Estruturas de Dados

Módulo 17 - Busca

Referências

Waldemar Celes, Renato Cerqueira, José Lucas Rangel, *Introdução a Estruturas de Dados*, Editora Campus (2004)

Capítulo 17 – Busca

Tópicos

- Busca em vetor
  - Busca linear
  - Busca binária
  - Algoritmo genérico
- Árvore binária de busca
  - Apresentação
  - Operações em árvores binárias de busca
  - Árvores balanceadas

Busca em Vetor

- Busca em vetor:
  - entrada: vetor vet com n elementos
    elemento elem
  - saída: n se o elemento elem ocorre em vet[n]
    -1 se o elemento não se encontra no vetor

Busca em Vetor

- Busca Linear:
  - percorra o vetor vet, elemento a elemento
    verificando se elem é igual a um dos elementos de vet

```
int busca (int n, int* vet, int elem)
{
  int i;

  for (i=0; i<n; i++) {
    if (elem == vet[i])
      return i;                    /* elemento encontrado */
  }

  /* elemento não encontrado após percorrer todo o vetor */
  return -1;
}
```

Busca em Vetor

- Análise da Busca Linear:
  - pior caso:
    - n comparações, onde n representa o número de elementos do vetor
      - desempenho computacional varia linearmente em relação ao tamanho do problema (algoritmo de busca *linear*)
    - complexidade: O(n)
  - caso médio:
    - n/2 comparações
      - desempenho computacional continua variando linearmente em relação ao tamanho do problema
    - complexidade: O(n)

Busca em Vetor

- Busca Linear (vetor em ordem crescente):

```
int busca_ord (int n, int* vet, int elem)
{
   int i;

   for (i=0; i<n; i++) {
      if (elem == vet[i])
         return i;  /* elemento encontrado */
      else if (elem < vet[i])
         return -1;/* interrompe busca */
   }

   /* percorreu todo o vetor e não encontrou elemento */
   return -1;
}
```

Busca em Vetor

- Análise de busca linear (vetor ordenado):
  - caso o elemento procurado não pertença ao vetor,
    a busca linear com vetor ordenado apresenta um desempenho ligeiramente superior à busca linear
  - pior caso:
    - algoritmo continua sendo linear
    - complexidade: O(n)

Busca em Vetor

- Busca binária:
  - entrada: vetor vet com n elementos, ordenado
    elemento elem
  - saída: n se o elemento elem ocorre em vet[n]
    -1 se o elemento não se encontra no vetor
  - procedimento:
    - compare elem com o elemento do meio de vet
    - se elem for menor, pesquise na primeira metade do vetor
    - se elem for maior, pesquise na segunda parte do vetor
    - se for igual, retorne a posição
    - continue o procedimento, subdividindo a parte de interesse,
      até encontrar o elemento ou chegar a uma parte do vetor com tamanho 0

```
int busca_bin (int n, int* vet, int elem)
{
  /* no início consideramos todo o vetor */
  int ini = 0;
  int fim = n-1;
  int meio;

  /* enquanto a parte restante for maior que zero */
  while (ini <= fim) {
    meio = (ini + fim) / 2;
    if (elem < vet[meio])
      fim = meio – 1;          /* ajusta posição final */
    else if (elem > vet[meio])
      ini = meio + 1;          /* ajusta posição inicial */
    else
      return meio;             /* elemento encontrado */
  }

  /* não encontrou: restou parte de tamanho zero */
  return -1;
}
```

Busca em Vetor

- Análise de busca binária
  - pior caso: O(log n)
    - elemento não ocorre no vetor
    - 2 comparações são realizadas a cada ciclo
    - a cada repetição, a parte considerada na busca é dividida à metade
    - logo, no pior caso, são necessárias log n repetições

