TP 1.1 - Simulación de una Ruleta

Integrantes:

Felipe Bentancour (52977)
Emilio Zallocco (50194)
Manuel Coccoz (49693)
José Agustin (49740)
Ignacio Meyer (50241)

Día de entrega: 10 de Abril

1. Introducción

En este documento se lleva a cabo un trabajo de investigación en el que se desarrolla un modelo simple de una ruleta con Python 3.x. El documento permite analizar el modelo a través de distintas gráficas sobre los estadísticos obtenidos al ejecutar el código. También se encontrarán las distintas fórmulas empleadas y la explicación de los conceptos necesarios.

2. Desarrollo

2.1. Conceptos de Probabilidad

Con el desarrollo llevado a cabo para este trabajo se modelizó la ruleta europea, la cual contiene los números desde el 0 hasta el 36. Por ende, en cada tirada hay 37 distintos posibles resultados. Siguiendo las bases sentadas por Pierre-Simon Laplace, sabemos que (en una ruleta no alterada) los 37 números tienen la misma probabilidad de ocurrencia, es decir, estamos ante un universo equiprobable. En un universo de estas características, la probabilidad de obtener cada posible resultado es: $n = 37$, se calcula como: $p = \frac{1}{37} = 0{,}027 = 2{,}7\,\%$.

El primer paso para ordenar y presentar los datos que arroja el modelo es obtener la distribución de frecuencias. En nuestro caso, la única frecuencia que nos interesa es la del número por el que “apostamos”. La frecuencia con la que obtenemos el número elegido es la cantidad de veces que tocó el número al tirar la ruleta. A nosotros nos interesa la frecuencia relativa, ya que permite observar el dato en función de la cantidad de tiradas realizadas. La frecuencia relativa f_e se calcula como:

$$f_e = \frac{\text{número de tiradas en las que se obtuvo el número elegido}}{\text{número total de tiradas realizadas}}$$

Ya que cada número es equiprobable, idealmente el número que elegimos debería obtenerse el 2,7 % de las veces que tiramos la ruleta. Al ejecutar el modelo podremos verificar este enunciado.

Volviendo a los posibles resultados (a lo que en probabilidad se conoce como recorrido), mencionamos que los mismos son los números enteros del 0 al 36. En otras palabras, el recorrido de la variable aleatoria numérica “Resultado obtenido en una tirada de ruleta” es un conjunto finito numerable. Esta característica define a la variable como discreta.

Siguiendo las definiciones de los parámetros de una distribución de probabilidad de una variable discreta, podemos calcular los valores que esperamos obtener al ejecutar el modelo.

Primero comenzaremos por la media, denotada como μ, se calcula como la suma de los productos de los valores de la variable x_i y sus respectivas probabilidades p_i, para cada valor de i desde 1 hasta ∞:

$$\mu = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot p_i$$

La varianza, conocida como σ^2, se calcula como la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores de la variable x_i y la media μ, ponderadas por sus respectivas probabilidades p_i, para cada valor de i desde 1 hasta ∞:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - \mu)^2 \cdot p_i$$

Por último, obtenemos el valor del desvío estándar. El mismo puede interpretarse como el promedio de las distancias de cada número del recorrido al promedio. Su fórmula es:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Utilizando los valores del caso de la ruleta obtenemos:

<u>Media:</u>

$$\mu = \sum_{i=0}^{36} x_i \cdot 0{,}027 = 18 \quad con x_i \in [0; 36], \quad x_i \in N_0$$

<u>Varianza:</u>

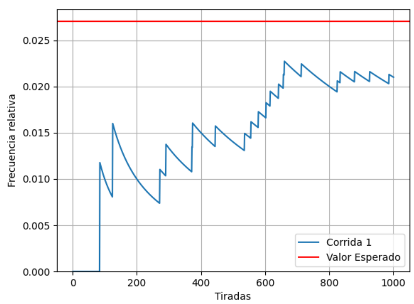
$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - 18)^2 \cdot 0{,}027 = 114 \quad con x_i \in [0; 36], \quad x_i \in N_0$$

<u>Desvío:</u>

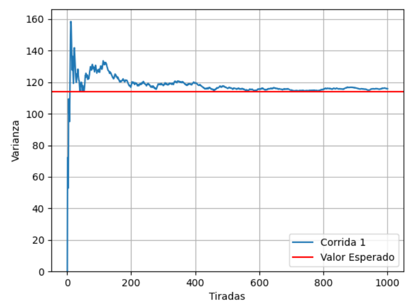
$$\sigma = \sqrt{114} = 10{,}6770$$

3. Resultados

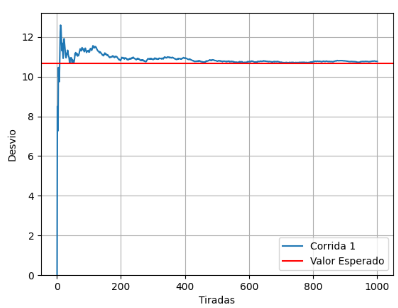
A continuación se muestran los resultados de una primera corrida a modo de prueba. El número elegido es el 14, y se realizan 1000 tiradas.



