de estructura fina}$$




| | $Z$ | $E_B(K_{\alpha 1})$ (keV) |
|---|---|---|
| H | 1 | 0.01 |
| B | 5 | 0.2 |
| Ca | 20 | 3.7 |
| Ag | 47 | 22.2 |
| Au | 79 | 68.8 |
| Bi | 83 | 77.1 |
| Cf | 98 | 115.0 |

$$\frac{7}{2} = 3.50$$

$$\frac{17}{22} = 1.75$$

- La anterior ecuación puede resumirse en dos efectos:

  1. Por encima de las energías de ligadura electrónica, $\sigma_{\mathsf{f}}$ disminuye muy rápidamente:
  $$\sigma_{\mathsf{f}} \propto \frac{1}{(E_\gamma)^{3.5}}$$
  2. Además se concluye algo muy importante en el estudio de materiales para detectores, la dependencia con $Z$: la dependencia exacta depende de la región de energías de la que se trate. En la región de varios MeV
  $$\sigma_{\mathsf{f}} \propto Z^{(4-5)}$$
  es decir, los elementos con más alto $Z$ serán los más apropiados para ser usados como absorbedores o detectores de rayos gamma.

- Para casos prácticos existen bases de datos:

  https://www.nist.gov/pml/xcom-photon-cross-sections-database → Database Search Form

  http://www.physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/Text/XCOM.html

### 2.4.2. Efecto Compton

### 2.4.3. Preliminares clásicos

Este tipo de interacción se conoce y se ha estudiado desde hace mucho tiempo, sin embargo en otro contexto y a otras energías de los fotones:

1. Dispersión de Thomson: [Jackson, 1998, p. 679] Interacción (clásica) de una onda electromagnética con una carga libre. Para radiación no polarizada

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{m_\mathsf{e} c^2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}(1+\cos^2\theta) \longrightarrow \sigma_\mathsf{Thomson} = \frac{8\pi}{3} \cdot r_\mathsf{e}^2$$

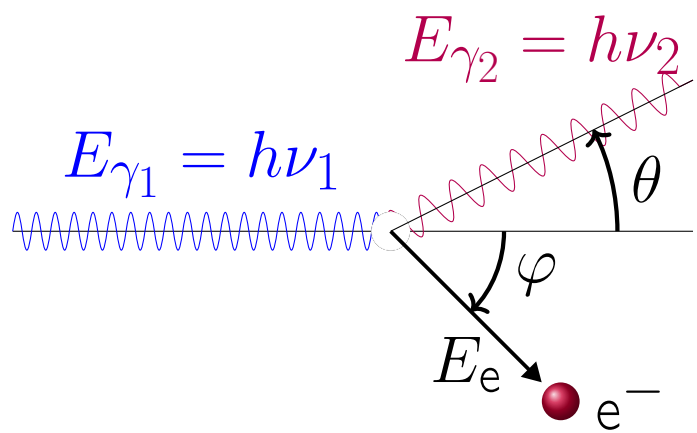
$\theta =$ ángulo entre la dirección de incidencia y la de dispersión

$r_\mathsf{e} =$ "radio clásico" del electrón

2. Dispersión de Rayleigh: [Jackson, 1998, p. 423] Dispersión incoherente de ondas electromagnéticas por ensambles de cargas. Ejemplo: dispersión de luz en la atmósfera.

## 2.4.4. El caso cuántico

- Estrictamente, efecto Compton = dispersión de fotones por electrones libres.
- Para X y $\gamma$: $B_{\mathrm{e}}$ en las capas más externas son comparativamente tan bajas que se les puede considerar como libres.




$$\epsilon = \frac{E_{\gamma 1}}{m_{\mathrm{e}} c^2} = \text{ energía del fotón incidente en unidades de la masa del electrón}$$

$$E_{\gamma 2} = \frac{E_{\gamma 1}}{1 + \epsilon(1 - \cos\theta)} = \text{energía del fotón dispersado}$$

$$E_{\mathrm{e}} = E_{\gamma 1} - E_{\gamma 2} = E_{\gamma 1} \frac{\epsilon(1 - \cos\theta)}{1 + \epsilon(1 - \cos\theta)} = \text{energía del electrón eyectado}$$

$\theta = 180^\circ =$ retrodispersión del fotón $\rightarrow \varphi = 0$

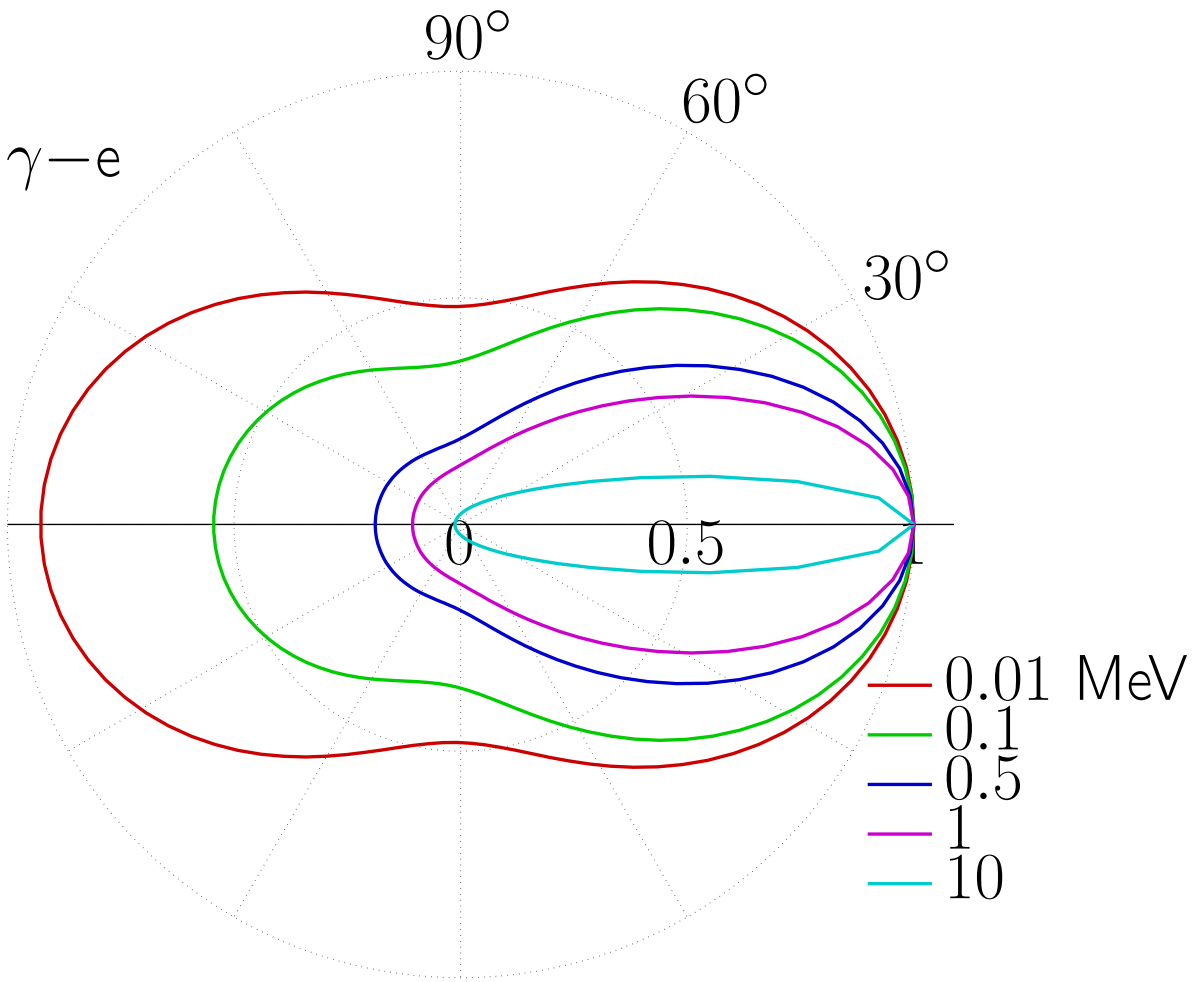
$E_{\mathsf{e}}$ máxima $=$ borde Compton $= E_{\mathsf{C}}$

$$E_{\mathsf{C}} = E_{\mathsf{e\,max}} = E_{\gamma 1}\frac{2\epsilon}{1+2\epsilon}$$

# Dispersión: distribución angular

La sección eficaz diferencial angular = fórmula de Klein-Nishina: [Klein and Nishina, 1929]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta,\epsilon) = \frac{r_e^2}{2}\frac{1}{[1+\epsilon(1-\cos\theta)]^2}\left[1+\cos^2\theta+\frac{\epsilon^2(1-\cos\theta)^2}{1+\epsilon(1-\cos\theta)}\right] \tag{2.2}$$



Observe que la fórmula de Thomson (p. 102) es el límite de Klein-Nishina para energías bajas de los fotones, $\epsilon \to 0$.

# Distribución energética de los electrones

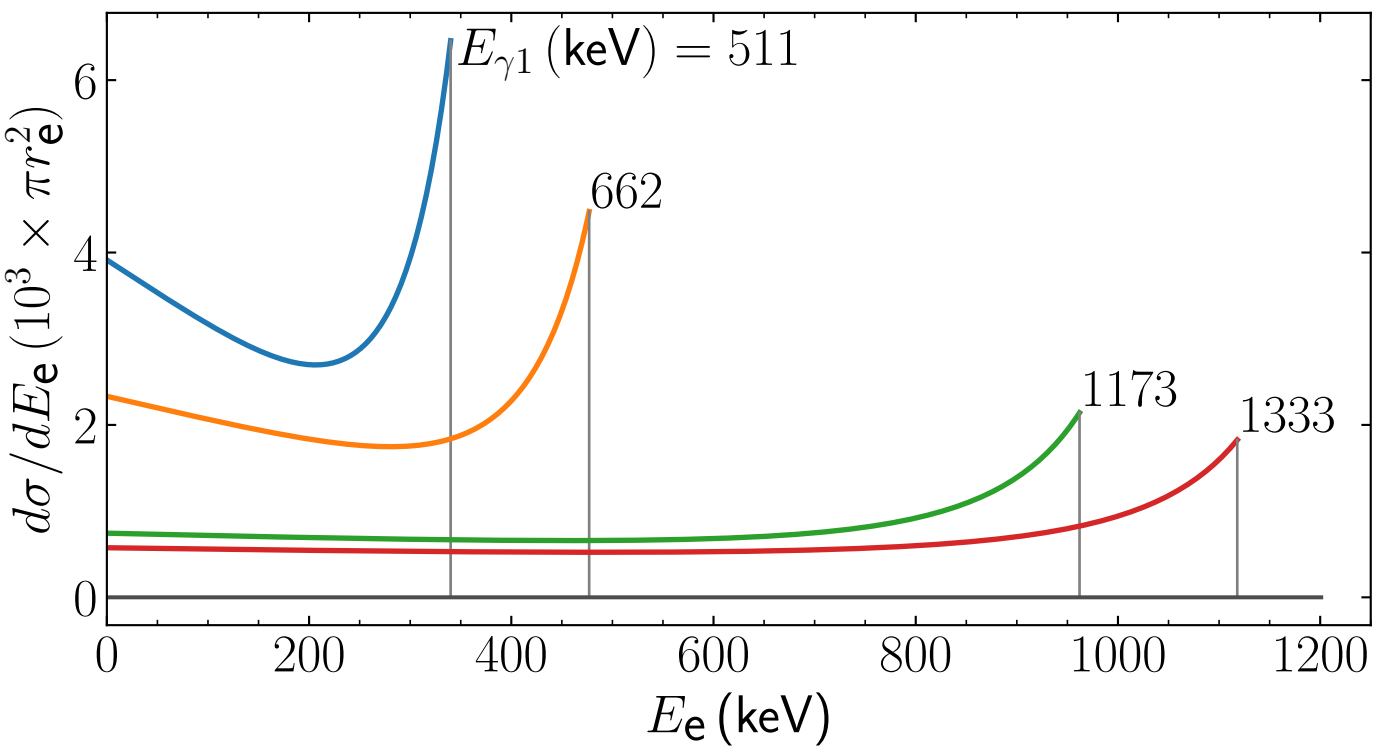
La energía que un detector de rayos gamma registra es la del electrón!

Distribución en energía de los electrones eyectados por efecto Compton:

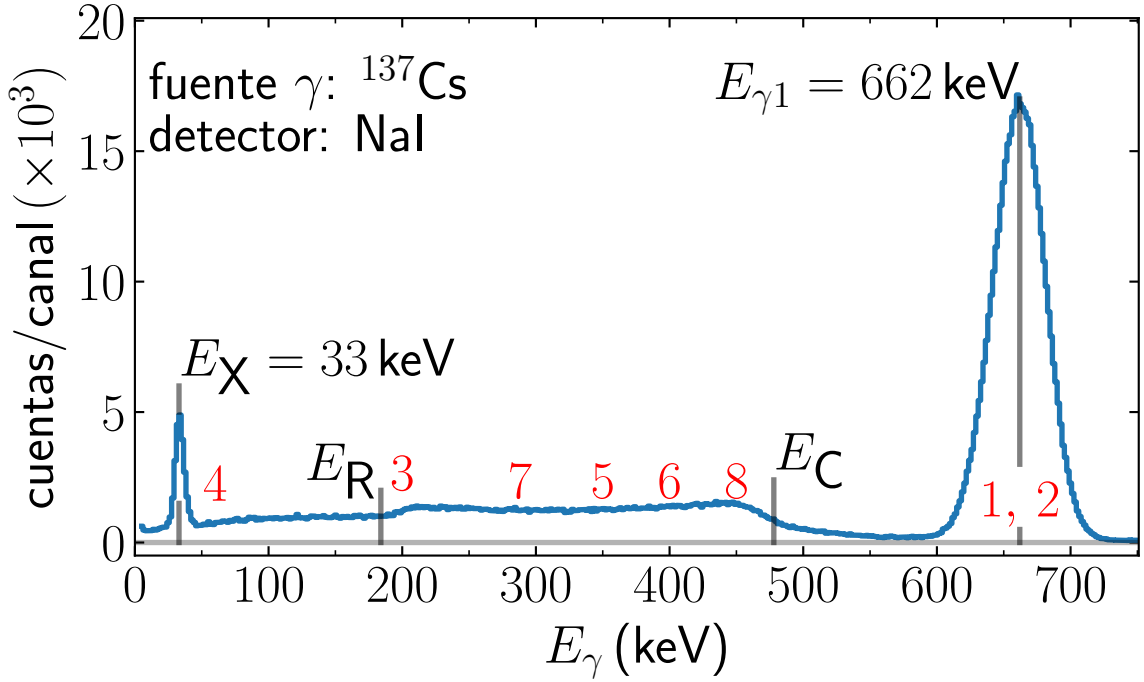
$$\frac{d\sigma}{dE_\mathsf{e}} = \frac{\pi r_\mathsf{e}^2}{m_\mathsf{e} c^2 \epsilon^2}\left[2 + \frac{\epsilon_\mathsf{e}^2}{\epsilon^2(1-\epsilon_\mathsf{e})^2} + \frac{\epsilon_\mathsf{e}}{1-\epsilon_\mathsf{e}}\left(\epsilon_\mathsf{e} - \frac{2}{\epsilon}\right)\right], \epsilon_\mathsf{e} = \frac{E_\mathsf{e}}{E_\gamma}, \epsilon = \frac{E_\gamma(\mathsf{keV})}{511}$$

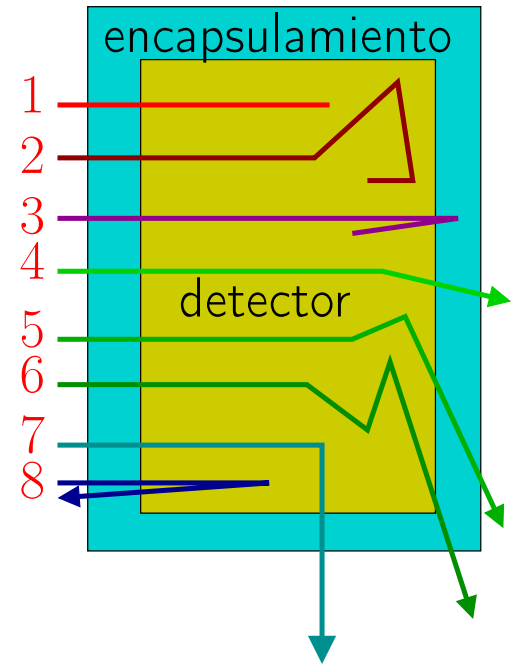
$$E_\mathsf{C} = E_{\mathsf{e\,max}} = E_\gamma \frac{2\epsilon}{1+2\epsilon}$$

| $E_\gamma$ | $E_\mathsf{C}$ |
|---|---|
| keV | |
| 511 | 340 |
| 662 | 478 |
| 1173 | 963 |
| 1333 | 1119 |



Esquema de decaimiento en p. 12. El pico a bajas energías corresponde a la emisión X por Conversión Interna.



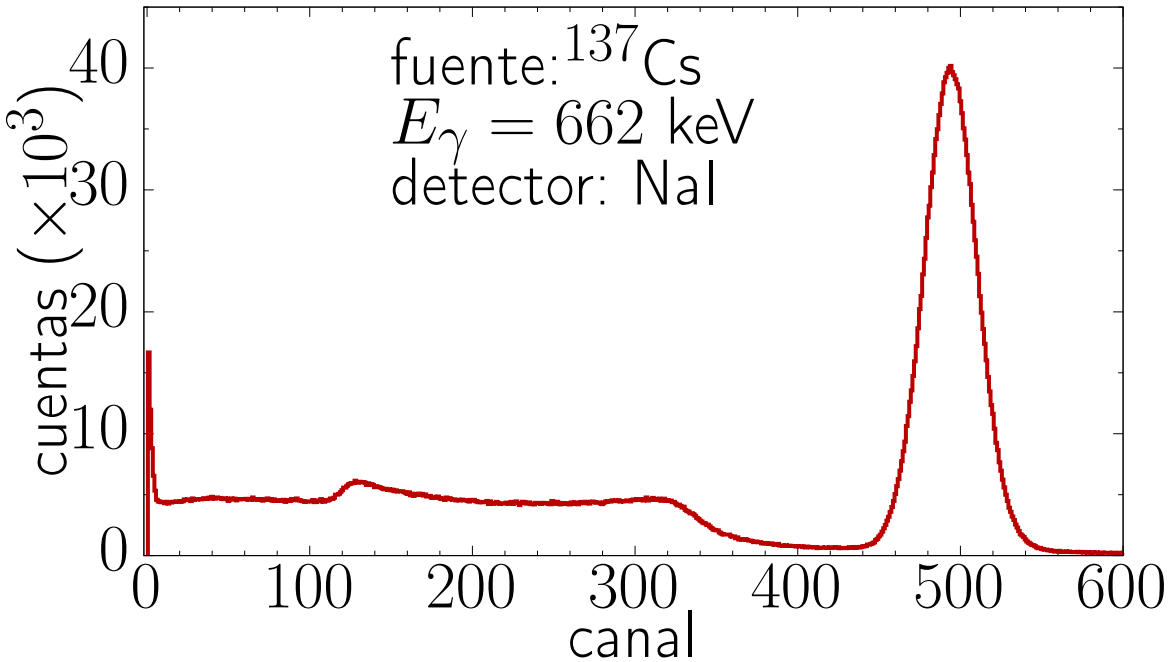



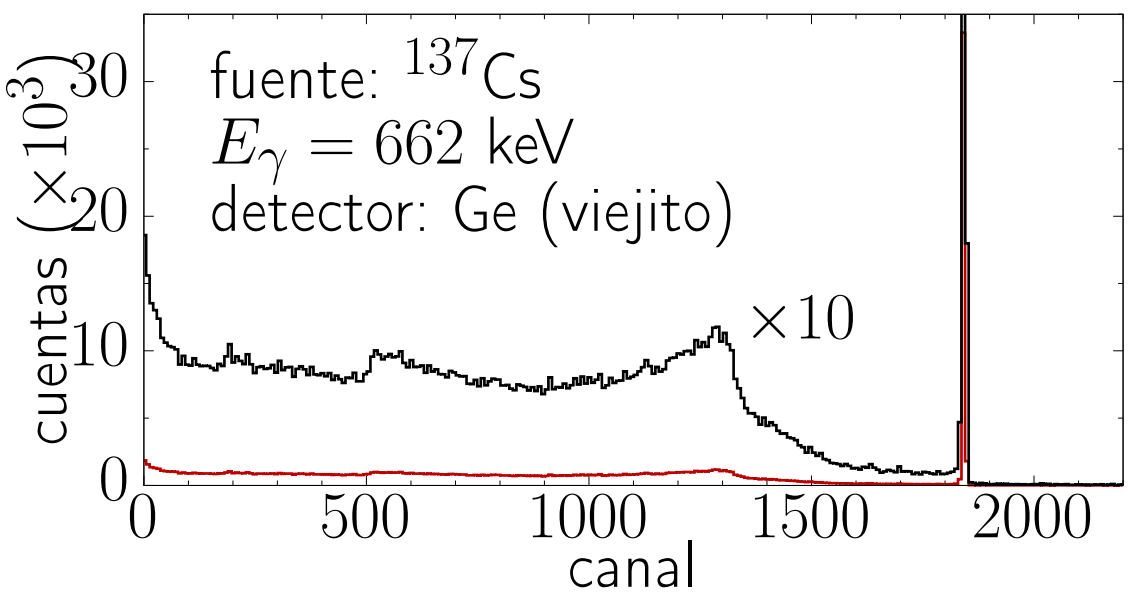

- **Fotopico:** Gaussiana alrededor de $E_\gamma = 662\,\text{keV}$. Toda la energía del rayo gamma es absorbida totalmente por el detector.
- **Fondo Compton:** $0 \leq E_\gamma\,(\text{keV}) \leq E_C$

  La energía del electrón expulsado del átomo es correctamente leida por el detector. El fotón dispersado escapa del detector. Resultado: la energía "leida" por el detector es menor.
- **Borde Compton** Ver página precedente.

- **Pico de retrodispersión Compton:** Primera interacción: con el material que rodea el detector. Segunda: absorción en el detector:

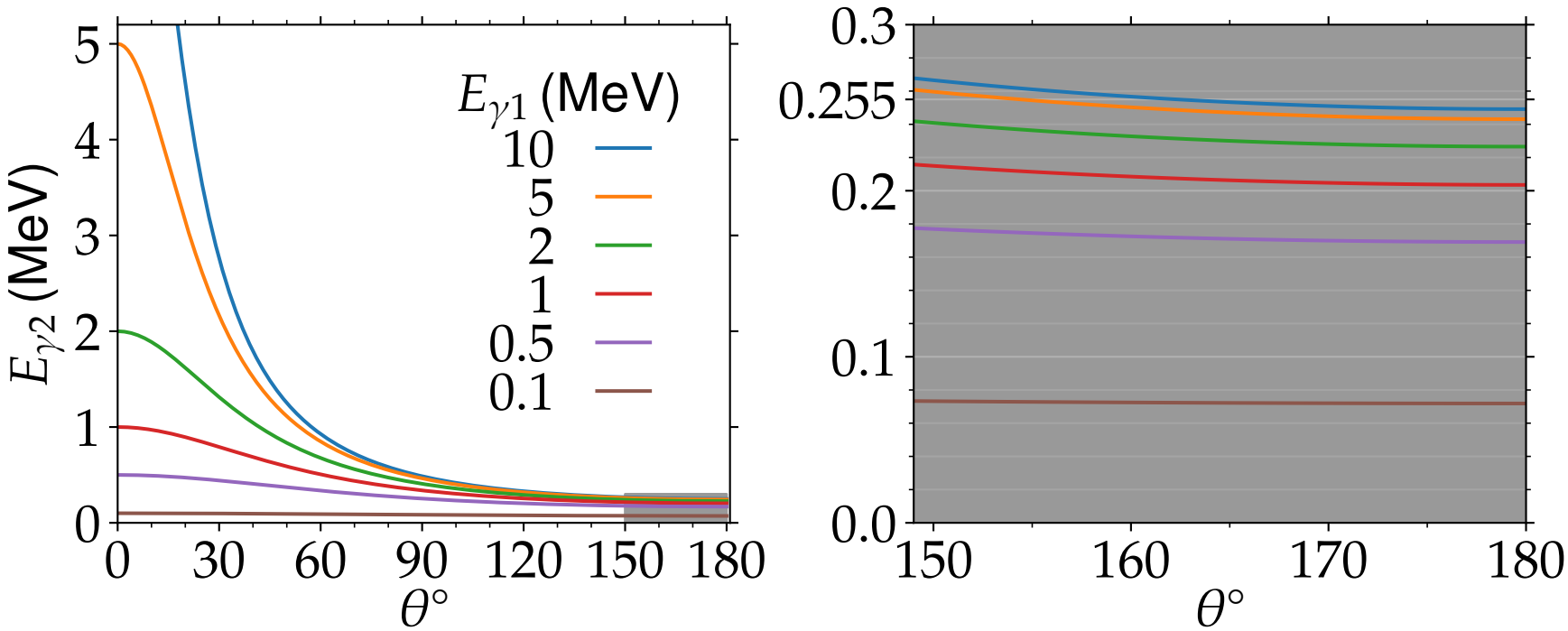
$$\text{energía detectada} = E_{\mathsf{R}}$$


fuente: $^{137}$Cs
$E_\gamma = 662$ keV
detector: NaI
cuentas ($\times 10^3$)
canal
0
10
20
30
40
0
100
200
300
400
500
600


fuente: $^{137}$Cs
$E_\gamma = 662$ keV
detector: Ge (viejito)
$\times 10$
cuentas ($\times 10^3$)
canal
0
10
20
30
0
500
1000
1500
2000

# Retrodispersión: relaciones entre energías

$$E_{\gamma 2} = \frac{E_{\gamma 1}}{1 + \left(\frac{E_{\gamma 1}}{m_{\mathrm{e}} c^2}\right)(1 - \cos\theta)}$$

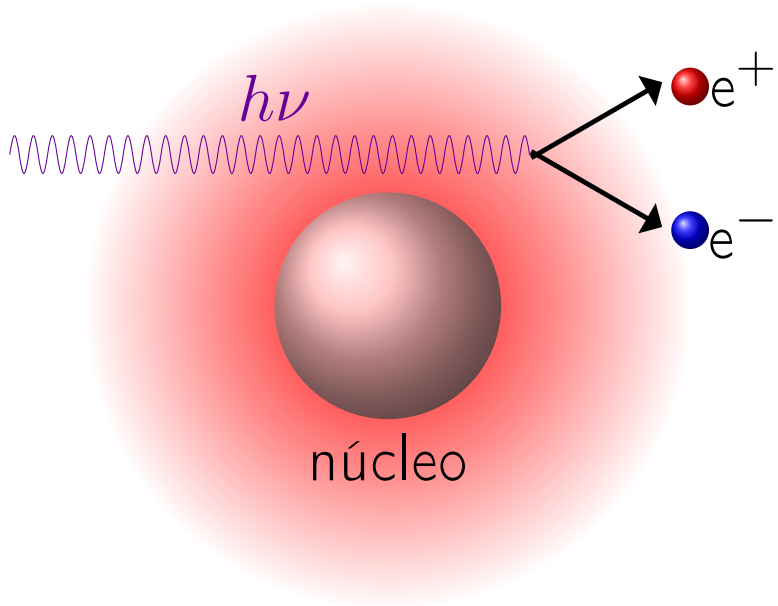



- Para haces incidentes de diferentes energías, la energía retrodispersada a exactamente $180°$ tiene un límite máximo: $255$ keV.

$$\lim_{E_{\gamma 1}\to\infty} E_{\gamma 2}(\theta = \pi) = \lim_{E_{\gamma 1}\to\infty} \frac{1}{1/E_{\gamma 1} + 2/(m_{\mathrm{e}} c^2)} = \frac{m_{\mathrm{e}} c^2}{2} = 255.5 \text{ keV}$$

- Para un haz monoenergético, las energías de los $\gamma$'s dispersados entre $\sim 120^\circ$ y $180^\circ$ varían lentamente con el ángulo. Esto produce la forma triangular del pico con una subida abrupta en el lado de baja energía ($E_{\gamma 2} \lessapprox E_{\mathsf{R}}$) y un descenso lento para $E_{\gamma 2} > E_{\mathsf{R}}$.

