

Instrumentación Nuclear

Prácticas Experimentales

Fernando Cristancho Mejía
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

28 de diciembre de 2021

Contenido

I	Los elementos de la espectroscopía	1
1.	Electrónica básica	3
1.1.	Cables y conectores, o, señales y su transmisión	3
1.2.	Diagrama de bloques de la electrónica	3
1.3.	Fotomultiplicador	4
1.4.	Preamplificador	4
1.5.	Amplificador	6
1.6.	Conversor Análogo-Digital (ADC)	7
1.7.	Analizador Multicanal (MCA: Multichannel Analyzer)	9
1.8.	Tiempo de medida	10
2.	Eficiencia	11
3.	Algunos esquemas de decaimiento	15
4.	Curso rápido de ajuste de espectros	17
4.1.	Gaussianas para la vida práctica	17
4.2.	Ejemplos de ajuste	20
4.2.1.	Una sola Gaussiana	20
4.2.2.	Varias Gaussianas	21
II	Prácticas	27
1.	Familiarización con el sistema de medición	29
1.1.	Elementos	29
1.2.	Procedimiento	29
1.3.	Análisis	30
2.	Calibración de la energía y cálculo de la eficiencia relativa	35
2.1.	Procedimiento	35
2.2.	Preparación	35
2.3.	Análisis	36

3. Calibración de detectores de Ge	39
3.1. Experimento	39
3.2. Preparación	39
3.3. Calibraciones	40
3.4. Comparación Ge-Nal	41
4. Radiación natural	43
4.1. Introducción	43
4.2. Determinando el contenido de ^{40}K	43
4.3. El experimento	43
4.4. Análisis y resultados	45
A. Acerca de la presentación de informes	51
B. Resumen sobre incertidumbres experimentales	57
B.1. Introducción a cifras significativas, notación y redondeo	57
B.2. Propagación de incertidumbres	58
C. Estándares: fuentes gamma de calibración	59
D. Radiación gamma natural	65
D.1. Emisiones gamma de NORM	65
D.2. Los estándares IAEA	67
D.3. El decaimiento del ^{40}K	67
D.4. Cadenas radiactivas del ^{238}U y del ^{232}Th	67
E. Aspectos normativos de la calibración	71

Parte I

Los elementos de la espectroscopía

Capítulo 1

Electrónica básica

1.1. Cables y conectores, o, señales y su transmisión

Un buen resumen sobre el objetivo de los cables, la transmisión de la señal, lo encuentra en la Ref. ([Gilmore, 2008](#), Cap. 13)

Las señales son transmitidas por cables coaxiales como el ilustrado en la Fig. 1.1.

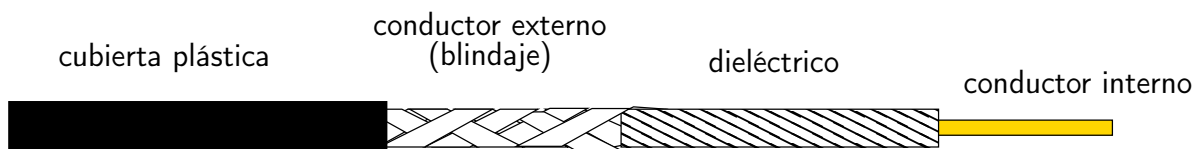


Figura 1.1: Cable coaxial.

Cables coaxiales más comunes:

RG62/U: Para señales lentas.

RG58C/U: Para señales rápidas.

Lista más completa de los cables usados en electrónica nuclear en Ref. ([Gilmore, 2008](#), Tabla 13.1).

Los cables son conectados a los instrumentos por conectores. Los conectores más comunes:

BNC: Bayonett Neill-Concelman.

SHV: Safe High Voltage.

Lemo: LEMO es el nombre de la empresa que produce el “LEMO 00” y varios otros tipos de conectores.

1.2. Diagrama de bloques de la electrónica

Las flechas en la Fig. 1.3 muestran el camino seguido por la señal. En las siguientes Secciones vamos a examinar las transformaciones que sufre la señal a lo largo de su camino hasta la visualización, examinando el papel jugado por cada parte de los diagramas.



Figura 1.2: Algunos conectores. (<http://www.canberra.com/products/647.asp>).

1.3. Fotomultiplicador

Debido a que el voltaje de la señal proveniente del fotomultiplicador es ya suficientemente alta, en ocasiones es posible usarla directamente. Es el caso mostrado en la Fig. 1.4.

1.4. Preamplificador

El preamplificador amplifica la señal recibida del fotomultiplicador y le da una forma que sea entendida por el amplificador subsecuente.

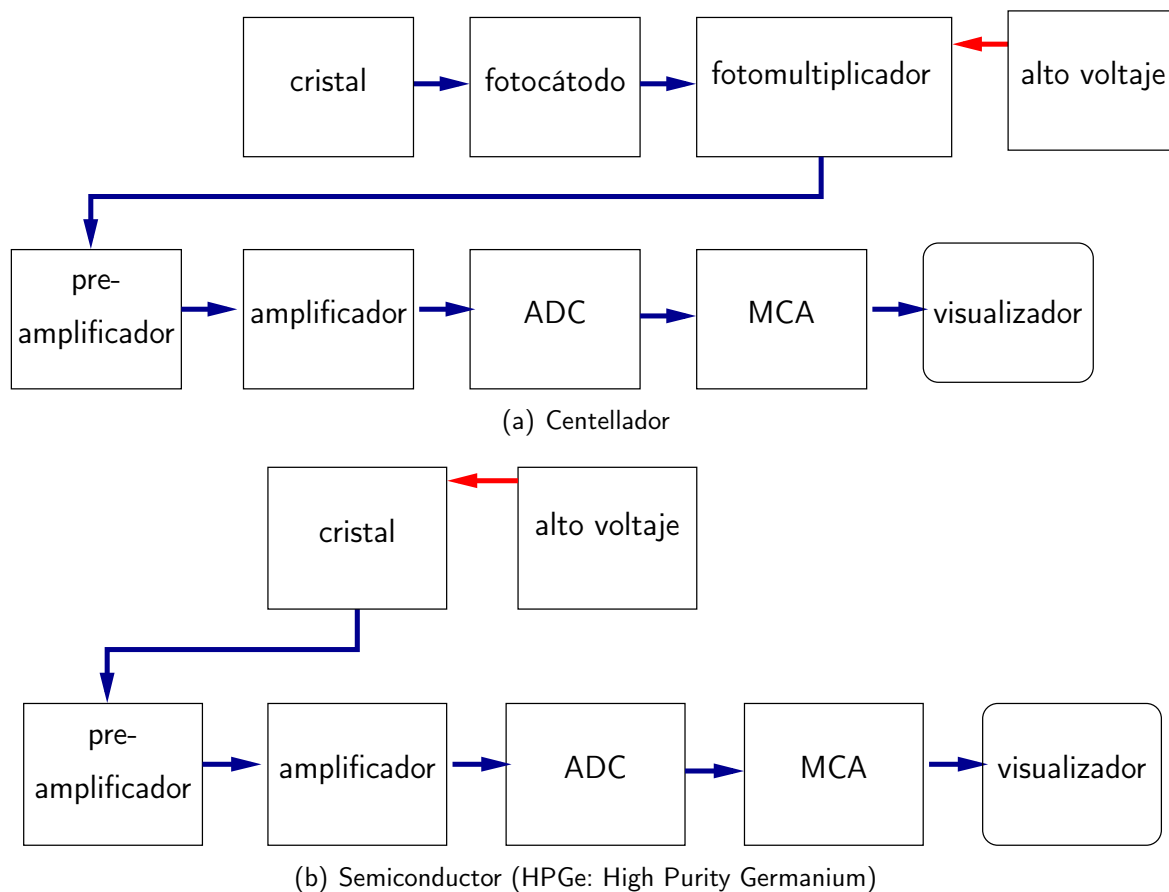


Figura 1.3: Configuraciones típicas con detectores de rayos gamma.

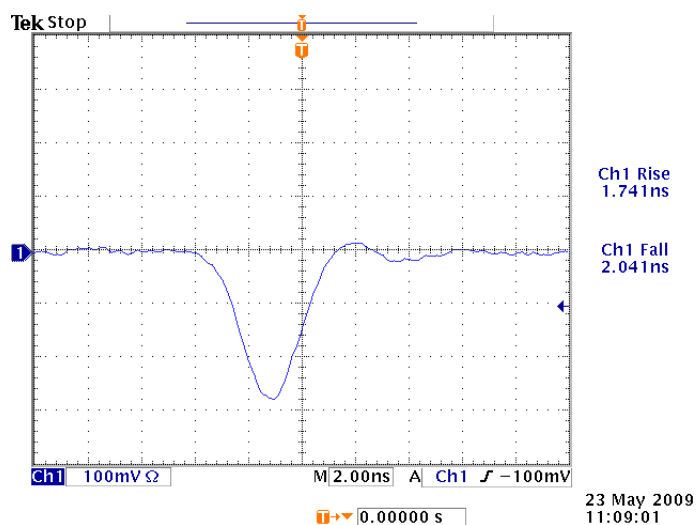


Figura 1.4: Señal a la salida del tubo fotomultiplicador (PMT) conectado al CsI(Tl) (Scionix 12.7C51-Cs). La formación de la señal es muy rápida: 2.0 ns. Debido a que el pico es negativo, el tiempo de formación es en este caso el “fall time”.

Los preamplificadores usados en las siguientes prácticas integran la carga proveniente del fotomultiplicador y luego se descargan a través de una resistencia, en un arreglo como el que se ilustra en la Fig. 1.5. El tiempo de descarga está dado por el valor RC del circuito y es típico de tal circuito, no del tiempo de formación y extinción de la señal en el detector.

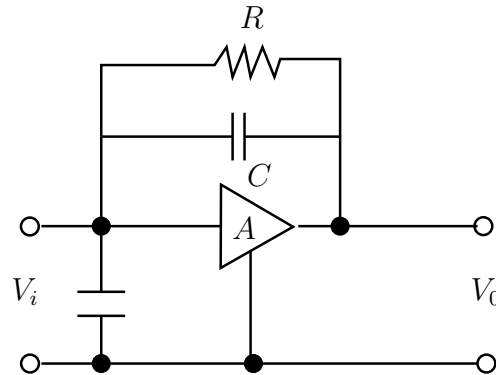
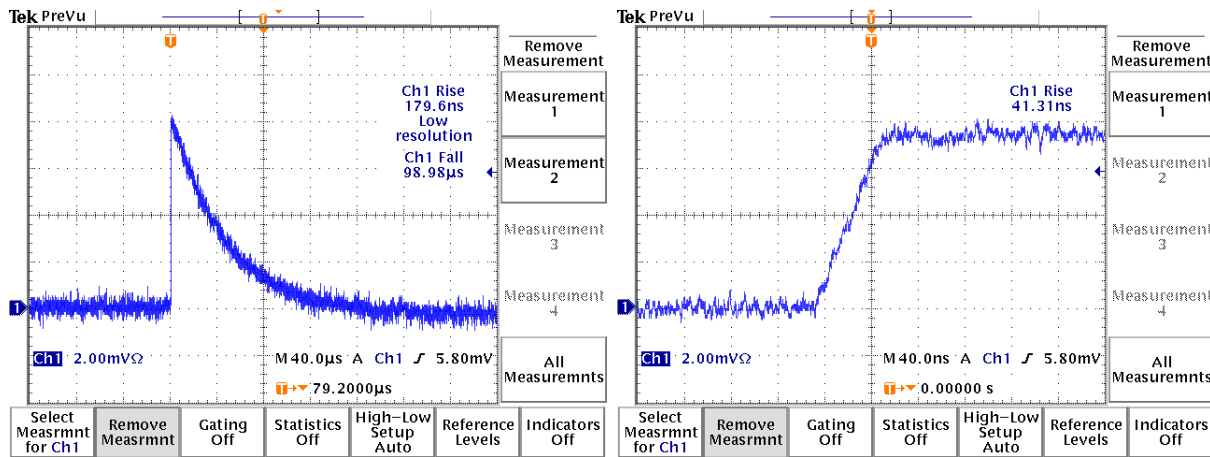


Figura 1.5: Preamplificador sensible a la carga. La capacitancia C se descarga a través de la resistencia R originando un voltaje de salida $V_o \propto Q/C \sim V_i \exp(-t/(RC))$.

Formas de señal a la salida del preamplificador:

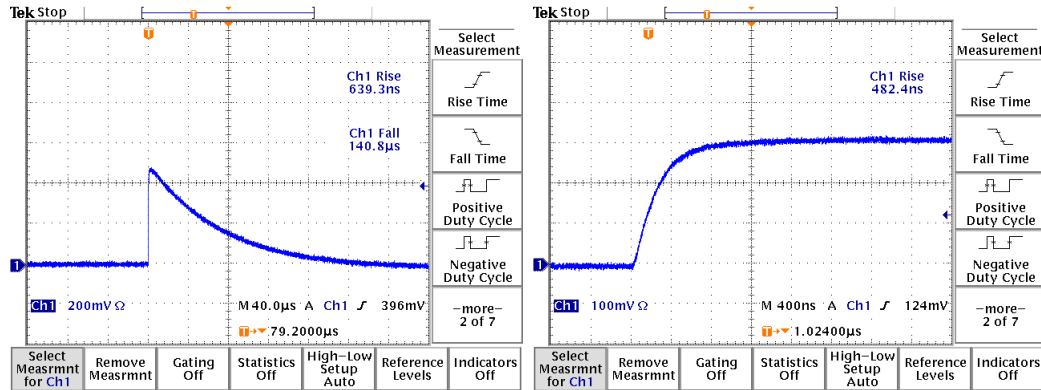


(a) Plástico (Scionix modelo 50 BA 50 / 2-P).

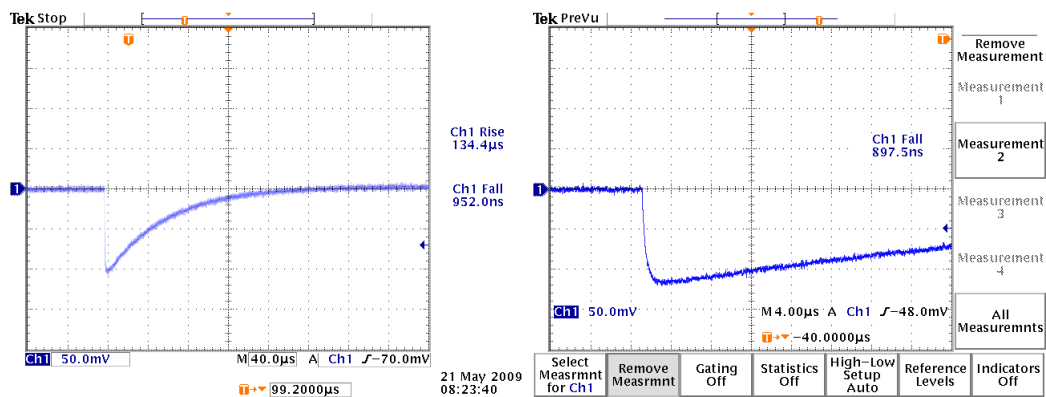
1.5. Amplificador

Ver (Knoll, 2000, p. 643), (Leo, 1994, p. 280). El amplificador cumple dos funciones:

1. Produce una señal con una forma conveniente para ser analizada por los demás componentes de la electrónica.
2. Amplifica la señal de voltaje. La convención NIM (Nuclear Instrumentation Module, https://en.wikipedia.org/wiki/Nuclear_Instrumentation_Module) es que la salida del amplificador esté en el rango $[0, 10]$ V.



(b) NaI. (Canberra modelo 802-3x3)



(c) BGO.

Figura 1.6: Fuente radiactiva: ^{137}Cs .

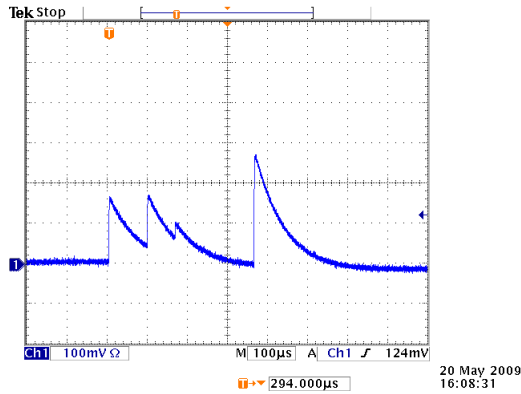
La importancia de estas tareas puede ser apreciada al observar la Fig. 1.7(a). El tiempo de caída del preamplificador es tal que tienen que transcurrir más de $300 \mu\text{s}$ para que la señal vuelva a cero. Detecciones hechas antes de transcurrir este tiempo producen picos que se amontonan sobre la señal de las detecciones anteriores, como se ilustra en la Fig. 1.7(a). Este efecto no es deseable pues la lectura de la altura de cada pulso se hace no confiable. Lo deseable es poder analizar señal por señal. La Fig. 1.7(b) muestra lo que hace el amplificador: produce un pico cuya altura es proporcional al de la señal de entrada y cuya duración en el tiempo es muchísimo más corta. Mientras que la señal del preamplificador toma $\approx 300 \mu\text{s}$, la del amplificador dura apenas $\approx 2 \mu\text{s}$.

La “forma conveniente” de la señal mencionada previamente depende de la aplicación particular. Otras dos formas de pico acostumbradas son la triangular y la bipolar, ilustradas en las Figs. 1.7(c,d).

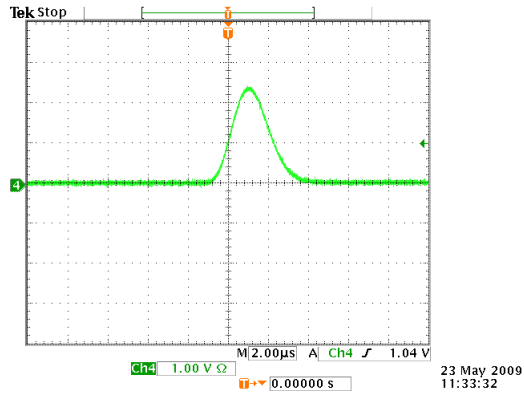
1.6. Conversor Análogo-Digital (ADC)

Convierte la señal análoga (típicamente una de las tres: voltaje, corriente, carga) en un valor digital.

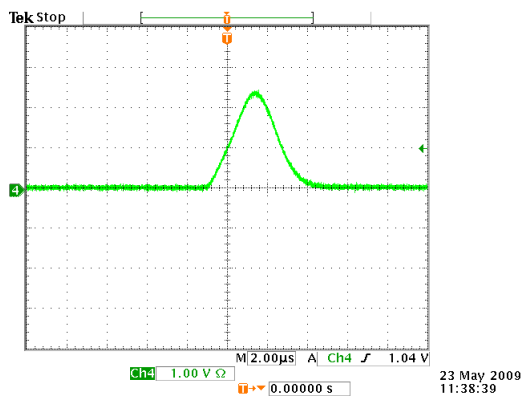
1. Factor de Ganancia de la Conversión



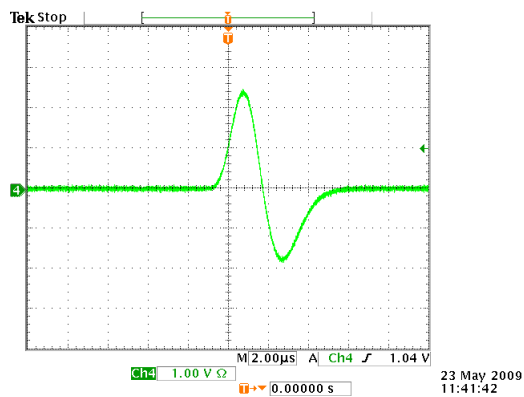
(a) Salida del preamplificador



(b) Salida gaussiana del amplificador.



