Pontificia Universidad
JAVERIANA
Bogotá

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

Taller Integración y Ecuaciones Diferenciales

Análisis Numérico

1. Integración

a. **G1:** Teniendo en cuenta que en la regla de los trapecios el error de truncamiento está dado por:

$$T = -\frac{h^2}{12}(b-a)f''(z), \quad a \leq z \leq b$$

Estime el número mínimo de trapecios para aproximar $\int_0^2 \sin 2x dx$ donde la respuesta tenga un error absoluto menor de 0.0001.

b. G2: Aplique lo anterior (numeral a), para aproximar $\int_0^2 \sqrt{x} sinx dx$ y evaluar el error

c. G3: Dados los siguientes puntos:

(0.1, 1.8), (0.2, 2.6), (0.3, 3.0), (0.4, 2.8), (0.5, 1.9)

Utilicé la fórmula de Simpson para encontrar una aproximación del área bajo la curva y calculé su error. Qué resultado se obtendría si utilizamos si primero interpola con Lagrange y luego calcula la integral

d. G6: Con la fórmula de Simpson integrar iterativamente $\int_0^2 \sqrt{1+cos^2 x}dx$ hasta que el error de truncamiento sea menor de 0.00001

e. G4: Desarrolle una implementación en R y/o Python que permita utilizar la regla de Simpson calcular el área entre dos curvas y aplicarla para encontrar el área entre las curvas dadas por:

$$f(x) = 4 + \cos(x+1)\,;\, g(x) = e^x sinx$$

Utilice una tolerancia 10^-8

f. G5: Teniendo en cuenta que las fórmulas de Simpson y de Trapecios pertenecen al grupo donde los nodos están igualmente espaciados ósea partición regular; lo cual no siempre arroja las mejores aproximaciones. Por lo tanto, la fórmula de la cuadratura de Gauss con dos puntos es una alternativa.

$$A = \int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2}\int_{-1}^{1} f\left(\frac{b-a}{2}t + \frac{b+a}{2}\right)dt = \frac{b-a}{2}\left[f\left(-\frac{b-a}{2}\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{b+a}{2}\right) + f\left(\frac{b-a}{2}\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{b+a}{2}\right)\right]$$

Impleméntela y aplíquela para aproximar $\int_1^2 xe^x dx$. Cuál es la precisión

Utilice la misma fórmula de cuadratura de Gauss, pero particione la integral de la siguiente manera:

$$\int_1^2 xe^x dx = \int_1^{1.5} xe^x dx + \int_{1.5}^2 xe^x dx$$

Pontificia Universidad JAVERIANA Bogotá

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

Que puede decir acerca de la solución en comparación de la solución propuesta en la parte h, hay una mejora y de cuanto es

i. G7: Realice una revisión de la librería en R y/o Python para el caso de las integrales impropias. ¿Es posible para estas integrales utilizar la regla de Simpson? Y aplique para encontrar para aproximar las siguientes integrales:

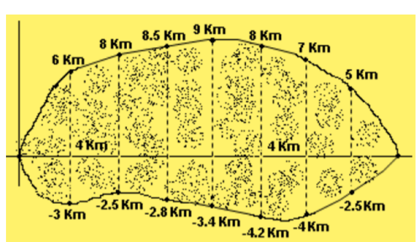
$$\int_1^\infty \frac{dx}{(1+x^2)^3}dx \;\; ; \;\; \int_0^1 \frac{sinx}{x}\mathrm{dx}$$

j. Utilice el siguiente código de la regla de Simpson en dos direcciones (para integrales dobles) para resolver el siguiente problema:
Un lago tiene una forma que aproximadamente es rectangular. Las dimensiones son 200 metros de ancho por 400 metros de largo. Se realiza una partición (grilla) para estimar aproximadamente la profundidad en metros en cada cuadricula de la malla como se muestra en la siguiente tabla de datos. Utilice los datos para estimar el volumen aproximado de agua que contiene el lago

X Y	0	100	200	300	400
0	0	0	4	6	0
50	0	3	5	7	3
100	1	5	6	9	5
150	0	2	3	5	1
200	0	0	1	2	0

```
from sympy import*
from simpson import*
def simpson2(f,ax,bx,ay,by,mx,my):
    x=Symbol('x')
    dy=(by-ay)/my
    v=ay
    r=[]
    for i in range (0,my+1):
        def g(x): return f(x,v)
        u=simpson(g,ax,bx,mx)
        r=r+[u]
        v=v+dy
    s=0
    for i in range(1,my):
        s=s+2*(2-(i+1)%2)*r[i]
    s=dy/3*(r[0]+s+r[my])
    return s
```

k. En el siguiente gráfico se muestra delineada la zona de derrame de petróleo ocurrido en Caño Limón, donde las mediciones han sido obtenidas a distancias de 4Km. Con la fórmula de Simpson encuentre una aproximación del área total de afectación.