## 2.4.5. Producción de Pares



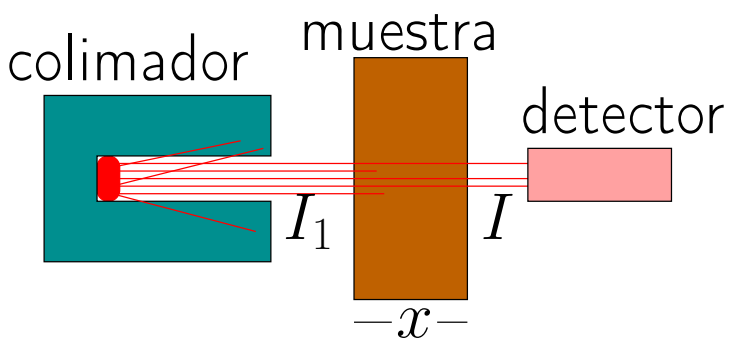

Producción de pares: el fotón incidente debe tener una energía tal que

$$E_\gamma > 2m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}.$$

- Conservación del momento lineal $\rightarrow$ en presencia de un cuerpo (el núcleo).
- $Z$ juega un papel importante por los efectos de apantallamiento que realizan los electrones atómicos.
- Existen fórmulas de la sección eficaz válidas para diferentes regiones de energía y de $Z$.
- Descripción teórica: ver [Leo, 1994] y las referencias citadas allí.

## 2.4.6. Coeficientes de atenuación

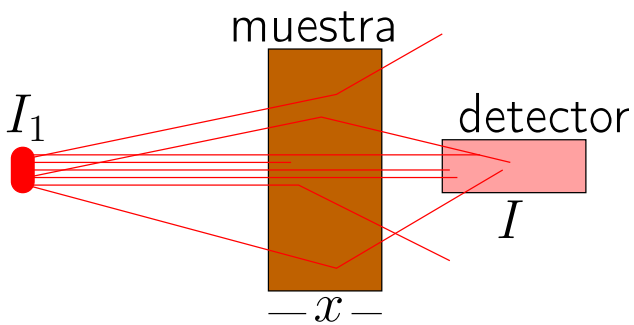
Haz perfectamente colimado:




... la intensidad de un haz monoenergético de fotones es atenuada a su paso por un absorbedor:

$$I = I_1 \exp(-\mu x)$$

Haz sin colimar:




$$I = I_1\, B(x, E_\gamma)\, \exp(-\mu x)$$

$B(x, E_\gamma) =$ "buildup" $=$ incremento

Para una muestra monoelemental:

$w =$ peso atómico

$n =$ centros dispersores por unidad de volumen $= \dfrac{N_A \rho}{w}$

$\sigma =$ sección eficaz total por centro dispersor

$$\mu = \text{ coeficiente lineal de atenuación}$$

$$\mu = n\sigma = \sigma \frac{N_A \rho}{w}$$

$$\sigma = \sigma_{\mathrm{f}} + Z\sigma_C + \sigma_P \qquad [\sigma_{C\ \text{átomo}} = Z\sigma_C\,, \qquad \sigma_C : \gamma + 1\,e^-$$

- $\mu$ depende de la densidad de la muestra
- muestra de la misma composición pero en diferente estado físico (gas, líquido, sólido) tienen diferente $\mu$.

$$\frac{\mu}{\rho} = \sigma \frac{N_A}{w}$$
$$= \text{coeficiente másico de atenuación}$$

- $\mu/\rho$ es independiente del estado físico de la muestra.
- $\mu/\rho$ es la cantidad que más frecuentemente se encuentra en bases de datos y en representaciones gráficas.
- unidades:

$$\left[\frac{\mu}{\rho}\right] = \frac{\mathrm{cm}^{-1}}{\mathrm{g/cm}^3} = \frac{1}{\mathrm{g/cm}^2} = \frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{g}}$$

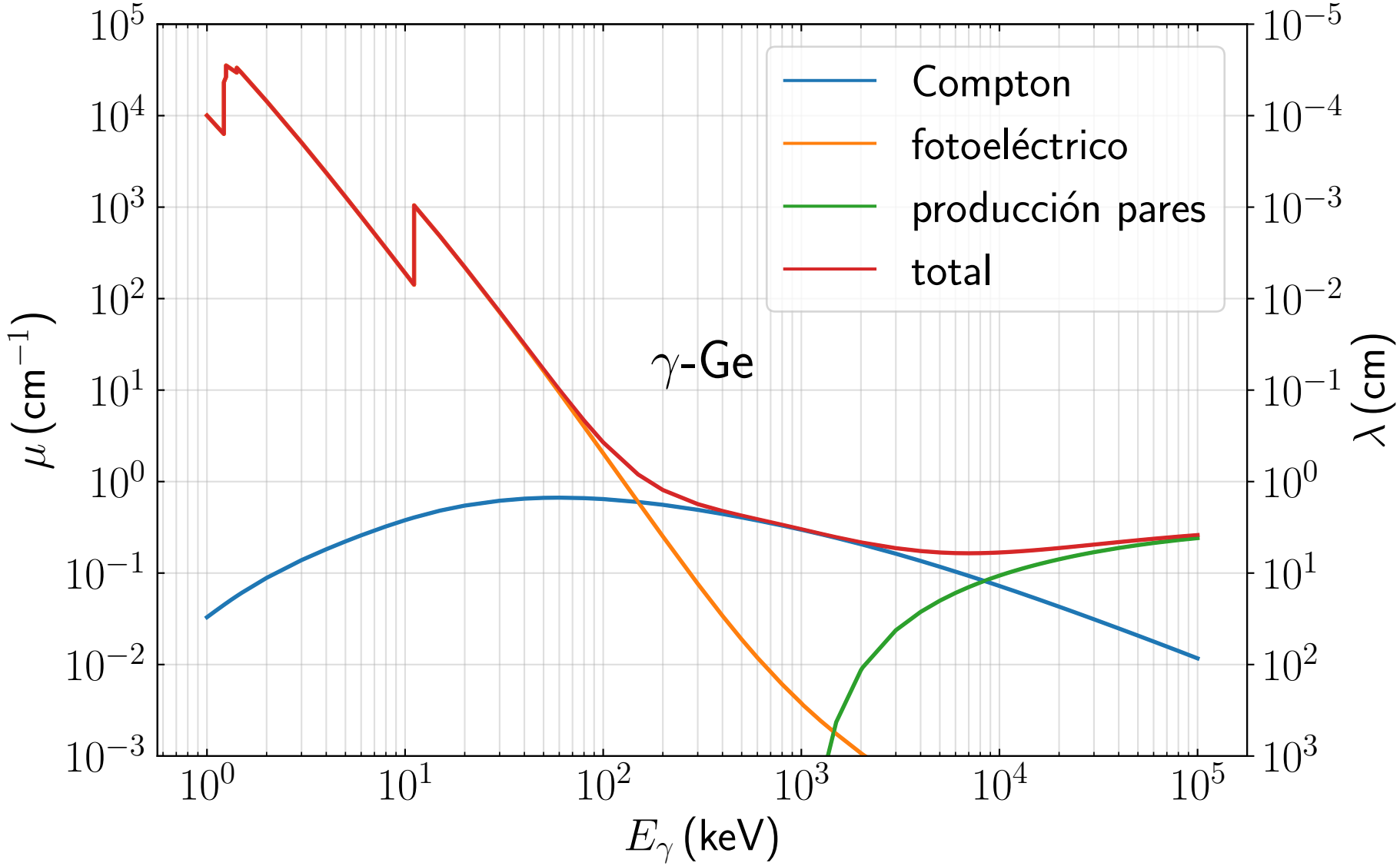
- Es importante saber <u>evaluar</u>:
  - $\lambda$: da una idea de la probabilidad de interacción y de su efecto.

$$\lambda = \left[ \left( \frac{\mu}{\rho} \right) \rho \right]^{-1}$$

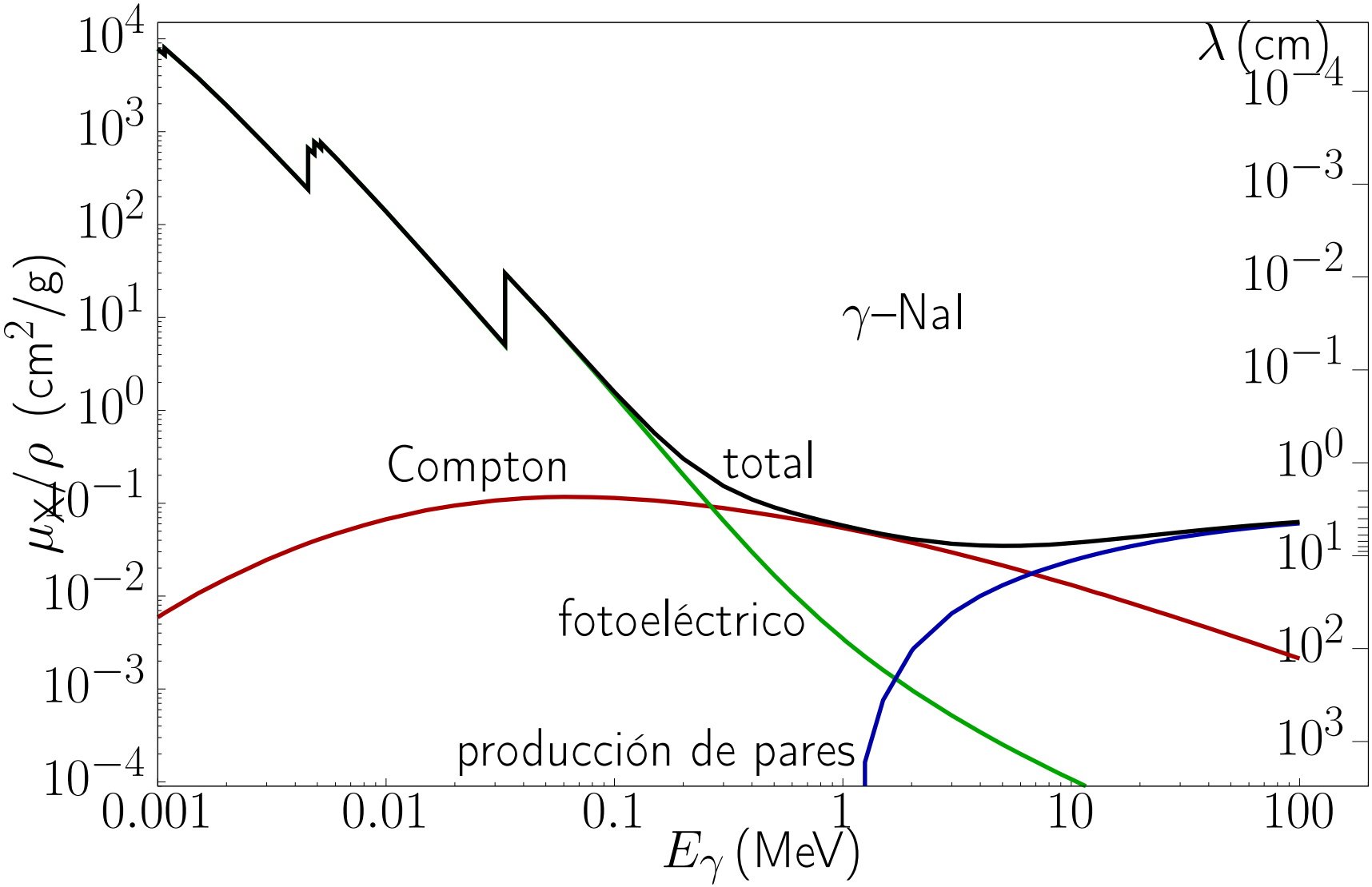
  - $\sigma$, para comparar la probabilidad relativa entre diversos procesos elementales

$$\sigma = \frac{w}{N_A} \left( \frac{\mu}{\rho} \right)$$

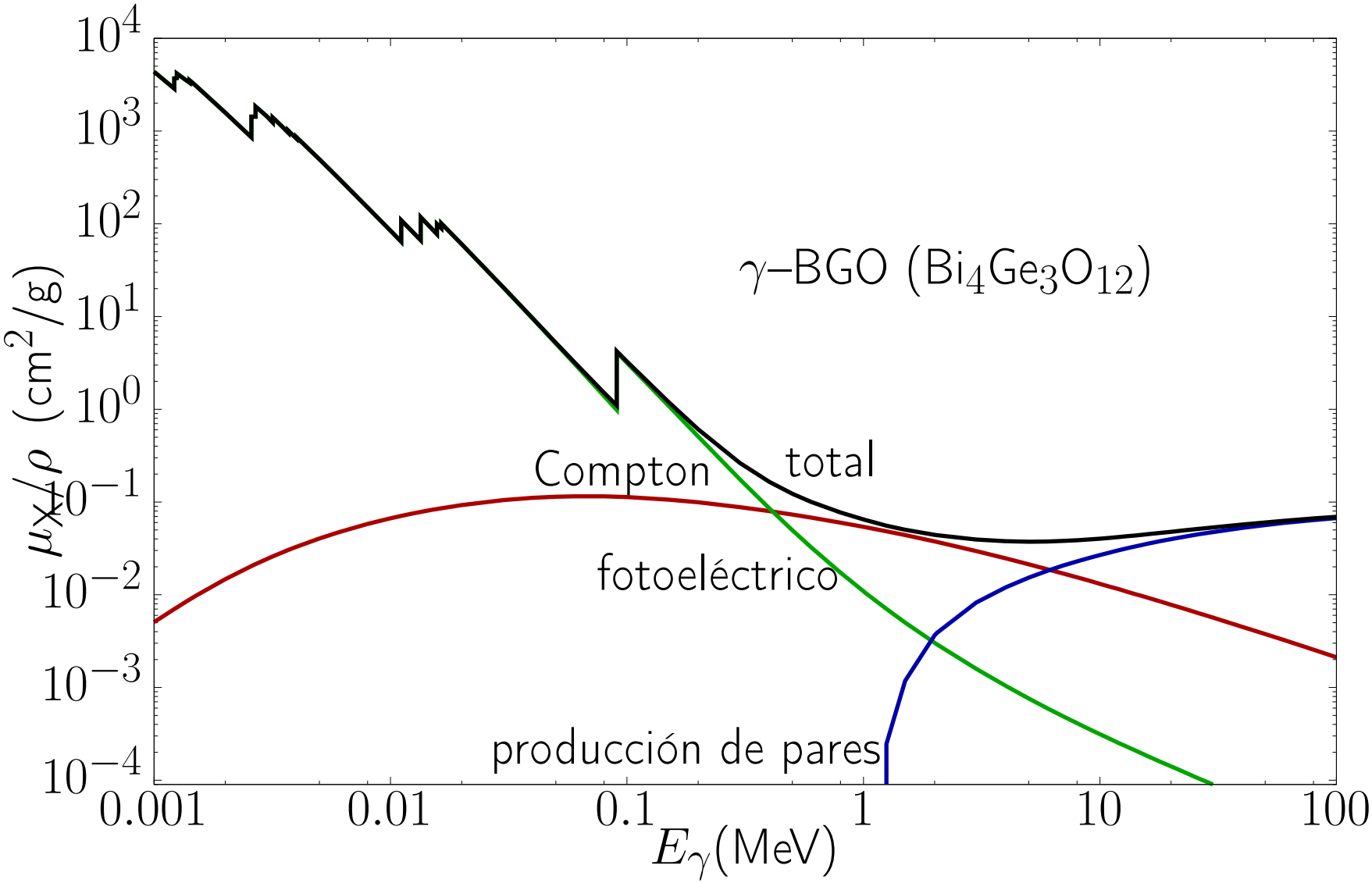
En las siguientes páginas: datos de
https://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html




| | $Z$ | $w$(g/mol) | $\rho$ (g/cm$^3$) |
|---|---|---|---|
| Ge | 32 | 72.6 | 5.3 |

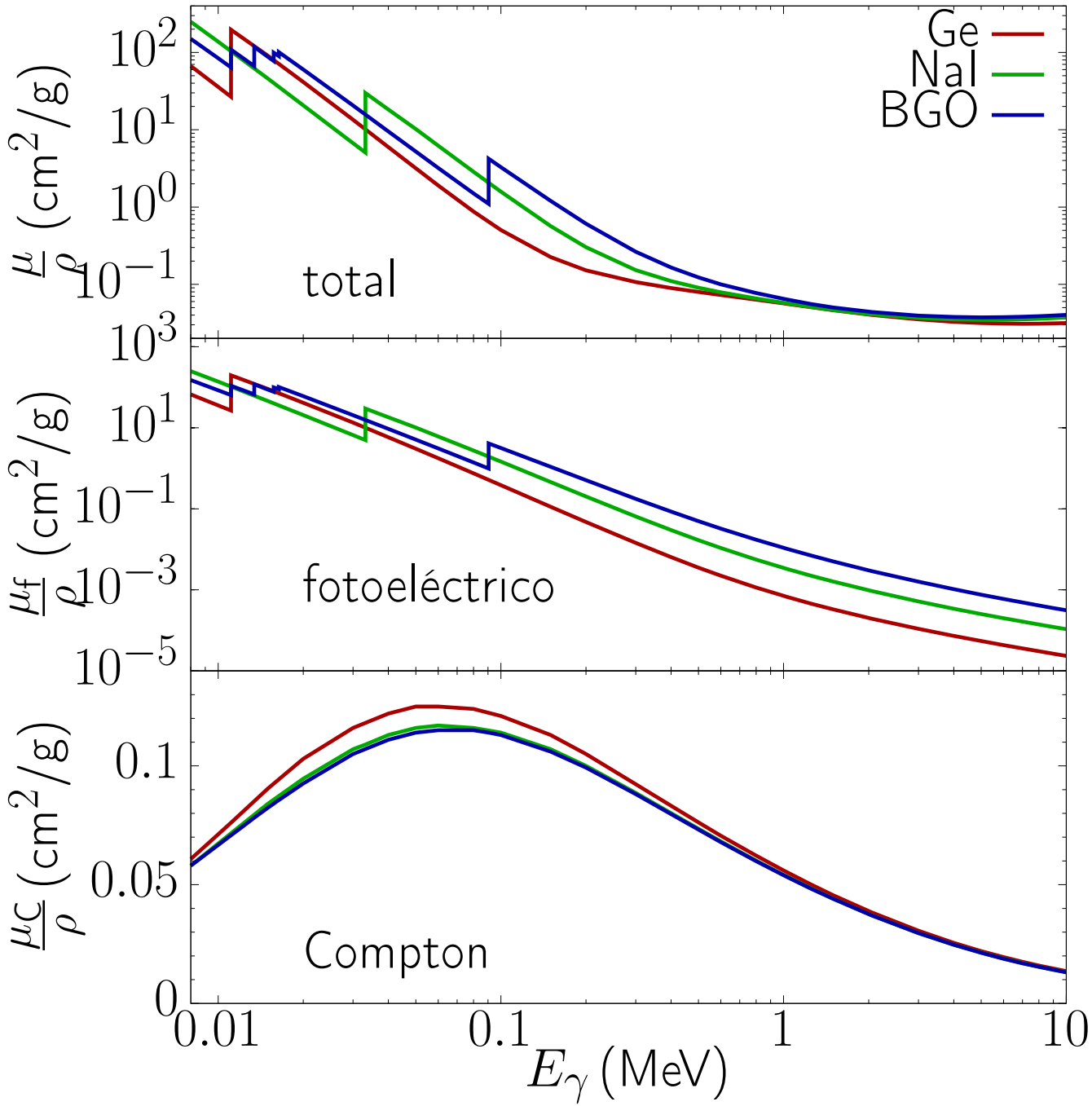



| | $Z$ | $w$ (g/mol) | $\rho$ (g/cm$^3$) |
|---|---|---|---|
| Na | 11 | 23.0 | |
| I | 53 | 126.9 | |
| NaI | 64 | 149.9 | 3.7 |

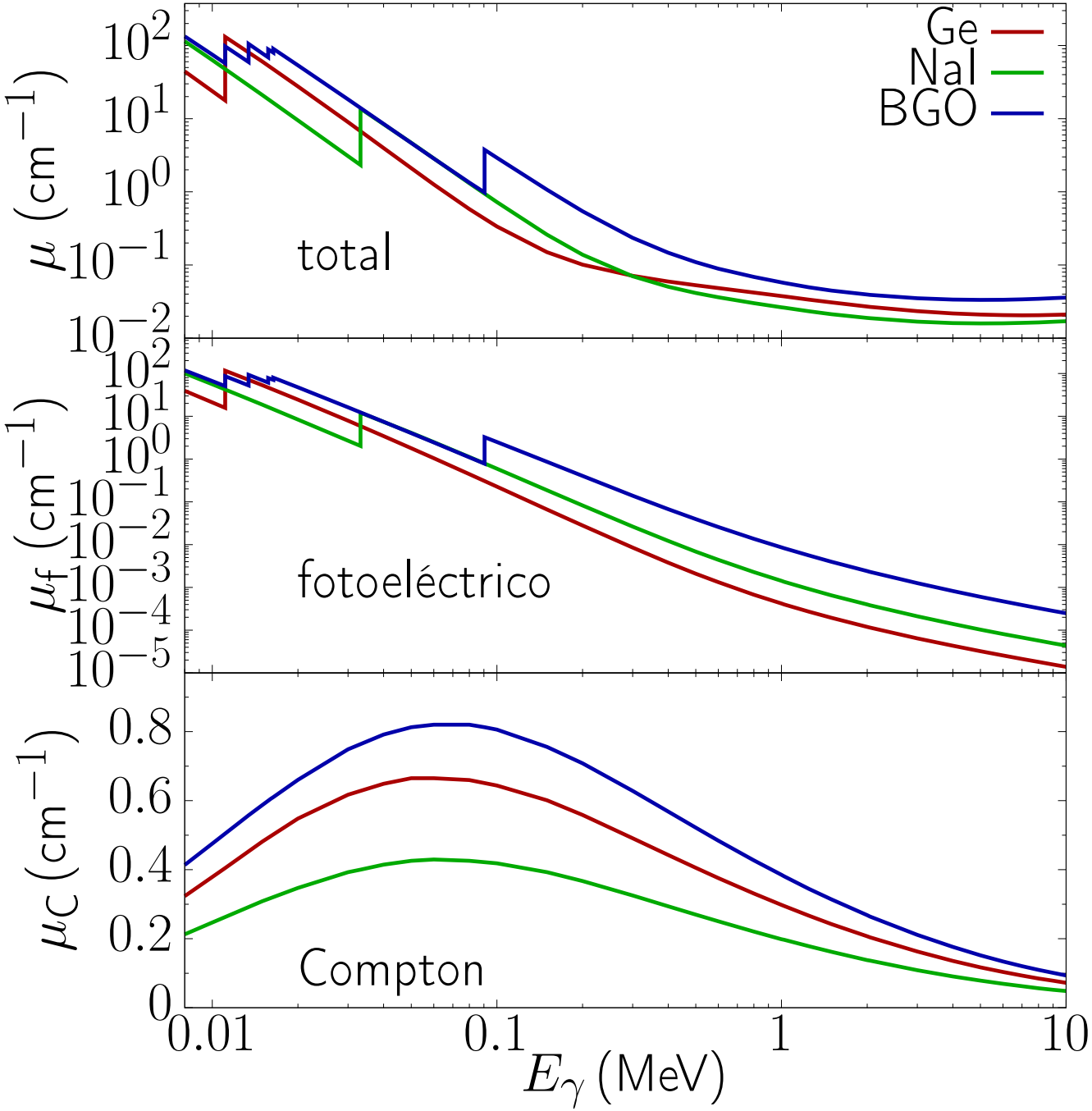



| | $Z$ | $w$ (g/mol) | $\rho$ (g/cm$^3$) |
|---|---|---|---|
| Bi | 83 | 209.0 | |
| Ge | 32 | 72.6 | |
| O | 8 | 16.0 | |
| $Bi_4Ge_3O_{12}$ | 524 | | 7.1 |