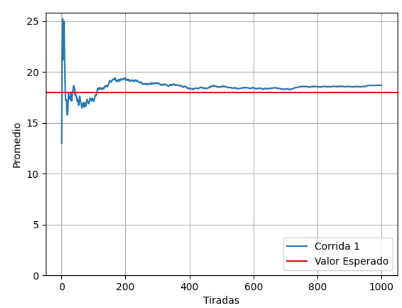
(a) Frecuencia Relativa



(b) Varianza



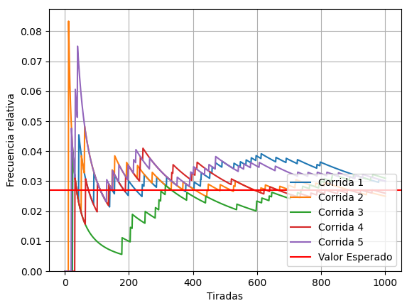
(c) Desvío Estándar



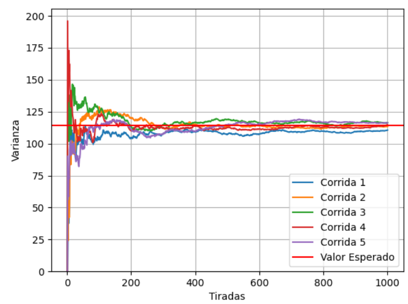
(d) Promedio

Figura 1: python ruleta.py -n 1000 -e 14

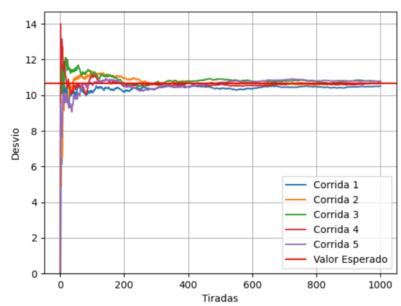
Como podemos observar en cada gráfico, los resultados tienden a acercarse al resultado esperado a medida que aumenta el número de tiradas realizadas. Para verificar el correcto funcionamiento del modelo, realizamos 5 corridas del experimento. Elegimos esta cantidad ya que es un número de pruebas representativo a la vez que permite apreciar con la vista el fenómeno, sin ensuciar la gráfica con demasiadas curvas.



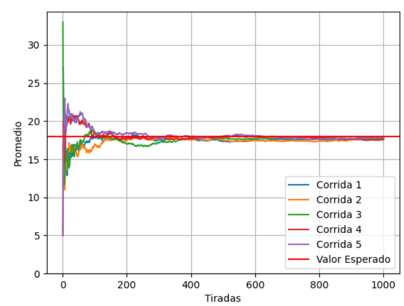
(a) Frecuencia Relativa



(b) Varianza



(c) Desvío Estándar



(d) Promedio

Figura 2: python ruleta.py -c 5 -n 1000 -e 14

Nuevamente, las curvas convergen en la proximidad del valor esperado a medida que se avanza con las tiradas.

4. Conclusiones

Como se puede observar en las pruebas, el modelo tiende a validar los valores que se obtienen mediante las fórmulas de probabilidad a medida que se realizan cada vez más tiradas. Pero además de esta primera conclusión, el trabajo permitió también llegar a otra. Con la realización de esta investigación se pudo poner en práctica lo hablado en las primeras clases de la asignatura. Con el desarrollo de modelos simplificados, se pueden simular situaciones de la vida real obteniendo valores, si bien aproximados, cercanos a la realidad. A su vez, se comprobó que el empleo de la simulación permite obtener resultados eficientemente. Se puede usar el tiempo como ejemplo: ¿cuánto tiempo hubiese tomado realizar mil tiradas de una ruleta real, anotando a mano los mil números obtenidos? Simulando una ruleta con un modelo en python, solo tomó unos segundos.

5. Referencias

https://relopezbriega.github.io/blog/2015/06/27/probabilidad-y-estadistica-con-python/
https://python-para-impacientes.blogspot.com/2014/08/graficos-en-ipython.html
https://matplotlib.org/stable/tutorials/index.html
https://matplotlib.org/stable/users/index.html
https://www.math4all.es/las-matematicas-de-la-ruleta/
https://es.wikipedia.org/wiki/Distribuci%C3%B3n_uniforme_continua
Apuntes de la cátedra de Probabilidad y Estadística para Ingeniería en Sistemas de Información - UTN FRRO.