(c) Salida triangular del amplificador.



(d) Salida bipolar del amplificador.

Figura 1.7: (a) Pile-up: Las señales del detector llegan tan frecuentemente que los picos se amontonan. (b-d) Soluciones ofrecidas por el amplificador: cada pico en es convertido en otro (gaussiano, triangular o bipolar) con altura proporcional a la de entrada y anchura en tiempo mucho más pequeña, $\approx 2 \mu s$ en la figura.

El ADC puede ser dispuesto para convertir la escala completa de la señal de entrada en diferentes incrementos o **canales** (= barras del histograma) desde 256 (2^8) hasta —en algunos casos— 16384 (2^{14}) en potencias de 2. El factor depende usualmente de la resolución deseada, tanto en energía de la señal, es decir, keV/canal como en voltios/canal de la señal proveniente del amplificador.

2. Corrimiento del Cero (Offset)

Se usa cuando se desea alta resolución pero el tamaño de la memoria del MCA es limitada: se ubica una porción del rango del ADC en la memoria disponible, de tal manera que la alta resolución deseada se obtiene para la porción escogida, mientras que la otra porción del espectro es ignorada.

3. Discriminadores

- Lower Level Discriminator (LLD): Decide el valor mínimo analizable de la señal.
- Upper Level Discriminator (ULD): Decide el valor máximo de la señal analizable. Los valores de LLD y de ULD están dados en porcentaje de la escala completa de salida del amplificador.
- Cero

1.7. Analizador Multicanal (MCA: Multichannel Analyzer)

modo Análisis de Altura de Pulsos (PHA: Pulse Height Analysis)

1. Los pulsos provenientes de un detector son clasificados de acuerdo a su amplitud o “altura”.
2. Las amplitudes de estos pulsos son proporcionales a las energías de la radiación incidente sobre el detector.
3. Al contar el número de veces que pulsos de determinada altura son producidos y hacer con estos datos un histograma, el MCA “guarda” el espectro de energía de la radiación tal como éste es visto por el detector.

La Fig. 1.8 ilustra los pasos explicados. y los espectros de la Fig. 1.9, ilustran el producto final del proceso indicado en la Fig. 1.3(a) para tres tipos de centellador.

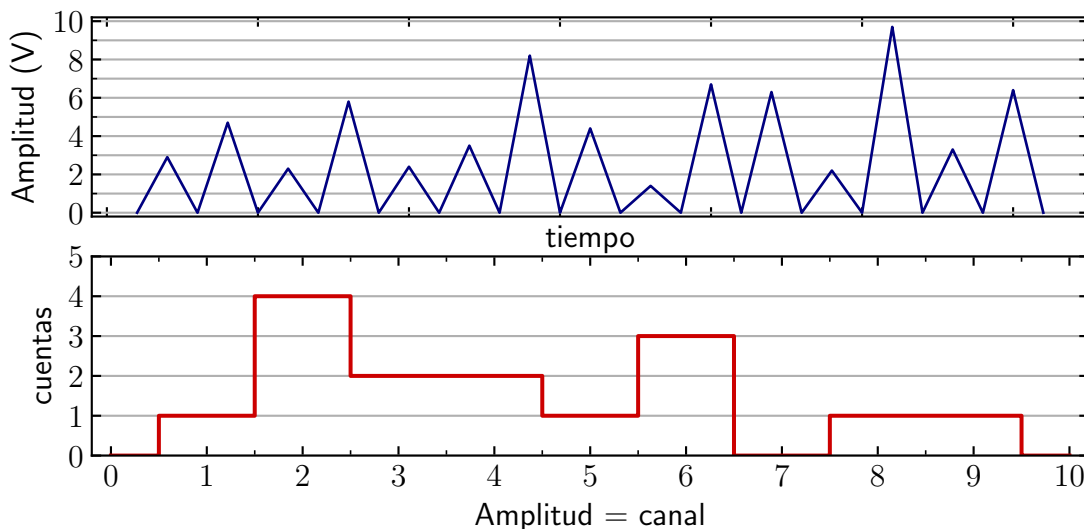


Figura 1.8: La figura superior muestra una serie de pulsos de voltaje proveniente del amplificador. El eje vertical ha sido dividido en diez partes. Señales que tengan una altura que caiga dentro de los límites de las divisiones hechas son clasificadas en el “canal” correspondiente como se muestra en la figura inferior.

Las figuras 1.6 y 1.9 nos sirven para caracterizar las respuestas en tiempo y en energía de varios de los tipos de detectores. Tales características las podemos resumir en las Tablas 1.1 y 1.2.

tipo detector	marca: modelo	dimensiones (cm × cm)	rise time (ns)
acrílico	gfnun: pioneer I	cubo: $\approx 1.0 \times 1.0$	3
plástico	Scionix 50 BA 50 / 2-P	cilindro	40
Nal	Canberra 802-3x3	cilindro: 7.6×7.6	500
BGO	Scionix	cilindro: $d \times \ell = 5.1 \times 5.1$	1000

Tabla 1.1: Tiempo característico de formación de la señal (“rise time”).

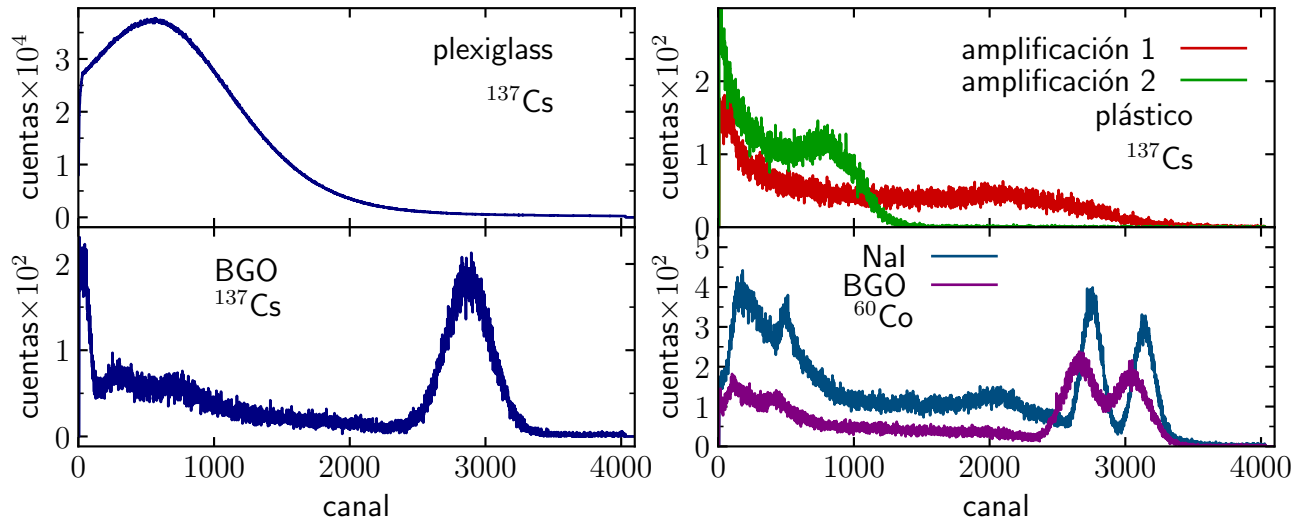


Figura 1.9: **arriba:** Centelladores plásticos. La diferencia en los dos espectros del plástico es el factor de amplificación. Para observar: ni plexiglass ni plástico forman fotopico. **abajo:** Cristales orgánicos centelladores, NaI y BGO. El voltaje de operación de los PMT y las amplificaciones están ajustadas para producir el fotopico aproximadamente en el mismo canal. $\Delta t = 300$ s excepto para plexiglass (100 s).

tipo detector	marca: modelo	preamplificador	voltaje operación (V)
acrílico	gfnun: pioneer I		
plástico	Scionix 50 BA 50 / 2-P	Ortec Scientipack	600 – 1100
NaI	Canberra 802-3x3	integrado	≈ 1100
BGO	Scionix	Hamamatsu R6231	≈ 1500

Tabla 1.2: Preamplificadores

1.8. Tiempo de medida

Desde el momento en que se inicia la toma de un espectro dado hasta su fin, se miden tres diferentes tiempos:

1. **Tiempo verdadero:** Es el tiempo “real”, o sea el que mediría, por ejemplo, un buen reloj de muñeca.
2. **Tiempo muerto:** Debido al tiempo finito necesario para el desarrollo de la señal dentro del detector (cristal, líquido o plástico) mas el tiempo de análisis por parte del MCA, éste está **muerto** durante el tiempo de conversión del pulso, es decir, no responde a ningún otro pulso durante ese tiempo. El tiempo muerto es usualmente indicado por algún reloj exhibido en el MCA. Se acostumbra mostrar este tiempo como un porcentaje del tiempo real.
3. **Tiempo vivo:** Si se quiere compensar el tiempo durante el cual el sistema está “muerto”, el reloj que mide el “tiempo vivo” es apagado durante los intervalos de tiempo muerto. Por lo tanto este tiempo corregido extiende el tiempo de medida en una cantidad igual al tiempo durante el cual el ADC estuvo “ocupado”.

Capítulo 2

Eficiencia

La sección eficaz de interacción de los fotones con la materia depende de su energía. Esto hace que, por ejemplo, la probabilidad de que 100 fotones de 1 MeV emitidos por un núcleo, eventualmente 60 sean detectados, mientras que de 100 fotones emitidos a 3 MeV posiblemente tan sólo 5 lo sean.

La probabilidad de detección como función de la energía es lo que en el argot de espectroscopía se llama simplemente **eficiencia relativa** o a veces aún más resumidamente “eficiencia” y se denota por $\varepsilon(E_\gamma)$.

Si dispusiéramos de una fuente emisora en varias energías, cada una emitiendo la misma intensidad N_0 , para determinar la eficiencia de cierto detector bastaría con exponerlo a tal radiación y observar el número de cuentas detectadas para cada energía. Digamos que a la energía E_γ detectamos $I(E_\gamma)$ cuentas (ésta sería el **Área** de la gaussiana alrededor de E_γ). En tal caso la eficiencia relativa a la energía E_γ estaría definida por

$$\varepsilon(E_\gamma) = \frac{I(E_\gamma)}{N_0}. \quad (2.1)$$

De hecho tenemos fuentes que emiten a varias energías. Sin embargo las intensidades emitidas a cada energía no son iguales. Si conociéramos las intensidades emitidas a cada energía simplemente tendríamos que normalizar correctamente y la eficiencia sería

$$\varepsilon(E_\gamma) = \frac{I(E_\gamma)}{N_0(E_\gamma)}. \quad (2.2)$$

Si tomamos rayos gamma emitidos por fuentes calibradas estándar podemos fácilmente conocer la intensidad emitida en cada energía. Esta intensidad es por supuesto proporcional a la actividad A del núcleo de marras. En el caso de fuentes que emiten más de un rayo gamma, no todos los decaimientos generan un rayo gamma a cada una de las energías. Esto es debido a los “caprichos” del patrón de decaimiento. Por ejemplo, el ^{137}Cs decae por β^- a ^{137}Ba . Sin embargo aproximadamente el 6 % de los decaimientos van de estado base a estado base de los núcleos. Tales transiciones no generan rayos gamma. Aproximadamente el 94 % de los decaimientos van del estado base del ^{137}Cs al primer estado excitado del ^{137}Ba el cual está a 662 keV sobre el estado base. De allí el núcleo de Ba decae a su estado base emitiendo un rayo gamma. A este porcentaje se le llama el **branching** $b(E_\gamma)$. Tal es el número que aparece en la cuarta columna de la Tabla C.1 (p. 59). El número total de fotones de energía E_γ emitidos durante el tiempo de medida Δt es

$$N_0(E_\gamma) = A(Z, N; t) b(E_\gamma) \Delta t \quad (2.3)$$

$A(Z, N; t)$ es la actividad del núcleo (Z, N) en el instante t . El instante t es el instante en el que el experimento es realizado. Esta es la razón por la cual para la determinación de eficiencia necesitamos usar “fuentes calibradas”, lo cual quiere decir que un laboratorio autorizado ha expedido un documento llamado Certificado de Calibración en el cual queda consignados la actividad A_0 , su incertidumbre y la fecha en que éstas fueron medidas. Llamemos t_0 al instante de tiempo en el cual la calibración de la fuente fue realizada. Entonces

$$A(Z, N, t) = A_0 \exp[-(t - t_0)/\tau]. \quad (2.4)$$

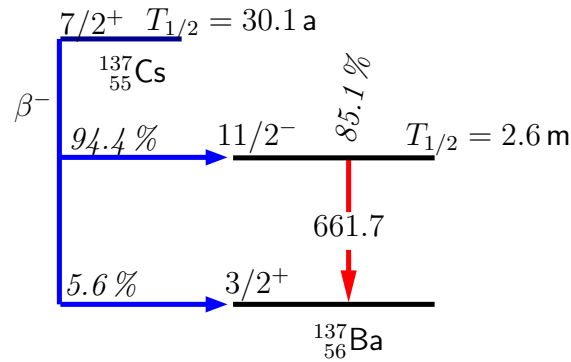


Figura 2.1: Esquema según la Ref. [Firestone and Shirley \(1996a\)](#). Aproximadamente 6% de las transiciones beta del ^{137}Cs decaen al estado base del ^{137}Ba sin generar rayos gamma. El restante 94% decae al estado $|11/2^+ 661.7 \text{ keV}\rangle$ del ^{137}Ba . Sin embargo no todos los núcleos en tal estado decaen por emisión gamma. Algunos se desexcitan por Conversión Interna. Esa es la razón por la cual b_γ en las Tablas [C.1](#) [C.2](#) y [C.5](#) no es 94.4% . El valor experimental es $b_\gamma = 85.1\%$.

Vamos a examinar las varias formas que existen de caracterizar la eficiencia.

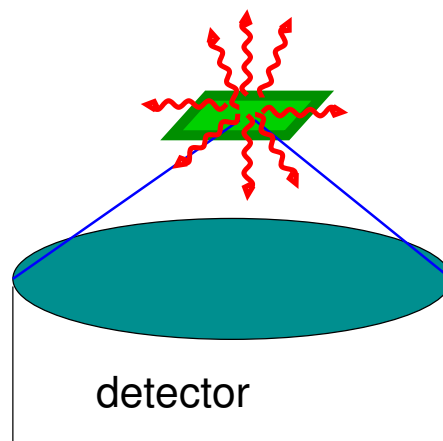


Figura 2.2: Aún si colocamos una fuente aproximadamente puntual sobre la superficie del detector, tan sólo parte de los rayos gamma emitidos tendrán la posibilidad de ser detectados.

Eficiencia geométrica

$$\varepsilon_{\text{geo}} = \frac{\text{número de partículas que inciden sobre el detector}}{\text{número de partículas emitidas por la fuente}} \quad (2.5)$$

En el caso sencillo de una fuente puntual, si $\Delta\Omega$ es el ángulo subtendido por el detector y la fuente, del número total de fotones emitidos solamente $N_0(E_\gamma)\Delta\Omega/4\pi$ inciden sobre el detector. En este caso,

$$\text{fuente puntual:} \quad \varepsilon_{\text{geo}} = \frac{\Delta\Omega}{4\pi}. \quad (2.6)$$

Si la fuente es extendida, la evaluación completa de (2.5) puede dar origen a cálculos complicados.

Eficiencia intrínseca La eficiencia intrínseca compara el número de los detectados con los que pudieron haber sido detectados, es decir, con el número de los que inciden sobre el detector:

$$\varepsilon_{\text{int}} = \frac{\text{número de eventos registrados}}{\text{número de partículas que inciden sobre el detector}} \quad (2.7)$$

Para una fuente puntual

$$\varepsilon_{\text{int}}(E_\gamma) = \frac{I(E_\gamma)}{A(Z, N; t) b(E_\gamma) \Delta t \Delta\Omega/4\pi}. \quad (2.8)$$

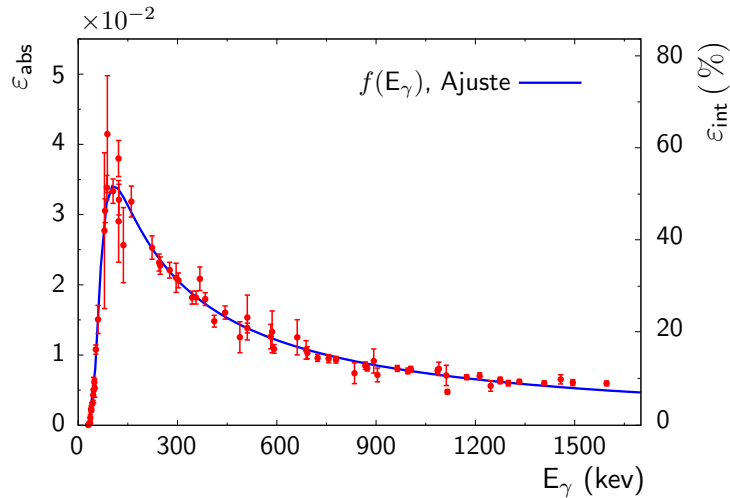


Figura 2.3: GFNUN, Caracterización experimental y por simulación numérica del sistema de detección de rayos gamma del Laboratorio de Física Nuclear Aplicada. Informe Técnico, 2015.

Eficiencia total La eficiencia total (también se le llama a veces absoluta) compara el número de los detectados con el número total de los emitidos:

$$\varepsilon_{\text{tot}} = \frac{\text{número de eventos registrados}}{\text{número de partículas emitidas por la fuente}} \quad (2.9)$$

$$= \frac{I(E_\gamma)}{A(Z, N; t) b(E_\gamma) \Delta t}. \quad (2.10)$$

En el caso de una fuente puntual

$$\varepsilon_{\text{tot}}(E_\gamma) = \varepsilon_{\text{int}} \frac{\Delta\Omega}{4\pi} \quad (2.11)$$

Conclusión sencilla: la eficiencia total es menor que la intrínseca en todos los casos prácticos, pues tan sólo idealmente se puede rodear completamente la fuente con material detector.

Eficiencia relativa En la mayoría de los casos prácticos ni nos interesa ni es fácilmente evaluable el ángulo sólido $\Delta\Omega$. Lo que nos interesa es en cuánto cambia la eficiencia entre una energía y otra. En tales casos, asegurándonos de que para cada energía tomamos datos por el mismo Δt , lo que nos interesa es el comportamiento como función de la energía de

$$\varepsilon_{\text{rel}}(E_\gamma) = \frac{I(E_\gamma)}{A(Z, N; t) b(E_\gamma)}. \quad (2.12)$$

La Fig. 2.3 da la dependencia de la eficiencia intrínseca y de la absoluta como función de la energía para un detector de Ge. Observe que la dependencia con la energía nos da la eficiencia relativa. La función que ajusta los datos en la Fig. 2.3 es

$$f(E_\gamma) = A \exp \left([B + CE_\gamma + DE_\gamma^2]^{-H} + [E + FE_\gamma + GE_\gamma^2]^{-H} \right)^{-1/H}, \quad (2.13)$$

con constantes A, B, C, D, E, F, G, H encontradas por minimización de χ^2 .

