# GUÍA N°1 LABORATORIO
# MÉTODOS NUMÉRICOS PARA INGENIERÍA

1. Escriba `help length` en la ventana de comandos y exprese con palabras que devuelve Octave al llamar `length(M)`, siendo `M` una matriz cualquiera.

2. Ingrese a Octave los siguientes vectores y matrices

   (a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$.

   (b) $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

   (c) $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

   (d) $D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

   (e) $E = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$.

   (f) $B + C$.

   (g) $C * E$.

   (h) $E * C$.

3. Para este ejercicio considere

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -2 & 2 & -4 \\ -1 & 2 & -7 \\ 2 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

   (a) Ingrese a Octave las matrices `A` y `B`.

   (b) Calcule en Octave los productos matriciales $A * B$ y $B * A$.

   (c) ¿Qué observa de los resultados anteriores?

   (d) Calcule las normas 1, 2 e infinito de `A` y `B`.

4. Usando las funciones de Octave para crear matrices, ingrese la matriz de orden $92 \times 108$ de la forma

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 5 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 5 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 4 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \end{bmatrix}$$

5. Considere las siguientes instrucciones en lenguaje de Octave:

```
s='Esto es una cadena';
n=1*s
c=char(n)
```

   (a) ¿Qué tipo de variable son `s`, `n` y `c`?

   (b) ¿Qué retorna `s(end:-1:1)`?

6. Dada una matriz `A=[1, 2; 3, 4]` exprese con palabras que significan las siguientes instrucciones

   `A(1, [1,2])`,  `A(1, 1:2)`,  `A(1, :)`.

7. Dada una vector `a=[1, 2, 3, 4]`; exprese con palabras que significan las siguientes instrucciones

   `a(1:end/2)`, `a(end+1)=5`, `a(end)=[]`, `a(1:2:end)`, `a(2:2:end)`, `a(end:-1:1)`.

8. Un uso avanzado de la indexación de vectores es crear matrices o celdas que contengan un único valor. Esto se puede hacer usando índices de 1 en un valor escalar. El resultado es una matriz con la dimensión de los índices usados y con cada elemento igual al valor escalar. Por ejemplo

```
a=13;
a(ones(1,4))
```

   produce un vector cuyos cuatro elementos son iguales a 13.
   Usando lo anterior explique el funcionamiento de las siguientes instrucciones:

   `13(ones(2,3))`,  `-1([1,1,1],[1,1,1])`,  `{'Hola'}(ones(2,3))`.

9. Escriba un código que construya una matriz de orden $98 \times 10$ cuyas filas sean los número del 1 al 10 y viceversa, alternadamente, es decir

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots \\ 10 & 9 & 8 & \cdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots \\ 10 & 9 & 8 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

10. Escriba un código que gire una matriz 90 grados en sentido antihorario.

11. Describa las características de la variable `A` en cada uno de los siguientes códigos.

(a)

```
for i=1:10
  for j=1:10
    A(i,j)=1;
  endfor
endfor
```

(b)

```
for i=1:10
  for j=1:10
    if (i>j)
      A(i,j)=1;
    else
      A(i,j)=-1;
    endif
  endfor
endfor
```

(c)

```
for i=1:10
  for j=1:10
    if (i>2*j)
      A(i,j)=1;
    else
      A(i,j)=-1;
    endif
  endfor
endfor
```

(d)

```
for i=1:10
  j=1;
  while j<7
    if (i>2*j)
      A(i,j)=1;
    else
      A(i,j)=-1;
    endif
    j=j+1;
  endwhile
endfor
```

(e)

```
A(1:10,1)=3;
for i=1:10
  j=1;
  while j<2
    if (i>1 && i<3)
      A(i,j)=A(i,j)+1;
    else
      A(i,j)=0;
    endif
    j=j+1;
  endwhile
endfor
```

(f)

```
A=1;
for i=1:10
  A(:,end+2)=1;
  A(end+1,:)=0;
endfor
```

12. Identifique errores lógicos en los siguientes códigos e interprete algún posible significado.

(a)

```
j=0;
while j>=0
  A(j)=A(j)+1;
endwhile
```

(b)

```
for i=0:3
  for j=0:3
    A(i,j)=i*j;
  endfor
endfor
```

(c)

```
j=-9;
while j>10
  A(j)=10;
endwhile
```

(d)

```
A=[1,2;3,4];
B=[A;1,2];
C=[[1;2],A];
D=[[A]];
```

(e)

```
i=0;
count=i;
while count<=i
  A(i)=8;
  i=i+1;
  count=i-1;
endwhile
```

13. Construya un programa que evalúe la función

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2(x) & \text{si} \quad x \leq -2 \\ 1 - e^{-x} & \text{si} \quad -2 < x < 2 \\ \dfrac{1}{x+1} & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases}$$

14. Cree un programa tipo function que determine el ángulo existente entre dos vectores de $\mathbb{R}^n$. Testee con los vectores base de $\mathbb{R}^3$.