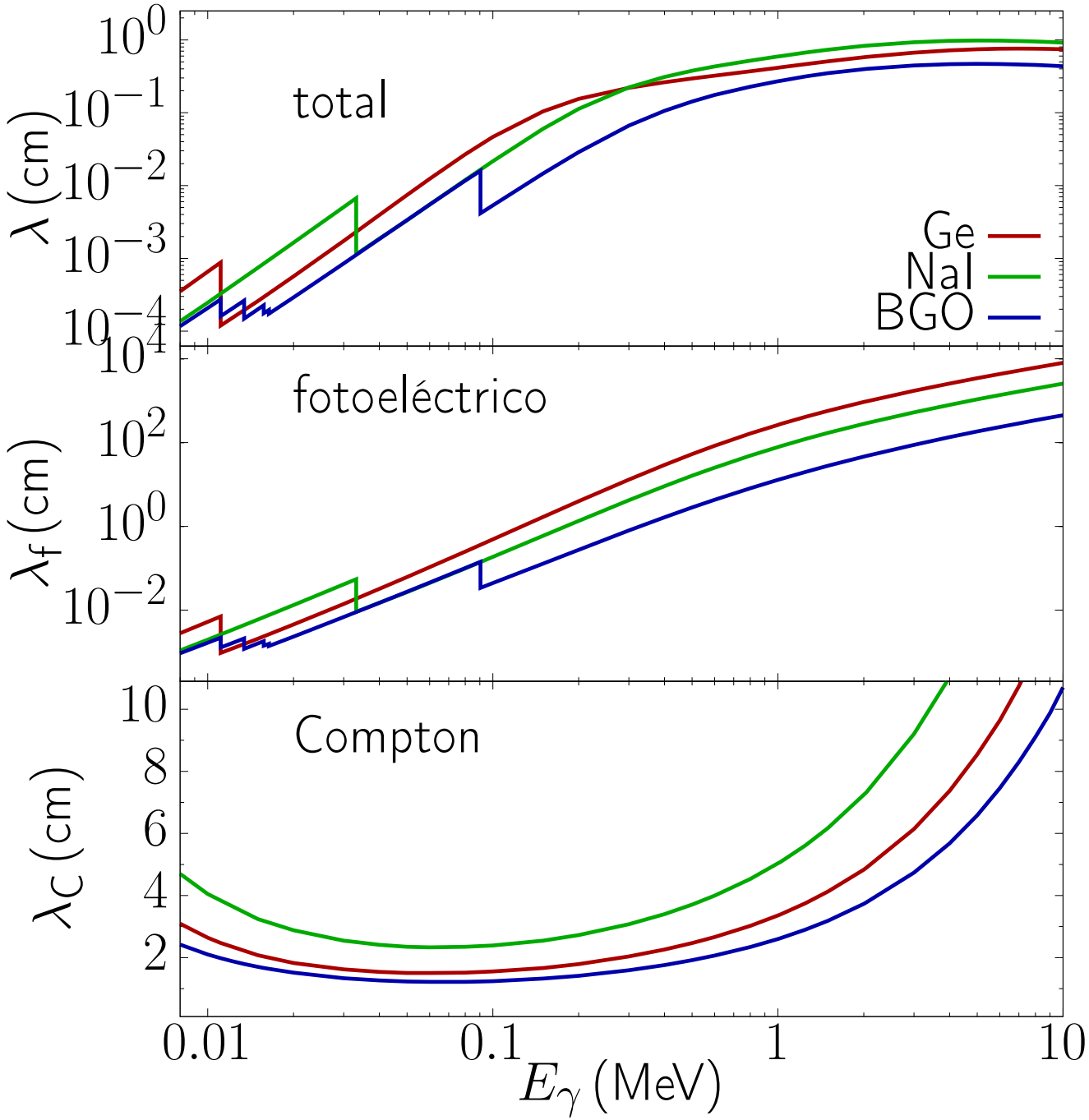
## 2.4.7. Coeficiente másico de atenuación

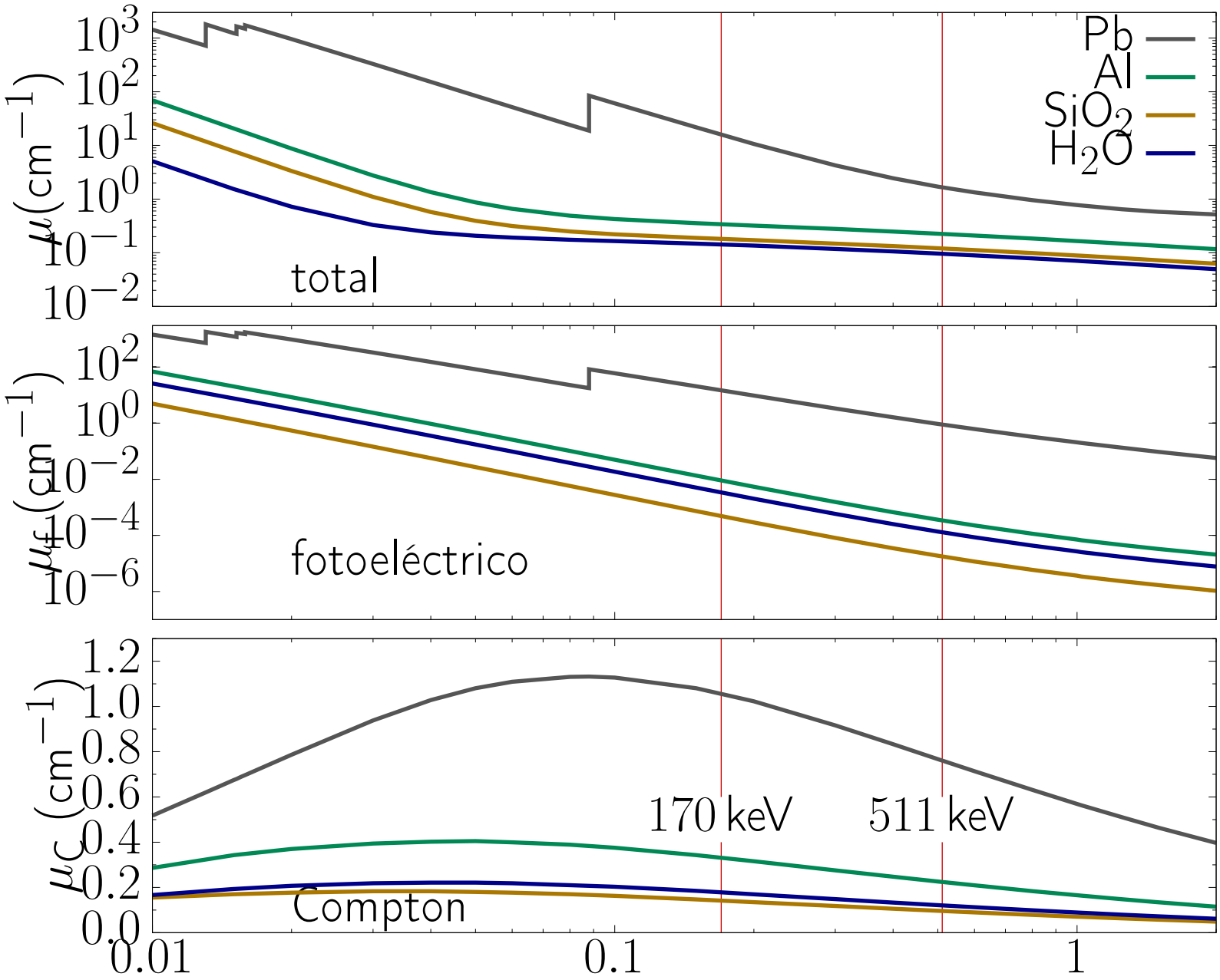


## 2.4.8. Coeficiente lineal de atenuación



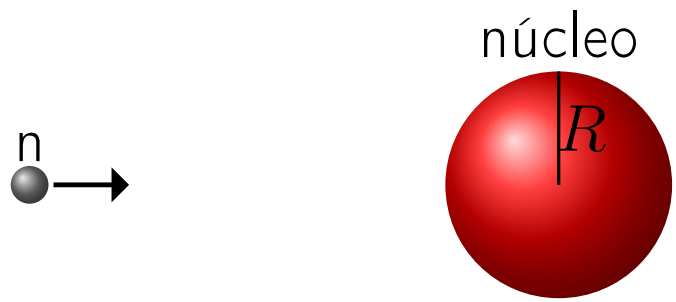
## 2.4.9. Camino libre medio




Pb
Al
$SiO_2$
$H_2O$
$\mu$ (cm$^{-1}$)
total
$\mu_f$ (cm$^{-1}$)
fotoeléctrico
$\mu_C$ (cm$^{-1}$)
Compton
170 keV
511 keV
0.01
0.1
1

## 2.5. Neutrones

- No hay interacción Coulombiana.
- Solamente la interacción fuerte (nuclear).
- Rango de la interacción nuclear es de solamente $\approx 10^{-15}$ m, el neutrón a altas energías es una partícula aún más penetrante que el fotón: orden de magnitud de la sección eficaz en aproximación geométrica:




$$\sigma \approx \pi R^2 \approx \pi(10^{-15}\text{m})^2 \approx 10^{-30}\text{m}^2 = 10^{-6}\ \text{barn} \ll \sigma_{\text{total}}^{\text{fotón}}$$

...observe los órdenes de magnitud. Compare con figura en p. 99.

- Mecanismos de interacción:

  1. Dispersión elástica con el núcleo $A$: $A(\text{n,n})A \longrightarrow$ pérdida de energía cinética de los neutrones.
  2. Dispersión inelástica. Ejemplos:

- $A(\mathsf{n},\mathsf{n}')A^*$
- $A(\mathsf{n},\mathsf{2n})B^*$.

3. Captura radiativa.
   - $A(\mathsf{n},\gamma)[A+1]^* \equiv (Z,A)+\mathsf{n} \rightarrow (Z,A+1)+\gamma$
4. Reacciones (n, partícula).
5. (n,fisión).

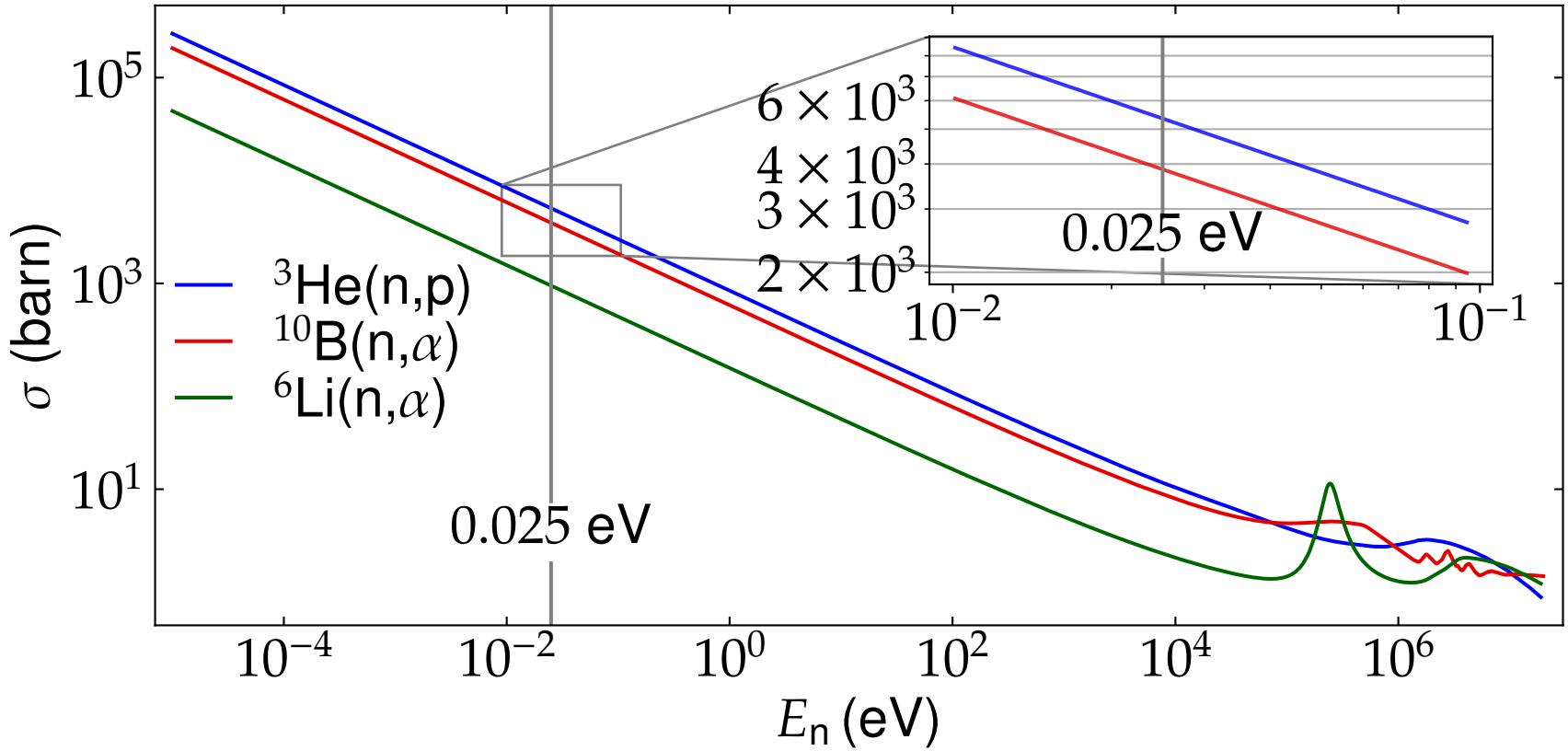
- La sección eficaz para estas reacciones es fuertemente dependiente de la energía.

### 2.5.1. Producción de neutrones

Ver p. 21.

## 2.5.2. Reacciones útiles en detección de neutrones

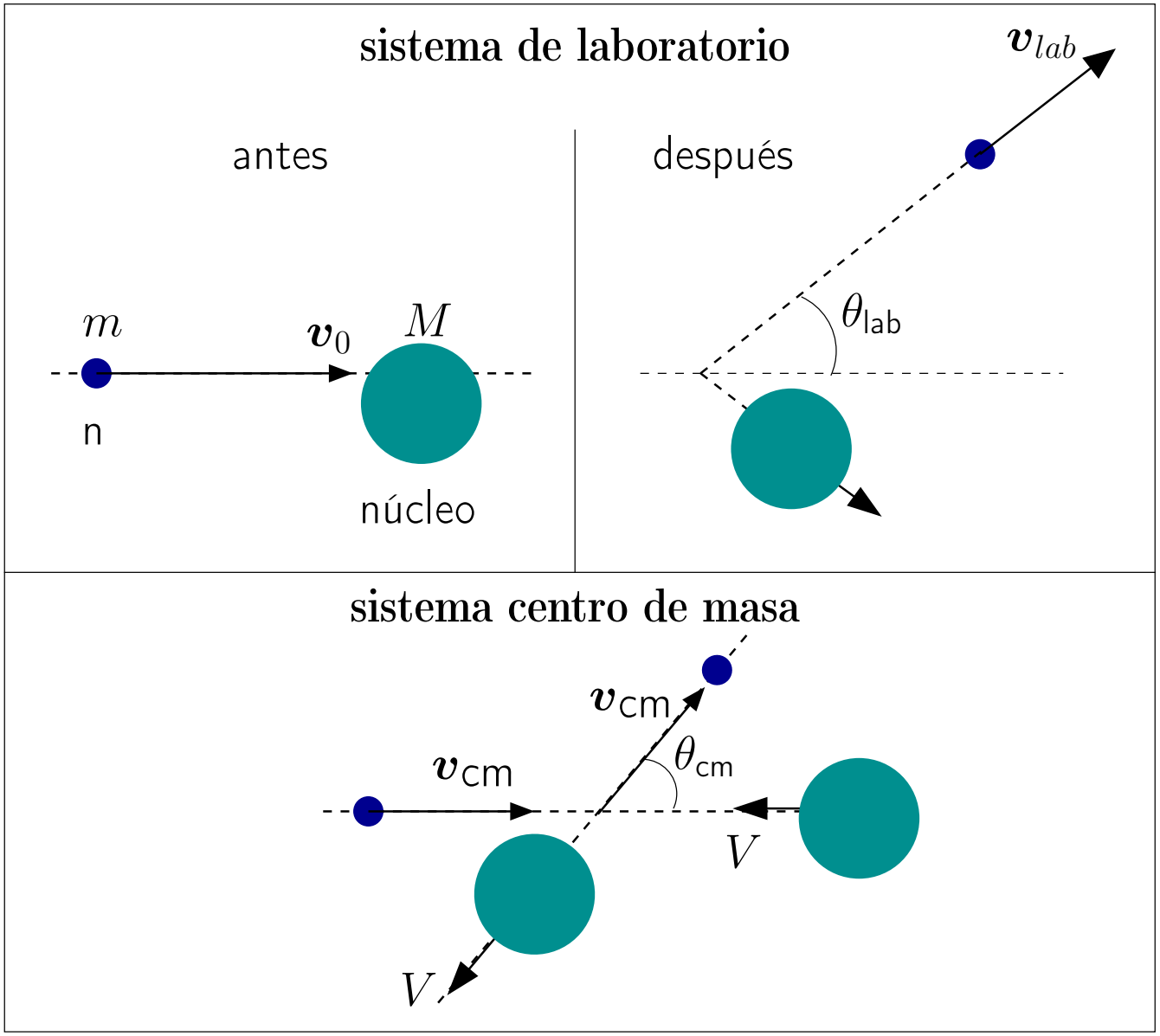
- $^{10}\mathrm{B}(\mathrm{n},\alpha)^{7}_{3}\mathrm{Li}$ $+2.792$ MeV (estado base)
  $^{10}\mathrm{B}(\mathrm{n},\alpha)^{7}_{3}\mathrm{Li}^{*}$ $+2.310$ MeV (estado excitado del Li)
- $^{6}\mathrm{Li}(\mathrm{n},\alpha)^{3}_{1}\mathrm{H}$ $+4.78$ MeV




Clasificación energética de los neutrones:

- rápidos: $E_\mathrm{n} > 200$ keV
- lentos (térmicos): $E_\mathrm{n} \approx kT_\mathrm{ambiente} = \frac{1}{4}\frac{1}{10}\,\mathrm{eV} = 0.025\,\mathrm{eV}$
- fríos: meV
- ultrafríos: $\mu$eV

## 2.5.3. Frenado de neutrones (Moderación)




1. Dispersión elástica: principal mecanismo de pérdida de energía cinética de los neutrones.

2. Análisis en el sistema **c**entro de **m**asa. Velocidades en el cm:

$$\mathbf{v}_{\text{cm}} : \text{neutrón}$$
$$\mathbf{V} : \text{núcleo}$$
$$m\mathbf{v}_{\text{cm}} = -M\mathbf{V}$$

3. Conservaciones: $Y$ $y$ $v$ $\nu$

$$v_{\text{cm}} = |\mathbf{v}_{\text{cm}}|_{\text{antes}} = |\mathbf{v}_{\text{cm}}|_{\text{después}}$$
$$V = |\mathbf{v}_{\text{cm}}|_{\text{antes}} = |\mathbf{v}_{\text{cm}}|_{\text{después}}$$

Definición de centro de masa:

$$\mathbf{R}_{\text{cm}} = \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2}{m_1 + m_2},$$

Velocidad del centro de masa respecto al laboratorio:

$$\mathbf{V}_{\text{cm}} = \dot{\mathbf{R}}_{\text{cm}} = \frac{m_1\dot{\boldsymbol{r}}_1 + m_2\dot{\boldsymbol{r}}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m\mathbf{v}_0 + M \cdot 0}{m + M} = \frac{m}{m + M}\mathbf{v}_0$$

y por adición Galileana:

$$v_{\text{cm}} = v_0 - V_{\text{cm}} = \frac{M}{m + M}v_0,$$

y de la igualdad de los momentos lineales en el cm:

$$mv_{\mathsf{cm}} = MV \to V = \frac{m}{M}v_{\mathsf{cm}} = \frac{m}{m+M}v_0.$$

La velocidad del neutrón en el sistema de laboratorio es

$$\boldsymbol{v}_{\mathsf{lab}} = \boldsymbol{v}_{\mathsf{cm}} + \boldsymbol{V}_{\mathsf{cm}}.$$

Puesto que $\angle(\vec{v}_{\mathsf{cm}}, \vec{V}_{\mathsf{cm}}) = \theta_{\mathsf{cm}}$

$$v_{\mathsf{lab}}^2 = v_{\mathsf{cm}}^2 + V_{\mathsf{cm}}^2 + 2v_{\mathsf{cm}}V_{\mathsf{cm}}\cos\theta_{\mathsf{cm}}$$

$$v_{\mathsf{lab}}^2 = \left(\frac{M}{m+M}v_0\right)^2 + \left(\frac{m}{m+M}v_0\right)^2 + 2\frac{mM}{(m+M)^2}v_0^2\cos\theta_{\mathsf{cm}}$$

Tomando como unidad la masa del neutrón, nos queda

$$m = 1, \qquad M = A$$

$$v_{\mathsf{lab}}^2 = \frac{1}{(1+A)^2}(A^2 + 1 + 2A\cos\theta_{\mathsf{cm}})v_0^2$$

Nos interesa encontrar la energía cinética final en términos de la inicial

$$\frac{E}{E_0} = \frac{(1/2)mv_{\mathsf{lab}}^2}{(1/2)mv_0^2} = \frac{A^2 + 1 + 2A\cos\theta_{\mathsf{cm}}}{(A+1)^2}$$

Los valores mínimo y máximo de esta razón son

$$\left.\frac{E}{E_0}\right|_{\text{min}} = \frac{(A-1)^2}{(A+1)^2}; \qquad \left.\frac{E}{E_0}\right|_{\text{max}} = \frac{(A+1)^2}{(A+1)^2}$$

Los límites entre los que se encuentra la energía del neutrón:

$$\boxed{\left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2 E_0 < E < E_0.}$$

$$\text{Si} \begin{cases} A \gg 1 \rightarrow E \approx E_0 \text{ no hay moderación} \\ A = 1 \rightarrow 0 < E < E_0 \text{ sí es posible la moderación} \end{cases}$$

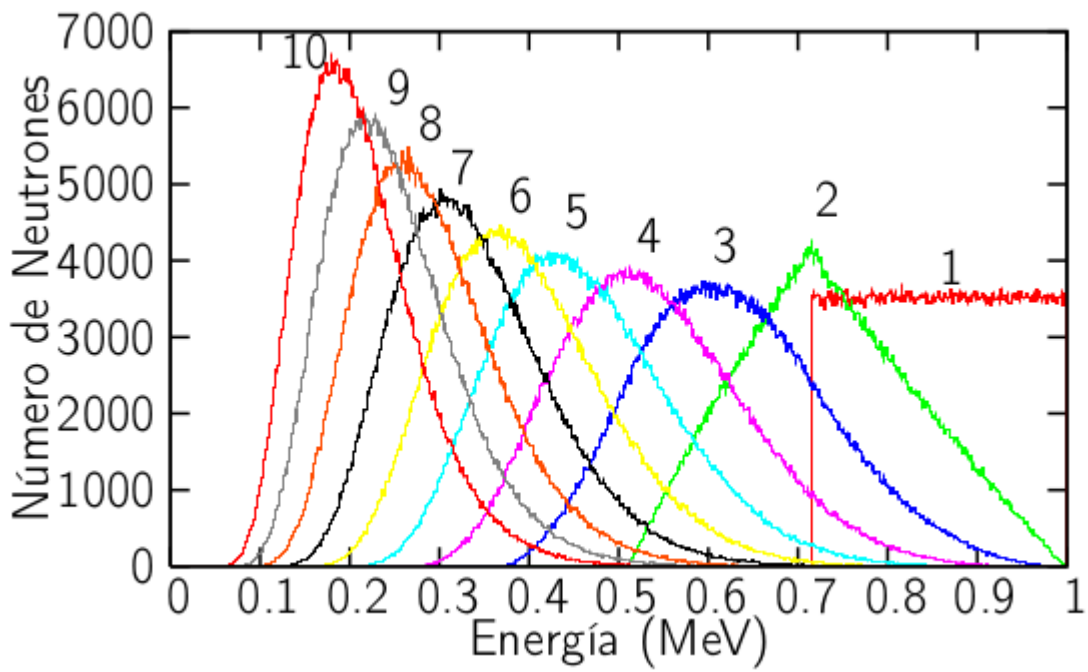
Conclusiones:

- neutrones de alta energía disminuyen su energía al interactuar con un medio de sustancias livianas.
- Sustancias livianas típicas son las hidrogenadas: agua ($H_2O$), parafina ($CH_2$).

Ejemplo: colisiones elásticas n + $^{12}$C

$$E_0 = 1 \text{ MeV}, \qquad \frac{(A-1)^2}{(A+1)^2} = \left(\frac{11}{13}\right)^2 = 0.716$$

Distribución en energía después de 1, 2, 3, ..., 10 colisiones:



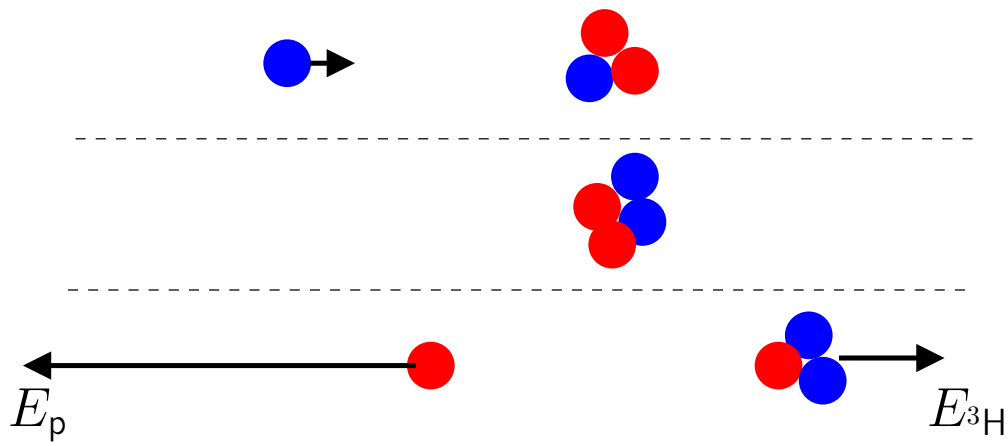

Simulación Monte Carlo (Nancy Forero, Tesis de Maestría UN (2007)).