Capítulo 3

Algunos esquemas de decaimiento

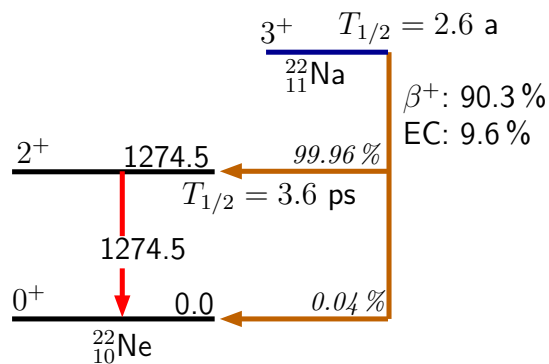


Figura 3.1: Decaimiento β^+ del ^{22}Na [Firestone and Shirley \(1996a\)](#).

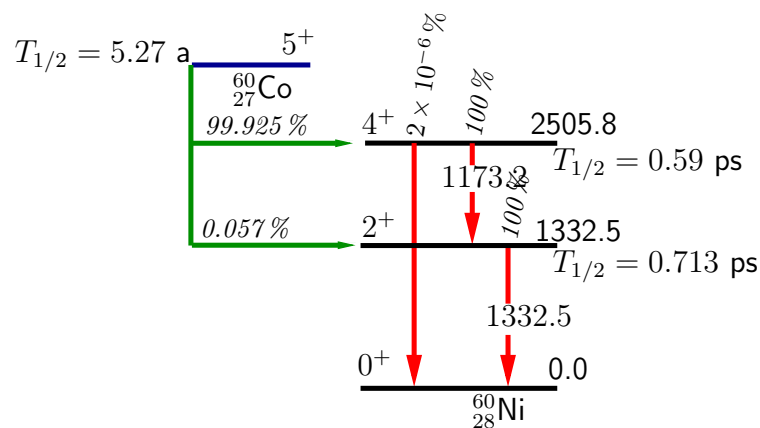


Figura 3.2: Esquema parcial del decaimiento β^- del ^{60}Co ([Firestone and Shirley, 1996a](#)). Examinar el significado de los números posicionados verticalmente en la Fig. 3.4.

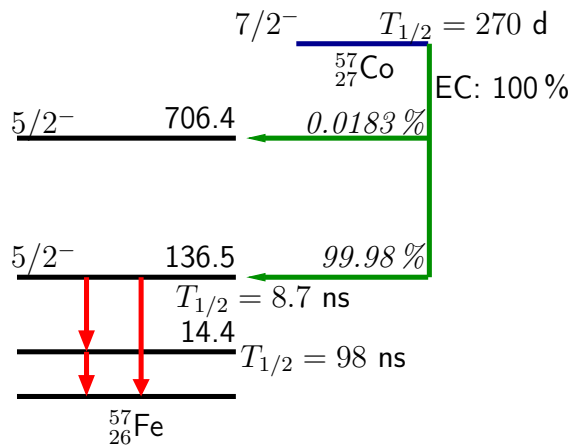


Figura 3.3: El ^{57}Co decae por Captura Electrónica al ^{57}Fe . El decaimiento es esencialmente al estado $(5/2^-, 136.5)$ y por lo tanto los únicos rayos gamma a observar son los tres indicados por flechas en rojo: 136.5, 122.1, 14.4 keV.

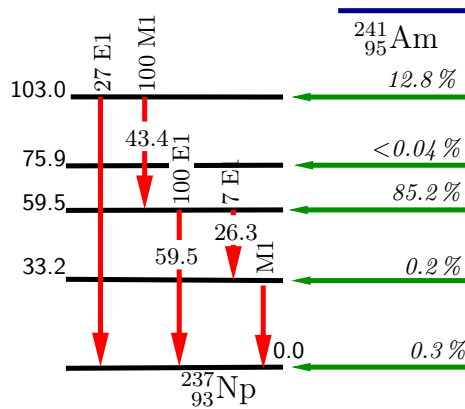


Figura 3.4: El decaimiento α del ^{241}Am origina la emisión gamma del ^{237}Np . Los números posicionados verticalmente encima de algunas transiciones indican el "branching" gamma, pero no en porcentaje sino en intensidad relativa: Ejemplo: De 127 fotones emitidos por el estado 103 keV, 100 son de la transición 43.4 keV y 27 de la de 103 keV. Los símbolos E1 y M1 indican el carácter electromagnético (E: eléctrico, M: magnético) y el número 1 indica que es de multipolaridad $2^{\ell=1} = 2$: dipolo [Firestone and Shirley \(1996b\)](#).

Capítulo 4

Curso rápido de ajuste de espectros

4.1. Gaussianas para la vida práctica

La Fig. 4.1 exhibe el pico resultante de la medición del espectro gamma de cierta medida. Una de las tareas más comunes en la práctica experimental es determinar la intensidad del pico. Lo que se quiere

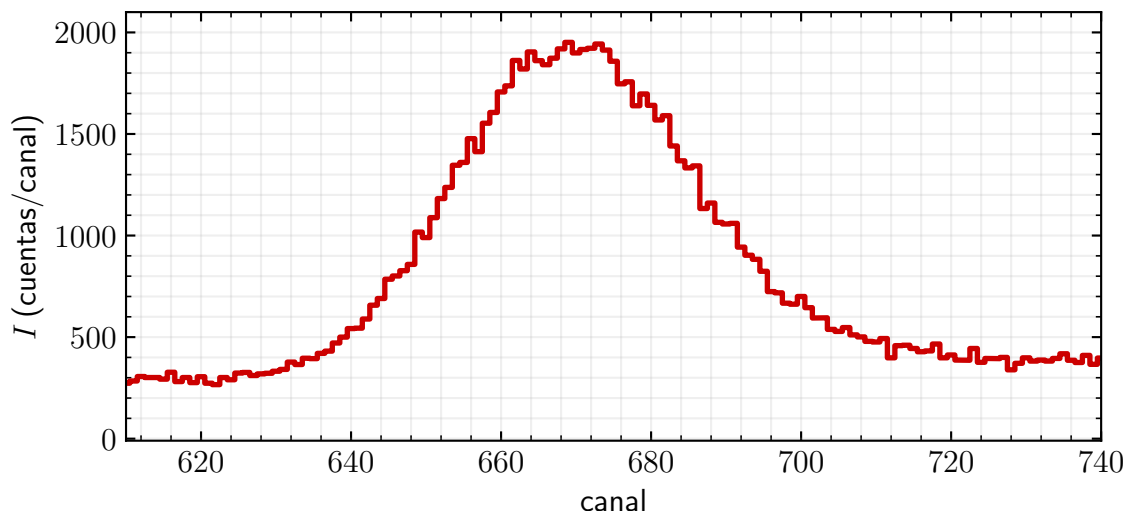


Figura 4.1: Gaussian experimental.

averigua es el valor del “área bajo la curva”. Pero no toda, sino solamente la que pertenece al pico, aproximadamente la del área rellena en rojo en la Fig. 4.2. ¿Cómo sabemos cuál área pertenece al pico? Ajustando una gaussiana a la curva experimental. ¿Qué sabemos de Gaussianas? Las siguientes subsecciones hacen explícito varios aspectos importantes al trabajar con datos experimentales.

La expresión analítica

La expresión de la Gaussiana teórica, es decir, **normalizada**:

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\mu - x}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (4.1)$$

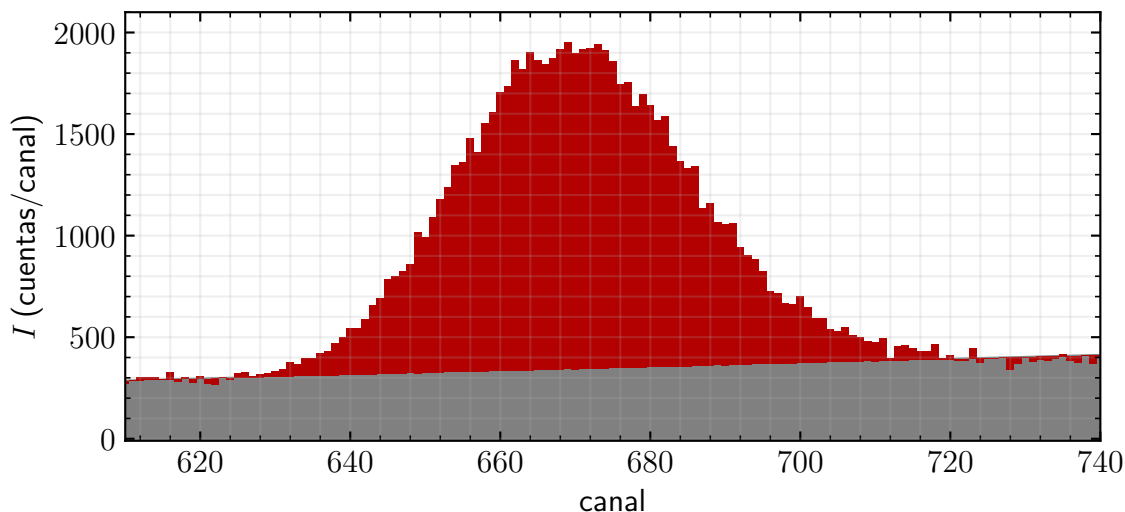


Figura 4.2: El área roja es aproximadamente la integral o intensidad de la señal experimental. La parte negra es “fondo”. El texto explica cómo hacemos la mejor evaluación del “área bajo la curva” definida por el espectro.

con el significado que aparece en la Fig. 4.3.

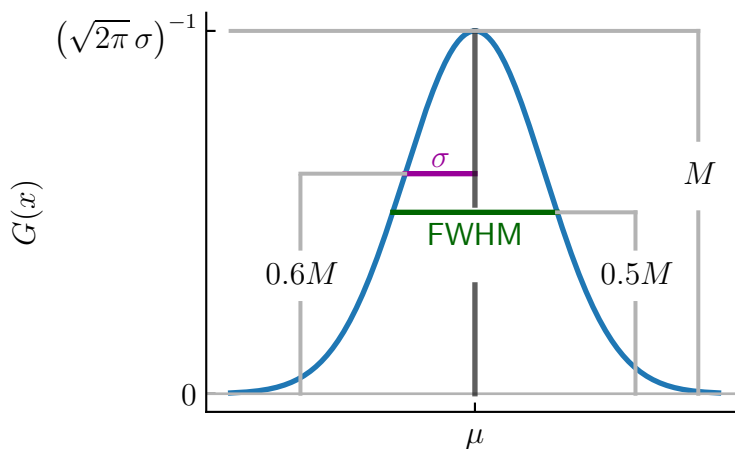


Figura 4.3: Los parámetros que definen una Gaussiana.

Una señal experimental obtenida en el laboratorio es típicamente la gaussiana descrita en la Fig. 4.3 montada sobre un fondo. La forma funcional para tal situación es

$$f(x) = \underbrace{b_0 + b_1(\mu - x)}_{\text{fondo}} + \underbrace{M \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\mu - x}{\sigma} \right)^2 \right]}_{\text{gaussiana}} \quad (4.2)$$

y, precisamente ése es parte del problema, no conocemos ninguno de los valores μ , σ , M , b_0 , b_1 , los cuales queremos averiguar...

La amplitud o altura

Si bien es una trivialidad, la Gaussiana normalizada tiene una altura M predefinida como una relación inversa con σ :

$$M = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma}$$

mientras que en **Gaussianas experimentales** tal máximo (altura) depende del tamaño de la muestra y no tiene una relación explícita con σ . En adelante, el valor máximo de la Gaussiana (en el caso experimental, medida desde el fondo) será llamado también M .

$$M_{\text{exp}} = M.$$

La integral

Para **Gaussianas normalizadas**, por definición:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G(x) dx = 1$$

mientras que en el caso experimental, el valor de la integral dependerá del tamaño de la muestra el cual a su vez depende de parámetros físicos como tiempo de medida, sección eficaz del proceso. etc. Para precisar, en el caso de la Fig. 4.2, la integral es el número de cuentas en rojo.

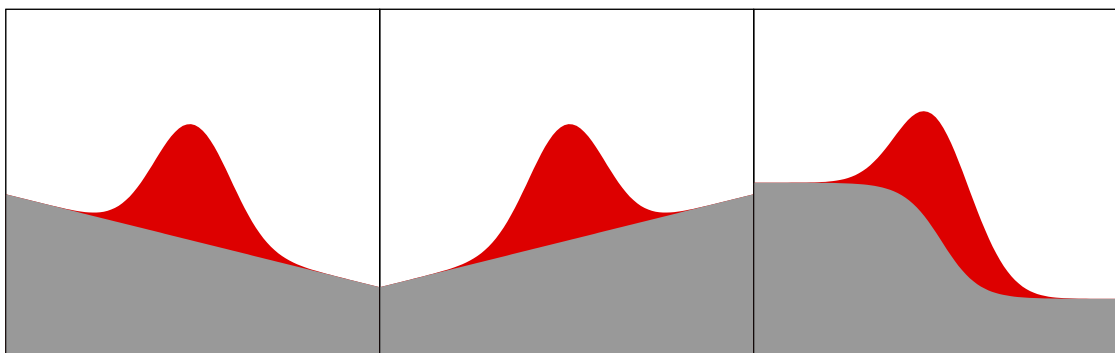
Vamos a usar ésta última propiedad para obtener una expresión para la integral de una Gaussiana no normalizada (experimental) con los mismos μ y σ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} M \sqrt{2\pi} \sigma G(x) dx = \sqrt{2\pi} M \sigma \int_{-\infty}^{+\infty} G(x) dx = \sqrt{2\pi} M \sigma \quad (4.3)$$

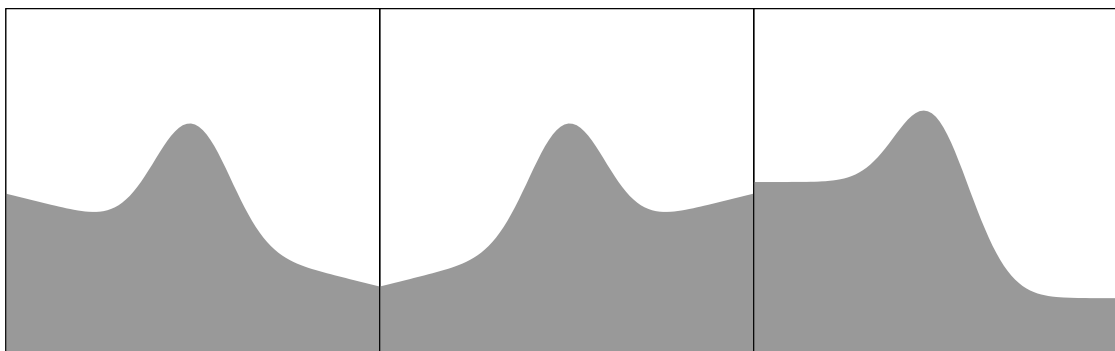
Este resultado tiene mucha utilidad en el caso de ajustes: una vez uno haya determinado M y σ para una Gaussiana experimental, ya sabe el valor de la integral.

El fondo

La Gaussiana teórica está definida de tal manera que el eje de las abscisas empieza en cero, mientras que en un caso experimental, la Gaussiana entera puede estar “montada” sobre un fondo, el cual, puede ser una constante (una línea horizontal), o tener alguna pendiente o incluso tener una dependencia más complicada. Por ejemplo, la Gaussiana experimental de la Fig. 4.1 está montada sobre un fondo de pendiente aproximadamente constante y positiva, como se puede ver más claramente en la Fig. 4.2. Es fácil definir “Gaussianas montadas sobre fondos”, como en la Fig 4.4, de manera teórica. Si las cuentas provenientes del fondo aparecieran en diferente color a las del pico, veríamos los espectros como en la parte superior de la Fig 4.4. Sin embargo, tal distinción no existe y lo que vemos es el espectro total como en la parte inferior de la misma figura.



Si el fondo y el pico se pudieran distinguir por sí solos.



La vida real.

Figura 4.4: El efecto del fondo sobre la apariencia del pico.

4.2. Ejemplos de ajuste

4.2.1. Una sola Gaussiana

Tomemos el espectro de la Fig. 4.1. Por lo explicado en la sección anterior, la función a ajustar, $f(x)$, es la suma de una línea recta, $r(x)$, y la Gaussiana experimental, $g(x)$:

$$f(x) = r(x) + g(x) \quad (4.4)$$

$$r(x) = b_0 + b_1(x - \mu) \quad (4.5)$$

$$g(x) = M \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\mu - x}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (4.6)$$

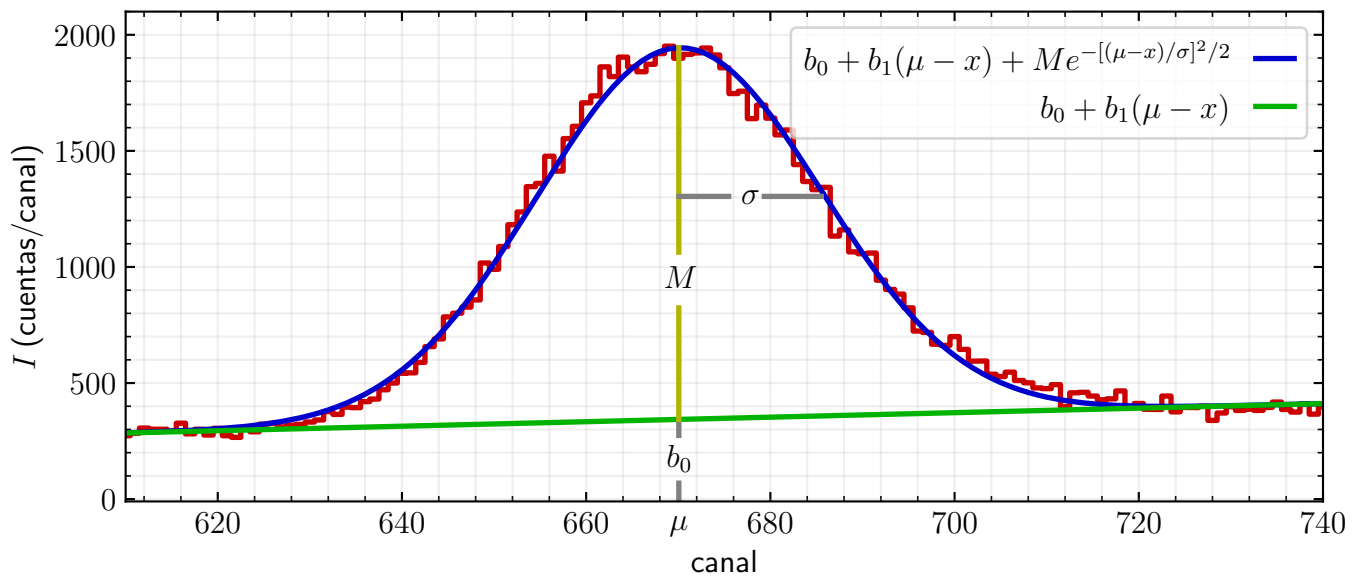
Inicialice los parámetros a ajustar. El éxito de un ajuste depende fuertemente de los valores iniciales. Si no se les da valores iniciales correctos, el algoritmo puede no encontrar ningún mínimo para χ^2 , y usted va a recibir mensajes como: `matriz singular`.