15. Construya un programa que calcule el producto cruz solo entre dos vectores de $\mathbb{R}^3$. Utilize este programa para calcular el area contenida por el paralelepipedo generado por ambos vectores.

16. Construya un programa tipo `function` que calcule el volumen del paralelepípedo generado por tres vectores de $\mathbb{R}^3$.

17. Construya un programa tipo `function` que calcule la distancia de un punto a una recta.

18. Construya un programa tipo `function` que calcule la distancia de un punto a un plano.

19. Construya un programa tipo `function` que calcule la distancia entre dos rectas cualquiera.

20. Construya un programa que reciba como entrada una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y un conjunto de puntos de $\mathbb{R}^2$, $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^n$ y realice lo siguiente.

    (a) Entregue como salida un vector con los puntos que pasan por la curva.

    (b) Grafique la curva de $f$, y los puntos dados, diferenciando explicitamente aquellos que pasan por la curva de los que no mediante colores.

    **Sugerencias:**

    - La función $f$ puede ingresarse como una variable tipo `string`, por ejemplo.

    ```
    1 f='x+1'
    ```

      y dentro del programa se transforma a función mediante el comando `fcnchk()` o `inline()`.

    - Dado un escalar o vector `x`, una función se evalua de la forma

    ```
    1 y=feval(f,x);
    ```

    - El conjunto de puntos pueden ingresarse como una matriz $P \in \mathcal{M}_{2,n}$ de la forma.

    $$P = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_n \end{bmatrix}$$

21. Utilize la función `plot()` para dibujar la ecuación de la curva $y = \cos(x^2)$ entre $[0, \pi]$. Utilice las funciones `legend()` y `title()` para agregar un título y leyenda al gráfico.

22. Construya una función que grafique la curva $y = \cos(x^n)$ para un numero $n$ dado. ¿Qué sucede para $n$ muy grandes?

23. Escriba una función que, dado un vector $x \in \mathbb{R}^n$, $n \in \mathbb{N}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$, devuelva el vector $F \in \mathbb{R}^n$, $F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix}$, tal que $F_i = f(x_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$ siendo

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - \cos(x)}{x^2}, & x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2}, & x = 0 \end{cases}$$

24. Considere la siguiente matriz tridiagonal y el siguiente vector:

$$A_n = \begin{bmatrix} n & 1 & & & \\ 1 & n-1 & 2 & & \\ & 2 & n-2 & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & n-1 \\ & & & n-1 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad b_n = \begin{bmatrix} 1/n \\ 2/(n-1) \\ 3/(n-2) \\ \vdots \\ n/1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n.$$

    Escriba un función que para una entrada $n \in \mathbb{N}$ ejecute las siguientes tareas:

    (a) Construya la matriz $A_n$ y el vector $b_n$.

    (b) Resuelva el sistema $A_n x = b_n$ con el comando `x=A\b`.

    (c) Devuelva como salida el valor $||A_n x - b_n||_2$.

25. Sea

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{x^2}, & x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2}, & x = 0 \end{cases}$$

**Obs:** Note que $\forall x \in \mathbb{R}$ se cumple $f(x) = g(x)$.

Escriba una función para evaluar $g$ en las componentes de un vector de entrada `x`. Evalúe a $g$ en `[0.188e-7, 0.189e-7, 0.190e-7]`. ¿Son los valores retornados mayores que 0.5?

**Obs:** Note que, a pesar de que las funciones $f$ y $g$ son teóricamente equivalentes, numéricamente no lo son.

26. Considere la siguiente matriz:

$$M = \begin{bmatrix} A_m & \Theta \\ \Theta^t & A_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(m+n)\times(m+n)}$$

donde $\Theta$ es la matriz nula de orden $m \times n$ y cada matriz $A_k$ tiene la forma:

$$A_k = \begin{bmatrix} k & k-1 & k-2 & \cdots & \cdots & 2 & 1 \\ k-1 & k-1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ k-2 & 0 & k-2 & 0 & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \ddots & 0 & \vdots \\ 2 & \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{k\times k}$$

Escriba un programa tipo `function`, que para $m,\ n \in \mathbb{N}$ dados, genere la matriz $M$ y el vector $b = (bi) \in \mathbb{R}^{m+n}$, cuyas componentes están dadas por los $m+n$ primeros elementos de la sucesión convergente al número de Euler $e$, esto es por:

$$b_i = \left(1 + \frac{1}{i}\right)^i, \quad \forall i = 1, 2, \ldots, m+n$$

Luego, en un programa tipo rutero (script), llame a la función con $n = 6$ y $m = 4$, resuelva el sistema $Mx = b$ y calcule $||Mx - b||_p$, para $p = 1$, $p = 2$ y $p = \infty$.

**Estos ejercicios fueron extraídos del Laboratorio 1: "INTRODUCCIÓN A OCTAVE I" y laboratorio 2: "INTRODUCCIÓN A OCTAVE II" del curso Cálculo Numérico (521230) dictado por el Departamento de Ingeniería Matemática, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción.**