Resultado: "termalización" de la energía de los neutrones.

## 2.5.4. Detección de neutrones lentos

$^{1}_{0}\mathrm{n} + ^{3}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ^{3}_{1}\mathrm{H} + ^{1}_{1}\mathrm{p} \qquad Q = 0.764\ \mathrm{MeV}$

Si la reacción es inducida por neutrones lentos

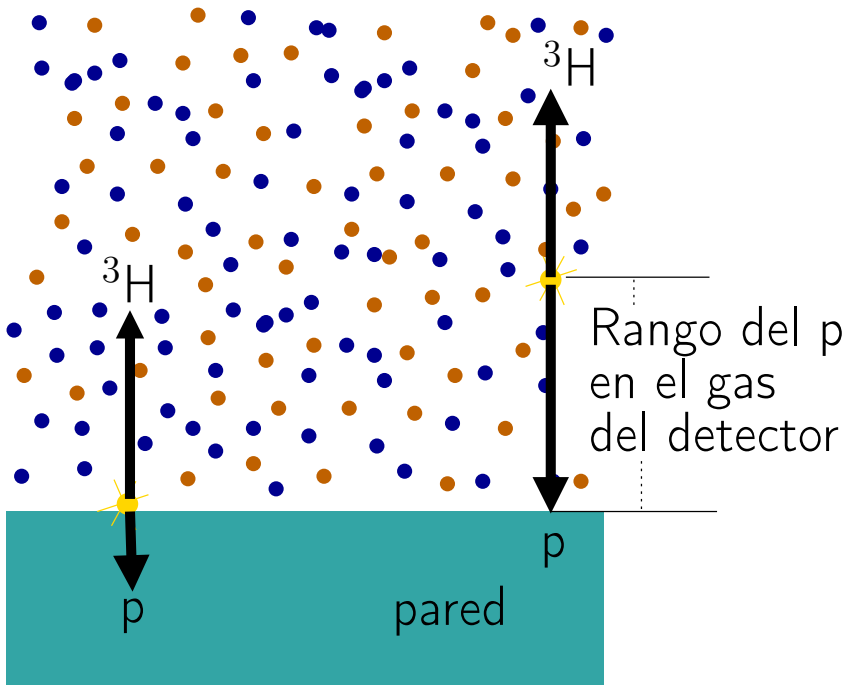


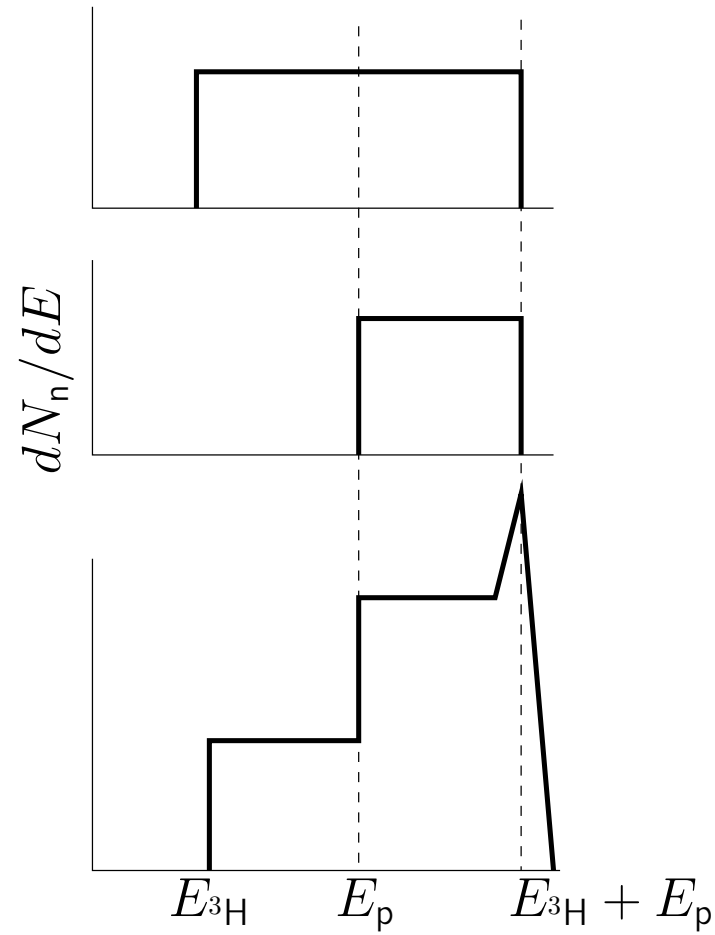

$$E_{^3\mathrm{H}} + E_{\mathrm{p}} = Q$$
$$p = \sqrt{2mE}$$
$$\sqrt{m_{^3\mathrm{H}} E_{^3\mathrm{H}}} = \sqrt{m_{\mathrm{p}} E_{\mathrm{p}}}$$

$$E_{\mathrm{p}} = 0.573\ \mathrm{MeV}$$
$$E_{^3\mathrm{H}} = 0.191\ \mathrm{MeV}$$

## 2.5.5. El efecto pared

[Knoll, 2000, p. 511]




¿Cómo minimizar el efecto pared?

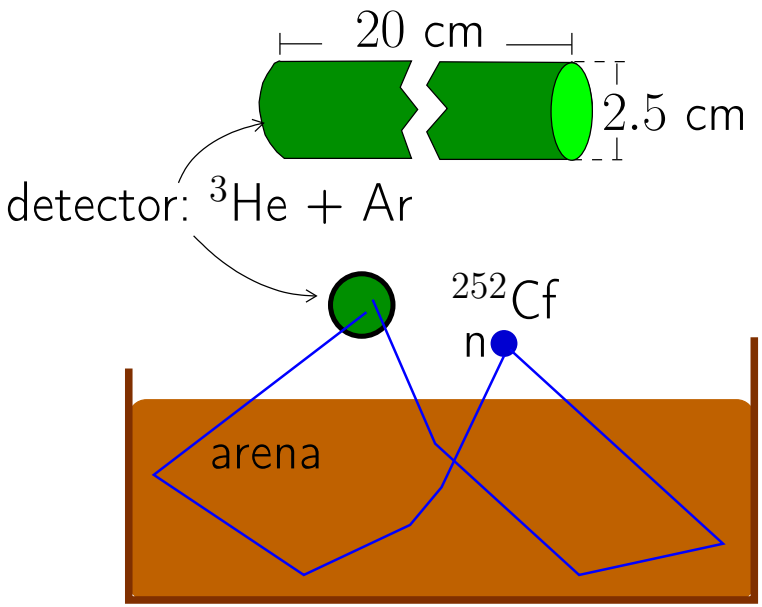
- Diámetro del tubo tan grande como se pueda.
- Aumentar presión del gas. Aumenta su densidad. Disminuye el rango de las partículas cargadas.
- Añadir un gas más pesado que $^3$He ($\rightarrow$ Ar) para disminuir el rango.

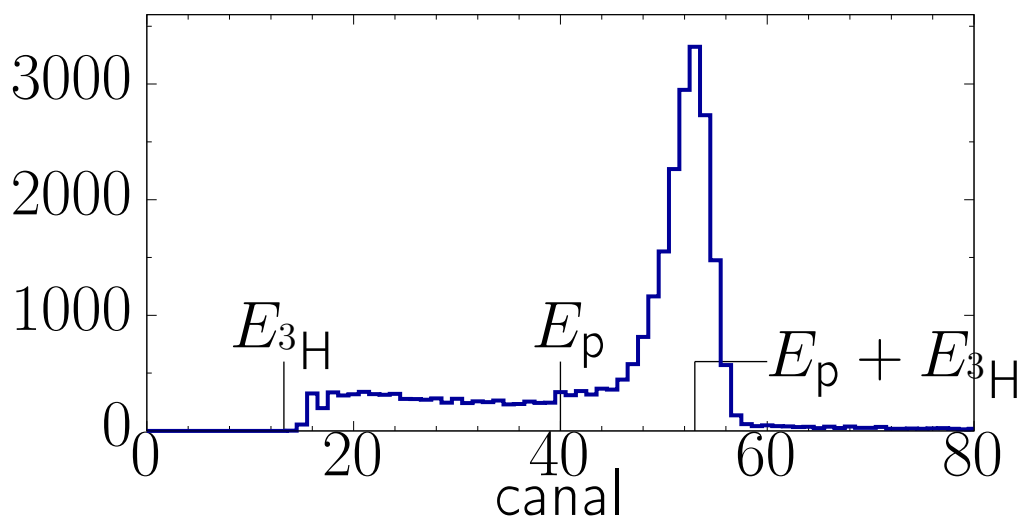
Observaciones prácticas: [Shalev et al., 1969].

Conclusiones sobre el espectro de neutrones ($dN_{\mathsf{n}}/dE$):

- $dN_{\mathsf{n}}/dE$ no dice nada acerca de la distribución energética de los neutrones.
- la forma del espectro es solamente función del tamaño y geometría del detector.

Lo que dice el experimento:



## 2.6. Software

**SRIM:** The **S**topping and **R**ange of **I**ons in **M**atter [sri]

http://www.srim.org/index.htm#SRIM.

- Es una colecciónde programas dedicado a calcular lo que anuncia en su nombre.
- Solamente corre en Windows.
- Sin embargo, puede ofrecer eventuales soluciones prácticas.

**Geant4: Ge**ometry **an**d **T**racking [gea]

https://geant4.web.cern.ch/

- **4**: C++
- **3**: FORTRAN
- Incluye descripción de la física para el paso de cualquier tipo de radiación a través de la materia: $e^{\pm}$, $\mu^{\pm}$, $p^{\pm}$, n, iones , X, $\gamma$, ...

Si usted cree que trabajará seriamente en los temas tratados en el presente curso, temas a trabajar:

- C++, python
- Simulación numérica por Monte Carlo
- Geant4
- Estadística
- Uso práctico de las matemáticas

# Capítulo 3

# Detectores: descripción general

## 3.1. Detectores de ionización gaseosos

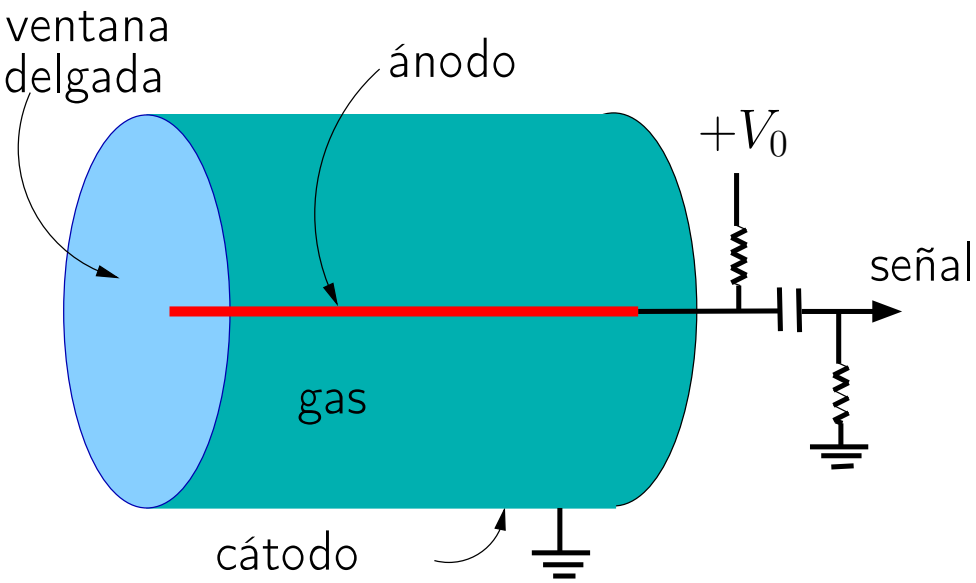
[Leo, 1994, Cap. 6], [Knoll, 2000, Caps. 5-7]
Algunos hechos claves respecto a la ionización en gases.

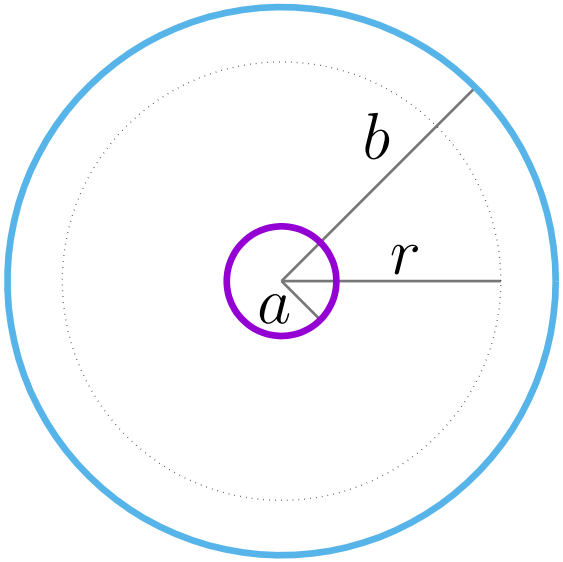
- El paso de la radiación a través de un gas produce **ionización**.
- Razón física para usar gases como medio en el cual recolectar la ionización: la gran movilidad de los iones.
- El proceso de detección involucra la recolección y caracterización de los iones.
- Hoy en día se les usa especialmente como **monitores** de radiación

Los detectores de ionización fueron los primeros instrumentos usados para detectar radiación. Durante la primera mitad del siglo se desarrollaron:

1. Cámara de Ionización [Knoll, 2000, Cap. 4].
2. Contador Proporcional [Knoll, 2000, Cap. 5].
3. Contador Geiger-Müller [Knoll, 2000, Cap. 6].

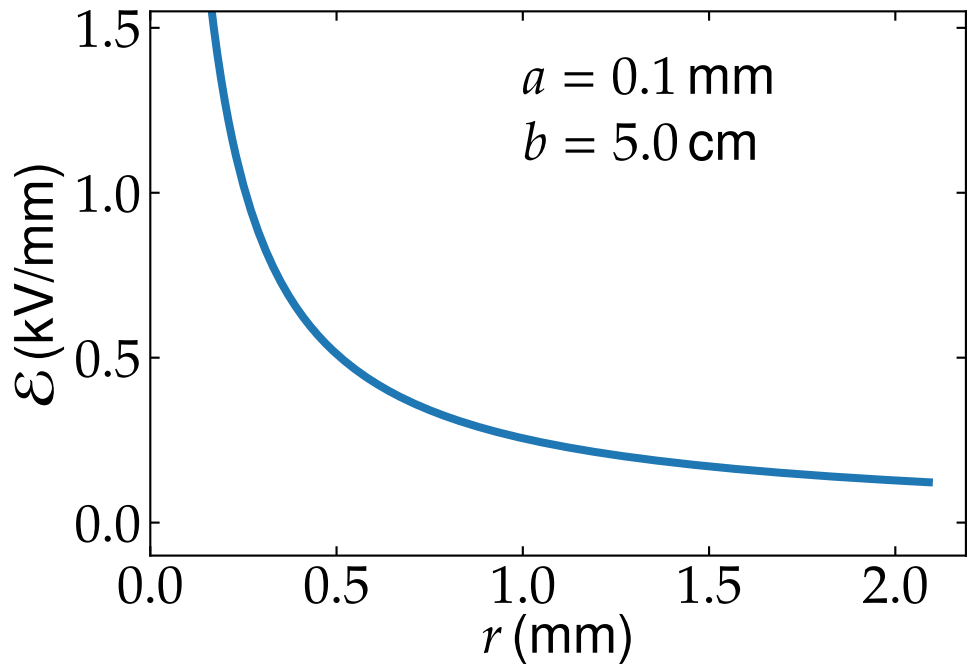
Estos tres "instrumentos" son realmente el mismo, operado a diferentes valores de sus parámetros...




$\mathcal{E}$ = campo eléctrico

$$\mathcal{E} = \frac{V_0}{\ln(b/a)}\frac{1}{r}$$




Esencialmente, el detector es un cilindro lleno de gas (noble).

Resumen de la secuencia de sucesos físicos si la radiación penetra en el tubo:

1. Se crea un par electrón-ion
   - directamente si la radiación es cargada
   - indirectamente, a través de reacciones secundarias, si la radiación es neutra.
2. El campo eléctrico arrastra
   - los electrones hacia el ánodo (alambre central)
   - los iones (de carga positiva) hacia el cátodo.
3. Magnitud de la señal del detector:
   - Número de pares creados $\propto$ energía depositada en el contador
   - Puede suceder que no toda la energía que trae la radiación sea depositada en el contador.
4. Se produce corriente (señal) que es leida a la salida del circuito.

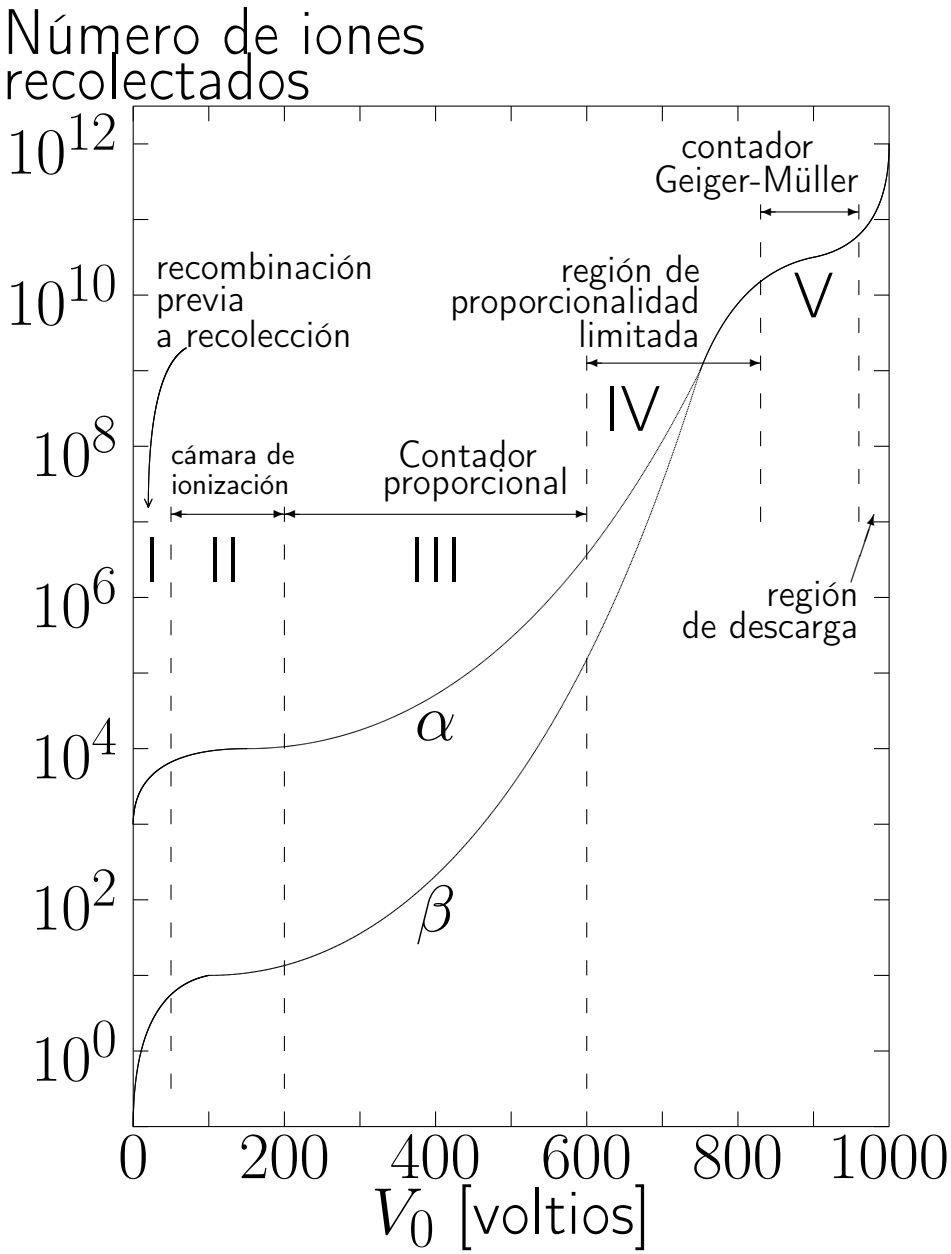



Figura basada en Melissinos [1966].

La magnitud de la señal observada no depende de la energía de la radiación, sino de la intensidad de campo.

1. $V = 0$: recombinación.
2. $V \gtrsim 0$: Región I. Algunos no se recombinan.
3. Región II: Todos los creados son recolectados = **cámara de ionización**.
4. Región III: Formación de *avalanchas* o *cascadas* = ionizaciones secundarias. $\rightarrow I \propto V$ = **contadores proporcionales**
5. IV: densidad de carga alta = distorsión del campo $\rightarrow$ *proporcionalidad limitada*
6. V: saturación de la corriente = **contador Geiger-Müller**.

   Si no hubiese algún mecanismo para detener la descarga, ésta continuaría. $\rightarrow$

Gases de apagado:

- Alcohol etílico: la energía es gastada en disociación de las moléculas. Por lo tanto el gas es "consumido" en cada uso, lo cual determina un tiempo finito de utilidad del detector.
- Cloro, Bromo: La ventaja de estos gases es que después de disociarse vuelven a recombinarse.

## 3.2. Características generales de los detectores

**Principio fundamental**: Transferencia de parte o de toda la energía de la radiación a la masa del detector, en la cual ésta es convertida en alguna forma más accesible a la percepción humana.

- Partículas cargadas transfieren su energía a través de colisiones induciendo excitación y/o ionización.
- Radiación neutra debe sufrir primero alguna forma de interacción para producir partículas cargadas.

$\Downarrow$ CONVERSIÓN DE ENERGÍA $\Downarrow$

- Detectores gaseosos recogen directamente los electrones de ionización.
- En centelladores la excitación y la ionización contribuyen a inducir transiciones moleculares productoras de luz.
- En emulsiones fotográficas la ionización induce reacciones químicas que dejan una huella.

**Ojo**: La mayoría de los detectores modernos son eléctricos, pero no todos.

## 3.3. Características

1. Sensibilidad
2. Respuesta
3. Resolución energética
4. Función respuesta
5. Tiempo de respuesta
6. Eficiencia
7. Tiempo muerto

### 3.3.1. Sensibilidad

Capacidad para producir una señal útil para un tipo dado de radiación y energía.

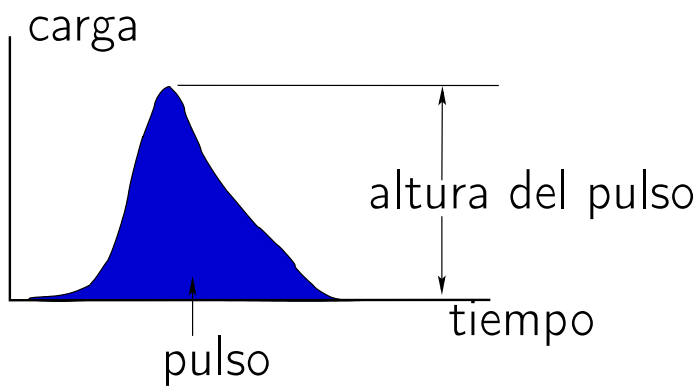
- ☐ No existe detector sensible a todo tipo de radiación y a todo valor de energía.
- ☐ Ningún detector es sensible exclusivamente a una forma de radiación.
- ☐ El trabajo experimental consiste en optimizar determinado tipo de detector para cierta radiación en determinado rango de energías para determinado propósito.

La sensibilidad a determinada radiación y a cierto rango de energía depende de

- sección eficaz para ionización.
- masa del detector.
- ruido intrínseco del detector (y de la electrónica asociada).
- material que rodea el volumen sensible del detector: blindaje, encapsulamiento, aislante ambiental, .. .

### 3.3.2. Respuesta del detector

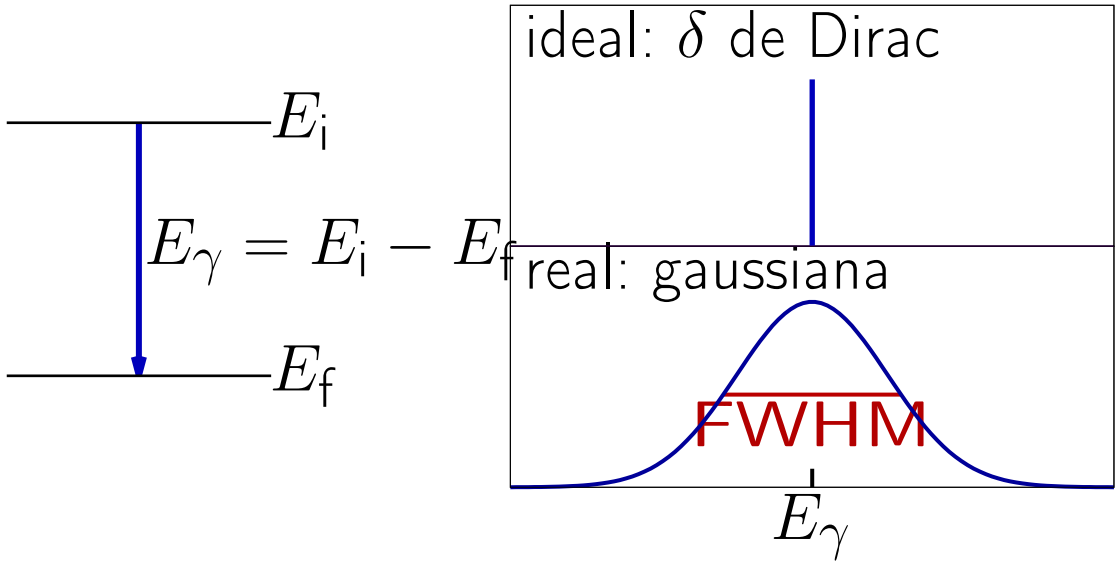
- La mayoria de los detectores | **registran** la presencia de radiación. **miden** la energía de la radiación.
- Si la radiación es completamente absorbida en el detector, la ionización producida da una medida de la energía de la radiación.
- Salida del detector:

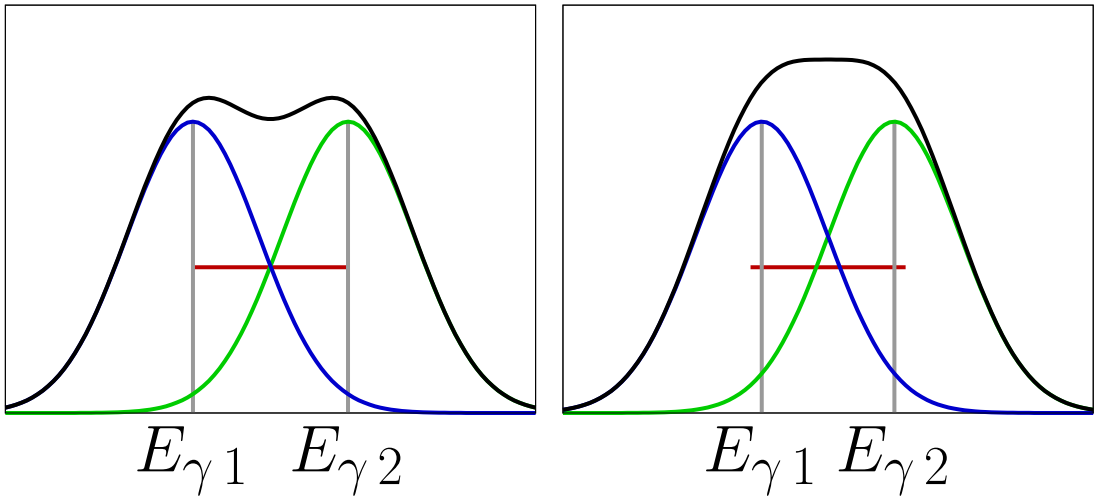



- Respuesta del detector: relación entre la altura del pulso ó la carga total en él y la energía de la radiación.