En el caso propuesto (Fig. 4.1) inicializar los parámetros es una tarea que se puede hacer “a ojo”:

- $\mu = 670$: El valor aproximado de la coordenada x en el máximo.
- $M = 1600$: El valor del máximo es ≈ 2000 . Pero la Gaussiana está montada sobre un fondo que en la posición del máximo vale ≈ 400 . Por lo tanto $M \approx 2000 - 400 = 1600$.

- Las mismas cuentas del punto anterior nos permiten afirmar que $b_0 = 400$ y que $x_0 = \mu = 670$.
- $\sigma = 10$: Es más fácil evaluar el valor de FWHM, pues es “la anchura a la mitad de la altura”. Según el punto anterior, la mitad de la altura está en $b_0 + (1/2)M = 400 + (1/2)1600 = 1200$. A la altura 1200, la parte izquierda de la Gaussiana está en ≈ 652 . La parte derecha está en ≈ 688 . Por lo tanto $\text{FWHM} = 688 - 652 = 36$. σ es un poco menos que la mitad de FWHM, luego podemos proponer $\sigma = 12$.
- b_1 : Es la pendiente de la línea recta que representa el fondo. Observe que el espectro en el extremo izquierdo, en $x = 600$, tiene ≈ 300 cuentas. En el otro extremo, en $x = 740$ tiene ≈ 400 . Por lo tanto la “rata de crecimiento” de la recta que une esos dos puntos es $b_1 \approx (400 - 300)/(740 - 600) = 100/140 \approx 0.7$

El resultado del ajuste es la Fig. 4.5.



μ (canal)	σ (canales)	M (cuentas)	b_0 (cuentas)	b_1 (cuentas/canal)
670.1(1)	15.5(1)	1601(14)	343(4)	0.97(6)

Figura 4.5: El histograma (rojo) es el pico experimental. La línea azul es el ajuste (ec. 4.4). La gaussiana de ajuste está “montada” sobre el fondo representado por la línea recta verde (ec. 4.5). Observe: (i) b_0 es el valor del fondo en la abscisa, canal = μ . (ii) M es la altura de la gaussiana medida desde el valor del fondo en μ . La Tabla resume los resultados incluyendo las incertidumbres estadísticas dadas por el programa.

4.2.2. Varias Gaussianas

El esquema de decaimiento del ^{57}Co está mostrado en la Fig. 4.6. El espectro mostrado en la Fig. 4.7(a), correspondiente a este decaimiento, es un poco más complicado que el anterior:

- pico 1: pico menor alrededor del canal 55,

- pico 2: pico principal en el canal 75,
- pico 3: aunque no aparece en forma de “pico”, la ladera que empieza en el canal 80 y termina en el canal 90 es seguramente otro pico.

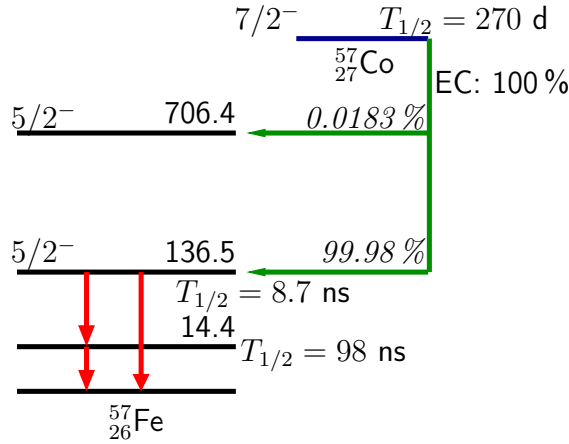


Figura 4.6: Esquema de decaimiento del núcleo ^{57}Co .

Entonces nos concentramos en el espectro entre los canales 40 a 100. Respecto al fondo mantenemos la misma formulación que en la ec. (4.5), es decir, proponemos un fondo común. Respecto a los picos, proponemos como función de ajuste la suma de tres gaussianas, cada una describiendo uno de los picos,

$$g(x) = g_1(x) + g_2(x) + g_3(x), \quad (4.7)$$

$$g_i(x) = M_i \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_i - x}{\sigma_i} \right)^2 \right] \quad (4.8)$$

y le proponemos al programa de ajuste que los centroides sean, para empezar,

i	M_i	μ_i (canal)	σ_i (canal)
1	4000	55	3
2	80000	75	3
3	20000	85	3

El ajuste que resulta es mostrado en la Fig. 4.7(b). Parece que los picos 2 y 3 son ajustados correctamente. ¿Qué pasa acon el pico 1? Un examen más cercano se muestra en la Fig. 4.7(c), en la cual se ve que en el intento de minimizar χ^2 , el programa ajusta “globalmente” la región entre los canales 40 y 65 sin realmente ajustar el pico que está en el canal 54. En ésta última figura no está graficada $g_2(x)$ para no añadir información innecesaria.

Al examinar las desviaciones estándar producidas por el ajuste nos damos cuenta que el resultado no es “físico”: $\sigma_1 = 8.2$, $\sigma_2 = 3.1$, $\sigma_3 = 3.0$. σ_1 es exageradamente grande comparada con las otras dos. Este resultado no es físico pues FWHM es una función monótona lentamente creciente de la energía (p. 82 de *Instrumentación Nuclear*). Una manera de “contarle” al programa de ajuste este hecho es dando el mismo σ para cada una de las Gaussianas, es decir, suponemos que debido a que las energías de los tres picos están tan cerca, no alcanza a haber variación significativa de FWHM.

En la práctica, ¿cómo se hace para decirle al programa que σ es la misma para cada uno de los picos? En vez de las gaussianas (4.8) en las cuales cada una tiene su propio σ_i , encontrado por el proceso de minimización de χ^2 , programamos

$$g_i(x) = M_i \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_i - x}{\sigma} \right)^2 \right]. \quad (4.9)$$

Ahora σ es la misma para cada uno de los picos.

El resultado del ajuste con la anterior estrategia está mostrado en la Fig. 4.8(a). En ésta se alcanza a notar que la región entre los canales 60 y 66 no logra ser ajustada. Aunque no sabemos cuál es el origen, podemos proponer que en tal región existe un pico, es decir, ahora la función de ajuste incluye una cuarta gaussiana

$$g(x) = g_1(x) + g_2(x) + g_3(x) + g_4(x). \quad (4.10)$$

La Fig. 4.8(b) muestra el resultado del nuevo ajuste.

Más detalles prácticos

1. La formación del pico alrededor del canal 55 no parece tener origen en ninguna transición. El esquema de decaimiento en la Fig. 4.6 sólo incluye tres rayos gamma. El de mayor intensidad es el de 122.1 keV, que debe corresponder al pico en el canal 75. Por lo tanto el de 136.5 keV está en el canal 83. El de más baja energía (14.4 keV) no aparece en estas gráficas, corresponde probablemente al pequeño pico en el canal 18.
2. Entonces ¿cómo se forma el pico en el canal 55? Origen: escape del rayo X de fluorescencia del Iodo (en el NaI) de aproximadamente 28.5 keV.

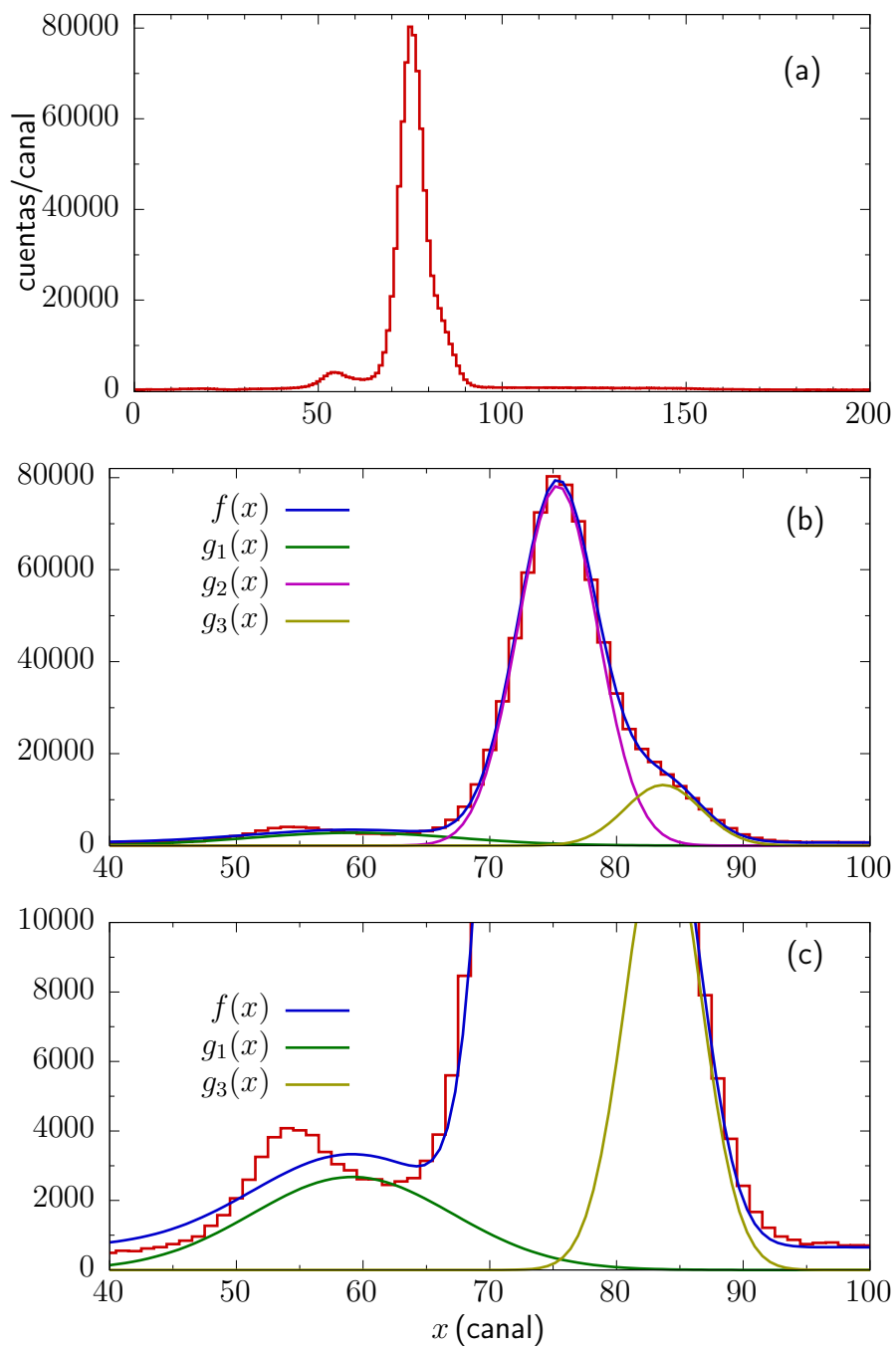
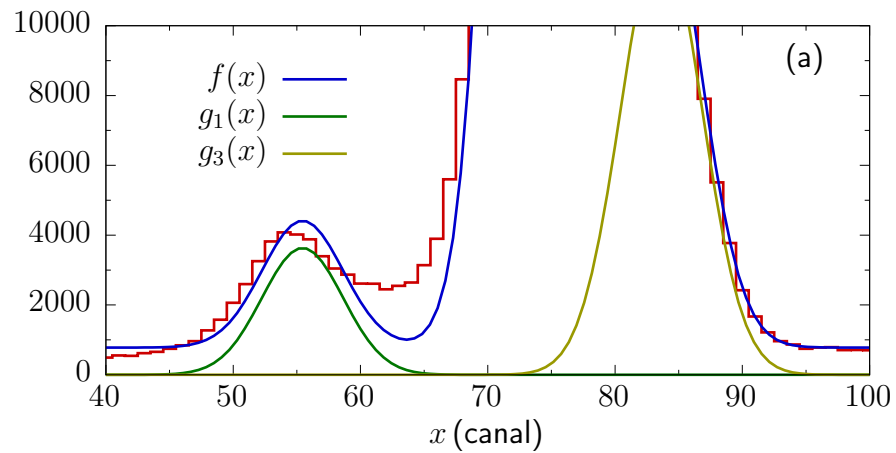
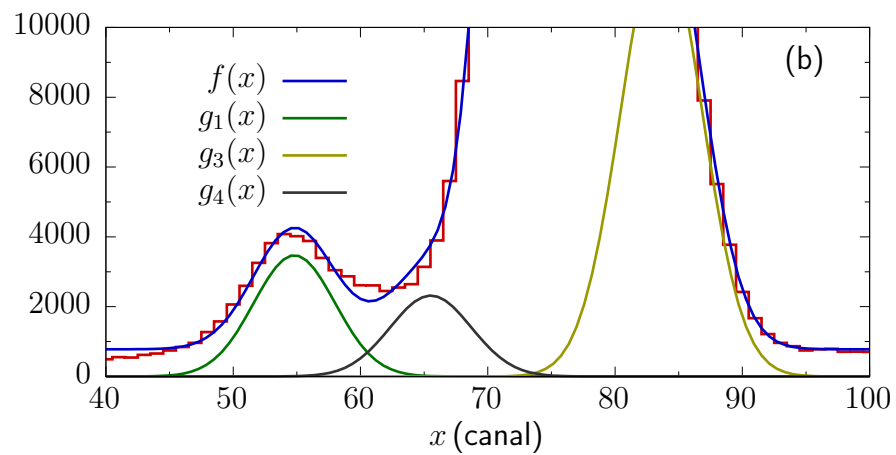


Figura 4.7: Evolución del ajuste.



La región alrededor del canal 65 no es ajustada.



La adición de un pico en 65 produce un ajuste suficientemente bueno.

Figura 4.8: Refinamiento del ajuste.

Parte II

Prácticas

Práctica 1

Familiarización con el sistema de medición

1.1. Elementos

- | | |
|---|--|
| ■ Armario NIM Marca Canberra Mod.: 2100 . | ■ Amplificador 2026 |
| ■ Fuente de alto voltaje 3002D | ■ ADC 8715 |
| ■ Detector de Nal. Tamaño: 3" × 3". | ■ Conectores BNC |
| ■ Fotomultiplicador 802-4 | ■ MCA: Tarjeta de procesamiento de datos AccuspecB |
| ■ Preamplificador 2007P | ■ PC; Software de procesamiento de datos "Genie". |

1.2. Procedimiento

1. Examine que los conectores entre las diferentes partes de la electrónica y el detector estén adecuadamente ajustados.
2. Encienda el computador y eche a andar el software de procesamiento de datos:
 - Inicio → programas → Genie2000 → **Data Acquisition Analysis (DAA)**.
 - En la ventana del **DAA**: File → Open → Detector → AccuB → OK.
3. Dé voltaje al armario NIM. Botón ON-OFF a la derecha del armario.
4. Dé voltaje al detector.
 - Botón giratorio a ON.
 - Con la perilla eleve el voltaje lentamente hasta obtener 900 kV.

5. Mientras aumenta el voltaje observe el efecto en el espectro mostrado por el computador. A partir de alrededor de 400 V se observan lecturas en el espectro. Tales lecturas corresponden a radiación ambiental.
6. Los comandos principales para tomar datos, en la ventana del **DAA**:
 - Clear
 - Acquisition ON
 - Acquisition OFF
7. Coloque la fuente de ^{137}Cs en la nariz del detector. Cronometrando con un reloj de muñeca (o algún otro) lea un espectro por 5 minutos.
8. Retire la fuente de ^{137}Cs y coloque la de ^{60}Co en la nariz del detector. Tome datos por 10 minutos.
9. Tome datos para ^{22}Na por 10 minutos.

Espectros resultantes:

Cs137.dat

Co60.dat

Na22.dat

1.3. Análisis

1. Determinación de cantidades espectroscópicas experimentales.
 - a) Ajuste gaussianas a cada uno de los fotopicos en cada uno de los espectros. Incluya el pico de la región de rayos X. Determine el valor de
 - 1) centroide (μ (canales)),
 - 2) desviación estándar (σ (canales)) ,
 - 3) FWHM (canales),
 - 4) Intensidad (cuentas) = Número de cuentas bajo cada Gaussiana.
 - b) En el caso de picos aislados: Muestre simultáneamente el espectro y el ajuste a cada línea. Un cuadro por gaussiana. Solamente la región pertinente en cada cuadro.
 - c) Ajuste las dos líneas del ^{60}Co simultáneamente. Use una suma de gaussianas y un sólo fondo común como función de ajuste.
2. Calibración en energía.
 - a) Use la información dada en el Apéndice para el valor de la energía de cada uno de los picos y haga un ajuste keV-canal usando los cinco valores. Use un software de ajuste que le dé también la incertidumbre de los parámetros ajustados.

- b) Grafique la relación resultante E_γ (keV) versus canal. Los datos experimentales como puntos y la expresión

$$E_\gamma \text{ (keV)} = a_0 + a_1 \times \text{canal} \quad (1.1)$$

con una línea continua.

- c) Haga una tabla similar a la Tabla 1.1. En ella incluya, tal como en el ejemplo mostrado en la Tabla 1.1, la incertidumbre de cada uno de los parámetros, $\sigma(a_0)$, $\sigma(a_1)$.

a_0 (keV)	a_1 (keV/canal)
-12.2(50)	0.855(9)

Tabla 1.1: Constantes de la calibración keV-canal. **Ojo:** Los valores anotados son un ejemplo de una calibración real pero no es la de este experimento.

Observaciones sobre la calibración keV-canal:

En los ajustes de funciones

$$y = a_0 + a_1 x$$

a datos experimentales, típicamente se tienen incertidumbres en las ordenadas, es decir en y , mientras que la variable independiente, x , se asume sin incertidumbres (ver AnalisisDatos.pdf Cap. 2). En el ajuste de la ec. (1.1) a los datos experimentales tenemos la situación opuesta:

- Como puede observar en la Tabla C.1, las incertidumbres en las energías son prácticamente despreciables, en el orden de milésimas de keV o menores.
- Las incertidumbres de los centroides (evaluación del máximo del pico) son porcentualmente mayores, alrededor de las décimas de canal.

Estas dos razones argumentan en pro de hacer el ajuste

$$\text{canal} = b_0 + b_1 \times E_\gamma \text{ (keV)}$$

y luego invertir esta relación para obtener la ec. (1.1), lo cual por supuesto, usted lo puede emprender. Lo que muestra la práctica es que las incertidumbres de a_0 y a_1 en la ec. (1.1) no varían apreciablemente, en términos prácticos, entre estos dos métodos.