Repetição	Tamanho do problema
1	*n*
2	*n/2*
3	*n/4*
...	...
log n	*1*

Busca em Vetor

- Busca binária – implementação recursiva:
  - dois casos a tratar:
    - busca deve continuar na primeira metade do vetor:
      - chamada recursiva com parâmetros:
        - » o número de elementos da primeira parte restante
        - » o mesmo ponteiro para o primeiro elemento (pois a primeira parte tem o mesmo primeiro elemento do que o vetor como um todo)
    - busca deve continuar apenas na segunda parte do vetor:
      - chamada recursiva com parâmetros:
        - » número de elementos restantes
        - » ponteiro para o primeiro elemento dessa segunda parte
      - valor retornado deve ser corrigido

```
int busca_bin_rec (int n, int* vet, int elem)
{
  /* testa condição de contorno: parte com tamanho zero */
  if (n <= 0)
    return -1;
  else {
    /* deve buscar o elemento do meio */
    int meio = n / 2;

    if (elem < vet[meio])
      return busca_bin_rec(meio,vet,elem);
    else if (elem > vet[meio])
    {
      int r = busca_bin_rec(n-1-meio, &vet[meio+1],elem);
      if (r<0) return -1;
      else     return meio+1+r;        /* correção do valor retornado */
    }
    else
      return meio;                     /* elemento encontrado */
  }
}
```

Busca em Vetor

- Busca binária genérica da biblioteca padrão:
  - disponibilizada via a biblioteca *stdlib.h*
  - independe do tipo de dado armazenado no vetor
  - implementação segue os princípios discutidos na implementação do algoritmo de busca binária em vetor

Busca em Vetor

- Protótipo da busca binária da biblioteca padrão:

```
void* bsearch (void* info, void *v, int n, int tam,
               int (*cmp)(const void*, const void*));
```

retorno: se elemento for encontrado, o endereço do elemento no vetor
caso contrário, NULL

info: ponteiro para a chave de busca (dado que se deseja buscar no vetor)

v: ponteiro para o primeiro elemento do vetor
(vetor ordenado segundo critério definido pela função de comparação)

n: número de elementos do vetor

tam: tamanho, em bytes, de cada elemento do vetor

cmp: ponteiro para a função de comparação

const: modificador de tipo para garantir que a função não modificará os valores dos elementos (devem ser tratados como constantes)

Busca em Vetor

- Função de comparação:

  int *nome* (const void*, const void*);

  – definida pelo cliente

  – recebe dois ponteiros genéricos (do tipo void*)

    - apontam para os dois elementos a comparar
    - modificador de tipo const garante que a função não modificará os valores dos elementos (devem ser tratados como constantes)

  – deve retornar –1, 0, ou 1, se o primeiro elemento for menor, igual, ou maior que o segundo, respectivamente, de acordo com o critério de ordenação adotado

Busca em Vetor

- Exemplo 1:
  - vetor de valores inteiros em ordem crescente

Busca em Vetor

- Função de comparação para int:
  - recebe dois ponteiros para int

```
/* função de comparação de inteiros */
static int comp_int (const void* p1, const void* p2)
{
  /* converte ponteiros genéricos para ponteiros de int */
  int *info = (int*)p1;
  int *elem = (int*)p2;
  /* dados os ponteiros de int, faz a comparação */
  if (*info < *elem) return –1;
  else if (*info > *elem) return 1;
  else return 0;
}
```

```c
/* Ilustra uso do algoritmo bsearch  para vetor de int */
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

/* função de comparação de inteiros  - ver transparência anterior */
static int comp_int (const void* p1, const void* p2)
{…}

/* programa que faz a busca em um vetor */
int main (void)
{
  int v[8] = {12,25,33,37,48,57,86,92};
  int e = 57;         /* informação que se deseja buscar */
  int* p;
  p = (int*)bsearch(&e,v,8,sizeof(int),comp_int);
  if (p == NULL)
    printf("Elemento nao encontrado.\n");
  else
    printf("Elemento encontrado no indice: %d\n", p-v);
  return 0;
}
```

Busca em Vetor

- Exemplo 2:
  - vetor de ponteiros para a estrutura aluno
  - chave de busca dada pelo nome do aluno

```
/* estrutura representando um aluno*/
struct aluno {
   char nome[81];              /* chave de ordenação */
   char mat[8];
   char turma;
   char email[41];
};
typedef struct aluno Aluno;

Aluno* vet[N];                 /* vetor de ponteiros para Aluno */
```

Busca em Vetor

- Função de comparação
  - recebe dois ponteiros que referenciam tipos distintos:
    - um ponteiro para uma cadeia de caracteres
    - um ponteiro para um elemento do vetor (no caso será um ponteiro para ponteiro de aluno, ou seja, um Aluno**)

```
/* Função de comparação: char* e Aluno** */
static int comp_alunos (const void* p2, const void* p2)
  /* converte ponteiros genéricos para ponteiros específicos */
  char* s = (char*)p1;
  Aluno **pa = (Aluno**)p2;
  /* faz a comparação */
  return strcmp(s,(*pa)->nome);
}
```