### 3.3.3. Resolución energética

Qué tan cerca están dos energías diferentes (o las energías de dos señales), las cuales pueden ser distinguidas por el detector *simultáneamente*.




Energías más cercanas que FWHM son consideradas prácticamente no resolubles.

¿Cómo se cuantifica la resolución?

$$\text{Resolución} \equiv \frac{\text{FWHM}}{E}$$

$\gamma$ de aproximadamente 1 MeV: | en NaI, resolución $= 8 - 9\,\% \approx 10\,\%$
| en Ge, resolución $= 0.1\,\%$

**Ojo**: entre *más bajo* este número, *mejor* la resolución.

baja resolución = alto porcentaje

alta resolución = bajo porcentaje

- Dependencia de la resolución con la energía:
  Experimentalmente:

$\omega =$ energía requerida para producir **una** ionización

: es una constante, dependiente únicamente del material

$J =$ número de ionizaciones para una energía $E$

$$J = \frac{E}{\omega}$$

Si $J$ tuviera siempre el mismo valor para una energía $E$ dada, tendríamos altísima resolución. Pero... fluctuaciones de $J$ lo impiden.

- Fluctuaciones de $J$ producen pérdida de resolución en la energía dada por el sistema de detección.
  - Si el detector no absorbe totalmente la energía (Ej: detectores "delgados"), $J$ es dada por la distribución de Poisson,

$$\sigma^2 = J \rightarrow \sigma = \sqrt{J} \rightarrow \text{FWHM} = 2.35\sqrt{J}$$

$$\text{Resolución} = R = \frac{\Delta J}{J} = 2.35\frac{\sqrt{J}}{J} = 2.35\sqrt{\frac{\omega}{E}}$$

  - Si el detector absorbe <u>totalmente</u> la energía de radiación, se observa que $R$ dada por Poisson ya no es válida, sino que $R$ es más pequeña

$$\sigma^2 = FJ \qquad (F = \text{ factor de Fano})$$

$$R = 2.35\sqrt{\frac{F\omega}{E}}$$

Sobre Factor de Fano en [Gilmore, 2008, p. 133].

Para semiconductores y gases, $F < 1$

- Existen causas adicionales de fluctuaciones, la electrónica, por ejemplo.

$$(\Delta E)^2 = (\Delta E_{\text{ionización-detector}})^2 + (\Delta E_{\text{electrónica}})^2 + \ldots$$

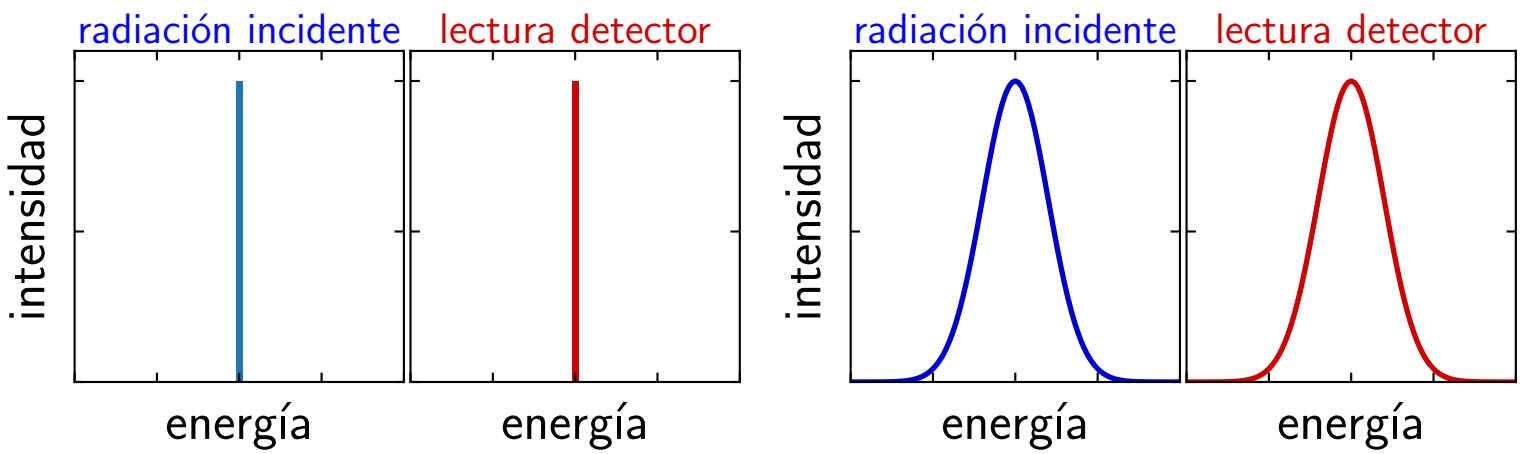
## 3.3.4. La función respuesta

Experimentalmente, tres tareas diferentes:

- Detectar
- Determinar la energía.
- Determinar la intensidad como función de la energía = espectroscopía

**Función respuesta:** espectro obtenido cuando sobre el detector incide un haz monoenergético.

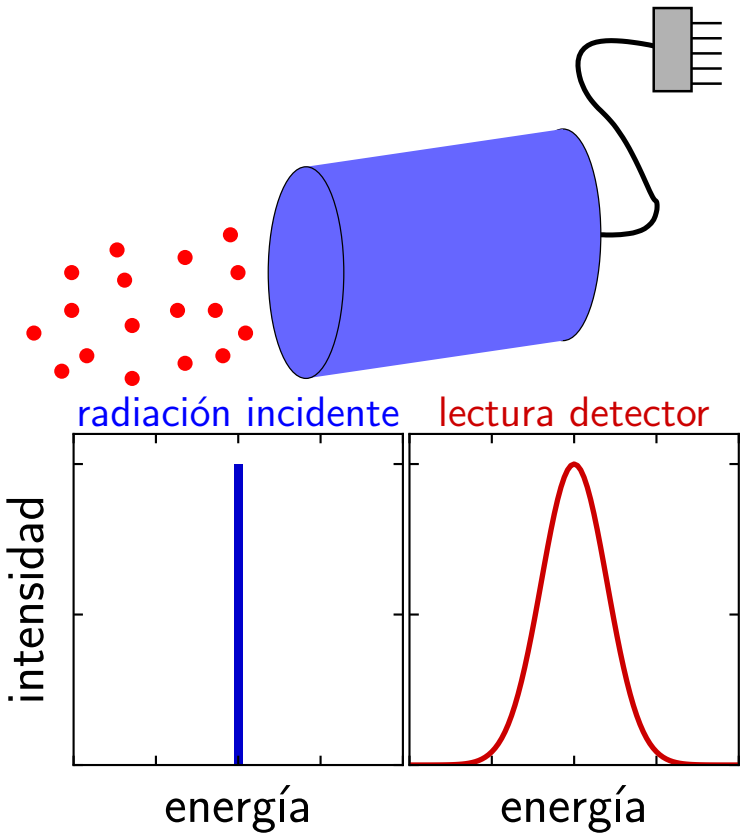
Idealmente: Respuesta lineal




Pero no es así...

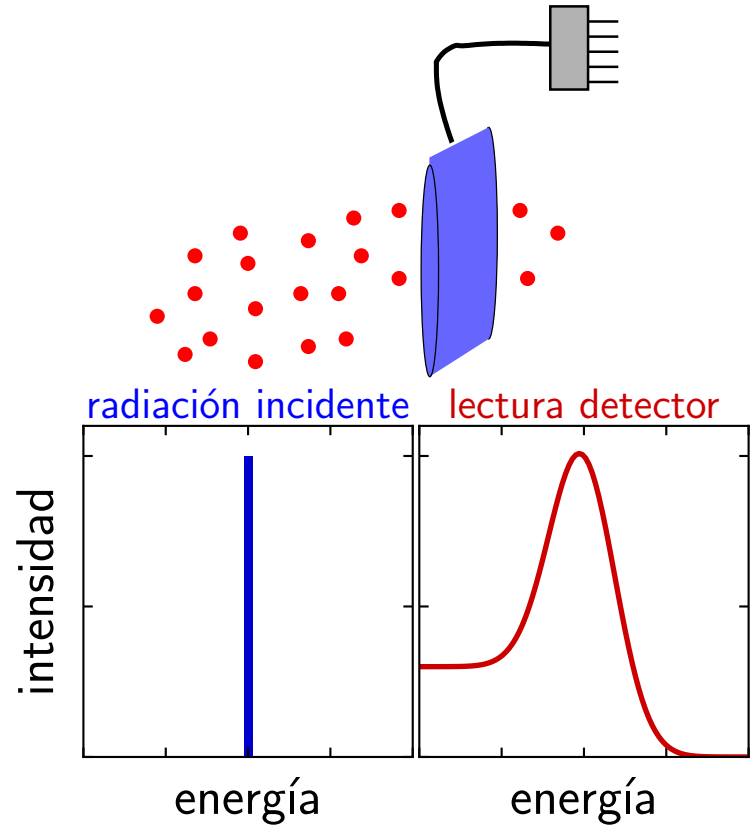
Ejemplo: detector de partículas cargadas

Detector grueso:




Todas las partículas dejan toda su energía en el detector.

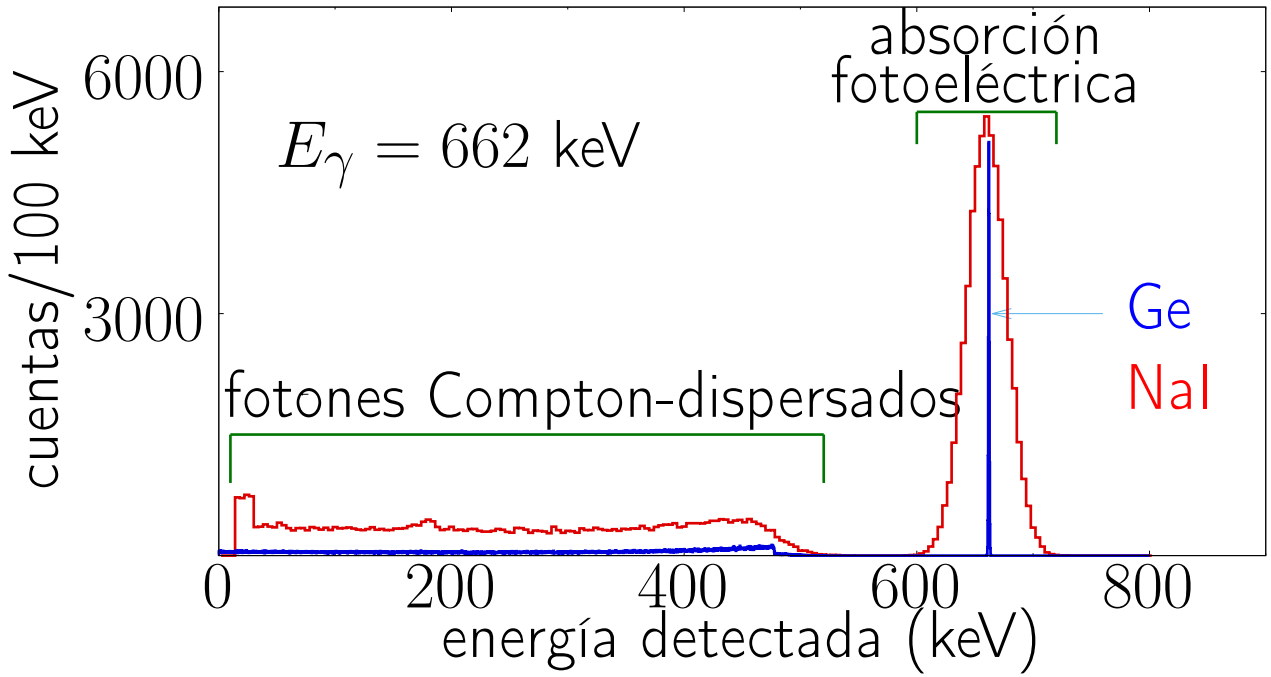
Detector delgado:




Algunas partículas no dejan toda su energía → señales "extra" a bajas energías.

La función respuesta depende fuertemente de la geometría ...

1. de la parte activa del detector. Ejemplo: ver más arriba.
2. de los materiales que rodean la parte activa.




La forma de un espectro se puede describir matemáticamente:

$R(E, E') =$ Efecto de la radiación con energía $E'$ en la salida del detector (espectro) a una energía $E$.

$S(E') =$ Distribución del haz de radiación incidente sobre el detector.

$\therefore S(E')R(E, E') =$ Intensidad relativa del espectro a la energía $E$, causada por la radiación a energía $E'$

$P(E) =$ intensidad del espectro a una energía $E$

$$P(E) = \int S(E')R(E, E')\, dE' \quad \leftarrow \textbf{convolución}$$

## 3.3.5. Eficiencia

Absoluta o total

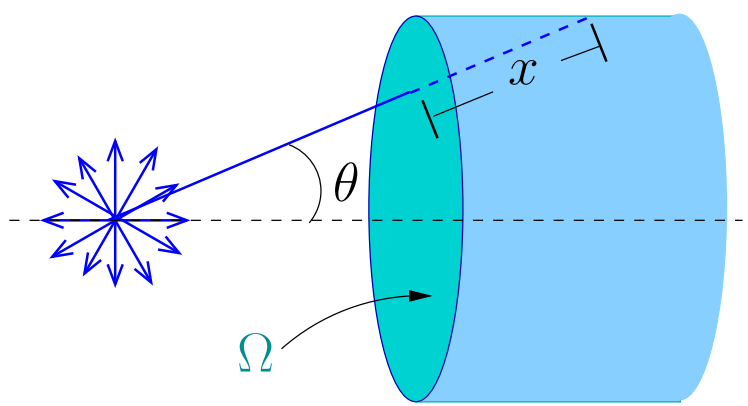
$$\varepsilon_{\text{tot}} = \frac{\text{número de eventos registrados}}{\text{número de partículas emitidas por la fuente}}$$

Intrínseca

$$\varepsilon_{\text{int}} = \frac{\text{número de eventos registrados}}{\text{número de partículas que inciden sobre el detector}}$$

Geométrica

$$\varepsilon_{\text{geo}} = \frac{\text{número de partículas que inciden sobre el detector}}{\text{número de partículas emitidas por la fuente}}$$




$$\varepsilon_{\text{tot}} = \varepsilon_{\text{int}} \cdot \varepsilon_{\text{geo}}$$

Si la fuente emite isotrópicamente:

$$\varepsilon_{\text{geo}} = \frac{\Omega}{4\pi}, \qquad \Omega = \text{ ángulo sólido subtendido por la cara del detector}$$

Si toda la radiación que incide sobre el detector fuera detectada:

$$\varepsilon_{\text{int}} = 1, \qquad \therefore \qquad \varepsilon_{\text{tot}} = \varepsilon_{\text{geo}}.$$

Ejemplo: detectores de partículas cargadas a "baja" energía. Ver p. 85 sobre p y $\alpha$ en Si.

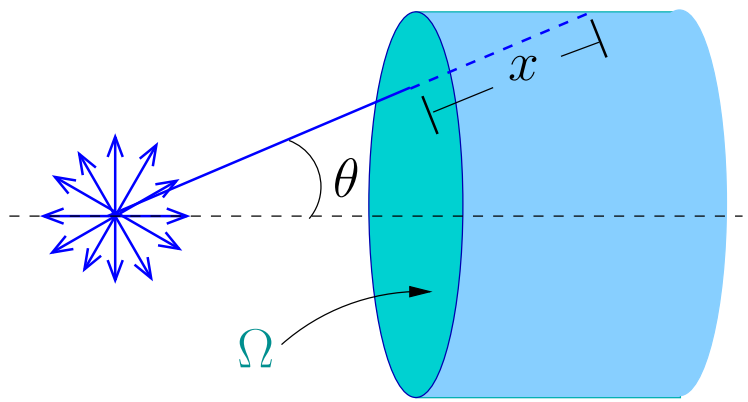
Si $E_{\text{partícula}} < E_{\text{full stop}}$ la partícula entregará toda su energía a la masa del detector.

En general, no toda la radiación incidente es detectada. La probabilidad de detección en el ángulo $\theta$, $P(\theta)$, depende de la distancia $x$ que pueda recorrer dentro del detector

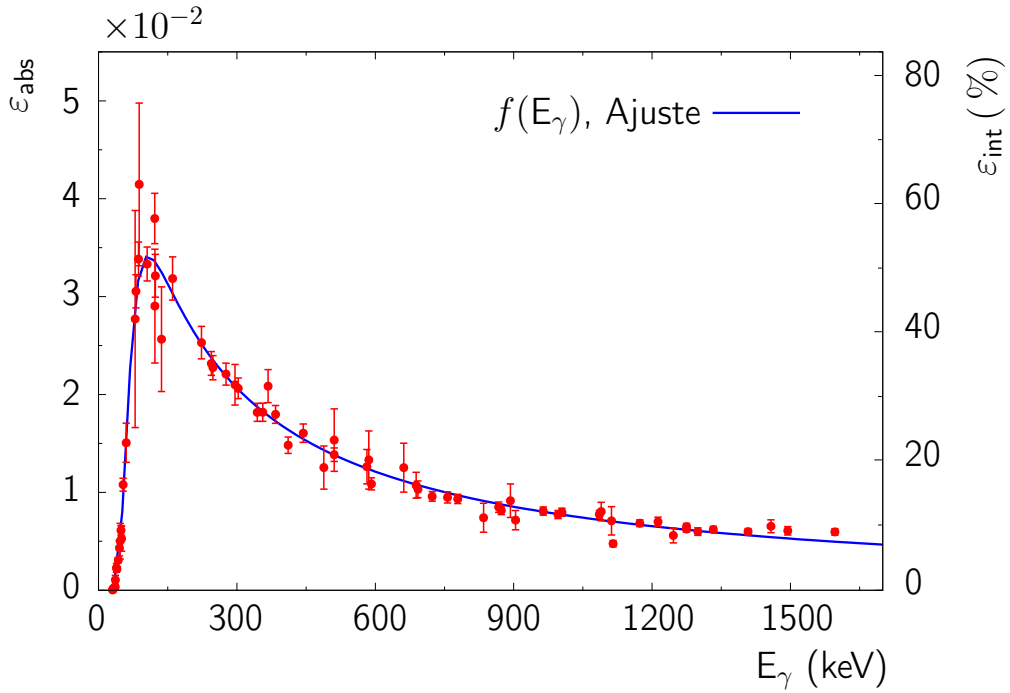
$$P(\theta) = 1 - e^{-\mu(E_\gamma)\,x(\theta)}$$

$$\mu = \text{ coeficiente de absorción lineal}$$

$$\varepsilon_{\text{int}} \propto \int_0^{\theta_{\text{max}}} \left(1 - e^{-\mu(E_\gamma)\,x(\theta)}\right)\, d\theta$$



# Eficiencia como función de la energía




GFNUN, Caracterización experimental y por simulación numérica del sistema de detección de rayos gamma del Laboratorio de Física Nuclear Aplicada. Informe Técnico, (2015)

$$f(E_\gamma) = A \exp\left( [B + CE_\gamma + DE_\gamma^2]^{-H} + [E + FE_\gamma + GE_\gamma^2]^{-H} \right)^{-1/H}$$

# Eficiencia nominal

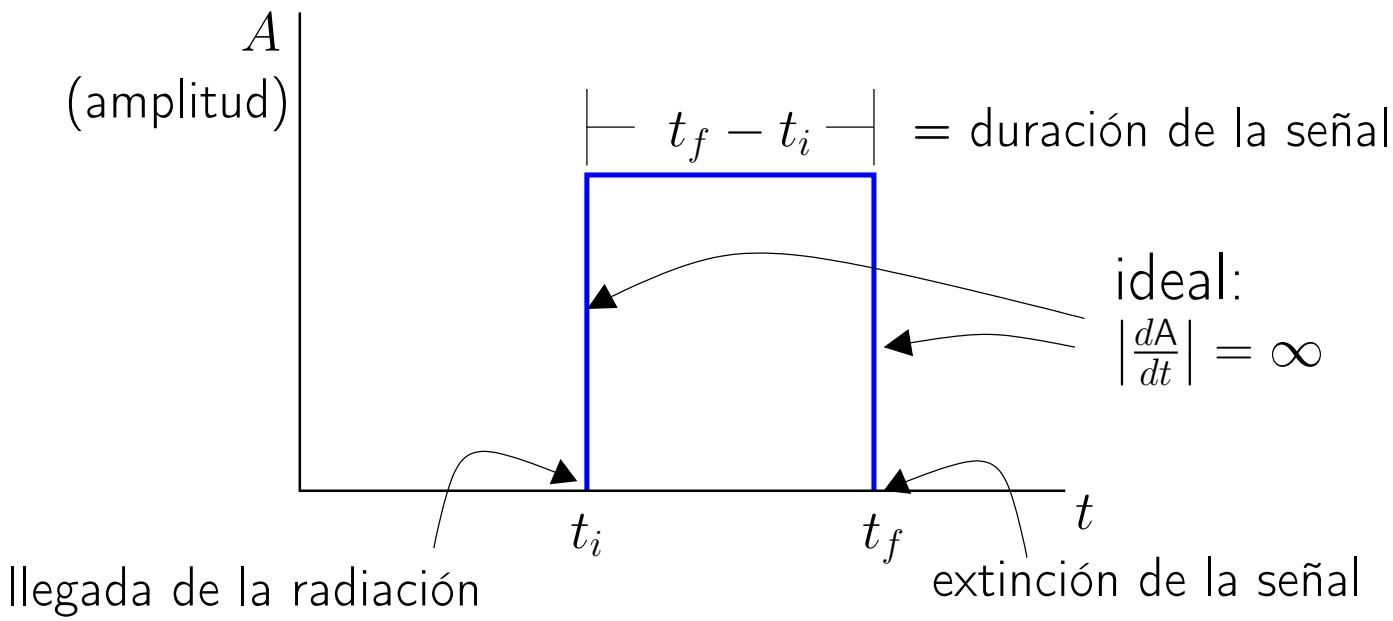
La eficiencia nominal de un detector proporcionada por el vendedor se refiere a la comparación con la eficiencia de un detector de NaI medida en la energía 1.33 MeV (la línea de más alta energía del $^{60}$Co).

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \text{Ge}\,(10\,\%) : &\quad I_\gamma(1333\ \text{keV}) \text{ con Ge} = 0.1\, I_\gamma(1333\ \text{keV}) \text{ con NaI} \\ \text{Ge}\,(120\,\%) : &\quad I_\gamma(1333\ \text{keV}) \text{ con Ge} = 1.2\, I_\gamma(1333\ \text{keV}) \text{ con NaI} \end{aligned}$$

### 3.3.6. Tiempo de respuesta

Es el tiempo que toma el detector para formar la señal desde el momento de llegada de la radiación.

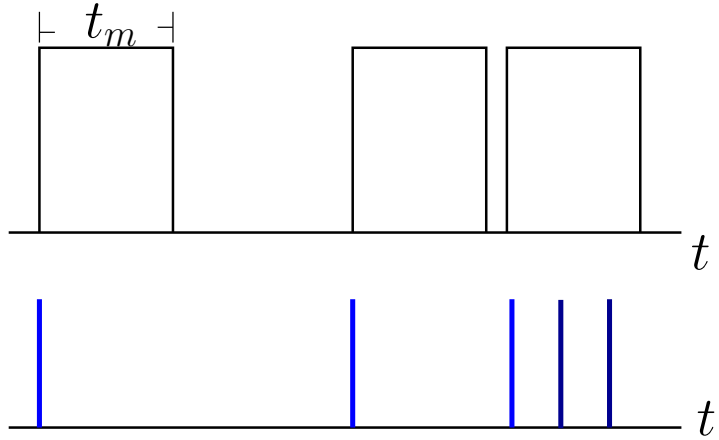



La duración finita de la señal genera dificultades inherentes en el proceso de conteo:

1. Apilamiento: una partícula que incide en un tiempo entre $t_f$ y $t_i$ añadirá a la altura del pulso. Esto sucede si el detector permanece activo durante ése tiempo. Ejemplo: Ge, NaI
2. Tiempo muerto: si en el lapso $(t_i, t_f)$ el detector está "muerto" (no detecta), se perderá en la rata de conteo. Ejemplo: de ionización gaseosa.