Lo explicado hasta este punto explican el método propuesto en este curso: ajuste sus datos usando la ec. (1.1) y como incertidumbre en el eje de las energías de $\sigma(y_i) = 1$, $\forall i$, que es el método usual de decirle a un software de ajuste que “no hay incertidumbres a considerar”. Aún con esta aproximación, el software le debe proporcionar incertidumbres para a_0 y a_1 .

3. Siga el formato de la Tabla 1.2. La última columna de esta tabla le debe dar una idea de en cuánto se “equivoca” el ajuste. Va a observar en una práctica posterior que tales valores son mucho más pequeños con el detector de Ge.
4. Borde Compton y pico de retrodispersión.
 - a) Evalúe y anote su evaluación en canales, de las posiciones de los bordes Compton y del pico de retrodispersión de las líneas del ^{60}Co . La evaluación la puede hacer “a ojo”. Luego de tener los valores en canales conviértalos a keV.

E_γ (keV)	canal	E_γ ajuste	$\Delta = E_\gamma - E_\gamma$ ajuste (keV)	% $[(\Delta/E_\gamma) \times 100]$
32.8 ^(a)				
511.0				
661.7				
1173.2				
1274.5				
1332.5				

^(a) Valor ponderado: $(I_1 E_1 + I_2 E_2)/(I_1 + I_2)$. Ver Tabla C.1

Tabla 1.2: Modelo de tabla para su análisis.

- Calcule el valor teórico del borde Compton y del pico de retrodispersión y compárelos en una tabla con los valores experimentales.
- Haga una gráfica en la cual muestre la posición en el espectro, según sus cálculos, de los bordes Compton y los picos de retrodispersión de las dos líneas del ^{60}Co .

5. Solamente para el ^{137}Cs :

- Determine el número de cuentas asociadas al efecto fotoeléctrico. Llámelo N_f .
- A partir de la expresión para la propagación de incertidumbres, muestre explícitamente el cálculo para la obtención de la incertidumbre de N_f .
- Determine el número de cuentas en la región Compton. Llámelo N_C .
- A partir de la expresión para la propagación de incertidumbres, muestre el cálculo para la obtención de la incertidumbre de N_C .
- Calcule la razón Compton-Fotopico:

$$r = \frac{N_C}{N_f}. \quad (1.2)$$

- Muestre explícitamente el cálculo para la obtención de la incertidumbre de la razón, $\sigma(r)$.
- Anote en una tabla el valor de los canales que usa como límites para la región Compton y los valores N_C , N_f , r y sus incertidumbres.

El valor r no nos dice nada por ahora. Va a tomar significado después cuando lo comparemos con el obtenido para el detector de Ge.

6. Decaimiento del ^{22}Na y detección de 511, 1275 keV:

- Según el esquema de decaimiento del ^{22}Na , por cada rayo gamma de 1274.5 keV, ¿cuántos rayos gamma de 511 keV son emitidos?
- Suponga que tiene un detector tal que cubre $\Omega = 4\pi$ alrededor de cierta fuente emisora de ^{22}Na y que tal detector tiene una eficiencia absoluta $\epsilon_{\text{abs}} = 1$ para todo valor de energía (sí, cierto, tal detector no existe). Midiendo la emisión de la fuente de ^{22}Na con tal detector cuál será el valor de la razón

$$R_{\text{teo}} = \frac{I_\gamma(511 \text{ keV})}{I_\gamma(1275 \text{ keV})} = ? \quad (1.3)$$

- c) Determine la razón R_{exp} experimental con los datos que recibió, es decir con Na22.dat.
- d) Determine $\sigma(R_{\text{exp}})$.
- e) Escriba una lista de las varias razones por las cuales R_{teo} y R_{exp} son diferentes.

Práctica 2

Calibración de la energía y cálculo de la eficiencia relativa

(Gilmore, 2008, Caps. 6, 7)

2.1. Procedimiento

Los espectros que va a analizar fueron tomados usando la instrumentación explicada en la Práctica 1, Cap. 1, y siguiendo el siguiente procedimiento:

1. Fuente gamma a 8 cm de la cara, a lo largo del eje de simetría cilíndrica del detector de NaI ($3'' \times 3''$).
2. Una fuente por vez.
3. Número de canales en el MCA: 1024.
4. Tiempo de toma de datos de 10 minutos: ^{22}Na , ^{60}Co , ^{137}Cs , Fondo.
 1. NaI_22Na_600s.dat
 2. NaI_60Co_600s.dat
 3. NaI_137Cs_600s.dat
 4. NaI_Fondo_600s.dat
5. Tiempo de toma de datos de 5 minutos: ^{57}Co , Fondo.
 5. NaI_57Co_300s.dat
 6. NaI_Fondo_300s.dat
6. Fondo: Arreglo experimental idéntico a la toma de datos de la fuente, sin la fuente.

2.2. Preparación

1. Haga una gráfica mostrando los 6 espectros listados más arriba. A observar en la gráfica:
 - a) El pico más intenso es el de ^{137}Cs (662 keV).

b) El pico menos intenso es el de 1274 keV de ^{22}Na .

c) Por debajo del canal 160, el fondo, en cada uno de los espectros es intenso. Este hecho complica un poco cualquier análisis sobre los picos de baja energía.

- Al espectro de cada fuente reste el correspondiente fondo.
- Haga una gráfica en la que muestre simultáneamente el espectro del ^{57}Co , el fondo y la resta obtenida en el anterior punto.
- Haga una gráfica de por lo menos uno de los espectros resta con tiempo de adquisición 10 minutos.
- En la siguiente Sección va a necesitar asociar la energía conocida de la emisión de cada núcleo fuente al centroide de cada pico. Para todos los picos esa asociación es más o menos clara. Menos para el ^{57}Co . El correspondiente espectro resta muestra dos picos, uno de baja intensidad entre los canales 40 y 50. Otro de mayor intensidad con el centroide alrededor del canal 58.

La pregunta a contestar: ¿son estos dos picos los que hay que asociar a lo que afirma la Tabla C.1 respecto a ^{57}Co ? Una manera de evaluar si el NaI debería ser capaz de resolver los dos picos, 122 y 136 keV, es evaluando su resolución. Un número aproximado de la resolución del NaI es 10 % de la energía. Diez por ciento de 122 es 12, es decir el pico de 122 se extiende hasta $122 + 12/2 = 128$ keV (FWHM es "Full", mitad y mitad por cada lado), mientras que el de 136 keV se extiende hasta $136 - 14/2 = 129$ keV. Conclusión: es imposible que el NaI muestre los dos picos de ^{57}Co individualmente. En la siguiente Práctica veremos que en cambio, el Ge sí lo logra.

Queda una pregunta por responder: cuál es el origen del pico entre los canales 40 y 50?

- Ajuste gaussianas a cada uno de los picos observados en los espectros resta y obtenga μ , FWHM, I de cada gaussiana ajustada. I es la intensidad, obtenida como el área bajo la curva.

2.3. Análisis

- En la Práctica 1 ejercitó la calibración de energía. Ahora, el programa de calibración que escribió lo puede usar para los nuevos espectros. Vamos a usar como puntos de calibración los valores de las energías anotadas en la Tabla 2.1.
- Determine centroide, FWHM y área bajo la curva $I(E_\gamma)$. Consigne los resultados en la Tabla 2.1. Con tales resultados haga el ajuste

$$E_\gamma(\text{keV}) = a_0 + a_1 \times \text{canal.} \quad (2.1)$$

y muestre la correspondiente gráfica $E_\gamma(\text{keV})$ versus canal escribiendo en ella claramente los valores de a_0 y a_1 . Estos coeficientes deben cambiar respecto a los obtenidos en la Práctica 1.

- Haga una gráfica lineal en ambos ejes de FWHM como función de la energía.

No incluya en este análisis el valor de FWHM para $E_\gamma = 511$ keV. El proceso de producción y emisión de este rayo gamma es diferente al de los demás. Típicamente el FWHM del 511 keV es más ancho que el que resultaría si fuera emitido a través de una transición.

canal (experimental)	E_γ (keV) (propuesta)	E_γ (keV) (ec. 2.1)	ΔE (keV)	%	FWHM (keV)
	32.8 ^a				
	122.1				
	136.5				
	511.0				
	661.7				
	1173.2				
	1274.5				
	1332.5				

^a Valor ponderado: $(I_1 E_1 + I_2 E_2)/(I_1 + I_2)$

Tabla 2.1: Examen de la calidad de la calibración en energía.

a) Ajuste tal colección de puntos a

$$\text{FWHM(keV)} = c_0 + c_1 \sqrt{E_\gamma(\text{keV})} \quad (2.2)$$

Ojo: Lo interesante es obtener FWHM en keV, no en canales.

b) En la anterior ecuación, ¿cuáles son las unidades de c_0 y de c_1 ?

4. Ajuste los picos del espectro de ^{57}Co . Examine de paso las siguientes tres cuestiones:

- Según los valores de b_γ (Tabla C.1) para las transiciones de este núcleo, el pico de más baja energía es el más intenso. Escriba explícitamente su hipótesis del origen del pico de más baja energía. Argúmentelo incluyendo relaciones de energía.
- Entonces queda como conclusión que el pico de mayor intensidad corresponde a un “doblete” 122-136 keV.
- Debemos entonces ajustar el espectro a tres gaussianas. Muestre el ajuste logrado con el eje x (energía) en keV.

5. Vuelva a leer el Capítulo 1.2 en la p. 11. Use la ec. (2.12) y las Tablas C.1 y C.2 para llenar la Tabla 2.2. Observe que en esta Tabla sólo hemos escrito las energías de los picos de los cuales es posible conocer el número de emisiones por unidad de tiempo.

6. Normalice a 1 el valor máximo de las eficiencias obtenidas y haga una gráfica de eficiencia como función de la energía. Puesto que la eficiencia tiene un gran rango de variación, la mejor gráfica es semi-log: logarítmica en la eficiencia y lineal en la energía.

Procedimiento para “normalizar a 1”:

- Determine cuál de los datos es el valor máximo. Asigne 1 a ese valor.
- Haga una regla de tres con los demás datos para convertirlos a la misma escala.

E_γ (keV)	I_γ (cuentas)	A^a (kBq)	b_γ	A_γ (kBq)	ϵ
122.1					
136.5					
661.7					
1173.2					
1274.5					
1332.5					

^a Actividad del núcleo el día en que se hizo el experimento. Ver ec. (2.4). Para ^{22}Na , ^{60}Co y ^{137}Cs use la Tabla C.2. Para ^{57}Co la información es: $A = 40.7$ kBq el día 5-03-2018. b_γ para éste núcleo la puede tomar de la misma Tabla C.2.

Tabla 2.2: Preparación para la calibración en eficiencia. A es la actividad de la fuente, b_γ es el factor de corrección para obtener la “actividad gamma” A_γ (Ver Apéndice A).

Práctica 3

Calibración de detectores de Ge

3.1. Experimento

1. Disponga el cableado para usar el detector de Ge.
2. Use las fuentes de calibración necesarias para determinar los parámetros de amplificación de tal manera que en un espectro de 8K (8192) canales logre registrar radiación de 2.8 MeV.
3. Anote los parámetros de amplificación pues los va a usar en la siguiente experiencia.
4. Tome un espectro usando simultáneamente las fuentes de ^{22}Na , ^{57}Co , ^{60}Co y ^{137}Cs :

calibracionNaCoCoCs-Ge8K.xy.

Este espectro le dará 9 puntos (en esta experiencia puede usar solamente 3) de calibración en energía fáciles de reconocer los cuales puede usar para obtener una primera calibración que le servirá para identificar las energías de los picos en el espectro de Eu (Europio), el cual tiene más de 25 picos.

5. Tome un espectro usando la fuente mixta de $^{152,154,155}\text{Eu}$:

calibracionEu-Ge8K.xy.

3.2. Preparación

1. Haga una gráfica del espectro calibracionNaCoCoCs-Ge8K.xy con
 - a) El eje de las abscisas (canales) en escala lineal cubriendo los 8092 canales.
 - b) El eje de las ordenadas (eje y , eje de la intensidad) en escala logarítmica. Asegúrese de que el mínimo es un valor parecido a 1, puede ser, por ejemplo 0.8. Especialmente: no permita que su software elija como mínimo de y una potencia “loca” de 10 como 10^{-1} , 10^{-2} , ... No tiene sentido, pues el mínimo detectado es “una cuenta”.
 - c) Si cree que debería mejorar su preparación para el análisis haciendo más gráficas, muéstrelas acá, no importa que no sean perfectas, sino “borradores”.

2. Trate de asignar “a ojo” los picos a las energías conocidas de cada uno de los isótopos usados para producir el espectro. Una vez lo haya hecho, se va a dar cuenta que le “sobran” dos picos, en aproximadamente canales 5000 y 7000. Conteste explícitamente y trate de demostrarlo sin, todavía, apelar a la calibración: ¿Cuál es el origen de estos picos?

3.3. Calibraciones

1. Ajuste por lo menos 5 picos del detector de Ge usando el espectro `calibracionNaCoCoCsGe8K.xy` y produzca la Tabla 3.1.

E_γ (keV)	canal	σ (canales)	I_γ (cuentas)
122.1	410.55(6)	1.20(3)	808353(38602)
661.7			
1274.5			
1332.5			
2505.7			

Tabla 3.1: Preparación con ^{57}Co , ^{137}Cs , ^{60}Co y su pico suma.

2. Ajuste por lo menos los 7 picos del espectro de $^{152,154,155}\text{Eu}$ listados en la Tabla 3.2 y produzca la información pedida en ella.

E_γ (keV)	canal	σ (canales)	I_γ (cuentas)
86.5	312.14	0.032	
105.3			
344.3			
723.3			
964.1			
1274.5			
1596.5			

Tabla 3.2: Datos para siete picos de los Eu, espaciados “más o menos uniformemente” entre el pico de menor energía, 86.5 keV y el de energía máxima, 1596.5 keV.

3. Muestre las gráficas

a) E_γ (keV) *versus* Energía (canal) y el ajuste correspondiente.

$$E_\gamma \text{ (keV)} = a_0 + a_1 E_\gamma \quad (3.1)$$

b) FWHM(keV) *versus* E_γ (keV) y haga dos ajustes:

$$\text{FWHM (keV)} = \begin{cases} f_0 + f_1 \sqrt{E_\gamma} \\ \ell_0 + \ell_1 E_\gamma \end{cases} \quad (3.2)$$

$E_\gamma(\text{keV})$	$I_\gamma(\text{cuentas})$	$A(2018-05-29)$	$b_\gamma(\%)$	A_γ	ϵ
86.5		5.13	3.1	$5.13 \cdot 0.031 = 0.16$	
105.3					
344.3					
723.3					
964.1					
1274.5					
1596.5					

Tabla 3.3: I_γ es el número de cuentas bajo el área del correspondiente pico. A es la actividad del isótopo emisor, b_γ es el porcentaje de ramificación ("branching ratio"). Ojo: si un número se da en porcentaje, la fracción equivale a $b/100$. La información sobre Eu está en la Tabla C.3.

c) Eficiencia *versus* E_γ (keV) con una escala logarítmica en el eje de la eficiencia. La Tabla 3.3 muestra la información necesaria para la producción de los datos sobre eficiencia. Es importante tener en cuenta dos precisiones de naturaleza práctica:

- 1) Aunque esto ya fue explicado junto con la ec. (2.4), es bueno enfatizar: La fecha de certificación de la fuente de Eu es el $t_0 = 2006-07-13$. La fecha en la que los datos fueron tomados fue el $t_1 = 2018-05-29$. la actividad en el tiempo t_2 será

$$A(2018-05-29) = A(2006-07-13) \exp\left(\frac{t_1 - t_0}{\tau}\right)$$

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)}$$

Convirtiendo $t_1 - t_0$ y $T_{1/2}$ a días es suficiente, es decir, no necesita convertirlos a segundos. Segundo más, segundo menos no se va a notar en la medición.

- 2) b_γ aparece como un porcentaje en casi toda tabla en la que es reportado. Para obtener A_γ se debe multiplicar por el valor que representa la fracción:

$$A_\gamma(t_1) = A(t_1) \frac{b_\gamma(\%)}{100}.$$

d) Muestre la gráfica de por lo menos dos picos de los que analizó con sus respectivos ajustes.

3.4. Comparación Ge-Nal

1. Haga una gráfica con ambos ejes lineales y el eje de energía en keV mostrando la región $40 \leq E_\gamma(\text{keV}) \leq 220$ de tal manera que:

- a) Pueda comparar los picos del ^{57}Co (122, 136 keV) registrados con el detector de NaI y el detector de Ge.
- b) Modifique la escala del espectro del Ge de tal manera que el máximo del pico de 122 keV sea aproximadamente el mismo en ambos espectros.

- c) Verbalice, anotando en una lista, por lo menos dos observaciones que caractericen las diferencias observables entre los dos espectros.
2. Haga una gráfica con ambos ejes lineales mostrando simultáneamente los espectros tomados con el detector de NaI y con el de Ge siguiendo los siguientes lineamientos:
- a) Represente el eje de la intensidad hasta 2000 cuentas, de tal manera que pueda observar claramente los picos 1173 y 1333 keV detectados con el NaI. Nota: El espectro tomado con el Ge también va a mostrar el pico de 1273 del ^{22}Na .
 - b) Represente el eje de energías entre $800 \leq E_\gamma \leq 1600$ keV.
 - c) Marque en la gráfica con una línea vertical las energías **teóricas** del borde Compton de los picos del ^{60}Co .
 - d) Verbalice (escriba en algunos renglones) lo que observa respecto a la posición de los bordes Compton en los dos espectros, con NaI y con Ge.

Práctica 4

Radiación natural

4.1. Introducción

Una muestra de suelo contine cierta cantidad de los isótopos radiactivos ^{238}U , ^{232}Th . A estos isótopos, a sus “hijos”, los resultantes en la cadena de decaimiento natural (Ver Apéndice D) y al isótopo radiactivo ^{40}K se les conoce por la siglas en inglés NORM (**N**ormally **O**ccurring **R**adioactive **M**aterials).

Por diferentes razones es útil conocer el contenido de NORM en muestras de suelo, y en algunos casos, también en muestras de agua. En esta experiencia la manera de cuantificar el contenido de ^{40}K será mostrada. Lo aprendido será usado por extensión para determinar el contenido de ^{238}U en dos muestras de suelo.

4.2. Determinando el contenido de ^{40}K

Una muestra de potasio natural contiene 93.2% del isótopo ^{39}K y 6.7% de ^{41}K . La pequeñísima fracción, 0.0117% de $^{40}_{19}\text{K}$ es suficiente para hacerlo observable por medio de espectroscopía gamma. ^{39}K y ^{41}K son estables, mientras que ^{40}K es “casi” estable: su tiempo de semivida es $T_{1/2} = 1.3 \cdot 10^9$ años. Debido a su larga vida y a su relativa abundancia, su radiación γ es fácilmente observable junto con las de los demás núcleos de las cadenas radiactivas naturales. Puede ver el esquema de decaimiento en el Apéndice 4.2 (p. 43).

4.3. El experimento

1. Determinar la intensidad gamma proveniente de cada muestra.
2. Determinar la intensidad gamma proveniente de una cantidad conocida de ^{40}K . Esta cantidad conocida es una *muestra certificada de referencia* proveniente de un laboratorio del Organismo Internacional de Energía Atómica. La información sobre esta referencia aparece en el Apéndice D.2, p. 67.
3. Con las dos cantidades anteriores hacemos una regla de tres cuyo resultado es la cantidad de ^{40}K en la muestra.

