第四章 刚体转动和流体运动

刚体的定轴转动

角位移 角速度 角速度矢量（方向：右手螺旋定则） 角加速度

当角速度增量相等，角加速度为定值，作匀变速转动

$\omega = \omega_0 + \alpha t$

$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$

切向加速度： $\alpha_t = r\alpha$

法向加速度： $\alpha_n = r\omega^2$

力矩 转动定律 转动惯量

力矩 :$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} * \boldsymbol{F}$ (矢量） $M = Frsin\theta$(大小） 方向：右手螺旋定则

合外力矩为所有外力矩的代数和（注意正负）

转动惯量： $J = \sum \Delta m_i r_i^2 \quad J = \int r^2 dm$ **（与旋转物体的角速度无关）**

转动定律： $M = J\alpha$ **（α为角加速度）**

平行轴定理：质心轴线z_c，转动惯量J_c，

另一轴线z，转动惯量 $J = J_c + md^2$

角动量 角动量守恒定律

角动量：$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p} = \boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{v}$

方向：垂直于$\boldsymbol{r}$和$\boldsymbol{v}$构成的平面，右手螺旋定则

大小：$L = rmvsin\theta$ (θ为$\boldsymbol{r}$与$\boldsymbol{v}$之间的夹角）

描述角动量时应说明是关于哪一点的角动量

当圆周运动时，$\boldsymbol{r}$与$\boldsymbol{v}$垂直，即$L = mr\omega^2$

质点的角动量定理：$\boldsymbol{M} = \frac{d\boldsymbol{L}}{dt}$

冲量矩：$\boldsymbol{M}dt$ （力矩乘以时间）

$\int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{M}dt = \boldsymbol{L_2} - \boldsymbol{L_1}$ （质点所受的冲量矩等于质点角动量的增量）

角动量守恒定律：若合力矩（$\boldsymbol{M}$）为零，角动量($\boldsymbol{L}$)不变

和力矩为零的两种情况：

1. 合力$F = 0$
2. 合力过参考点O,合力矩为零

有心力：质点在运动过程中受力总指向某一定点。 该点叫做力心

刚体绕定轴转的角动量：$\boldsymbol{L} = J\boldsymbol{\omega}$

刚体绕定轴转的角动量定理： $\boldsymbol{M}=\frac{d\boldsymbol{L}}{dt}=\frac{d}{dt}(J\boldsymbol{\omega})$

冲量矩（角冲量）： $\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{M}dt$

角动量定理： $\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{M}dt=J_2\boldsymbol{\omega_2}-J_1\boldsymbol{\omega_1}$

角动量守恒定律

力矩做功 刚体绕定轴转动的动能定理

力矩做功： $dW=F_tds=F_trd\theta=Md\theta$

$$W=\int Md\theta$$

力矩的功率： $P=\frac{dW}{dt}=M\frac{d\theta}{dt}=M\omega$

转动动能： $E_k=\frac{1}{2}J\omega^2$

动能定理： $W=\frac{1}{2}J\omega_2^2-\frac{1}{2}J\omega_1^2$

刚体平行运动

刚体的平面平行运动动能=质心的平均动能+刚体绕质心的转动动能之和

$E_k=\frac{1}{2}mv_c^2+\frac{1}{2}J_c\omega^2$

对圆球、圆柱体或圆环等滚动：$E_k=\frac{1}{2}mR^2\omega^2+\frac{1}{2}J_c\omega^2$