Sistema no extendible:

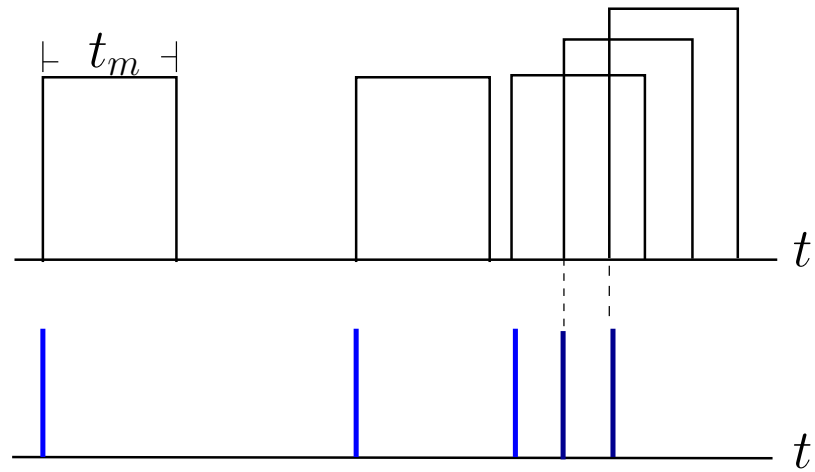
Ejemplo: ionización gaseosa




$$m = \text{rata de conteo verdadero}$$
$$T = \text{tiempo de medida}$$
$$k = \text{eventos registrados en } T$$
$$t_m = \text{tiempo muerto}$$
$$mT = k + \underbrace{mkt_m}_{\text{cuentas perdidas}}$$
$$m = \frac{k/T}{1-(k/T)t_m}$$

Sistema extendible:

Ejemplo: Ge




¿Cómo se evalúa la rata de conteo, $m$, en sistemas no extendibles?

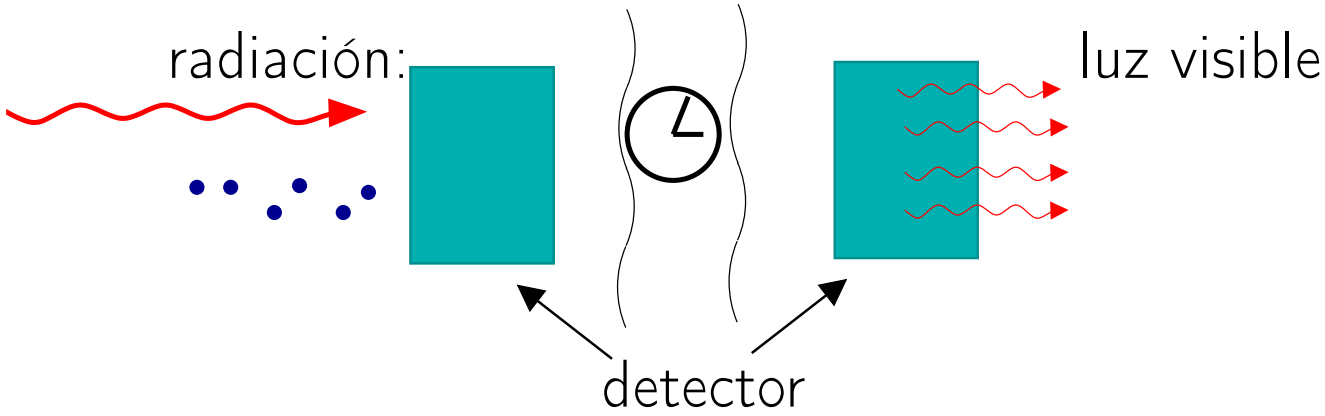
Considere:

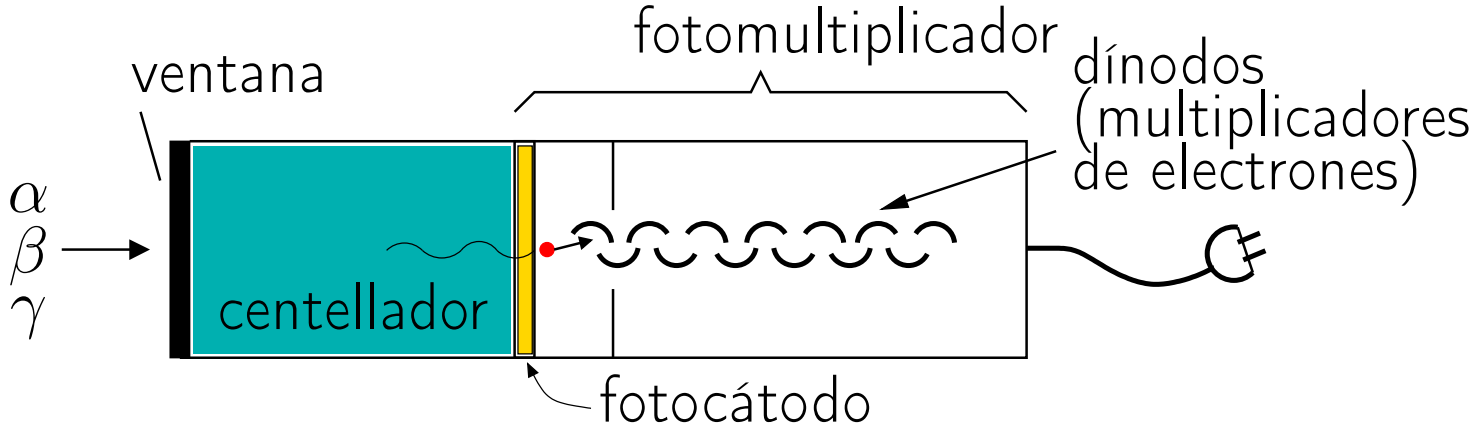
- Una fuente emite aleatoriamente a una rata $m$.
- ¿Cuál es la probabilidad de que dos cuantos de radiación lleguen al detector con diferencia de tiempo mayor que $t_m$?

## 3.4. Detectores de centelleo

[Gilmore, 2008, Cap. 10], [Leo, 1994, Cap. 7], [Knoll, 2000, Caps. 8-10]

### 3.4.1. Principio de funcionamiento



### 3.4.2. Características

1. Sensibilidad a la energía
   - Respuesta ($= I_{\text{fluorescencia}}$ =cantidad de luz reemitida) lineal con la energía de la radiación incidente.
   - Esto lo hace apropiado para medir la energía.
2. Tiempo de respuesta rápido.
   - Tiempo de respuesta y tiempo de recuperación son cortos comparados con otros tipos de detector.
   - Esto implica tiempo muerto corto $\rightarrow$ acepta altas ratas de radiación.
3. Discriminación por forma del pulso.
   - Diferentes partículas producen señales con diferente forma.
   - Esto implica que podemos distinguir diferentes partículas.

### 3.4.3. Tiempo de respuesta

Centelladores $\rightarrow$ luminiscencia. Significado físico:

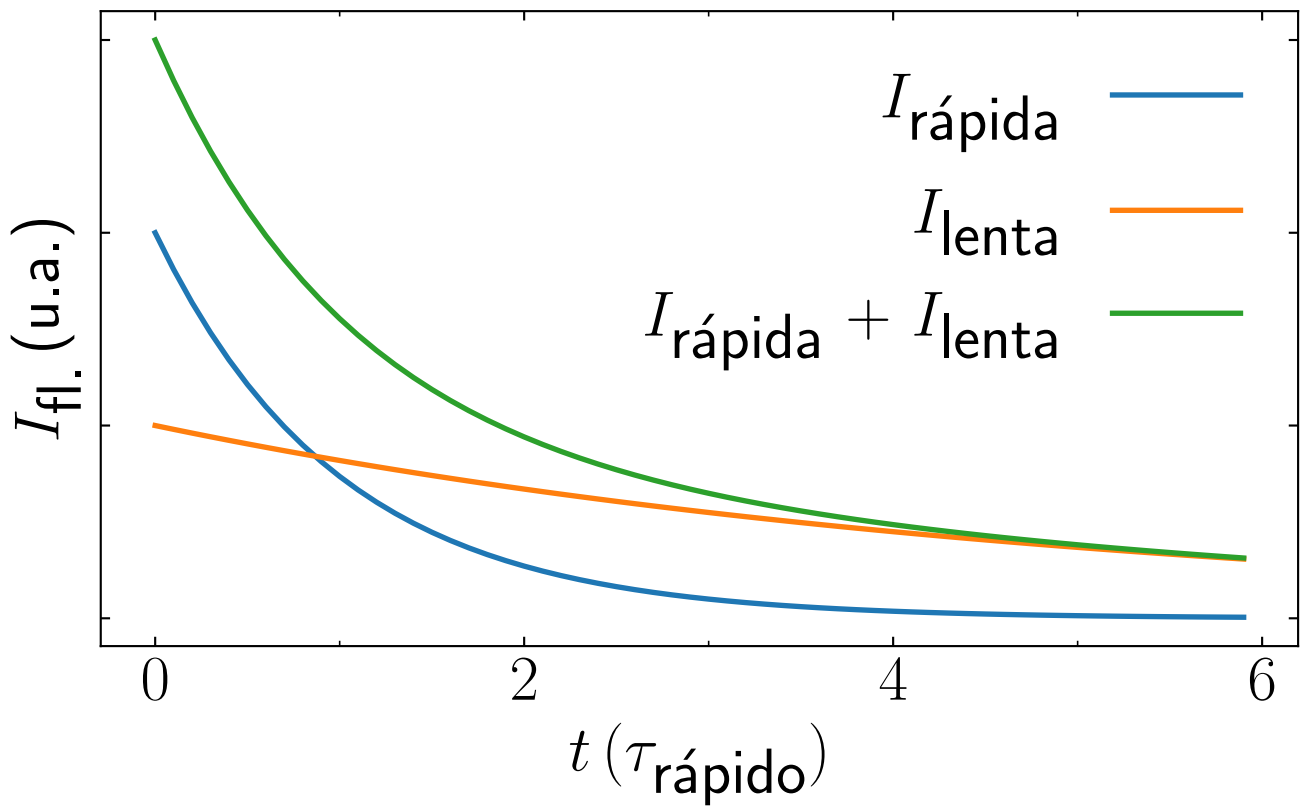
- fluorescencia: $\tau_{\mathsf{d}} < 10^{-8}$ s $= 10$ ns
- fosforescencia: $\tau_{\mathsf{d}} > 10^{-8}$ s : $\mu$s – h

En primera aproximación el decaimiento de la intensidad de luz es una exponencial simple como

$$I_{\mathsf{fl.}}(t) \propto \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\mathsf{d}}}\right) \qquad \text{fl.} = \text{fluorescencia}$$

En muchos casos

$$\begin{aligned} I_{\mathsf{fl.}}(t) &= I_{\mathsf{rápida}} + I_{\mathsf{lenta}} \\ &= A\exp\left(-\frac{t}{\tau_{\mathsf{r}}}\right) + B\exp\left(-\frac{t}{\tau_{\ell}}\right) \end{aligned}$$


$I_{\text{rápida}}$
$I_{\text{lenta}}$
$I_{\text{rápida}} + I_{\text{lenta}}$
$I_{\text{fl.}}$ (u.a.)
0
2
4
6
$t\,(\tau_{\text{rápido}})$

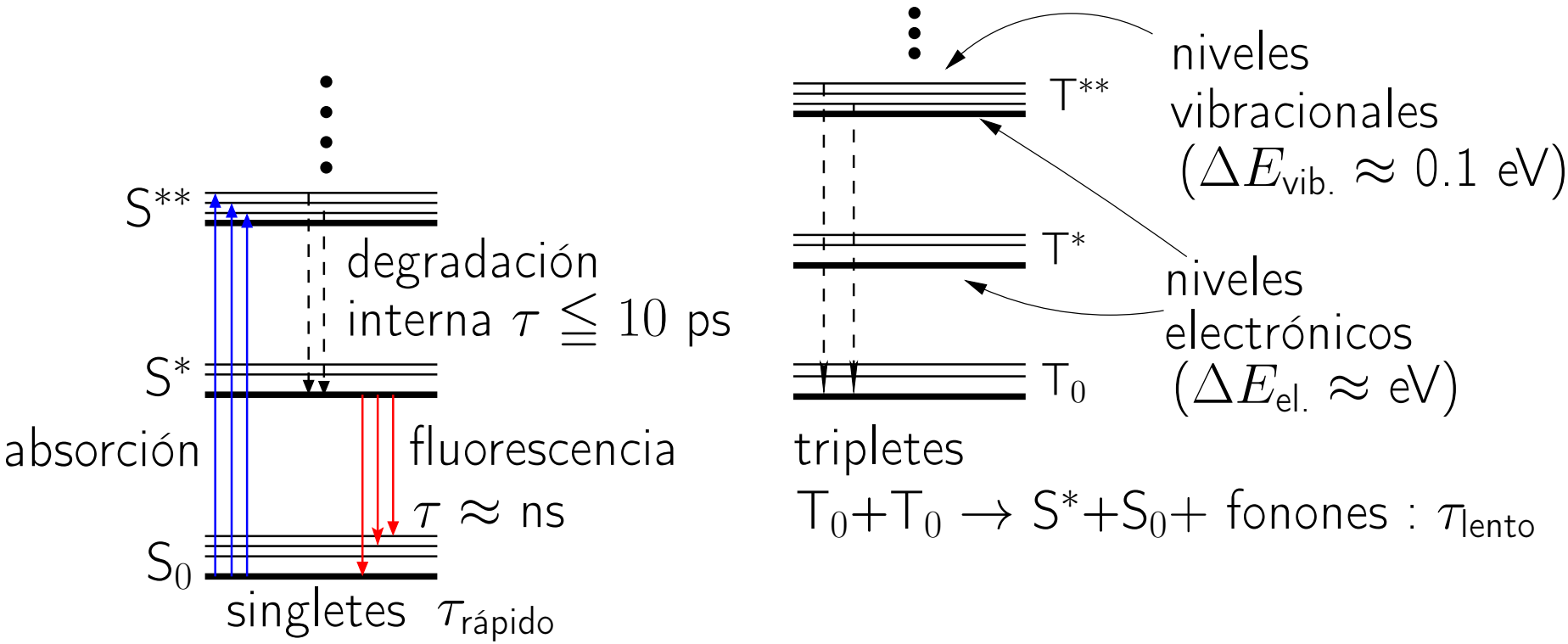
### 3.4.4. Propiedades ideales

Existen muchos materiales centelladores. Los buenos para usar como detectores son aquellos que:

1. Tienen alta eficiencia para la conversión de energía de excitación en luz.
2. Son transparentes a su propia luz de fluorescencia $\rightarrow$ buena transmisión de la luz.
3. Emiten en un rango de longitudes de onda conveniente para los fotomultiplicadores actuales.
4. $\tau_{\mathrm{d}}$ es pequeño.

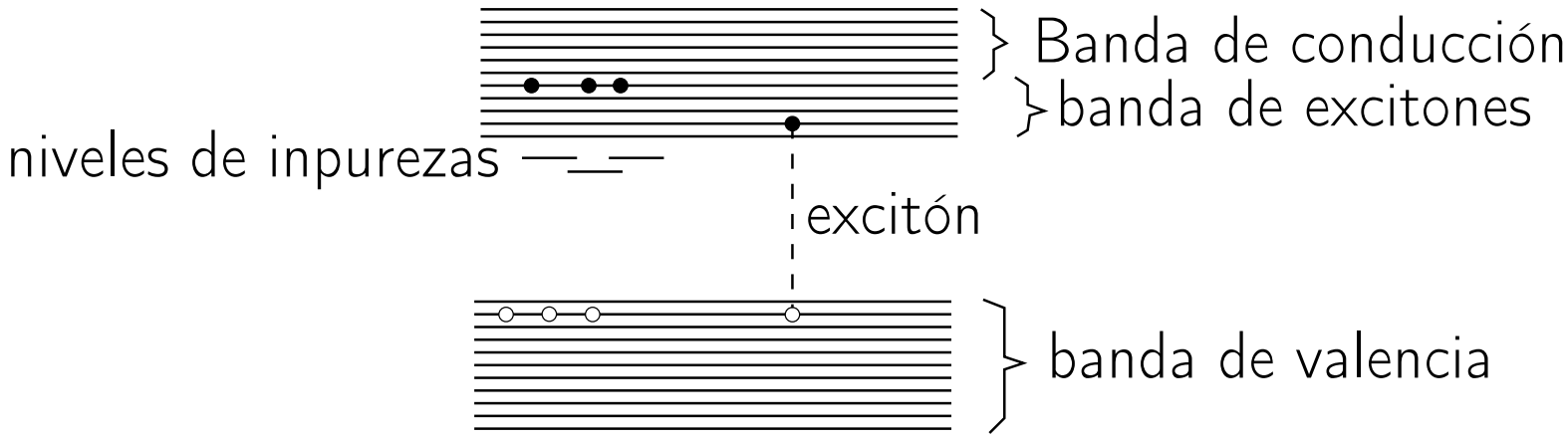
## 3.4.5. Centelladores orgánicos

1. Compuestos basados en cadenas H–C .
2. Importancia: rápidos. $\tau \lessapprox$ ns.
3. Emisión de luz: transiciones de electrones de valencia *libres*.
4. *libres* = electrones no asociados a ningún átomo particular en la molécula.

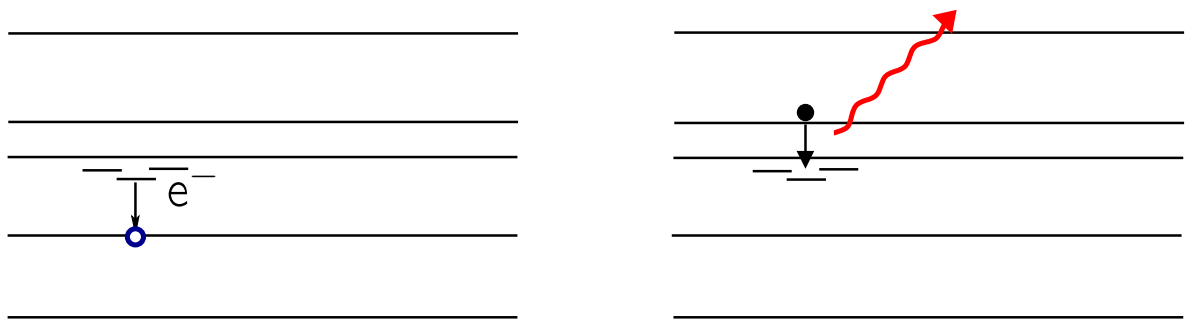



A. Cristales. Problema típico: channeling $\rightarrow$ anisotropía en la respuesta.
B. Líquidos
C. Plásticos = Material centellador orgánico en un solvente plástico (sólido). De los orgánicos, los más usados en física nuclear y partículas

## 3.4.6. Cristales inorgánicos




Los mecanismos de centelleo en materiales orgánicos son de naturaleza molecular.
En inorgánicos se debe a la estructura electrónica de bandas.




- La pareja electrón-hueco "deambula" por el cristal. El hueco puede ionizar átomos de impurezas.
- Un electrón puede hacer la transición al nivel de impureza emitiendo un fotón.

Cristales inorgánicos $\sim$ cristales halógeno-alcalino con pequeñas cantidades de impurezas

| | | |
|---|---|---|
| Halógenos: | Grupo VII | $\rightarrow$ F, Cl, Br, I, At |
| Alcalinos: | Grupo I | $\rightarrow$ H, Li, Na, K, Rb, Cs, Fr |

- El más usado: NaI(Tl).

  Otros: CsI (Tl), $CsF_2$, CsI(Na), ...
- De los cristales no alcalinos, el más usado: BGO = $Bi_4Ge_3O_{12}$.
- Comparados con los orgánicos, $\tau_{\text{inorg}} = 10^{2-3}\tau_{\text{org}} \sim 500$ ns. (Excepción: CsF, $5$ ns).
- Desventaja grande: <u>higroscópicos</u> (el NaI !!). Excepciones: BGO, $BaF_2$. CsI es levemente higroscópico.
- Ventajas:
  - altas $\rho$, $Z \longrightarrow$ alto $dE/dx$.
  - $I_{\text{fl.}}$ alto. Buena resolución energética ($\gamma$, $e^{\pm}$ de alta energía).

Es de importancia actual comparar el NaI con el BGO:

| NaI | BGO |
|---|---|
| $Z:$ Na $= 11,$ I $= 53$ | Alto $Z:$ Bi $= 83,$ Ge $= 32,$ O $= 8$ |
| $w = 150$ g/mol | $297$ g/mol |
| $\rho = 3.7$ g/cm$^3$ | $7.1$ g/cm$^3$ |
| | $\sigma_{\text{f}},\ 3-5$ veces más grande |
| | $I_{\text{fl.}}(\text{BGO}) < I_{\text{fl.}}(\text{NaI}) \rightarrow$ resolución más mala ($2$ veces) |
| | no higroscópico |
| | más caro |

## Centelladores gaseosos

- Xe, Ar, Kr, He, N
- Excitaciones individuales de los átomos.
- Luz emitida en el ultravioleta!! $\rightarrow$ fotomultiplicadores no útiles.

## Centelladores de vidrio: silicatos de B, Li

- n, $(\beta, \gamma)$
- Usados especialmente en condiciones físicas extremas. Ejemplo: vulcanología

### 3.4.7. Efectividad en la emisión de luz

Efectividad en la emisión de luz es la eficiencia para convertir energía de ionización en fotones.

- Determina la eficiencia y la resolución del detector.

$$J = \frac{E}{w}; \qquad R = \frac{\text{FWHM}}{E} \propto \frac{\sigma}{E} = \frac{\sqrt{FJ}}{E} = \sqrt{\frac{Fw}{E}}$$

- Diferente para diferentes partículas a la misma energía.

| Energía para producir un fotón. Partícula incidente: electrón. | |
|---|---|
| Material | $w =$ eV/fotón |
| Antraceno | $60$ |
| NaI | $25$ |
| Plástico | $100$ |
| BGO | $300$ |

- Ojo: La eficiencia del fotomultiplicador debe ser incluida en el resultado final.

$$\text{eficiencia detector} = \text{eficiencia cristal} \times \text{eficiencia fotomultiplicador}$$

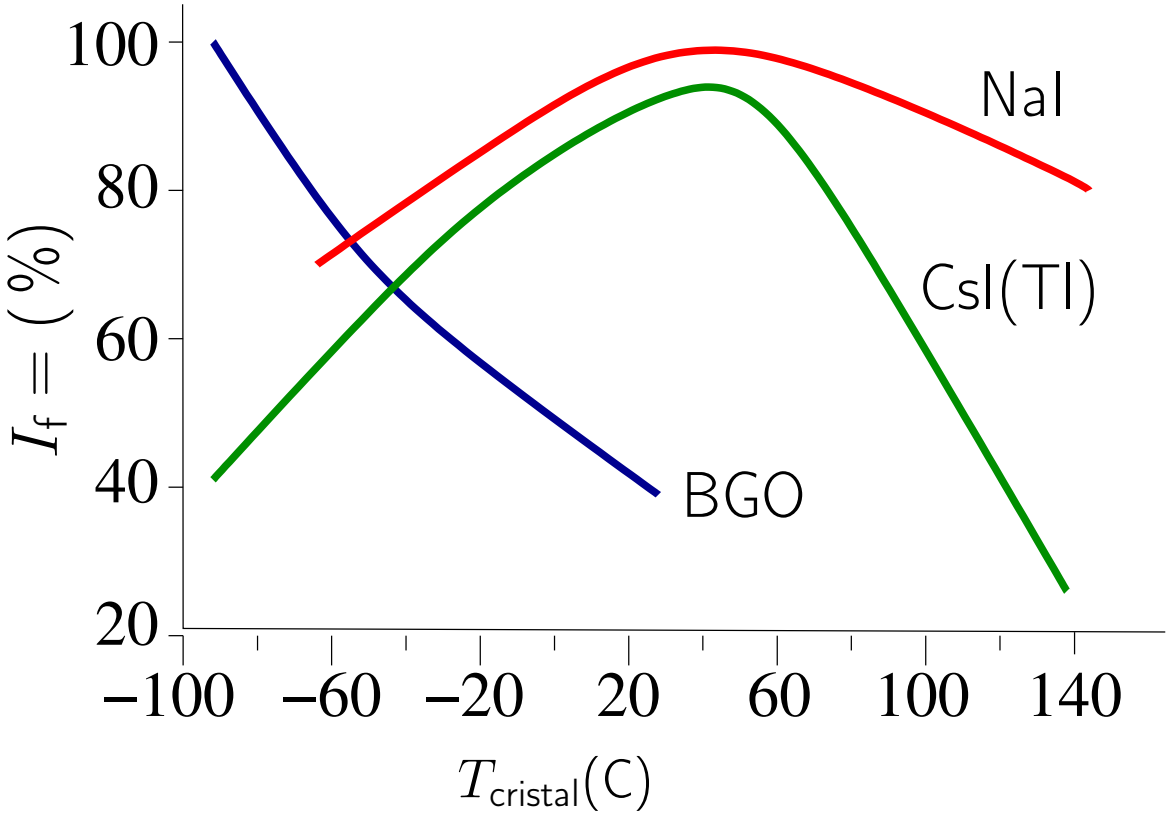
$$\text{eficiencia fotomultiplicador típica} = 30\,\%$$

Significado:

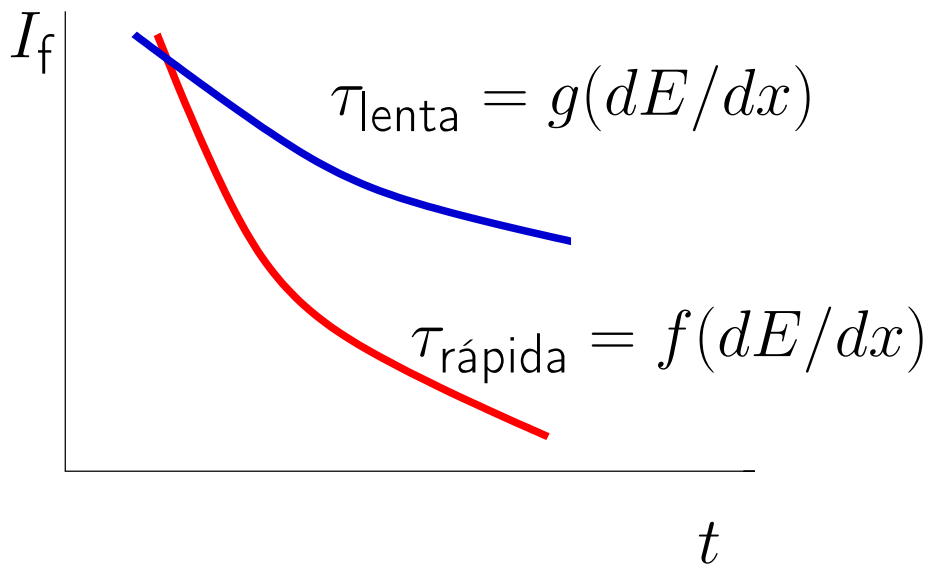
$$\text{eficiencia cristal} = 100\,\% \rightarrow \ \text{eficiencia detector} = 30\,\%$$