Árvore Binária de Busca

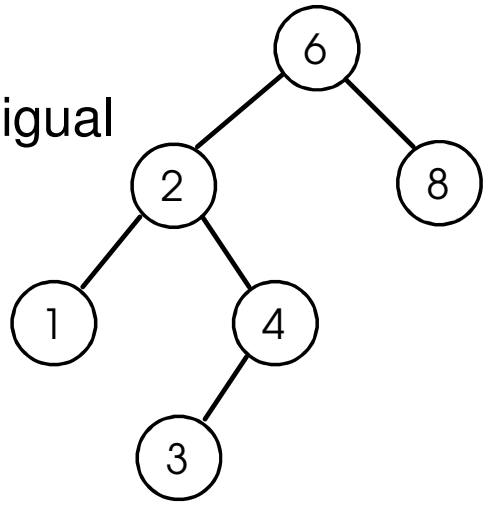
- Busca binária em vetor:
  - dados armazenados em vetor, de forma ordenada
  - bom desempenho computacional para pesquisa
  - inadequado quando inserções e remoções são freqüentes
    - exige re-arrumar o vetor para abrir espaço uma inserção
    - exige re-arrumar o vetor após uma remoção

Árvore Binária de Busca

- Árvores binárias:
  - árvore binária balanceada:
    - os nós internos têm todos, ou quase todos, 2 filhos
    - qualquer nó pode ser alcançado a partir da raiz em *O(log n)* passos
  - árvore binária degenerada:
    - todos os nós têm apenas *1* filho, com exceção da (única) folha
    - qualquer nó pode ser alcançado a partir da raiz em *O(n)* passos

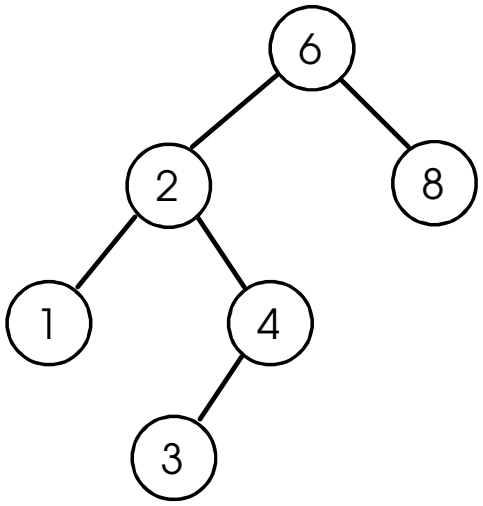
Árvore Binária de Busca

- Árvores binárias de busca:
  - o valor associado à raiz é sempre maior que o valor associado a qualquer nó da sub-árvore à esquerda (*sae*) e
  - o valor associado à raiz é sempre menor ou igual (para permitir repetições) que o valor associado a qualquer nó da sub-árvore à direita (*sad*)
  - quando a árvore é percorrida em ordem simétrica (*sae - raiz - sad*), os valores são encontrados em ordem não decrescente



Árvore Binária de Busca

- Pesquisa em árvores binárias de busca:
  - compare o valor dado com o valor associado à raiz
  - se for igual, o valor foi encontrado
  - se for menor, a busca continua na sae
  - se for maior, a busca continua na sad



Árvore Binária de Busca

- Tipo árvore binária:
  - árvore é representada pelo ponteiro para o nó raiz

```
struct arv {
   int info;
   struct arv* esq;
   struct arv* dir;
};

typedef struct arv Arv;
```

Árvore Binária de Busca

- Operação de criação:
  - árvore vazia representada por NULL

```
Arv* abb_cria (void)
{
  return NULL;
}
```

Árvore Binária de Busca

- Operação de impressão:
  - imprime os valores da árvore em ordem crescente, percorrendo os nós em ordem simétrica

```
void abb_imprime (Arv* a)
{
   if (a != NULL) {
      abb_imprime(a->esq);
      printf("%d\n",a->info);
      abb_imprime(a->dir);
   }
}
```

Árvore Binária de Busca

- Operação de busca
  - explora a propriedade de ordenação da árvore
  - possui desempenho computacional proporcional à altura (O(log n) para o caso de árvore balanceada)

```
Arv* abb_busca (Arv* r, int v)
{
   if (r == NULL) return NULL;
   else if (r->info > v) return abb_busca (r->esq, v);
   else if (r->info < v) return abb_busca (r->dir, v);
   else return r;
}
```

