第七章 图论

无序偶记、有序偶记

临接边、自回路、环

平行边、多重图

子图、真子图、生成子图、导出子图

无向完全图边数：

$$E(K_n) = \frac{1}{2}n(n-1)$$

补图$\bar{G}$

相对补图

握手定理

图的同构：

必要条件：

1. 节点数相同
2. 边数相同
3. 度序列相同

简单路（迹）（关于边）、基本路（通路）（关于点）、圈

连通性

连通分支

割点

强连通：有向图任意两点都有到对方的通路

单侧联通：有向图任意两点存在一方到另一方的通路

弱联通：无向图任意两点都有到对方的通路

欧拉通路

判定：有两个结点的度为奇数

欧拉回路

判定：所有顶点的度都为偶数

哈密顿回路

判定：

1. 当$n \geq 3$，K_n有哈密顿回路
2. G为由n个顶点的简单图，$n \geq 3$，每个顶点的度都至少为$\frac{n}{2}$,G存在哈密顿回路
3. G为由n个顶点的简单图，$n \geq 3$，对每对不相邻的顶点，都有$deg(u) + deg(v) \geq n$,则存在

哈密顿通路

判定

G为由n个顶点的简单图，每一对结点读数之和大于n-1，则存在

平面图

欧拉公式

定理 1 **欧拉公式** 设 G 是带 e 条边和 v 个顶点的连通平面简单图。设 r 是 G 的平面图表示中的面数。则 $r=e-v+2$。

推论 1 若 G 是 e 条边和 v 个顶点的连通平面简单图，其中 $v \geqslant 3$，则 $e \leqslant 3v-6$。

推论 2 若 G 是连通平面简单图，则 G 中有度数不超过 5 的顶点。

若图G是面连通度大于等于4的连通平面图，$e \leq 2v-4$

推论 3 若 G 是每个面至少由 $m(m \geqslant 3)$ 条边围成的连通平面图，则有

$$e \leqslant \frac{m(v-2)}{m-2}$$

其中 e,v 分别为图 G 的边数和结点数。留给读者自己证明。

邻接矩阵 关联矩阵 可达矩阵