



Simulation d'un système

Durée: 4 périodes (1 séance de laboratoire)
Travail **individuel**

1. Objectifs

Ce laboratoire a pour objectifs la compréhension et l'acquisition des concepts suivants :

- Fonction Matlab.
- Simulation d'un système par modèle d'état.
- Pôles d'un modèle d'états

2. Environnement

La donnée et les fichiers additionnels éventuels sont disponibles sous Moodle.

Le travail à réaliser sera fait dans l'environnement de Matlab à l'aide d'un ou de plusieurs script(s) et fonction(s).

3. Travail à réaliser

Le travail à réaliser est la simulation d'un système mécanique masse-ressort à l'aide d'un modèle d'état. Le système mécanique masse-ressort est représenté ci-contre. L'équation décrivant la position verticale x de la masse autour de son origine est la suivante :

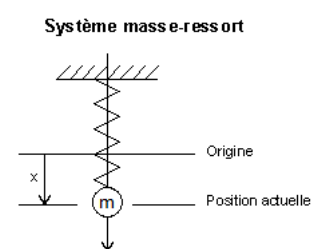
$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_0 - k \cdot x - R \frac{dx}{dt}$$

où $m = 1 [kg]$ est la masse du poids suspendu au ressort

$k = 20 \left[\frac{N}{m} \right]$ est la constante de raideur du ressort

$R = 100 \cdot 10^{-3} \left[\frac{Ns}{m} \right]$ est la constante de frottement

F_0 est la force externe appliquée sur la masse en $[N]$



3.1 Mise en forme des équations

La simulation se fera avec un point toutes les $100\mu s$, soit une fréquence d'échantillonnage f_s de $10KHz$.

1. Ecrivez l'équation de ce système en modèle d'états (uniquement la partie concernant les matrices A et B) avec, pour vecteur d'états, la position x et la vitesse v de la masse.
2. Puis, pour numériser votre système, approximez les dérivées de position $\frac{dx}{dt}$ et de vitesse $\frac{dv}{dt}$ par $\frac{dx}{dt} \cong \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x[n+1]-x[n]}{T_s}$, respectivement $\frac{dv}{dt} \cong \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v[n+1]-v[n]}{T_s}$ où $T_s = 100\mu s$.
3. Isolez alors $x[n+1]$ et $v[n+1]$ et écrivez le résultat sous forme matricielle.
4. Les grandeurs de sortie du système seront la position x en m et la vitesse v en km/h . Donc ajoutez la partie concernant les matrices C et D pour permettre d'avoir ces grandeurs en sortie

3.2 Développement du simulateur

Ecrivez une fonction Matlab *iteration* qui a pour paramètres d'entrée les matrices A , B , C et D , le vecteur d'état $\begin{bmatrix} x[n] \\ v[n] \end{bmatrix}$ ainsi que la force externe F_0 appliquée au système. Pour F_0 , appliquez une force de $100N$ durant $1ms$, puis essayez d'autres valeurs.

Affichez le résultat de la position x en m et de la vitesse v en km/h en fonction du temps sur un graphique.

3.3 Pôles

Déterminez les pôles du système simulé précédemment en utilisant la fonction `eig()` de Matlab.

Ces pôles sont-ils identiques à ceux du système masse-ressort existant ? Justifiez.

3.4 Transformation bilinéaire

En regardant l'aide Matlab sur la fonction *bilinear()*, construisez et mettez en œuvre des nouvelles matrices A_b , B_b , C_b et D_b générées avec la transformation bilinéaire. Faites un *subplot()* Superposez le résultat obtenu de la position x en fonction du temps avec celui du point 3.2 et ajoutez un graphique avec la différence entre ces deux résultats

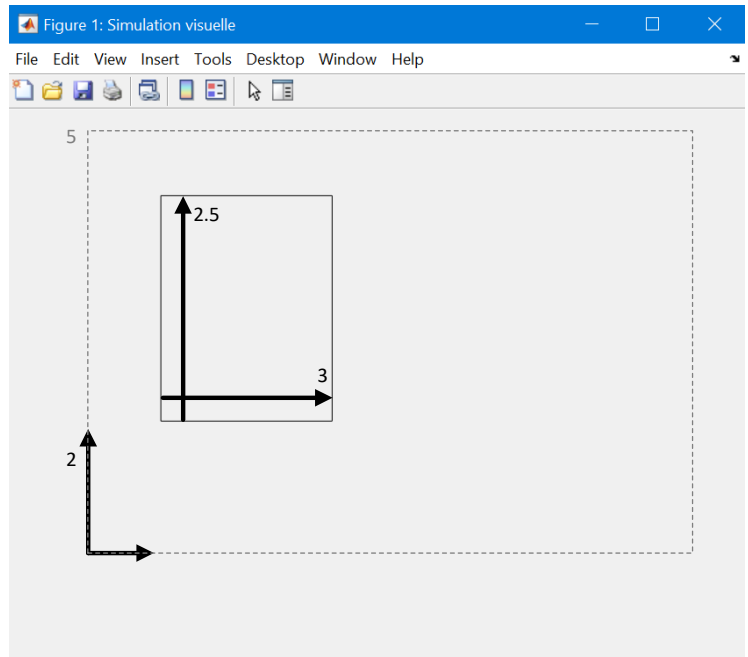
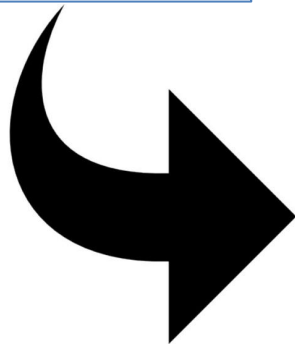
Qu'en concluez-vous ?

4. Optionnel

a) Simulation visuelle

En utilisant la fonction *rectangle()* de Matlab, il est possible de faire une animation de cette simulation. En vous inspirant du code ci-dessous et en allant regarder dans l'aide de Matlab, faites une animation du mouvement de la masse du système simulé.

```
clf;  
rectangle('Position',[1 2 3 2.5]);  
axis([0 10 0 5]);  
axis off;  
drawnow();
```



5. Références

Notes du cours Signaux & systèmes 1, chapitre "Systèmes"

Aide en ligne de Matlab : <https://ch.mathworks.com/matlabcentral/>