Árvore Binária de Busca

- Operação de inserção
  - recebe um valor v a ser inserido
  - retorna o eventual novo nó raiz da (sub-)árvore
  - para adicionar v na posição correta, faça:
    - se a (sub-)árvore for vazia
      - crie uma árvore cuja raiz contém v
    - se a (sub-)árvore não for vazia
      - compare v com o valor na raiz
      - insira v na sae ou na sad, conforme o resultado da comparação

Árvore Binária de Busca

```
Arv* abb_insere (Arv* a, int v)
{
  if (a==NULL) {
    a = (Arv*)malloc(sizeof(Arv));
    a->info = v;
    a->esq = a->dir = NULL;
  }
  else if (v < a->info)
    a->esq = abb_insere(a->esq,v);
  else  /* v < a->info */
    a->dir = abb_insere(a->dir,v);
  return a;
}
```

é necessário atualizar os ponteiros para as sub-árvores à esquerda ou à direita quando da chamada recursiva da função, pois a função de inserção pode alterar o valor do ponteiro para a raiz da (sub-)árvore.

Árvore Binária de Busca

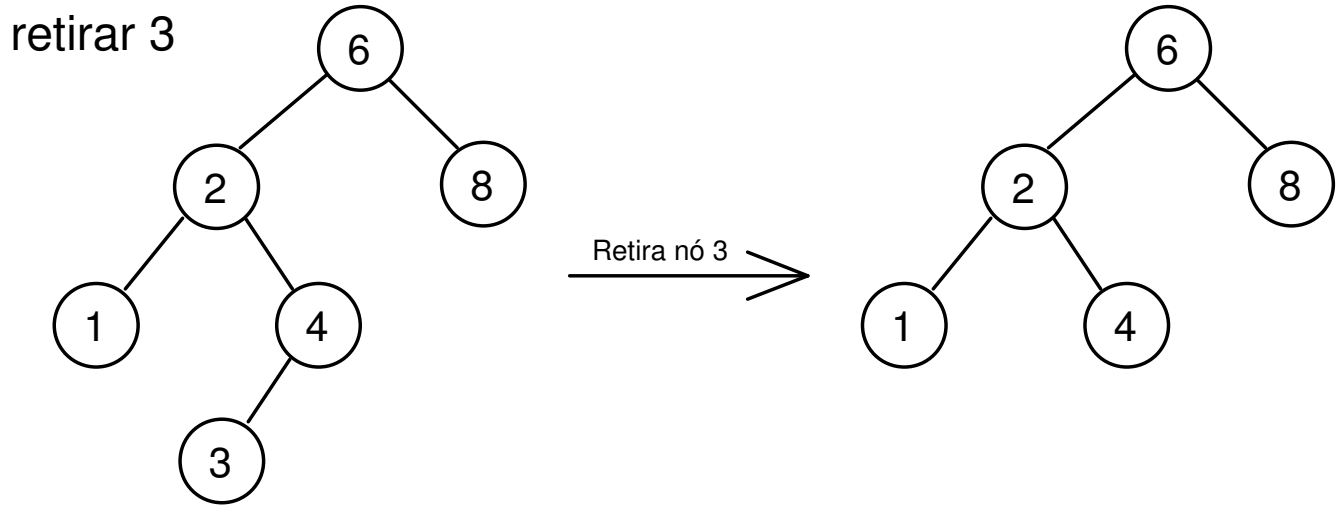
- Operação de remoção:
  - recebe um valor v a ser inserido
  - retorna a eventual nova raiz da árvore
  - para remover v, faça:
    - se a árvore for vazia
      - nada tem que ser feito
    - se a árvore não for vazia
      - compare o valor armazenado no nó raiz com v
      - se for maior que v, retire o elemento da sub-árvore à esquerda
      - se for menor do que v, retire o elemento da sub-árvore à direita
      - se for igual a v, retire a raiz da árvore

Árvore Binária de Busca

- Operação de remoção (cont.):
  - para retirar a raiz da árvore, há 3 casos:
    - caso 1: a raiz que é folha
    - caso 2: a raiz a ser retirada possui um único filho
    - caso 3: a raiz a ser retirada tem dois filhos