# Dependencia con la temperatura

- Variaciones con la temperatura son notablemente pequeñas a temperatura ambiente.
- Observe la dependencia para el NaI(Tl) alrededor de la temperatura ambiente:



# Discriminación por forma de pulso




| Detector: CsI(Tl) | |
|---|---|
| | $\tau\,(\mu s)$ |
| $\alpha$ | $0.43$ |
| p | $0.52$ |
| $e^-$ | $0.70$ |

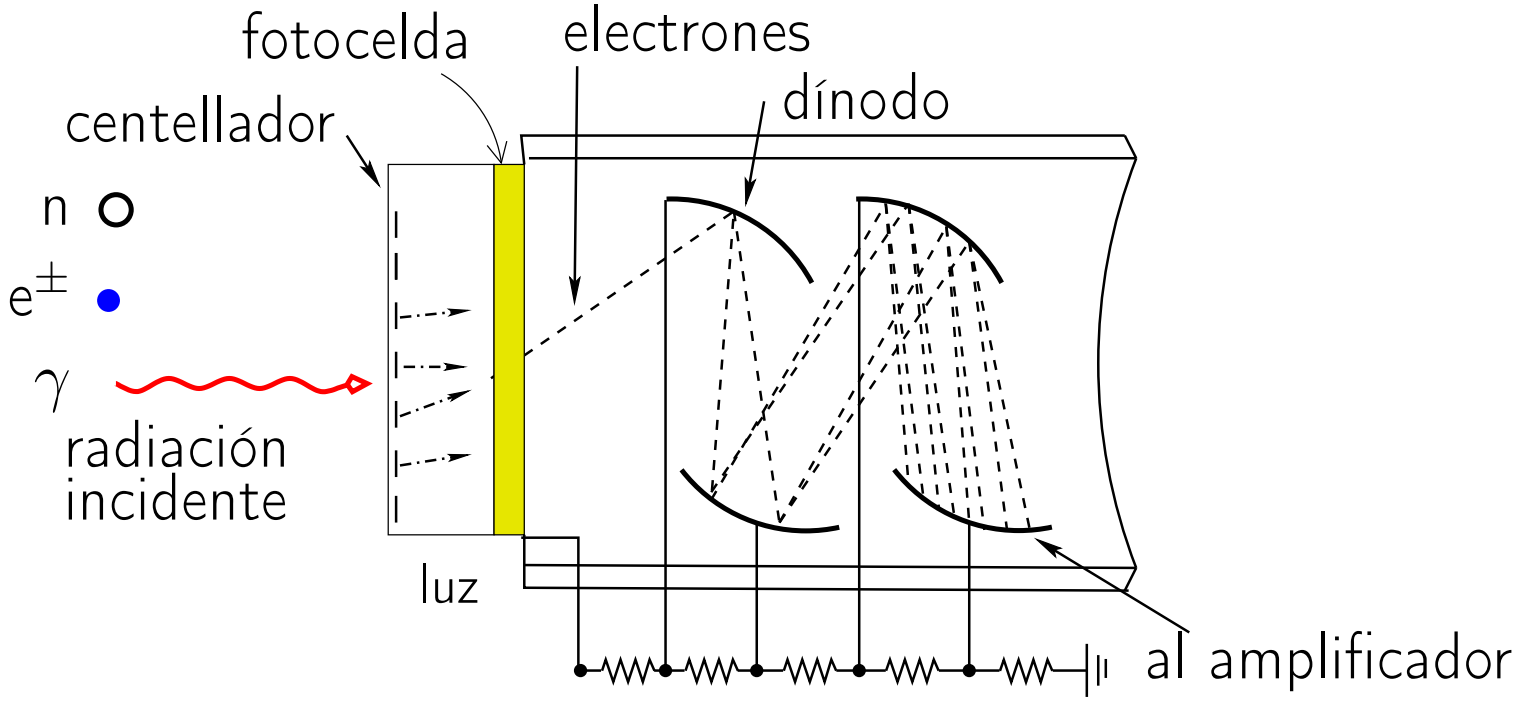
Es decir, $\tau_{\text{lenta, rápida}}$ dependen del tipo de partícula detectada. Si la dependencia es fuerte, se pueden **discriminar** = distinguir unas partículas de otras.

### 3.4.8. Fotomultiplicadores

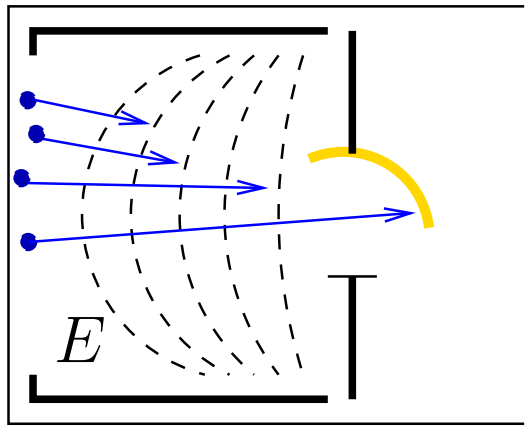
[Leo, 1994, Caps. 8, 9], [Knoll, 2000, Cap. 9, p. 265], [Gilmore, 2008, Secs. 10.7-10.9]

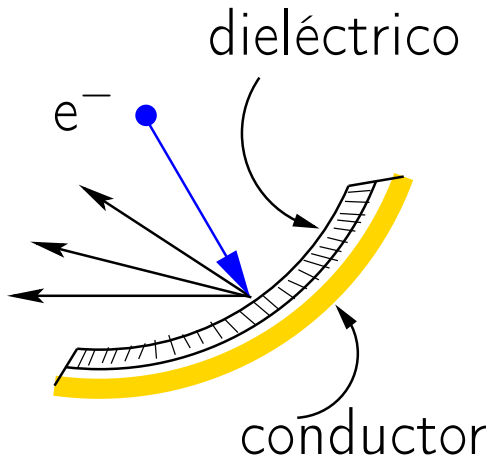
Tubos de electrones que convierten luz en una corriente eléctrica susceptible de ser medida.

Esquemáticamente:



# El electromultiplicador




- Arreglo de dínodos dispuesto para producir una corriente medible.

  Dínodos = electrodos de emisión secundaria.

  $\delta \equiv$ factor de emisión secundaria

  $=$ # promedio de electrones secundarios emitidos por el electrón prima

- Primer dínodo: necesita diseño especializado. Objetivo: recolectar todos los electrones foto-emitidos.

- Teoría de electroemisión secundaria= Efecto fotoeléctrico + campo eléctrico para acelerar y enfocar los electrones.

- Los electrones libres en un metal obstaculizarían emisión de electrones secundarios $\rightarrow$ dínodos= aislantes, semiconductores.

- Requisitos sobre los materiales de los electrodos:
  - Alto $\delta$.
  - $\delta$ independiente de la corriente.
  - Bajo ruido térmico = emisión termoiónica es baja.
- Número usual de dínodos: 10-14; ganancia $\sim 10^7$.

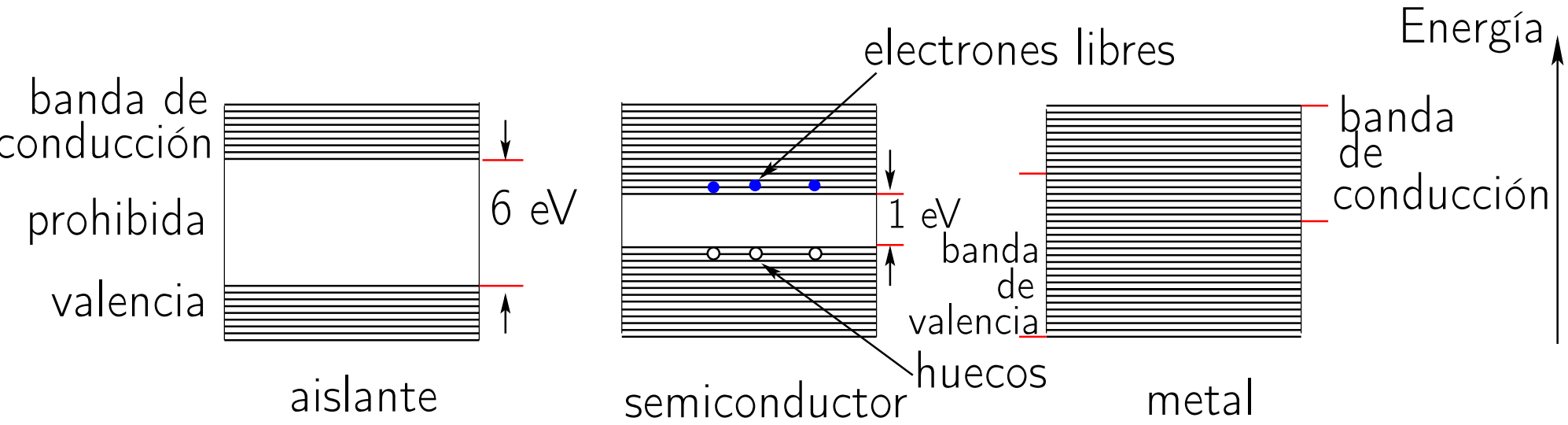
## Factores ambientales

- No exponer el fotomultiplicador a la luz ambiente usando voltaje. Si llegó a suceder, entonces dejarlo en total oscuridad por un periodo largo.
- Los electrones son (pueden ser) desviados de sus trayectorias por campos magneticos. Cuando esté en operación, proteger el fotomultiplicador de ellos.
- Ruido aumenta con la temperatura.

## 3.5. Detectores semiconductores

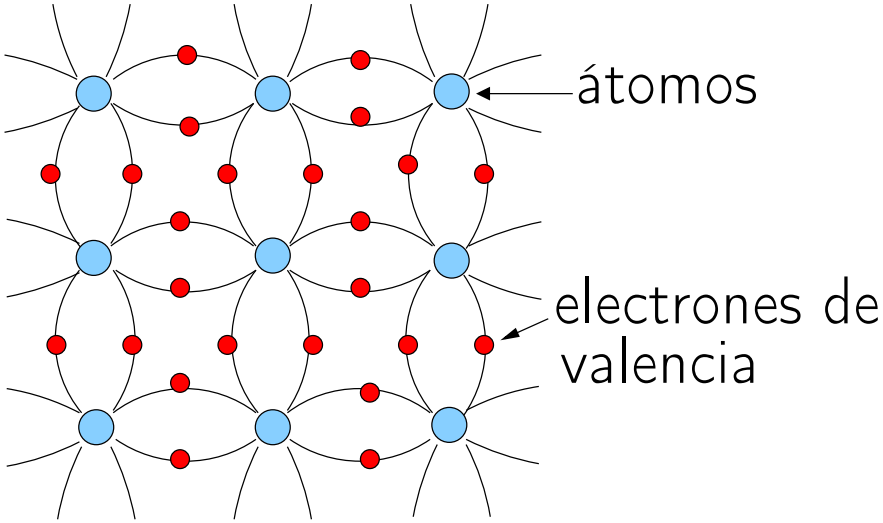
[Gilmore, 2008, Cap. 6], [Leo, 1994, Cap. 10], [Knoll, 2000, Cap. 8]

### 3.5.1. Estructura de bandas

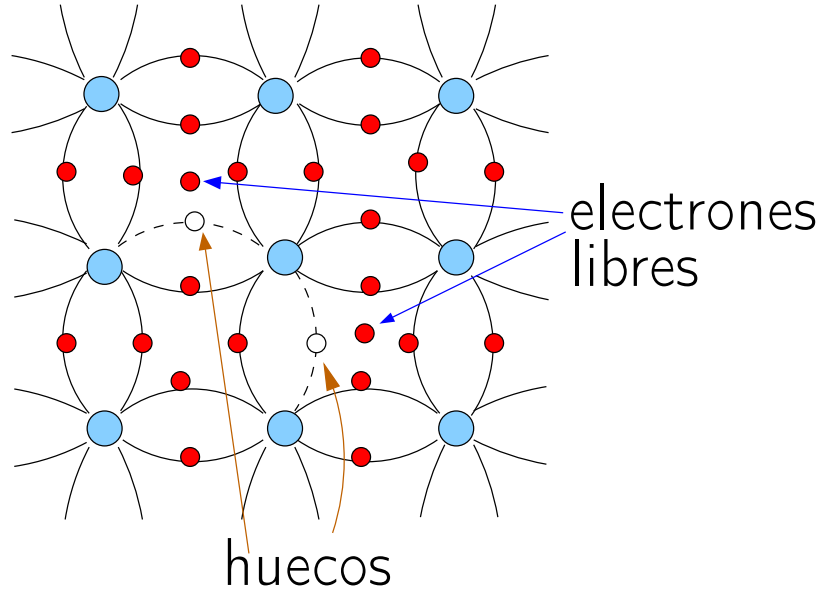


## 3.5.2. Portadores de carga

$T = 0$ K




$T > 0$ K

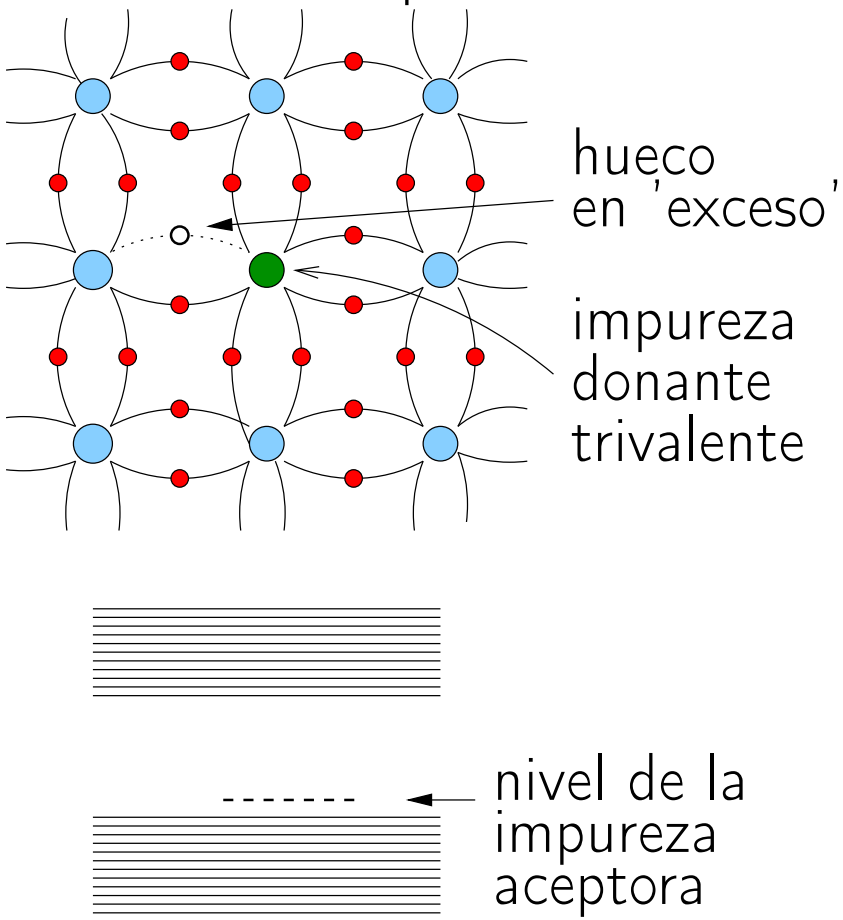



- Cristales de Ge ó Si (valencia $= 4$)
- Enlaces covalentes = electrones compartidos por los átomos
- Corriente eléctrica en un semiconductor = movimiento de electrones libres en la banda de conducción + movimiento de huecos en la banda de valencia

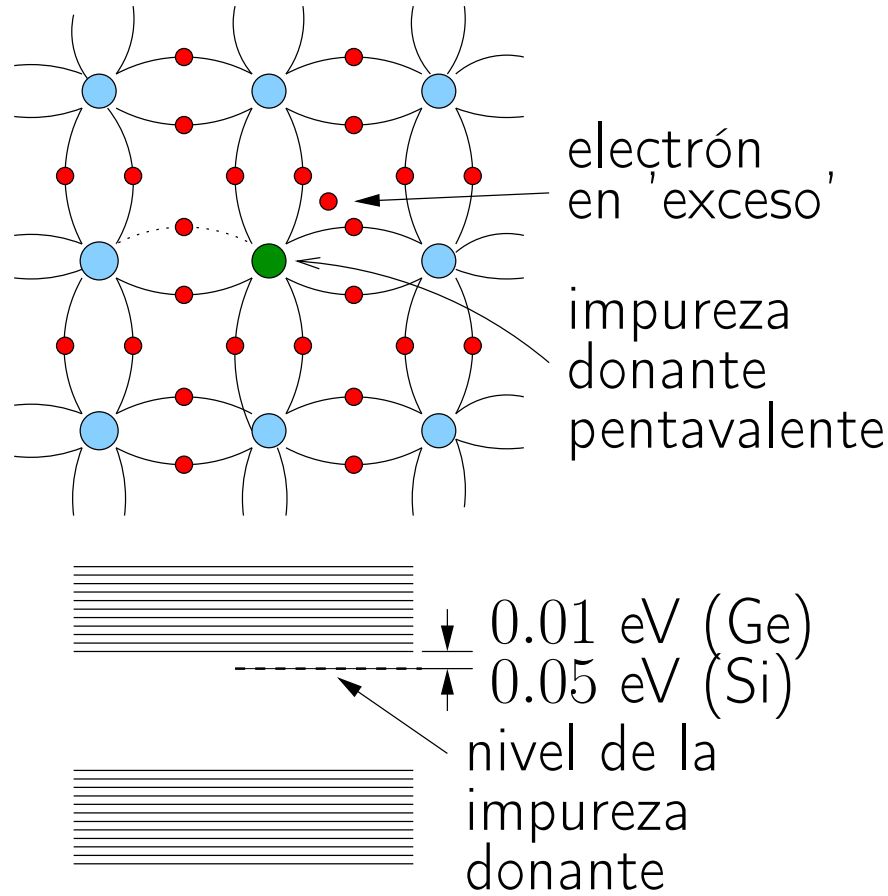
## 3.5.3. Semiconductores dopados

En un cristal semiconductor puro: número de huecos en la banda de valencia = número de electrones en la banda de conducción.

Esta situación se puede cambiar dopando el cristal con impurezas:




Impureza trivalente (tipo p)




Impureza pentavalente (tipo n)

Semiconductor tetravalente dopado

## tipo p

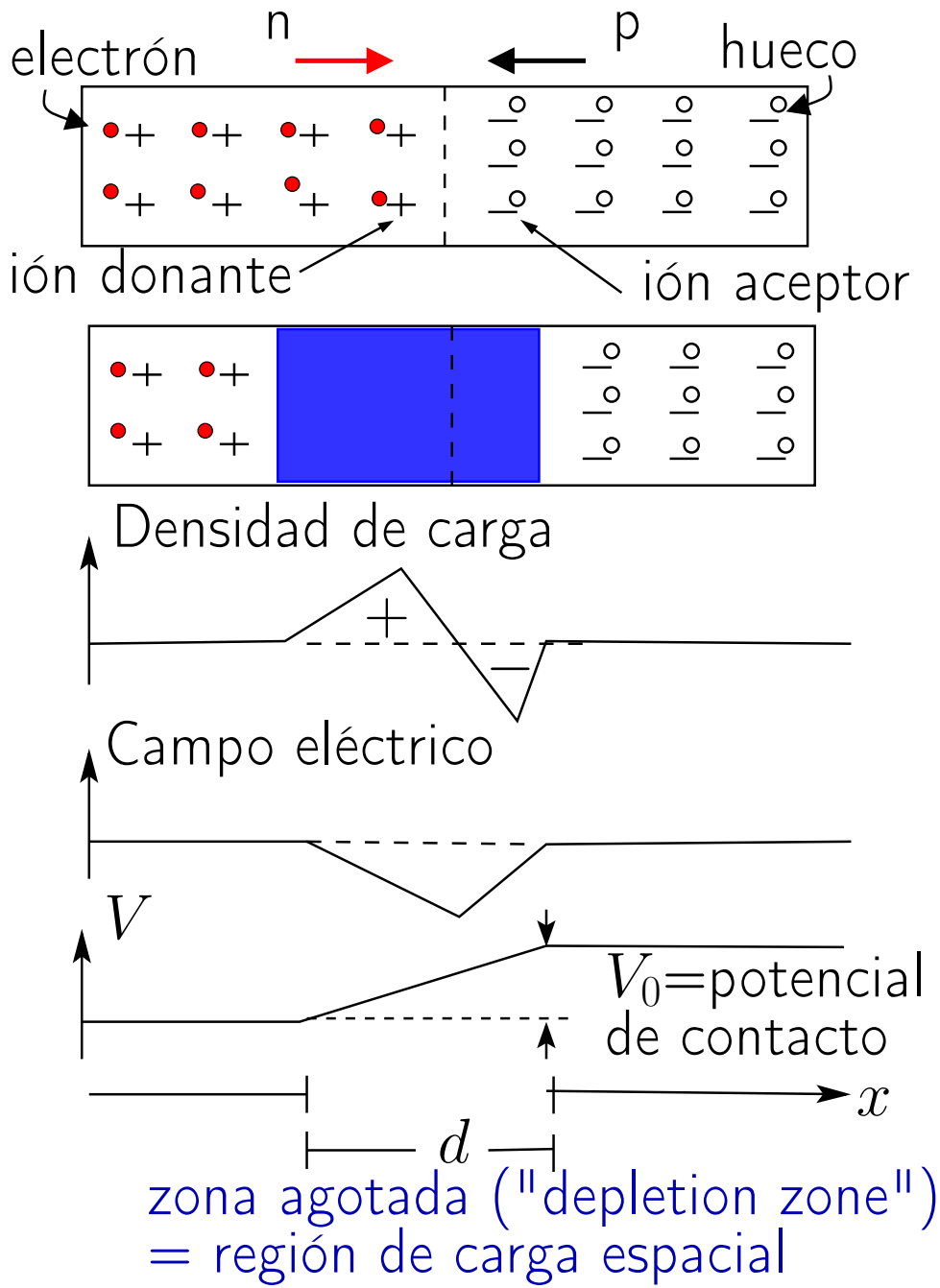
- Electrones en la banda de valencia van al nivel extra, creando huecos, los cuales disminuyen así la concentración de electrones.
- *huecos* = portadores de carga mayoritarios.
- $\therefore$ semiconductor tipo p (positivo).

## tipo n

- Los electrones "extra" van a la banda de conducción mejorando la conductividad.
- ó pueden cancelar huecos (a $T > 0$).
- $e^-$= portadores de carga mayoritarios.
- $\therefore$ semiconductor tipo n (negativo).

| | IIIA | IVA | VA | |
|---|---|---|---|---|
| | $_{5}$B | $_{6}$C | $_{7}$N | |
| | $_{13}$Al | $_{14}$Si | $_{15}$P | |
| **aceptores** | $_{31}$Ga | $_{32}$Ge | $_{33}$As | **donantes** |
| | $_{49}$In | $_{50}$Sn | $_{51}$Sb | |
| | $_{81}$Tl | $_{82}$Pb | $_{83}$Bi | |

## 3.5.4. La juntura np



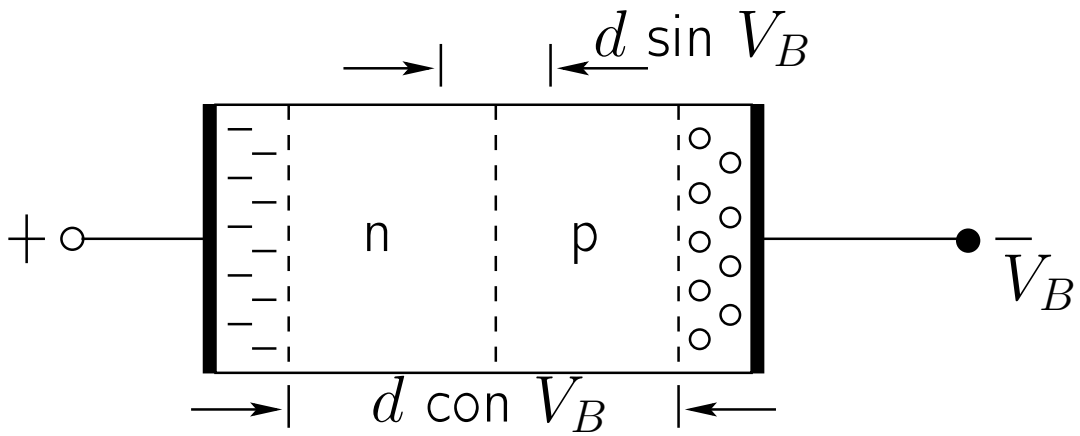

- En la zona agotada no hay portadores de carga libres (sólo iones inmóviles).

Radiación incidente en esta región podría producir pares electrón-hueco, los cuales serían "barridos" por el campo eléctrico.