El método:

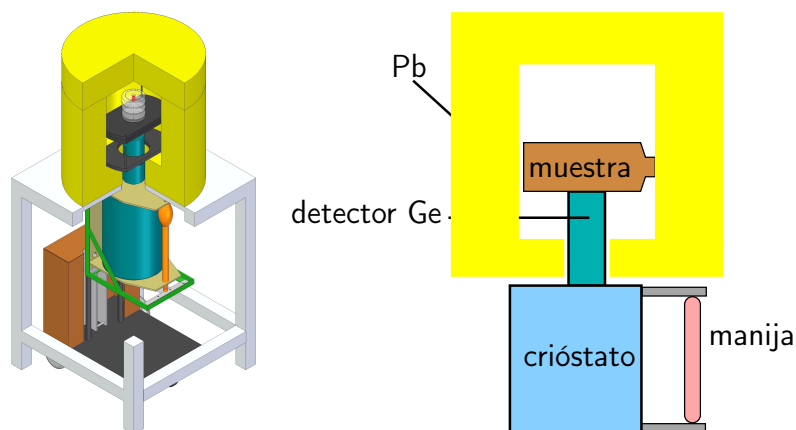


Figura 4.1: Arreglo experimental típico para la cuantificación de la actividad de una muestra cuando A es pequeña, es decir, cuando su valor es muy parecido a los valores del mismo fondo.

1. Se determina el arreglo experimental, el cual involucra la disposición geométrica del detector y de las muestras (Ver Fig. 4.1), los valores de voltaje de los sistemas electrónicos, la resolución deseada, es decir, número de canales a usar para cada espectro.
2. Se calibra en energía usando fuentes de calibración. La calibración resultante es

$$\begin{aligned}
 E_{\gamma} &= a_0 + a_1 \times \text{canal} \\
 a_0 &= -26.3(1) \text{ keV} \\
 a_1 &= 0.36480(2) \text{ keV/canal}
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

En las igualdades (4.1) en frente de 26.3 significa 26.3 ± 0.1 . Por lo tanto

$$0.36480(2) \text{ significa } 0.36480 \pm 0.00002$$

La Sec. B.1 explica la relación entre estas dos formas de notar la incertidumbre de un valor.

3. La misma masa que la contenida en las muestras de referencia (500 g) de muestra de suelo es secada y puesta en una botella plástica de geometría idéntica a la que contiene la muestra de referencia. Debido a que las actividades naturales son bastante bajas, si usamos un detector de Ge, debemos tomar dos precauciones:
 - a) Tomar datos con detector y muestra dentro de un blindaje (barril de plomo).
 - b) Tiempo de toma de datos: 24 horas.
4. En idénticas condiciones para las muestras de suelo, materiales de referencia y para el fondo, se toman los espectros de rayos gamma emitidos
 - a) por la muestra de suelo,
 - b) por el material de referencia.
 - c) por el entorno, es decir, el "fondo".

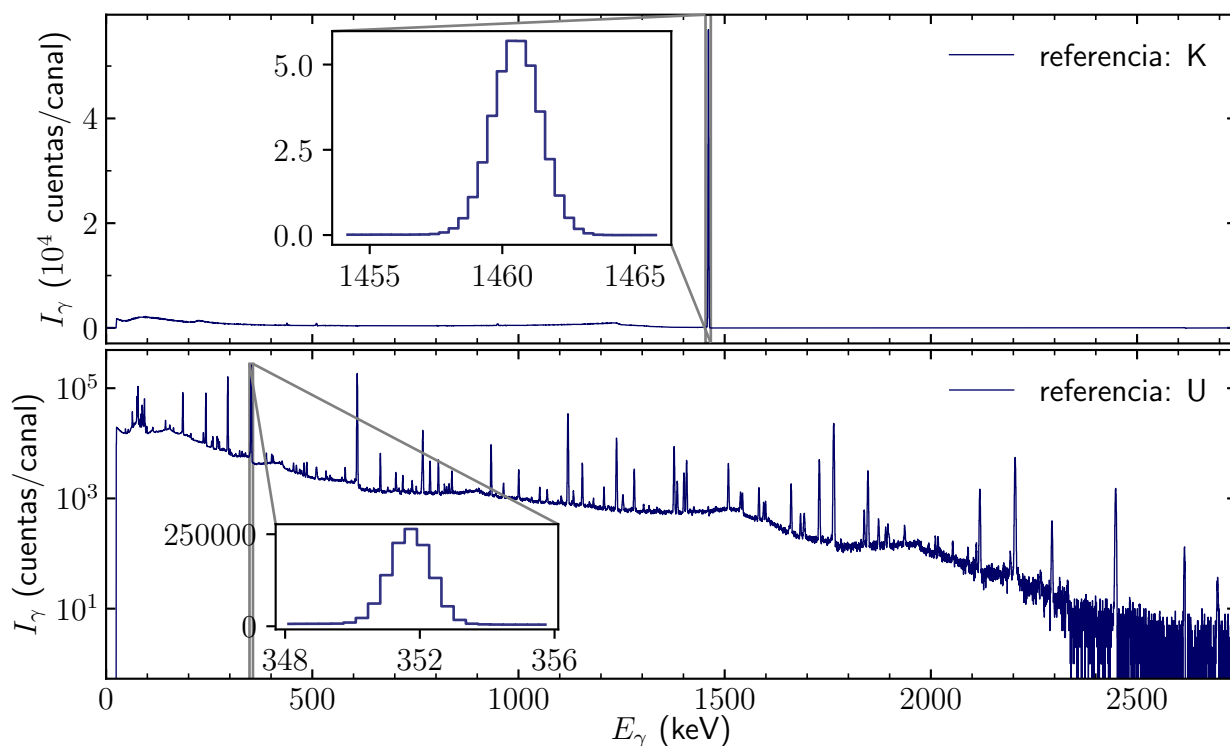


Figura 4.2: Espectros “puros” (sustraído el fondo) de las sustancias de referencia. **Arriba:** El espectro producido por la referencia RGK-1 tiene solamente un pico con $E_\gamma = 1460.9$ keV, representado en zoom en el recuadro. **Abajo:** En el material de referencia RGU-1 en cambio, se observa la cadena de decaimiento del ^{238}U , con un gran número de picos. En el recuadro está mostrado el de $E_\gamma = 352$ keV, de interés en la presente práctica.

5. Por software se obtienen espectros “puros” de las muestras y de las referencias, es decir, se sustrae a cada espectro el del fondo (no mostrado en estas páginas). Tales son los espectros mostrados en las Figs. 4.2, 4.3, los cuales están contenidos en los archivos

```
referenciaU.dat
referenciaK.dat
muestraZapatoca.dat
muestraUnal.dat
```

Los mismos nombres dan a entender el contenido de cada uno. Estos cuatro espectros ya están calibrados, es decir, en la primera columna aparecen los valores de la energía en keV y en la segunda la intensidad en número de cuentas.

4.4. Análisis y resultados

Una masa m de una muestra contiene un cierto porcentaje de potasio. El potasio natural es una mezcla de tres isótopos (Tabla 4.1). La radiación detectada en el fotopico de 1461 keV es originada exclusivamente

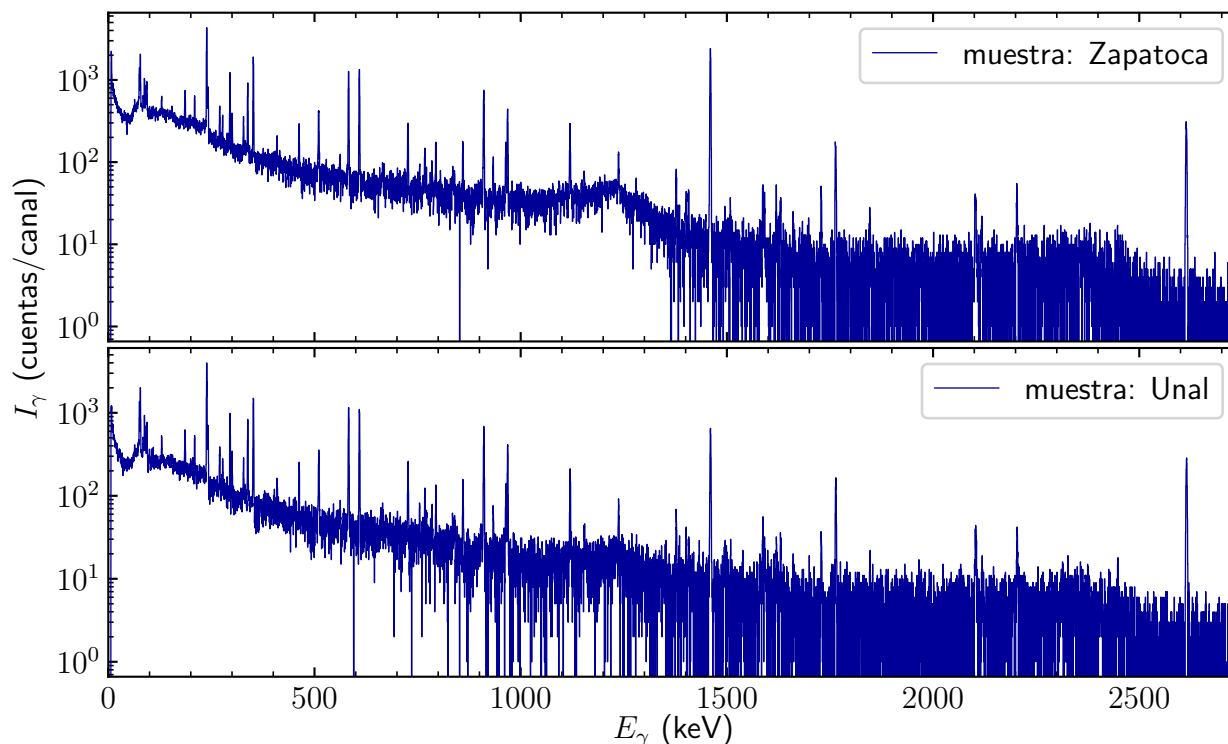


Figura 4.3: Espectros “puros” (sustraido el fondo) de las muestras estudiadas. Observe una línea alrededor de 1461 keV sobresale claramente sobre el fondo en ambos espectros.

por ^{40}K . La determinación del número de núcleos de ^{40}K , $N(^{40}\text{K})$, a través de su actividad, $A(^{40}\text{K})$,

$$\begin{aligned} A(^{40}\text{K}) &= \Gamma N(^{40}\text{K}) \\ &= \frac{1}{\tau} N(^{40}\text{K}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

decide el número de núcleos de potasio, entendidos como la mezcla de los tres isótopos, pues una muestra natural los contiene siempre en la misma proporción, (¿Por qué?) mostrada en la Tabla 4.1.

	^{39}K	^{40}K	^{41}K	total
φ (fracción)	0.938521	0.000117	0.067302	1.000000

Tabla 4.1: Que el total sea 1.0 quiere decir que no hay más componentes.

La relación entre las diferentes masas se puede establecer de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} m &= \text{masa de la muestra (seca)} \\ &= m(\text{K}) + m(\text{otros componentes}) \\ m(\text{K}) &= m(^{39}\text{K}) + m(^{40}\text{K}) + m(^{41}\text{K}) \\ \varphi(^{40}\text{K}) &= \frac{m(^{40}\text{K})}{m(\text{K})} = \text{conocida, Tabla 4.1} \end{aligned} \quad (4.3)$$

y la relación entre la masa del potasio (el total de los tres isótopos) y la masa de la muestra la llamamos “concentración” y la notamos C_m . Ojo!: El subíndice ‘m’ acá tiene que ver con “muestra”, no con masa. Más adelante aparecerá el subíndice ‘r’, por referencia, la cual tiene su propia masa.

$$C_m(K) = \frac{m(K)}{m} = \text{Concentración del potasio en la muestra; desconocida, a determinar} \quad (4.4)$$

La intensidad gamma I_γ detectada de fotones monoenergéticos de energía E_γ es proporcional a la actividad A a través de varios factores: geometría ($\Delta\Omega$), tiempo de medida (Δt), eficiencia intrínseca (ε_{int}), patrón de decaimiento (“branching ratio” b_γ),

$$I_\gamma = (\Delta\Omega/4\pi) \Delta t \varepsilon_{\text{int}}(E_\gamma) b_\gamma(E_\gamma) A. \quad (4.5)$$

b_γ dice cuántos de los decaimientos A se convierten en el rayo gamma estudiado. Por ejemplo, en el decaimiento del ^{137}Cs , de 10^3 decaimientos, 944 (94.4 %) hacen la transición al primer estado excitado del ^{137}Ba y de estos 85.1 % producen el rayo gamma de 662 keV; por lo tanto, en este caso $b_\gamma = 0.944 \times 0.851 = 0.8033$.

La igualdad (4.5) resulta simplemente de despejar para I_γ en la ec. (2.8) en la p. 13. Si la fuente es puntual, la ec. (4.5) es exacta. Si la fuente es extensa, debemos hacer consideraciones extra respecto a la geometría y respecto a la eficiencia, después de las cuales se concluye que $\Delta\Omega$ y $\varepsilon(E_\gamma)$ son modificadas respecto al caso puntual, pero la dependencia funcional para I_γ es la misma.

1. Demuestre analíticamente que si la radiación proveniente del ^{40}K es debida a su actividad A , entonces

$$A = \frac{0.693}{T_{1/2}} \frac{N_A}{w(K)} \varphi(^{40}\text{K}) C(K) m, \quad (4.6)$$

con $w(K)$ el peso atómico del potasio.

Ayuda: Empiece con la ec. (4.2) y use consideraciones de las ecs. (4.4). Para convertir las relaciones entre masas de las ecs. (4.4) a relaciones entre número de núcleos, recuerde el papel del número de Avogadro y del peso atómico w .

El método entero, fuertemente apoyado en la ec. (4.6), se basa en que para la muestra de referencia sabemos que

$$C_r(K) = 0.448(3) \quad \text{según la Tabla D.2.} \quad (4.7)$$

2. Llame I_r la intensidad gamma del pico de 1461 keV obtenida para la muestra de referencia. Llame I_m la intensidad del mismo pico obtenida para la muestra de suelo. Según las ecuaciones anteriores, la razón entre las intensidades es

$$\frac{I_m}{I_r} = \frac{\Delta t}{\Delta t_r} \frac{C_m(K)}{C_r(K)}, \quad (4.8)$$

de donde se deduce que

$$C_m(K) = \frac{I_m}{I_r} \frac{\Delta t_r}{\Delta t} C_r(K) \quad (4.9)$$

Para el experimento analizado los tiempos de medida fueron idénticos, por lo tanto

$$C_m(K) = \frac{I_m}{I_r} C_r(K) \quad (4.10)$$

Ahora necesita los valores experimentales de I_m e I_r . Determinélas (junto con el valor de sus incertidumbres) de los 4 espectros, 2 de referencia y 2 de las muestras.

3. Muestre las gráficas de los ajustes de cada uno de los picos de las muestras, como se ejemplifica en la Fig. 4.4 (la cual solamente ilustra el caso de la muestra de Zapatoca).

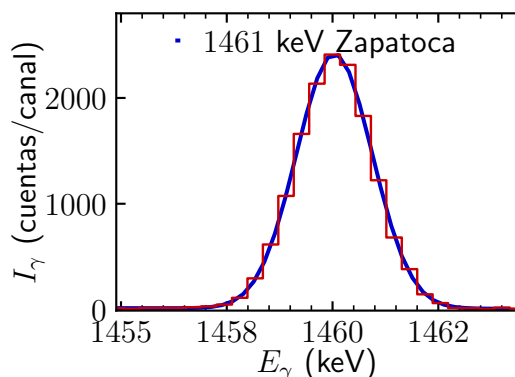


Figura 4.4: Pico proveniente de la muestra de Zapatoca. Su ajuste produce I_m a la correspondiente energía, anotados en la Tabla 4.2

4. Resuma sus resultados numéricos anotando σ , M y los valores resultantes de I_m e I_r . Incluya, para todo valor, su incertidumbre, tal como se ejemplifica en la Tabla 4.2 (Un repaso rápido sobre propagación de incertidumbres lo encuentra en el Apéndice B.2).

Nota sobre el cálculo práctico (con unidades) de $I = \sqrt{2\pi} \sigma M$

El resultado del producto σM debe dar en cuentas. Sin embargo, si usamos las cantidades tal como aparece en la Tabla 4.2,

$$I = \sqrt{2\pi} \sigma M \approx 2.5 \times 0.897 \text{ keV} \times 2408 \text{ cuentas/canal} \approx 5414 \frac{\text{keV} \cdot \text{cuentas}}{\text{canal}}, \quad (4.11)$$

el área bajo la curva de la gaussiana, I , resulta en unidades completamente "antinaturales".

El origen del problema está en que la unidad a ser usada para σ en la fórmula (4.11) es 'canal'. ¿Por qué? Porque aunque el eje de las abscisas está anotado en keV, los contenidos en el espectro están en cuentas/canal, por lo tanto la desviación estándar debe ser usada en canales.

Para saber cuántos canales hay en σ keV, usamos el coeficiente a_1 de la calibración energía-canales en la ec. (4.1),

$$\sigma(\text{canal}) = \frac{\sigma(\text{keV})}{a_1} \quad (4.12)$$

Ahora,

$$I = \sqrt{2\pi} \sigma M \approx 2.5 \times \frac{0.897 \text{ keV}}{0.365 \text{ keV/canal}} \times 2408 \text{ cuentas/canal} \approx 14842 \text{ cuentas}. \quad (4.13)$$

Ahora sí, las unidades son correctas. Las operaciones sin redondeos resultan en el valor anotado en la Tabla 4.2.

muestra	σ (keV)	M (cuentas/canal)	I (cuentas) = $\sqrt{2\pi} \sigma M$
1461 keV			
Zapatoca	0.897(7)	2 408(29)	14 844(209)
Unal			
RGK-1			$I_r(\sigma(I_r))$

Tabla 4.2: Intensidades de los picos de interés provenientes de las muestras y del material de referencia a la energía $E_\gamma = 1461$ keV. Observe que las dos primeras líneas producen I_m de cada muestra mientras que la última línea produce I_r . (Ejemplo de la forma de presentar los datos, pero los valores numéricos anotados son auténticos.).

- Obtenga la concentración de potasio en las muestras, $C_m(K)$, y su incertidumbre (tiene que hacer propagación de incertidumbres).
- Debido a que la concentración de K en la Tabla D.2 está en porcentaje, $C_m(K)$ resultará también en %. Explique cómo convierte este resultado a partes por millón.
- Obtenga el número de partes por millón de ^{40}K en las muestras de suelo de Zapatoca y del Campus de la UN.
- Obtenga la actividad proveniente de ^{40}K en estas muestras de suelo.
- Realice lo pedido para la línea de K en las líneas anteriores, pero ahora para la línea $E_\gamma = 352$ keV de los subproductos del decaimiento de la cadena del ^{238}U . Tenga en cuenta las abundancias isotópicas de los isótopos del U listadas en la Tabla 4.3.

