

# 第一章 命题逻辑

## 逻辑连接词

1. 否定连接词： $\neg$
2. 合取连接词： $\wedge$  相当于集合并集
3. 析取连接词： $\vee$  相当于集合交集
4. 条件连接词： $\rightarrow$
5. 双条件连接词： $\leftrightarrow$

(注意优先级由上到下从高到低)

重言（永真）式、矛盾（永假）式

可满足公式、不可满足公式

## 等价式 $\Leftrightarrow$

定义：命题公式  $A$ 、 $B$  对所有命题变元任一组赋值真值对应相同

定理：

1.  $A \Leftrightarrow B$  当且仅当  $A \leftrightarrow B$  是重言式
2. 永真式任一原子命题变元  $R$  用另一个公式代入仍为永真式
3. 若  $X \Leftrightarrow Y$ ，将公式  $A$  中的  $X$  用  $Y$  替换成公式  $B$ ， $A \Leftrightarrow B$

等价证明：

1. 真值表法
2. 等值演算法

## 蕴含式 $\Rightarrow$

定义：若  $A \rightarrow B$  为重言式，则称“ $A$ 蕴含 $B$ ”，记作  $A \Rightarrow B$

定理：

1.  $A \Leftrightarrow B$  的充要条件是  $A \Rightarrow B$  且  $B \Rightarrow A$

证明：

1. 真值表法
2. 等值演算法
3. 逻辑分析法（肯定前件法、否定后件法）

## 对偶式

定义：在只含  $\neg, \vee, \wedge$  的命题公式中，将  $\vee, \wedge$  互换， $T, F$  互换

对偶原理： $\neg A(P, \dots, P_n) \Leftrightarrow A^*(\neg P, \dots, \neg P_n)$ ； $A(\neg P, \dots, \neg P_n) \Leftrightarrow A^*(P, \dots, P_n)$

若  $A, B$  等价，则它们的对偶式等价

## 范式

定义：

文字：单个命题变元或其否定形式

简单析取式：有限个文字的析取式

简单合取式：有限个文字的合取式

（一个文字即使简单析取式，又是简单合取式）

析取范式：有限个简单合取式组成的析取式

合取范式：有限个简单析取式组成的合取式

极小项（对的）

主析取范式（判断方法：真值表法、等值演算法）

极大项（错的）

主合取范式（判断方法：真值表法、等值演算法）

定理：

简单析取式是重言式当且仅当同时含有某个命题变元及其否定形式

简单合取式是矛盾式当且仅当同时含有某个命题变元及其否定形式

每个命题都存在与之等价的析取范式和合取范式

非永假命题都存在与之等价的唯一主析取范式

非永真命题都存在与之等价的唯一主合取范式

主合取范式下标集合+主析取范式下标集合= $\{0, 1, 2, \dots, 2^n - 1\}$

应用：

两命题等价，主范式等价

A为永真式当且仅当A的主析取范式有 $2^n$ 个极小项

A为永假式当且仅当A的主合取范式有 $2^n$ 个极大项

## 推理规则：

1. 前提引入规则（P）
2. 结论引用规则（T）
3. 置换规则（R）
4. 代入规则（S）

## 推理方法：

1. 真值表法
2. 直接证法

### 3. 间接证法 (CP规则, 归谬法)