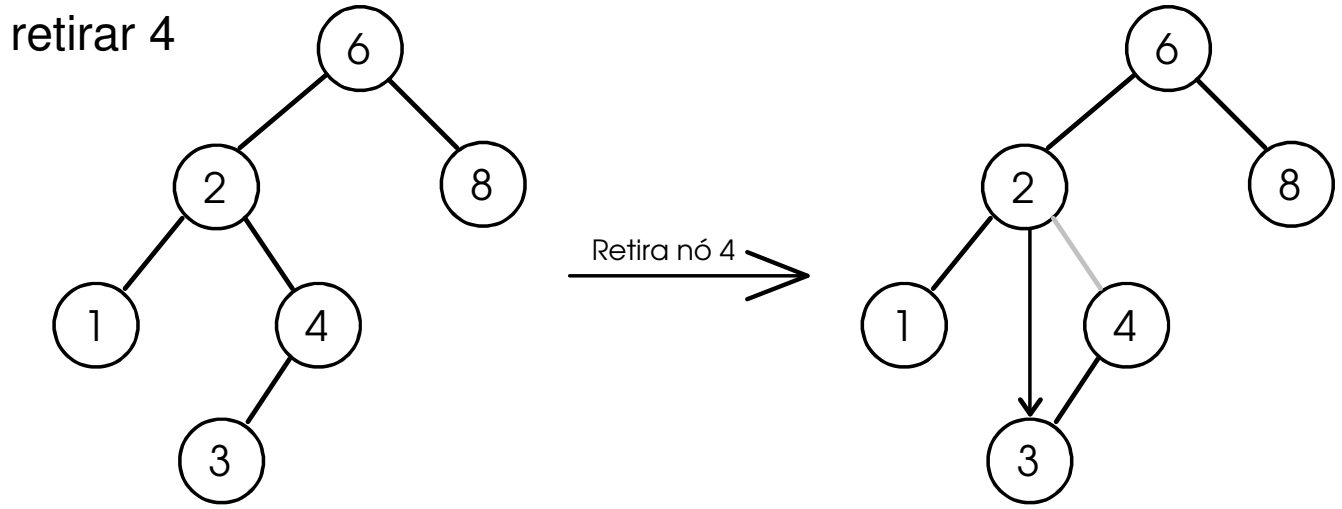
Árvore Binária de Busca

- Caso 1: a raiz da sub-árvore é folha da árvore original
  - libere a memória alocada pela raiz
  - retorne a raiz atualizada, que passa a ser NULL



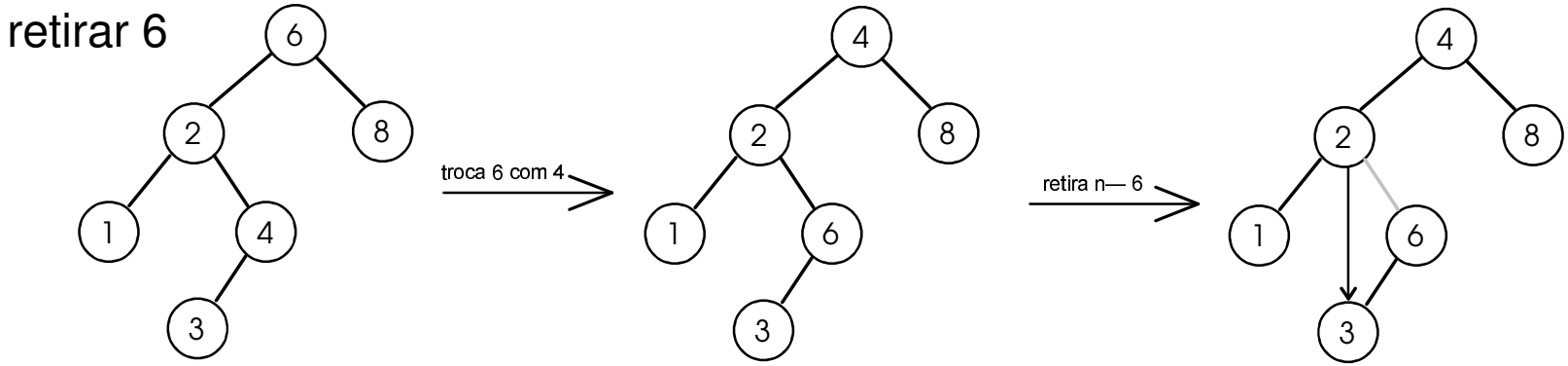
Árvore Binária de Busca

- Caso 2: a raiz a ser retirada possui um único filho
  - libere a memória alocada pela raiz
  - a raiz da árvore passa a ser o único filho da raiz



