

第二章 谓词逻辑

个体和谓词

个体

1. 个体常元
2. 个体变元

谓词

1. 谓词常元
2. 谓词变元

n 元谓词：谓词 (P) ， n 个个体变元 (x_1, x_2, \dots, x_n) 组成 $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$

个体域（论域）：个体变元的取值范围

量词

$\forall x$ 任意 全称量词 x 为指导变元

$\exists x$ 存在 存在量词 x 为指导变元

$\exists! x$ 存在唯一 存在唯一量词 x 为指导变元

项：

1. 个体常元和个体变元
2. 若 f 是 n 元函数，且 t_1, t_2, \dots, t_n 是项，则 $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$ 是项
3. 所有项都由 (1) (2) 生成

原子公式： n 元谓词 P , 项 t_1, t_2, \dots, t_n , $P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ 为原子公式

合式谓词公式（合式公式）：

1. 原子谓词公式是合式公式
2. 若 A 为合式公式， $\neg A$ 为合式公式
3. 若 A 和 B 是合式公式， $(A \vee B), (A \wedge B), (A \rightarrow B), (A \leftrightarrow B)$ 也是合式公式
4. 若 A 为合式公式， x 是 A 出现的任何个体变元，则 $(\forall x)A, (\exists x)A$ 都是合式公式
5. 只有经过有限次地应用规则（1）（2）（3）（4）所得到的公式就是合式公式

子公式

约束变元：有量词

自由变元

作用域（辖域）

封闭谓词公式（闭式）

n 元谓词

换名规则

代入规则

真值不确定就不是命题

谓词公式 A 在个体域 有效的（永真的）、不可满足的（矛盾的）、可满足的

代换实例

等价式：

1. 量词的消去

2. 量词与“ \neg ”之间的关系
3. 量词作用域的扩张与收缩
4. 两次分配的等价式
5. 多重量词的等价式

蕴含式：

前束范式：

1. 前述合取范式
2. 前述析取范式

斯柯林范式

推理规则：

1. US规则（全称量词消去规则）

$$\forall x A(x) \Rightarrow A(y) \text{ 或 } \forall x A(x) \Rightarrow A(c)$$

(y为不在A中约束出现的变元)

2. UG规则（全称量词引入规则）

$$A(y) \Rightarrow \forall x A(x)$$

(任意y, A均为真; x不能在A (y) 变元符号中出现)

3. ES规则（存在量词消去规则）

$$\exists x A(x) \Rightarrow A(c)$$

(c为使A为真的特定个体常元，不能在前面出现；当A (x) 除x还有其他自由出现的个体变元，不能使用)

4. EG规则 (存在量词引入规则)

$$A(c) \Rightarrow \exists x A(x)$$

(c为特定的个体常元；x不在A (c) 中出现)

推理定律：

1. 由命题逻辑推理定律推广而来的谓词逻辑推理定律
2. 由基本等价式生成的推理定律
3. 一些特有的重要推理定律

推理方法：

1.直接证法

若有**全称**量词前提又有**存在**量词前提，必须先对**存在量词**使用**ES**，再对**全称量词**使用**US**

2.间接证法

cp规则 反证法