Pontificia Universidad JAVERIANA Bogotá

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

l. Genere una tabla, donde se pueda aproximar los valores de la distribución binomial a una normal, con una corrección por continuidad de 0.05 y para cuando $\rho = 0.5$ y $n = 1000$. Compare los valores aproximados con los valores exactos de la binomial.

2. Ecuaciones Diferenciales

I. Dado el siguiente problema de valor inicial:

$$y' = -\alpha\, y \quad ; \qquad y(0) = y_0$$

G1: Aplicando Euler utilice un α en el intervalo de [0,10] con dos cifras significativas y encuentre el valor de α donde la solución es creciente y donde es decreciente.

G6: Aplicando Runge_Kutta de orden 4 y utilice un α en el intervalo de [0,10] con dos cifras significativas y encuentre el valor de α donde la solución es creciente y donde es decreciente.

II. Considere el problema de valor inicial

$$y' = t\exp(3t) - 40y,\ t \in [1,2],\ y(1) = 10.$$

a. G2: Utilice Euler para aproximar las soluciones en t=0.4;0.01;1.55 y estime el error de truncamiento
b. G3: Utilice Taylor de orden cuatro para aproximar las soluciones en t=0.4;0.01;1.55 y estime el error de truncamiento
c. G4: Utilice Runge- Kutta de orden 4 para aproximar las soluciones en t=0.4;0.01;1.55 y estime el error de truncamiento

III. Teniendo en cuenta el sistema de Lorentz con a=8/3; b=10 y c=28 simule una solución del sistema utilizando

$$\begin{aligned} x'(t) &= ax + yz \\ y'(t) &= b(y - z) \\ z'(t) &= -xy + cy - z \end{aligned}$$

a. G5: Euler
b. G6: Runge- Kutta de orden 4
c. G7: Taylor de orden 3

Para t= 100 días con h=0.5, grafique la solución y de una explicación de la línea fase

Pontificia Universidad
JAVERIANA
Bogotá

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

IV. Dado el sistema de ecuaciones diferenciales que corresponden a una muestra estudio del sistema depredador presa de capturas de linces y conejos entre los años 1900 y 1920:

$$\begin{cases} x'(t) = 0.4x(t) - 0.018x(t)y(t) & ; \quad x(0) = 30 \\ y'(t) = -0.8y(t) + 0.023x(t)y(t) & ; \quad y(0) = 4 \end{cases}$$

Utilizando:

a. G1 Y G6: Euler
b. G2 y G3 y G4: Runge- Kutta de orden 4
c. G5 y G7: Taylor de orden 3

Encuentre la solución numérica del sistema de ecuaciones diferenciales con una evolución por año

Realice la gráfica que nos muestra la evolución de las presas

Compare la solución con los datos reales y evalúe el error total promedio y el error local, en que año se produce el mayor error

Año	Conejos	Linces	Año	Conejos	Linces
1900	30	4	1911	40.3	8
1901	47.2	6.1	1912	57	12.3
1902	70.2	9.8	1913	76.6	19.5
1903	77.4	35.2	1914	52.3	45.7
1904	36.3	59.4	1915	19.5	51.1
1905	20.6	41.7	1916	11.2	29.7
1906	18.1	19	1917	7.6	15.8
1907	21.4	13	1918	14.6	9.7
1908	22	8.3	1920	16.2	10.1
1909	25.4	9.1	1921	24.7	8.6
1910	27.1	7.4	1922	-	-

Grupos

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

	David Ramirez,	G2	Natalia Gaona Salamanca
G1	Andrés Giraldo Malagón		Jimenez Ballen,Laura Sofia
	Camilo García Silva		Arias Castillo,Juan Felipe
G3	Juan Sebastián Ruiz Bulla	G4	Esteban Alberto Rojas Molina
	Juan Pablo Ortiz Rubio		Diego Alejandro Cardozo Rojas
	David Alejandro Castillo		David Alejandro Antolínez Socha
G5	Daniel castellanos	G6	Camilo Jose Narvaez
	Camilo Narvaez		Carrillo Gómez,Diana Sofía
	Lui Velez		Mosquera Barrera,Nelson Alejandro
G7	Triana Bobadilla,Sergio Esteban		
	Giraldo Malagon,Andres Felipe		
	Rodriguez Ortega,Andres Jose		