Árvore Binária de Busca

- Caso 3: a raiz a ser retirada tem dois filhos
  - encontre o nó N que precede a raiz na ordenação
    (o elemento mais à direita da sub-árvore à esquerda)
  - troque o dado da raiz com o dado de N
  - retire N da sub-árvore à esquerda
    (que agora contém o dado da raiz que se deseja retirar)
    - retirar o nó N mais à direita é trivial, pois N é um nó folha ou
      N é um nó com um único filho (no caso, o filho da direita nunca existe)



```
Arv* abb_retira (Arv* r, int v)
{
  if (r == NULL)
    return NULL;
  else if (r->info > v)
    r->esq = abb_retira(r->esq, v);
  else if (r->info < v)
    r->dir = abb_retira(r->dir, v);
  else {          /* achou o nó a remover */
    /* nó sem filhos */
    if (r->esq == NULL && r->dir == NULL) {
      free (r);
      r = NULL;
    }
    /* nó só tem filho à direita */
    else if (r->esq == NULL) {
      Arv* t = r;
      r = r->dir;
      free (t);
    }
```

```
    /* só tem filho à esquerda */
    else if (r->dir == NULL) {
      Arv* t = r;
      r = r->esq;
      free (t);
    }
    /* nó tem os dois filhos */
    else {
      Arv* f = r->esq;
      while (f->dir != NULL) {
        f = f->dir;
      }
      r->info = f->info;          /* troca as informações */
      f->info = v;
      r->esq = abb_retira(r->esq,v);
    }
  }
  return r;
}
```

Árvore Binária de Busca

- Algoritmo para balancear árvores binárias de busca:
  - reorganize (balanceie) a árvore com relação à raiz:
    - suponha que a sae possui *m* nós e que a *sad* possui *m* nós
    - se $n > m+2$,
      - mova o valor da raiz para a *sae*, onde ele se tornará o maior valor
      - mova o menor elemento da *sad* para a raiz
    - se se $n \leq m+2$, proceda de forma semelhante
    - repita o processo até que a diferença entre os números de elementos das duas sub-árvores seja menor ou igual a 1
  - continue o processo recursivamente
    com o balanceamento das sub-árvores da raiz
  - (a remoção do menor (ou maior) elemento de uma árvore
    é mais simples do que a remoção de um elemento qualquer)

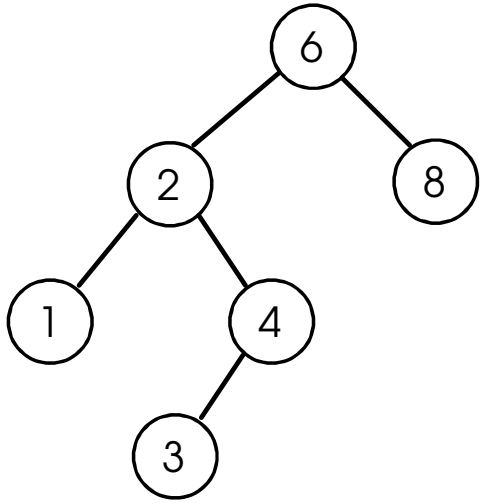
Resumo

- Busca linear em vetor:
  - percorra o vetor, elemento a elemento, verificando se o elemento de interesse é igual a um dos elementos do vetor
- Busca binária:
  - compare elem com o elemento do meio de vet
  - se elem for menor, pesquise na primeira metade do vetor
  - se elem for maior, pesquise na segunda parte do vetor
  - se for igual, retorne a posição
  - continue o procedimento, subdividindo a parte de interesse, até encontrar o elemento ou chegar a uma parte do vetor com tamanho 0
- Pesquisa binária da biblioteca padrão:
  - disponibilizado via *stdlib.h*, com protótipo

```
void* bsearch (void* info, void *v, int n, int tam,
               int (*cmp)(const void*, const void*));
```

Resumo

- Árvores binárias de busca:
  - o valor associado à raiz é maior que o valor associado a qualquer nó da sub-árvore à esquerda (sae) e
  - o valor associado à raiz é menor ou igual que o valor associado a qualquer nó da sub-árvore à direita (sad)



- Operação de busca
  - explora a propriedade de ordenação da árvore
  - possui desempenho computacional proporcional à altura (O(log n) para o caso de árvore balanceada)