$\Rightarrow$ **juntura np = detector!**

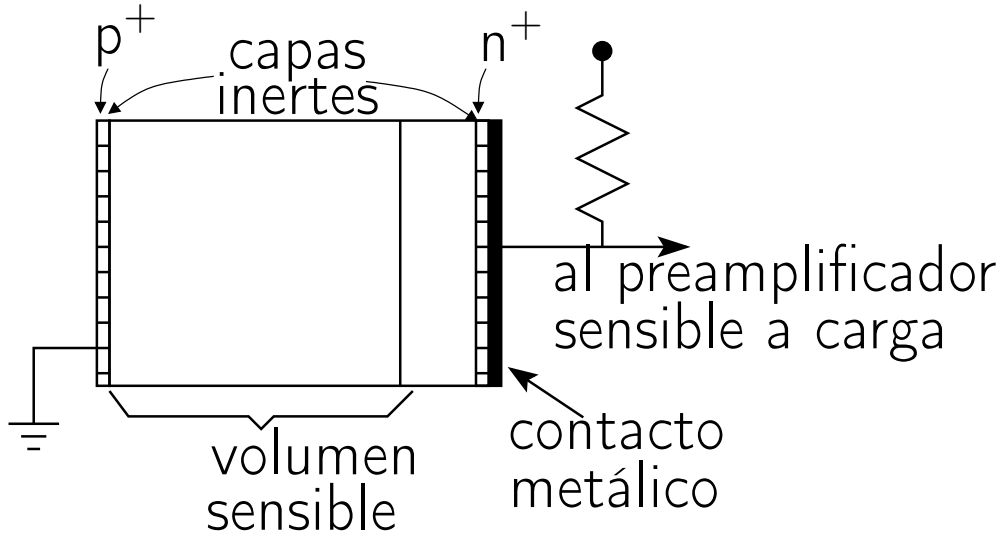
### 3.5.5. Juntura con potencial inverso

Potencial inverso: potencial negativo al lado p, potencial positivo lado n




- $V_B$ agranda la zona agotada
- $V_B$ optimiza recolección de carga
- Para $V_B = 300$ voltios, $d_n \approx 1$ mm
- Para producir más grandes $d$, material con resistividad aún más alta:
  - Semiconductores de alta pureza
  - ó semiconductores compensados.

## 3.5.6. Características de los semiconductores como detectores

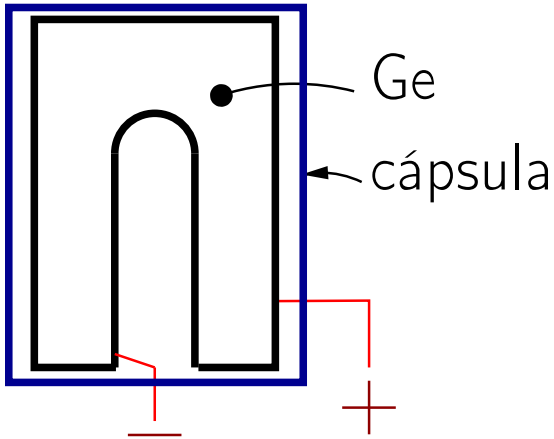



$p^+$,$n^+$= regiones altamente dopadas con p,n $\equiv$ regiones conductoras.

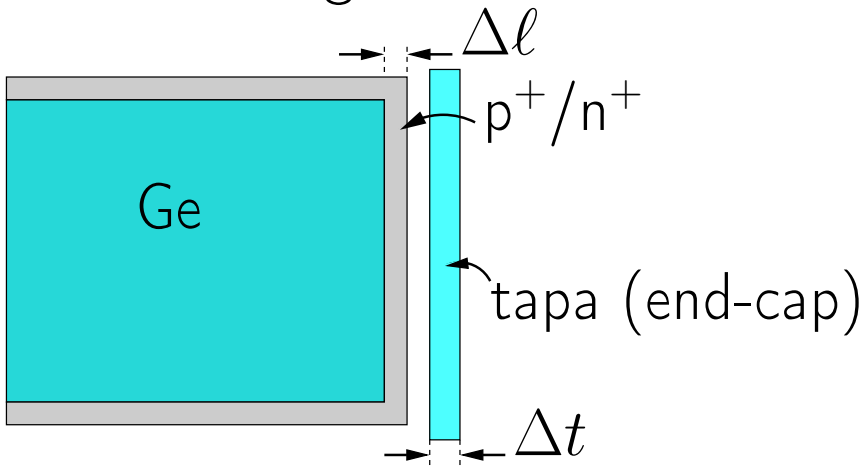
## 3.5.7. Detectores de germanio

$$Z_{\mathsf{Si}} = 14 \qquad Z_{\mathsf{Ge}} = 32 \qquad \rightarrow \sigma_{\mathsf{f}}(\mathsf{Si}) \cong \frac{1}{60}\sigma_{\mathsf{f}}(\mathsf{Ge})$$

- Ge(Li): Litio difundido en germanio $\leftarrow$ ya no se comercializan
- HPGe = High Purity Ge = Ge de alta pureza
- Para aumentar el volumen sensible: coaxial de lado cerrado
- Configuración "estándar" actual



Si además de estar interesados en detectar rayos gamma $E_\gamma > 100$ keV, también hay interés en la detección de radiación a energías bajas $E_\gamma < 50$ keV (rayos X), es necesario examinar las posibles configuraciones:



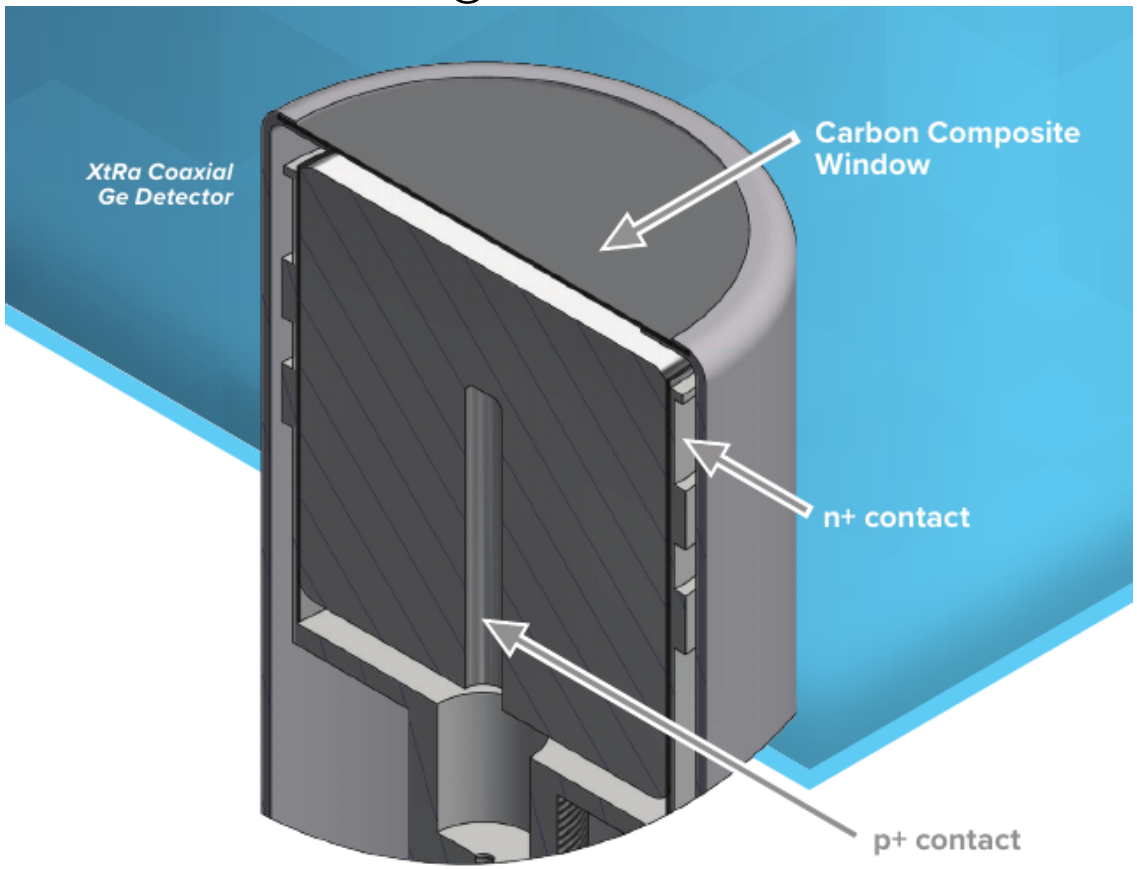

[Gilmore, 2008, Gilmore Sec 3.4.4. The detector configurations available]

| región inerte | | | end-cap | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| contacto | $\Delta\ell$ ($\mu$m) | absorción | | $Z$ | $\Delta t$ (mm) | absorción |
| $n^+$ | | alta | Al | 13 | 1.5 | alta |
| $p^+$ | 0.3 | baja | Be,C | 4, 6 | 0.5 | baja |

| configuración | $E_\gamma$ mínima (keV) |
|---|---|
| $n^+$, Al | 40 |
| $p^+$, Be,C | $< 10$ |

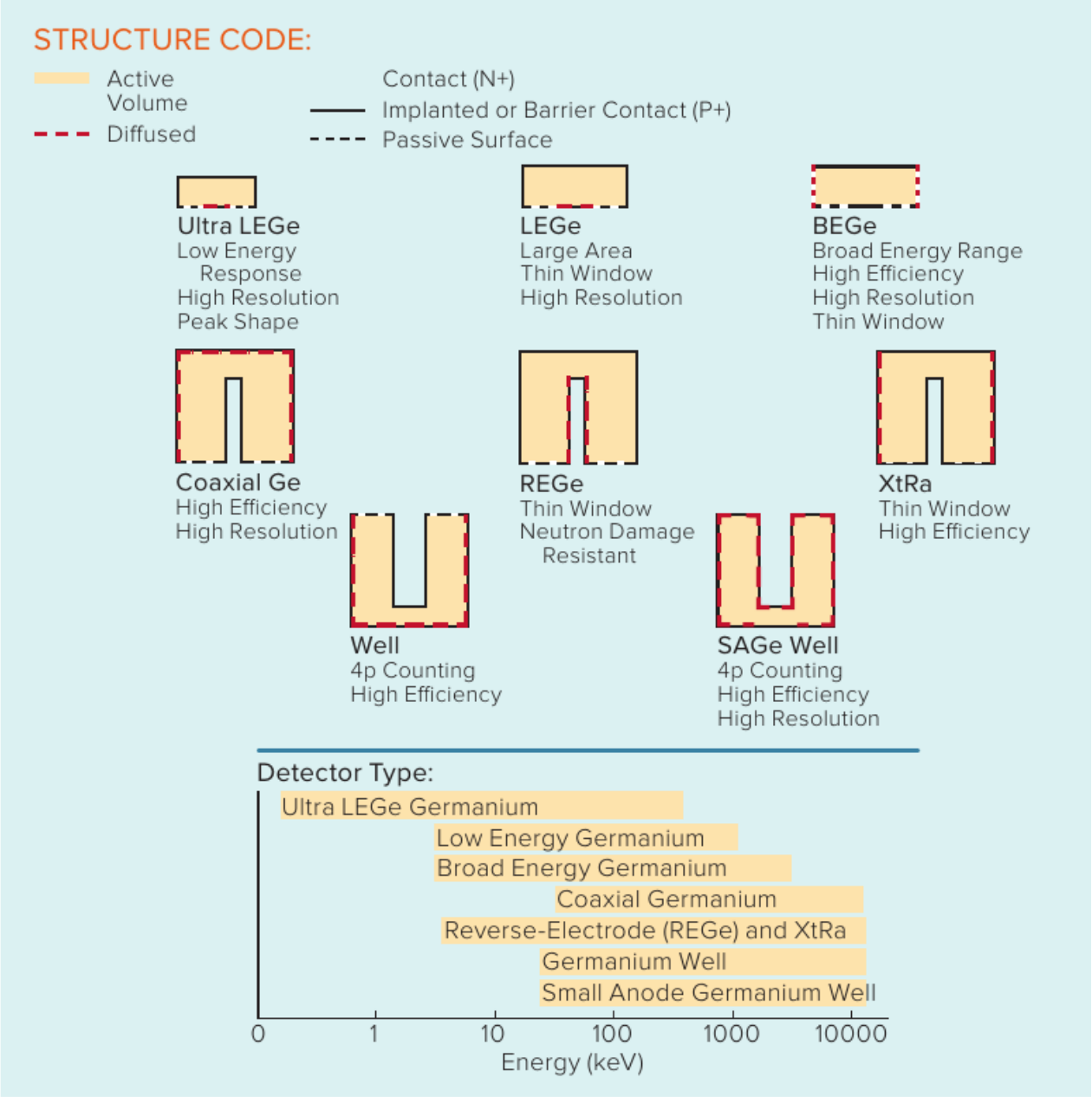
Coaxial de lado cerrado. Ejemplo:

Extended Range Coaxial Ge Detector

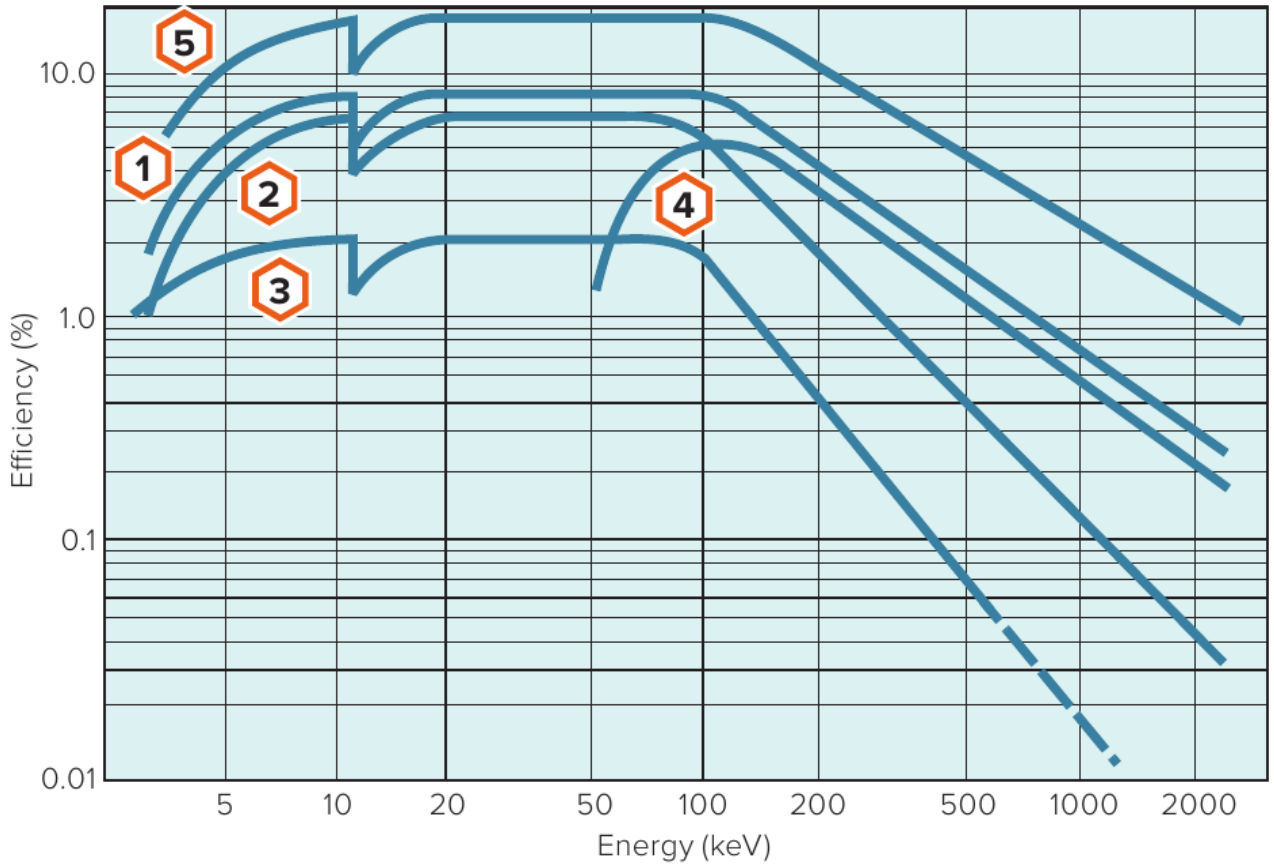



https://www.mirion.com/products/germanium-detectors

- Típicamente el encapsulamiento (envolvente, carcasa) del cristal es aluminio.
- En este ejemplo particular: tapa frontal $\rightarrow$ 1) material: compuesto de carbón. 2) ventana delgada. = transmisión baja energía.

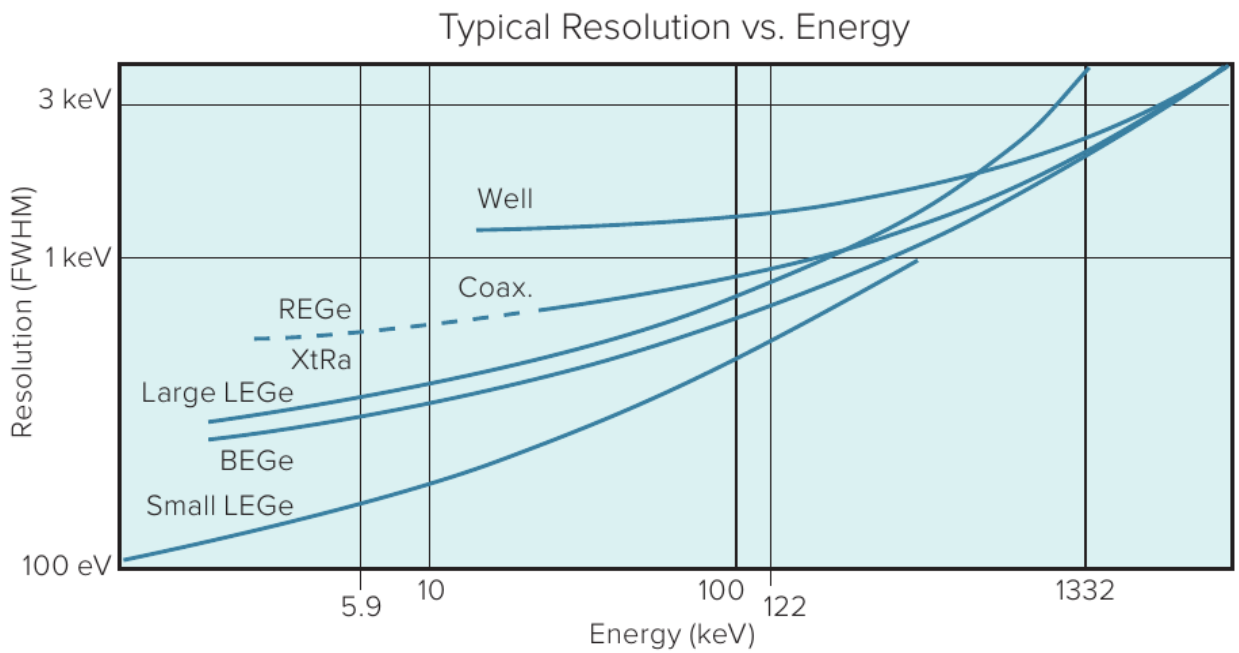



https://www.mirion.com/products/germanium-detectors

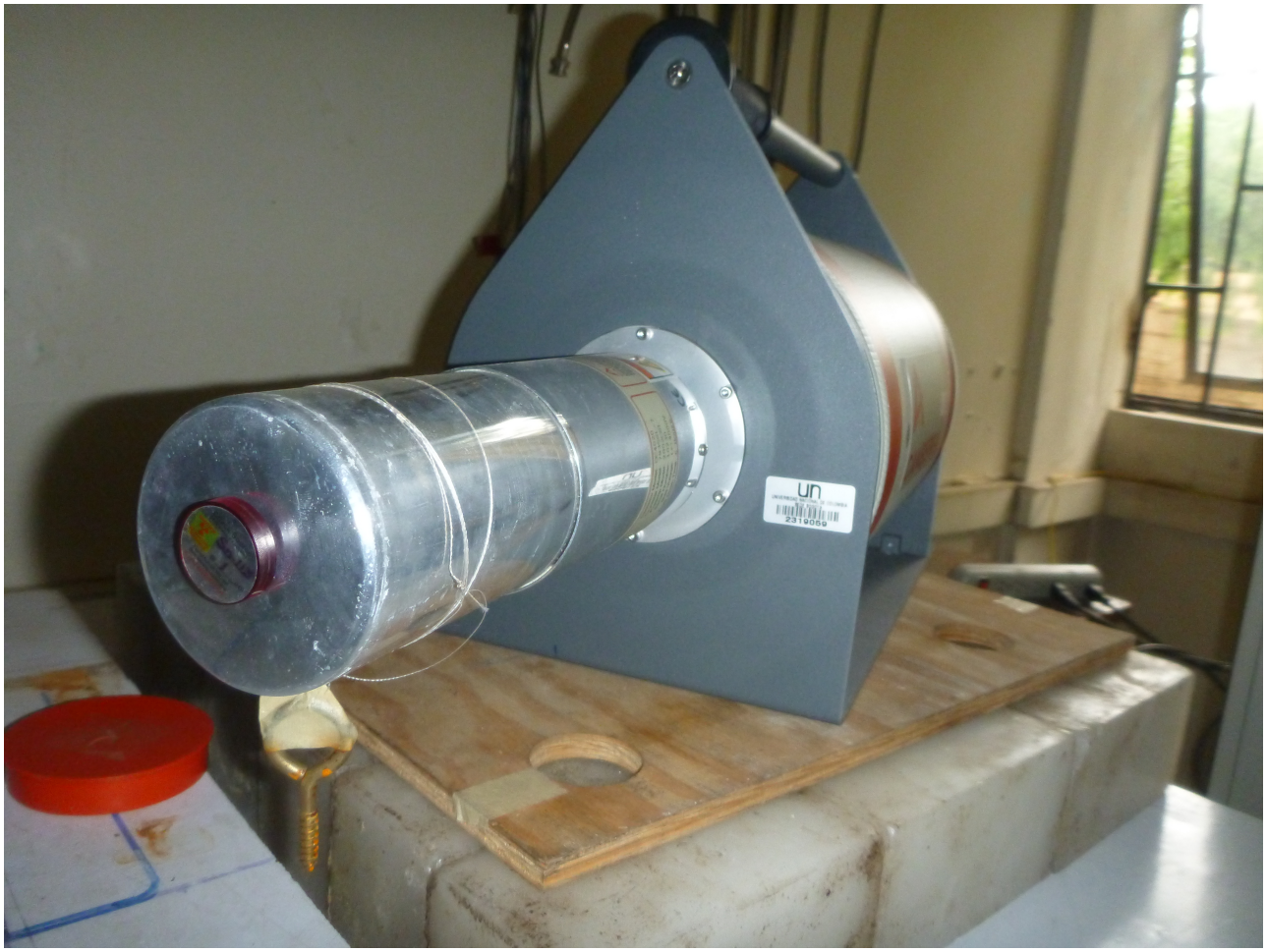



Typical absolute efficiency curves for various Ge detectors with 2.5 cm source to end-cap spacing

1. REGe, 15% Relative Efficiency
   XtRa, 15% Relative Efficiency
2. LEGe, 10 $cm^2$ x 15 mm thick
3. LEGe, 200 $mm^2$ x 10 mm thick
4. Coaxial Ge, 10% Relative Efficiency
5. BEGe, 5000 $mm^2$ x 30 mm thick


Typical Resolution vs. Energy
3 keV
1 keV
100 eV
Resolution (FWHM)
Well
Coax.
REGe
XtRa
Large LEGe
BEGe
Small LEGe
5.9
10
100
122
1332
Energy (keV)

En el fondo, color brillante metálico: detector de Ge conectado a su crióstato (recipiente con Nitrógeno Líquido, marca: Canberra)



Vista cuasi-frontal del detector de Ge y del crióstato.

# Cómo elegir un detector

Tres fabricantes de detectores de Ge:

- ORTEC

  https://www.ortec-online.com/products/radiation-detectors/germanium-hpge-radiation-detectors/hpge-radiation-detector-types-how-to-choose

- MIRION

  https://www.mirion.com

- PGT (Princeton Gamma-Tech)

## Bibliografía


http://geant4.web.cern.ch/geant4/.

http://www.srim.org/index.htm#SRIM.

G. Audi, A. H. Wapstra, and C. Thibault. The AME2003 atomic mass evaluation (II). Tables, graphs and references. *Nuclear Physics*, A729:337, 2003.

K. Bainbridge, M. Goldhaber, and E. Wilson. Influence of the Chemical State on the Lifetime of a Nuclear Isomer, $Tc^{98m}$. *Physical Review*, 90(3):430, 1953.

Vsevolod V. Balashov. *Interaction of particles and radiation with matter*. Springer, Berlin, 1996.

M. J. Berger, J. S. Coursey, M. A. Zucker, and J. Chang. Stopping-power & range tables for electrons, protons, and helium ions. Online, 2020. URL https://www.nist.gov/pml/stopping-power-range-tables-electrons-protons-and-helium-ions. Click en 'Access the Data:'.

Hans A. Bethe. Zur Theorie des Durchgangs schneller Korpuskularstrahlen durch Materie. *Annalen der Physik*, 397:325, 1930.

Richard B. Firestone and Virginia S. Shirley, editors. *Table of Isotopes*, volume II. John Wiley and Sons, Inc., 1996.

Hans Frauenfelder and Ernest M. Henley. *Subatomic Physics*. Prentice Hall, 1974.

Gordon Gilmore. *Practical Gamma-ray Spectrometry*. John Wiley & Sons Ltd, 2nd edition, 2008.

Ernest M. Henley and Alejandro García. *Subatomic Physics*. World Scientific, 3rd. edition, 2007.

IAEA. Database of prompt gamma rays from slow neutron capture for elemental analysis. Technical report, International Atomic Energy Agency, 2006.

John David Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, 3rd. edition, 1998.

O. Klein and Y. Nishina. Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac. *Zeitscrift für Physik*, 52:853, 1929.

Glenn F. Knoll. *Radiation detection and measurement*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 3rd. edition, 2000.

W. R. Leo. *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments. A How-to Approach.* Springer-Verlag, Berlin, 1994.

J. Lindhard, M. Scharff, and E. Schiøtt. Range conceptsd and heavy ion ranges. *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, 33(14):1–40, 1963.

A. C. Melissinos. *Experiments in Modern Physics*. Academic Press, New York, 1966.

Eugen Merzbacher. *Quantum Mechanics*. John Wiley and Sons, Inc., 2nd edition, 1970.

NIST. X-Ray Mass Attenuation Coefficients. Online, 2020. URL https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/tab2.html. Visitada Febrero 2020.

Ernest Rutherford and Frederick Soddy. Radioactive change. *Philosophical Magazine*, 5:596–608, 1903.

S. Shalev, Z. Fishelson, and J. M. Cuttler. The wall effect in $^3$He counters. *Nucl. Inst. Meth.*, 71:292, 1969.