

第三章 集合与关系

集合间的关系：

1. \subset
2. \subseteq
3. $=$

注意区分 \in 、 \subseteq

自反性，传递性

对任意一个集合空集是唯一的

幂集：由所以子集为元素组成的集合，记为 $P(A)$ 或 2^A

基数： $|A|$ ，表示A含有的不同元素的个数

集合的数码表示

集合的几种基本运算：

1. 并集 \cup
2. 交集 \cap
3. 差集 $-$
4. 补集 \bar{A}
5. 对称差 \oplus

集合的运算定律

文氏图

容斥原理：

$$|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m| = \sum_{i=1}^m |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq m} |A_i \cap A_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq m} |A_i \cap A_j \cap A_k| + \dots + (-1)^{m-1} (|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m|)$$

偶序

次序确定

等于需要元素对应相等

笛卡尔积：

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \wedge y \in B\}$$

A、B为有限集， $|A| = m, |B| = n$, 则 $|A \times B| = m \times n$

关系：R (A×B的任何子集) (二元子集)

前域、后域

当A=B时R称为集合A上的二元关系

三种特殊关系：

1. 空关系
2. 全 (域) 关系
3. 恒等关系

定义域、值域

关系的表示：

1. 集合表示法
2. 矩阵表示法
3. 关系图表示法

复合关系：

定义：

设 R 为 X 到 Y 的关系，S 为 Y 到 Z 的关系，则 $R \circ S$ 称为 R 和 S 的复合关系，表示为：

$$R \circ S = \{ \langle x, z \rangle \mid x \in X \wedge z \in Z \wedge (\exists y) (y \in Y \wedge \langle x, y \rangle \in R \wedge \langle y, z \rangle \in S) \}$$

复合关系运算通过关系矩阵 (中间步骤非0数字都转换为1)

关系的复合运算的性质

逆关系：

设 R 是集合 A 上的关系，称集合

$$\{ \langle a_i, a_j \rangle \mid \langle a_j, a_i \rangle \in R \}$$

是 R 的逆关系，记作

$$R^{-1}$$

关系的性质：

1. 自反性
2. 反自反性
3. 对称性
4. 反对称性
5. 传递性

(注意有些关系中A且B才有C，A没B就不必有C)