	^{234}U	^{235}U	^{238}U	total
φ (fracción)	0.000 054(5)	0.007 204(6)	0.992 742(10)	1.000000

Tabla 4.3: Abundancias isotópicas del U ([Atomic Mass Data Center, 2017](#)).

- Ajuste los picos de 352 keV en las muestras de Zapatoca y Unal para obtener las correspondientes $I_m(352)$
- Ajuste el pico de 352 keV del espectro para la muestra de referencia de la cadena del ^{238}U , referenciaU.dat.
- Muestre los ajustes y resuma sus resultados como lo muestra la Tabla 4.4.
- Obtenga
 - concentración del ^{238}U ,
 - actividad de las muestras proveniente de la radiación de 352 keV.

muestra	σ (keV)	M (cuentas/canal)	I (cuentas) = $\sqrt{2\pi} \sigma M$
352 keV			
Zapatoca			
Unal	0.634(11)	1 507(37)	6 563(197)
RGU-1			$I_r(\sigma(I_r))$

Tabla 4.4: Intensidades de los picos de interés provenientes de las muestras y del material de referencia a la energía $E_\gamma = 352$ keV. Observe que las dos primeras líneas producen I_m de cada muestra mientras que la última línea produce I_r .

Apéndice A

Acerca de la presentación de informes

Observaciones útiles para Instrumentación Nuclear y otros menesteres científico-técnico-académico-prácticos...

1. En escritos científicos y técnicos, la recomendación del Sistema Internacional de Unidades (SI) (lo puede descargar de: <http://large.stanford.edu/courses/2018/ph241/carlton1/docs/si-8-mar06.pdf>) (Bureau international de poids et mesures, 2006), (Taylor and Thompson, 2008), el cual, debería ser respetado en **todos** los documentos académicos, incluidos informes, reportes, presentaciones, dice:

5.1 Símbolos de las unidades

Los símbolos de las unidades son escritos en caracteres romanos (rectos perpendiculares) independientemente del tipo de letra del texto que los rodeen.

5.3.3 Símbolos de las magnitudes y de las unidades

El valor numérico precede siempre la unidad y se debe dejar siempre un espacio entre el número y la unidad

La siguiente lista de casos muestra a la derecha cómo se escribe correctamente...

$$\begin{aligned}3.50cm &\rightarrow 3.50\text{ cm} \\1m &\rightarrow 1\text{ m} \\0.735\frac{keV}{canal} &\rightarrow 0.735\frac{\text{keV}}{\text{canal}} \\0.9Bq/g &\rightarrow 0.9\text{ Bq/g} \\134ppm &\rightarrow 134\text{ ppm} \\0.00135\frac{mSv}{h}cm^2s &\rightarrow 0.00135\frac{\text{mSv}}{\text{h}}cm^2s\end{aligned}$$

2. La forma de notar la unidad kiloelectronvoltio: **keV**.

No es KeV, ni Kev, ni kev, ni kEv, ni KV, ...

3. El principio filosófico de la Tabla: Tabla o no Tabla, and how, that's the question...

Las Tablas son buenas para

- a) Llevar un inventario
- b) Comparar
- c) Visualizar categorías en forma de números pero que o no permiten o no es necesario presentar en gráficas.
- d) Lo que a usted se le ocurra que precise ser resumido, no necesariamente números, también puede clasificar palabras, formas (¿ha visto las tablas de los grupos cristalinos?), ...

... Entonces... Si uno tiene que **reportar** valores... la mejor manera, **la más técnica**, la más elegante, la más demostrativa... es haciendo una tabla. **Ejemplo 1** en la Tabla [A.1](#).

E_γ	μ	σ	FWHM	Área
keV	canales			cuentas
661.7	445.3	14.3	32.9	808067
1173.2	762.2	17.5	39.9	211561
1332.5	855.7	18.2	42.3	180664

Tabla A.1: Resultado del ajuste de los fotopicos a gaussianas.

Una de las **peores** maneras (desafortunadamente hay muchas “peores” maneras) es mostrada en la Tabla [A.2](#)

Resultados para el ^{137}Cs :
centroide = 445.3
sigma = 14.3
FWHM = 32.9
Área = 808 067
Resultados para el ^{60}Co :
pico # 1:
etcétera
...

Tabla A.2: Una de las peores maneras de reportar información.

La Tabla [A.2](#) es una de las peores porque:

- a) No es fácil relacionar valores.
- b) Aparecen números **sin unidades**. Las cantidades relacionadas con energía tienen dos unidades: canal y keV. Las relacionadas con intensidad: cuentas.

4. Reglas triviales sobre Gráficas:

-
- a) Graficar **solamente** la región pertinente: los editores no quieren editar espacios en blanco ni los lectores los vuelven a mirar.
 - b) Espectros
 - 1) Si los datos tienen 4K pero del canal 2000 en adelante son ceros... usted ya sabe cómo completar la frase.
 - 2) Si del mismo espectro quiere mostrar el ajuste a un pico gaussiano que se extiende entre los canales 510 y 550 ...
 - c) Curvas
 - 1) Si son datos experimentales, generalmente es buena idea unir los puntos con líneas rectas para que éstas nos sugieran la tendencia.
 - 2) ...
5. Si quiere convencer al lector sobre las virtudes de determinado ajuste, **tiene** que mostrar el espectro (o la curva) y sobrepuesto a él, en la misma figura, el ajuste.
- Además: **tiene** que mostrar exclusivamente la región pertinente: si ajusta una gaussiana que va entre los canales 500 y 510, muestre entre los canales 490 y 520. Pero **no** entre 0 y 1000. La Figura [A.1](#) compara entre una buena y una mala manera de presentar la comparación datos-ajuste.
- La “regla” en el siguiente punto tiene la misma naturaleza que la del anterior, pero parece necesitar un enunciado explícito...
6. Si lo que se pide de cierto conjunto de datos es hacer un ajuste, además de mostrarlos en una tabla y la ecuación, junto con los parámetros resultantes, **tiene** que mostrar que tal ajuste de verdad ajusta los puntos. Ejemplo en la Fig. [A.2](#)

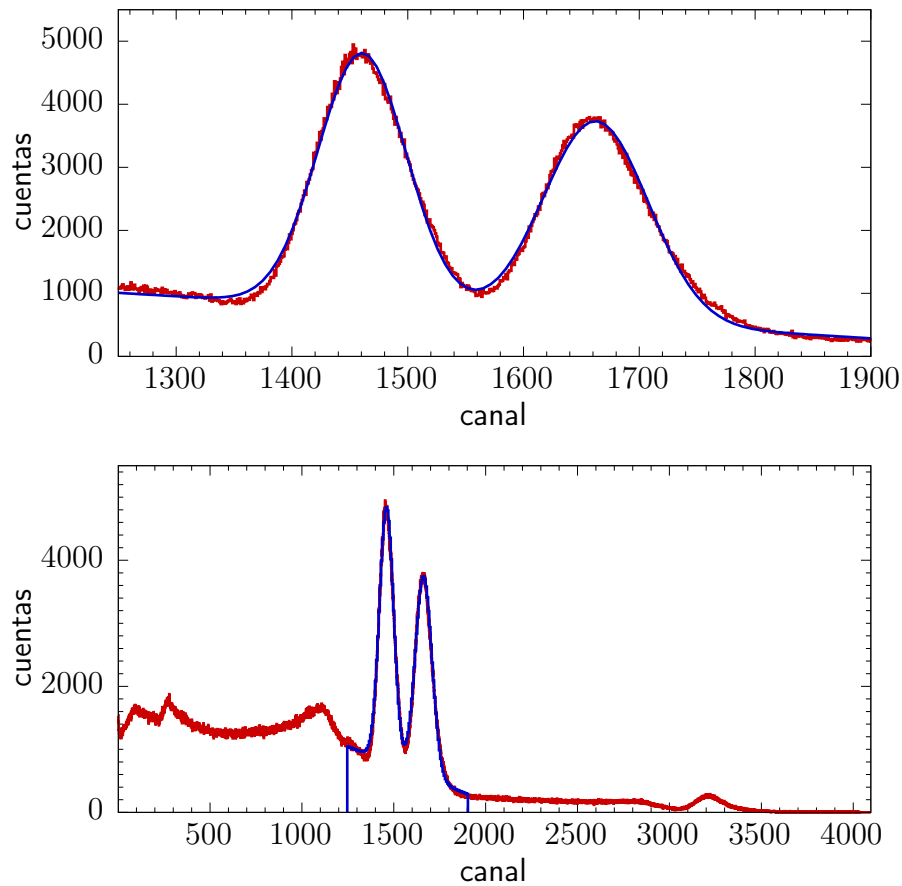


Figura A.1: **Arriba:** Una buena manera de mostrar las virtudes de un ajuste: solamente la región pertinente está graficada. **Abajo:** Una de las peores maneras: lo único que se puede apreciar es que la **envolvente** del ajuste parece coincidir con el espectro experimental.

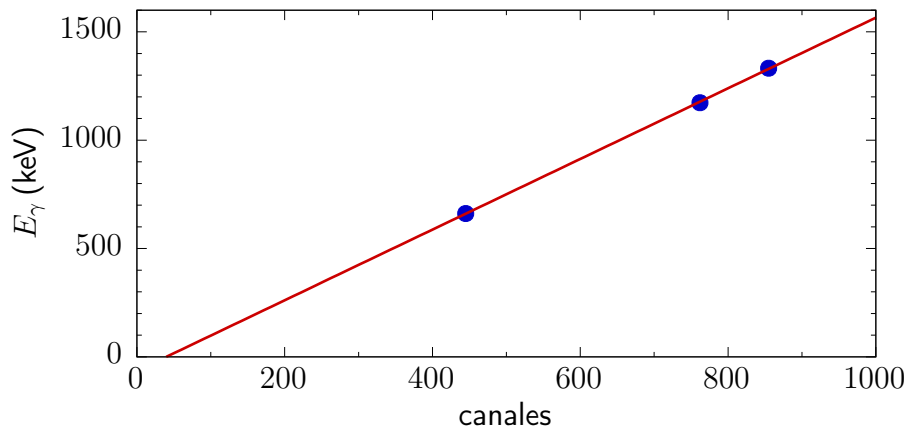


Figura A.2: Calibración keV-canal. Los puntos experimentales están claramente mostrados. Ahora imagine que los puntos no están... para qué serviría la gráfica en tal caso? Tendría algún sentido exhibir que la representación gráfica de una ecuación de la forma $y = a_0 + a_1x$ es —de verdad!!—, una línea recta?

La calibración resultante del ajuste en la Fig. A.2:

$$E_{\gamma}(\text{keV}) = a_0 + a_1 \times \text{canal}$$

$$a_0 = -64.77 \text{ keV}$$

$$a_1 = 1.6303 \frac{\text{keV}}{\text{canal}}$$

Ojo: las constantes a_0 y a_1 no son números puros, tienen unidades!!

7. (Bis) Si uno tiene que **comparar** valores... la mejor manera, **la más técnica**, la más elegante, la más demostrativa... es haciendo una tabla. **Ejemplo 2** en la Tabla A.3:

E_{γ} (keV)	E_C (keV)		E_R (keV)	
	exper.	teórico	exper.	teórico
661.7	419.3	477.3	163.3	184.3
1173.2	911.5	963.4	217.1	209.8
1332.5	—	1118.3	217	214.4

Tabla A.3: E_C es la energía del borde Compton, E_R es la energía del pico de retrodispersión. El borde Compton de la línea de 1332.5 keV no es observable por estar parcialmente “debajo” del fotopico de 1173.2 keV.

- 8.Cuál es el significado de igualdades como

$$f(x) = 1 \times 10^{-30} + \exp(bx) ?$$

Escribir 1×10^{-30} en la igualdad quiere decir que tiene alguna importancia modificar la posición decimal 30. No creo que eso sea lo quiere implicar nadie en este contexto. Si un programa de ajuste dice que un parámetro es 1×10^{-30} , quiere decir que tal valor es **cero**. Es decir, la ecuación anterior se escribe

$$f(x) = \exp(bx)$$

Apéndice B

Resumen sobre incertidumbres experimentales

B.1. Introducción a cifras significativas, notación y redondeo

Si cierta longitud y su incertidumbre resultan en los valores

$$x = 1234.1234567 \text{ m} \quad (\text{B.1})$$

$$\sigma(x) = 0.01 \text{ m} \quad (\text{B.2})$$

¿Qué valor podemos reportar? ¿Podemos decir que

$$x = 1234.1234567 \pm 0.01 \text{ m} ?$$

No. La incertidumbre $\sigma(x) = 0.01 \text{ m}$ dice que tenemos incerteza en la segunda cifra decimal (centímetros) y por lo tanto en la tercera (milímetros) y siguientes. La incertidumbre en la primera cifra decimal (decenas de centímetros) es cero y también es cero la incertidumbre en las unidades. Es decir, el valor a reportar es

$$x = 1234.12 \pm 0.01 \text{ m} .$$

Una forma de decirlo es que la segunda cifra decimal es la primera cifra significativa. La tercera cifra decimal ya no es significativa.

Esta idea da origen a una notación de incertidumbres que elimina el uso de el símbolo \pm y la hace más abreviada:

$$x = 1234.12 \pm 0.01 \text{ m} \quad \longrightarrow \quad x = 1234.12(1)$$

quiere decir que el 1 entre paréntesis modifica a la cifra más cercana. Otro ejemplo, si la incertidumbre para la misma medida fuera no en unidades de centímetro sino en unidades de milímetro, $\sigma(x) = 0.001 \text{ m}$,

$$x = 1234.1234567 \pm 0.001 \quad \longrightarrow \quad x = 1234.123(1) \text{ cm} .$$

La Tabla [B.1](#) da ejemplos de lo explicado hasta acá junto con un tema adicional: redondeo.

x	$\sigma(x)$	notación \pm	notación ()	comentario
1234.1239	0.001	1234.124 ± 0.001	1234.124(1)	redondeo en x
1234.1231	0.0019	1234.123 ± 0.002	1234.124(2)	redondeo en $\sigma(x)$
1234.1239	0.0019	1234.124 ± 0.002	1234.124(2)	redondeo en x y en $\sigma(x)$
1234.1201	0.001	1234.120 ± 0.001	1234.120(1)	el '0' en la tercera cifra decimal es cifra significativa
1234.1	12.1	1234 ± 12	1234(12)	
1.12345×10^5	1234	$(1.12 \pm 0.01) \times 10^5$	$1.12(1) \times 10^5$	

Tabla B.1: Ejemplos de casos de uso de la idea de cifra significativa, de redondeo y de la notación resultante para el valor y su incertidumbre.

B.2. Propagación de incertidumbres

Si una función f depende de dos variables aleatorias x , y , y las incertidumbres en las variables son $\sigma(x)$, $\sigma(y)$, la incertidumbre en $f(x, y)$ es

$$\sigma(f(x, y)) = \left[\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \sigma(x) \right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \sigma(y) \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (\text{B.3})$$

Usted puede demostrar que si la función es la que aparece en la columna de la izquierda, su incertidumbre es la correspondiente en la columna de la derecha a continuación.

$$\begin{array}{ccc} f(x, y) & & \sigma(f(x, y)) \\ \downarrow & & \downarrow \\ ax + by & & \sqrt{(a\sigma(x))^2 + (b\sigma(y))^2} \end{array} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{array}{ccc} axy & & f(x, y) \sqrt{\left(\frac{\sigma(x)}{x} \right)^2 + \left(\frac{\sigma(y)}{y} \right)^2} \end{array} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{array}{ccc} \frac{x}{y} & & f(x, y) \sqrt{\left(\frac{\sigma(x)}{x} \right)^2 + \left(\frac{\sigma(y)}{y} \right)^2} \end{array} \quad (\text{B.6})$$

Apéndice C

Estándares: fuentes gamma de calibración

Actividad = 37 kBq $\pm 20\%$. Fecha: 2010-05-25			
núcleo	$T_{1/2}$	E_γ (keV)	b_γ (%)
^{54}Mn	312.3 d	834.841(4)	99.9758(24)
^{57}Co	271.79 d	122.06065(12)	85.60(17)
		136.47350(29)	10.68(8)
^{65}Zn	244.26 d	1115.539(2)	50.60(24)
^{109}Cd	462.6 d	88.0336(10)	3.63(2)
^{113}Sn	115.09 d	391.698(3)	64.89(13)
^{137}Cs	30.07 y	661.657(3)	85.1(2)
		32.06 $K\alpha$	80.7
		36.66 $K\beta$	19.3

Tabla C.1: Fuentes gamma calibradas (Canberra). Sales Order Number: 17268, Part Number: S-PTC Source Set. Datos (excepto b_γ para $K_{\alpha,\beta}$ del ^{137}Cs) tomados de Ref. ([Firestone and Shirley, 1996b](#), Appendix C, Table 1, p. 14060). Los valores para los rayos X del ^{137}Cs son valores ponderados aproximados de los reportados en ([IAEA, 2007](#), Table 2) en la cual los valores de las energías son reportados sin incertidumbre (esto quiere decir que puede asumir que la incertidumbre es más pequeña que una centésima de keV) y respecto a P_γ , aunque sus incertidumbres son reportadas, éstas son mucho más pequeñas que la centésima en el valor porcentual. Los valores anotados para $K\alpha$ y $K\beta$ son anotados en esta Tabla para ofrecer una guía.

	$T_{1/2}$	E_γ (keV)	b_γ (%)	Actividad (kBq)	Fecha
^{22}Na	2.6019 y	1274.537(7)	99.935(15)	31.9	06-07-2006
^{54}Mn	312.3 d	834.841(4)	99.9758(24)	34.6	18-05-2006
^{57}Co	271.79 d	14.4	9.16(15)	50.2	08-03-2006
		122.06065(12)	85.60(17)		
		136.47350(29)	10.68(8)		
^{60}Co	5.2714 y	1173.228(3)	99.857(22)	34.8	08-06-2006
		1332.490(6)	99.983(6)		
^{65}Zn	244.26 d	1115.539(2)	50.60(24)	38.3	13-07-2006
^{109}Cd	462.6 d	22.0 $K\alpha$	83.4	32.3	08-03-2006
		24.9 $K\beta$	16.4		
		88.0336(10)	3.63(2)		
^{133}Ba	10.52 y	53.1625(6)	2.5	31.3	08-06-2006
		79.6139(13)	2.4		
		80.9971(12)	34.11(28)		
		160.6109(17)			
		223.2373(14)			
		276.3997(13)	7.147(30)		
		302.8510(6)	18.30(6)		
		356.0134(6)	61.94(14)		
^{137}Cs	30.07 y	383.8480(12)	8.905(29)	35.1	18-05-2006
		661.657(3)	85.1(2)		
		32.06 $K\alpha$	80.7		
		36.66 $K\beta$	19.3		

Tabla C.2: Fuentes gamma calibradas (Canberra). $T_{1/2}$, E_γ y b_γ con incertidumbres tomados de Ref. (Firestone and Shirley, 1996b, Appendix C, Table 1, p. 14060). Observaciones respecto a los rayos X del ^{137}Cs en la Tabla C.1.

$T_{1/2}$ (años)	^{152}Eu	^{154}Eu	$^{155}\text{Eu}^a$
Actividad (kBq)	7.65	8.45	12.8
Fecha: 13-07-2006			
E_γ (keV)	b_γ (%)		
40.1 Sm $K\alpha$	58.0 ^a		
60.0			0.11
86.5			3.1
105.3			2.2
121.78	28.37		
123.07		41.2	
244.70	7.53		
247.93		6.95	
295.94	—		
344.28	26.57		
367.79	—		
411.12	2.2		
444.0	3.1		
591.76		4.99	
723.30		20.2	
756.80		4.58	
867.38	4.21		
873.18		12.24	
964.1	14.63		
1004.8		18.2	
1112.07	13.54		
1212.95	1.4		
1274.43		35.0	
1299.14	1.63		
1408.01	20.85		
1457.64	—		
1494.05		0.7	
1596.48		1.81	

^a Deducida de la Tabla C.4. ^{155}Eu no aparece en la Ref. (Firestone and Shirley, 1996b, Appendix C Table1).

Tabla C.3: Energías gamma e intensidades absolutas para la fuente mixta de Eu (Firestone and Shirley, 1996b, Table 1, p. 14062). Los valores en rojo forman doblete en la fuente mixta. Los guiones indican a cuál fuente pertenecen ciertas energías, para las cuales no se conoce el valor de b_γ .

$T_{1/2} \rightarrow$	^{152}Eu 13.6 a	^{154}Eu 8.59 a	^{155}Eu 4.76 a
$E_\gamma(\text{keV})$	fotones/s		
40.1 Sm $K\alpha$	4440		
60.0			141
86.5			3970
105.3			2760
121.8(doblete)	2180		
123.1		3410	
244.7	574		
344.3	2030		
591.7		389	
723.3		1660	
873.2		1020	
1004.8		1490	
1274.5		2920	
1408.0	1590		
1596.5		156	
Actividad (kBq)	7.65	8.45	12.8
Fecha: 2006-07-13			

Tabla C.4: b_γ tal como es reportada por Canberra para la fuente de calibración de mezcla isotópica de Europio.

	$T_{1/2}$	E_γ (keV)	b_γ (%)	Actividad (kBq) 1-Nov-1996
^{22}Na	2.6019 años	1274.537(7)	99.935(15)	38.7
^{57}Co	271.79 días	14.4	9.16(15)	39.9
		122.06065(12)	85.60(17)	
		136.47350(29)	10.68(8)	
^{60}Co	5.2714 años	1173.228(3)	99.857(22)	41.6
		1332.490(6)	99.983(6)	
^{133}Ba	10.52 años	53.1625(6)		41.8
		79.6139(13)		
		80.9971(12)	34.11(28)	
		160.6109(17)		
		223.2373(14)		
		276.3997(13)	7.147	
		302.8510(6)	18.30(6)	
		356.0134(6)	61.94(14)	
		383.8480(12)	8.905(29)	
^{137}Cs	30.07 años	661.657(3)	85.1(2)	45.5
^{241}Am	432.2 años	26.3446(2)	2.4(1)	36.5
		59.5409(2)	36.0(4)	

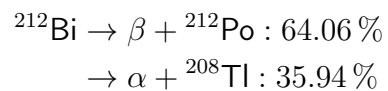
Tabla C.5: Fuentes radiactivas calibradas (Amersham). Datos tomados de Ref. ([Firestone and Shirley, 1996b](#), Appendix C, Table1, p. 14060).

Apéndice D

Radiación gamma natural

D.1. Emisiones gamma de NORM

Observación respecto a la Tabla [D.1](#): Th natural es 100 % ^{232}Th . Medibles por espectroscopía gamma: ^{228}Ac , ^{212}Pb , ^{212}Bi y ^{208}Tl . Si se mide ^{208}Tl para obtener la actividad del Th, la intensidad de la emisión del ^{208}Tl debe ser dividida por 0.3594 para tener en cuenta “branching” ([Gilmore, 2008](#), Sec. 16.2.3). Razón:



predecesor	emisor γ	E_{γ} (keV)	b_{γ} ^a	b_{γ} ^b	P_{γ} ^c
²³⁸ U					
²²⁶ Ra	²²² Rn	186.21	3.555(19)	3.50	3.51
²¹⁴ Pb	²¹⁴ Bi	242.00	7.268(22)	7.50	
		295.22	18.414(36)	18.5	18.15
		351.93	35.60(7)	35.8	35.10
²¹⁴ Bi	²¹⁴ Po	609.31	45.49(19)	44.8	44.6
		1120.29	14.91(3)	14.8	14.70
		1238.11	5.831(14)	5.86	
		1764.49	15.31(5)	15.36	15.10
		2204.21	4.913(23)	4.86	
²³² Th					
²²⁸ Ac	²²⁸ Th	338.32	11.27(19)	11.3	11.27
		911.20	25.8(4)	26.6	25.80
		964.77	4.99(9)	5.11	
		968.97	15.8(3)	16.2	15.8
²¹² Pb	²¹² Bi	238.63	43.6(3)	43.3	43.30
		300.09	3.18(13)	3.28	3.28
²¹² Bi	²¹² Po	727.33	6.74(12)	6.58	
²⁰⁸ Tl	²⁰⁸ Pb	510.7	22.6(2)	22.6	
		583.19	85.0(5)	84.5	30.4
		860.56	12.5(2)	12.42	4.47
		2614.51	99.7(2)	99	35.64

^a (Gilmore, 2008, Table 16.1): "Emission probabilities are quoted as in the source".

^b (Firestone and Shirley, 1996b)

^c (ISO-18589-3, 2007)

Tabla D.1: Emisores y emisiones de las dos principales cadenas, ²³⁸U y ²³²Th. La última columna da los valores tal como aparecen en la Ref. (ISO-18589-3, 2007). Los valores diferentes en P_γ para el ²⁰⁸Tl resultan de multiplicar cada valor b_γ por $b_\beta = 0.3594$ según se explica al comienzo de esta Sección.

D.2. Los estándares IAEA

En una matriz de sílice (SiO_2) son puestas cantidades conocidas de las sustancias listadas a continuación para producir una muestra de masa total 500 g envasada en una botella plástica. La clave de esta preparación está en producir una alta concentración del isótopo de interés y simultáneamente muy bajas concentraciones de los otros dos, como lo muestra la Tabla D.2.

RGU-1: Óxido de uranio.

RGTh-1: Óxido de torio (Britolita).

RGK-1: Sulfato de potasio.

	RGU-1	RGTh-1	RGK-1
	concentración		
	$\mu\text{g/g}$		
uranio	400.0(2)	6.3(4)	$< 10^{-3} \mu\text{g/g}$
torio	< 1	800(16)	$< 10^{-2} \mu\text{g/g}$
potasio	< 20	0.02(1)	44.8(3) %

Tabla D.2: Contenido porcentual de 500 g de cada una de las muestras de referencia IAEA (1985). Observe que cada muestra contiene material de las tres cadenas, pero la indicada en negrilla es dominante por más de dos órdenes de magnitud frente a las otras dos.

D.3. El decaimiento del ^{40}K

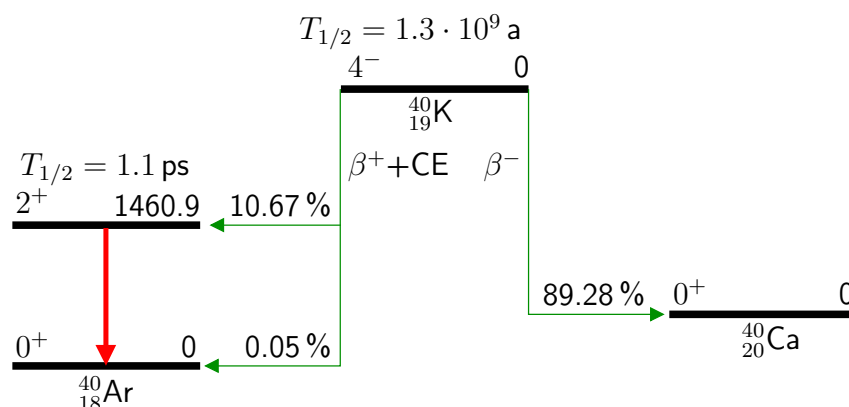
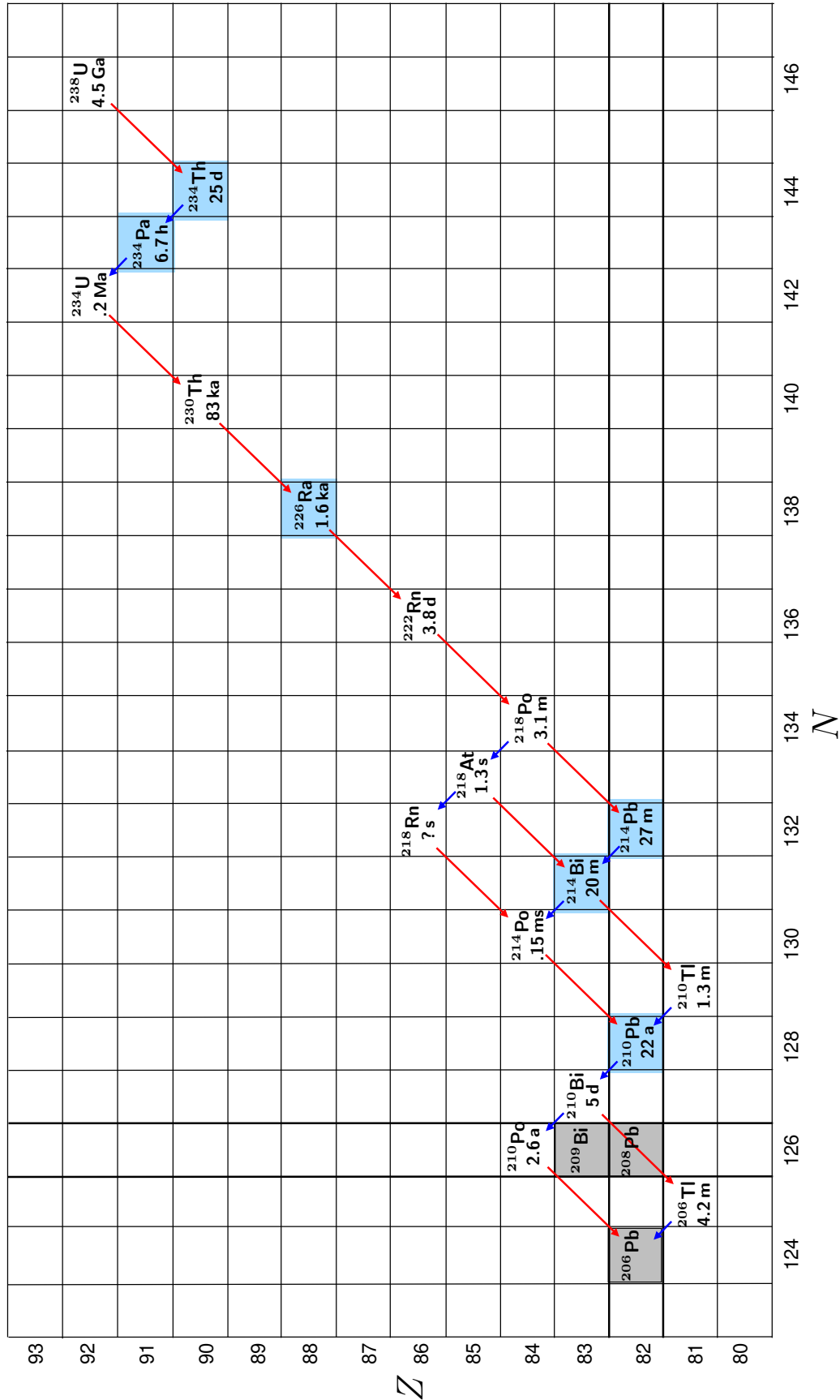


Figura D.1: El ^{40}K puede decaer por emisión β^+ o por captura electrónica (CE) para convertirse en ^{40}Ar (10.72 %); o puede emitir β^- para convertirse en ^{40}Ca (89.28 %).

D.4. Cadenas radiactivas del ^{238}U y del ^{232}Th


 Figura D.2: Los cuadros con fondo azul indican los predecesores de los núcleos emisores de rayos γ .

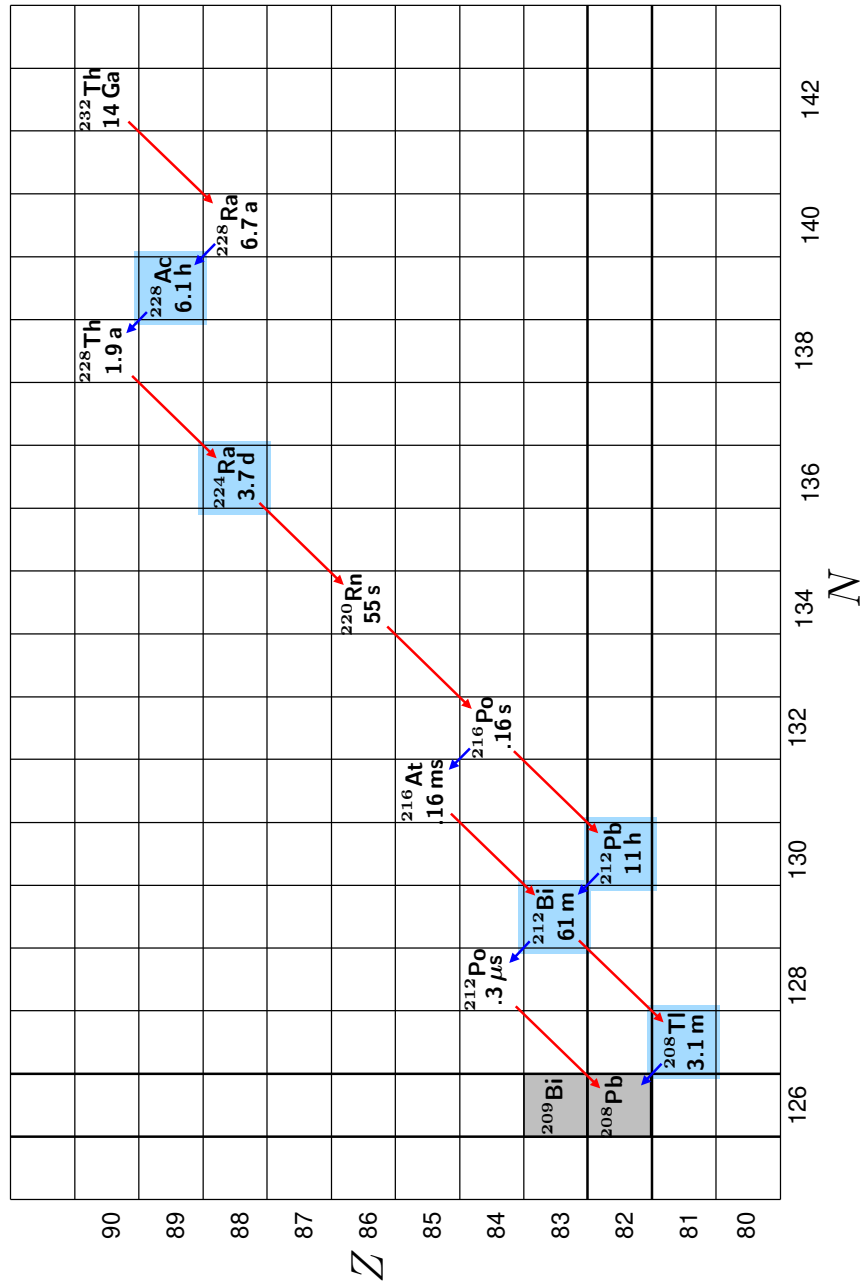


Figura D.3: Los cuadros con fondo azul indican los predecesores de los núcleos emisores de rayos γ .

Apéndice E

Aspectos normativos de la calibración

Algunas de las situaciones en las que aparece la necesidad de “estandarizar” el procedimiento de calibración:

- Norma Técnica Colombiana NTC-ISO/IEC 17025: Requisitos generales para la competencia de laboratorios de ensayo y calibración

Descriptores:

- Laboratorios de ensayo - requisitos de competencia.
 - Laboratorios de calibración - requisitos de competencia.
 - Laboratorios - acreditación.
- Medición de la radioactividad en el medio ambiente - Suelo
ISO 18589-3: Parte 3: Medición de radionúclidos emisores de rayos gamma.
 - Calidad del agua – Determinación de la concentración de actividad de radionúclidos
ISO 10703: Método por espectrometría gamma de alta resolución

Algunos de los estándares mencionados en las ISO relacionadas con espectroscopía gamma:

- Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM), BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML = ISO/IEC Guide 98-3:2008.
→ Evaluation of measurement data – An introduction to the “Guide the expression of uncertainty in measurement” and related documents. *Joint Committee for Guides in Metrology*. Versión pdf en el portal de la BIPM: https://www.bipm.org/documents/20126/2071204/JCGM_104_2009.pdf/19e0a96c-6cf3-a056-4634-4465c576e513
- IEC 60973, Test procedures for germanium gamma-ray detectors
- IEC 61151, Nuclear instrumentation – Amplifiers and preamplifiers used with detectors of ionizing radiation –Test procedures.
- IEC 61452, Nuclear instrumentation — Measurement of gamma-ray emission rates of radionuclides – Calibration and use of germanium spectrometers.

Los documentos IEC son “estándares” no baratos (US\$ 375).

En ocasiones es más fácil/barato encontrar documentos ANSI. Ejemplo:

- ANSI N42.144

American National Standard for Calibration and use of Germanium Spectrometers for the Measurement of Gamma-Ray Emission Rates of Radionuclides.

Abstract: *Methods for the calibration and use of germanium spectrometers for the measurement of gamma-ray energies and emission rates over the energy range from 59 keV to approximately 3000 keV, and for the calculation of source activities from these measurements, are established.*

Referencias

- Atomic Mass Data Center (2017). Nucleus-AMDC application for Android. Software. Google Play.
- Bureau international de poids et mesures, editor (2006). *Le Système International d'unités*. Organisation Intergouvernementale de la Convention du Mètre, 8^e édition edition.
- Firestone, R. B. and Shirley, V. S., editors (1996a). *Table of Isotopes*, volume I. John Wiley and Sons, Inc.
- Firestone, R. B. and Shirley, V. S., editors (1996b). *Table of Isotopes*, volume II. John Wiley and Sons, Inc.
- Gilmore, G. (2008). *Practical Gamma-ray Spectrometry*. John Wiley & Sons Ltd, 2nd edition.
- IAEA (1983-1985). Preparation and certification of IAEA gamma spectrometry reference materials. Technical report, International Atomic Energy Agency.
- IAEA (2007). Update of X ray and gamma ray decay data standards for detector calibration and other applications. Technical report, IAEA.
- ISO-18589-3 (2007). Measurement of radioactivity in the environment –soil– part 3: Measurement of gamma-emitting radionuclides. electronic pub.
- Knoll, G. F. (2000). *Radiation detection and measurement*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 3rd. edition.
- Leo, W. R. (1994). *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments. A How-to Approach*. Springer-Verlag, Berlin.
- Taylor, B. N. and Thompson, A., editors (2008). *The International System of Units (SI)*. NIST Special Publication 330. National Institute of Standards and Technology.