



# Trabajo práctico 1: Especificación y wp

”Fondo Monetario Común”

19 de mayo de 2024

Algoritmos y Estructuras de Datos

**UshuaiensesPorteños**

| Integrante         | LU      | Correo electrónico         |
|--------------------|---------|----------------------------|
| Venezia, Joaquin   | 1338/23 | joaquinvenezia@gmail.com   |
| Vivanco, Esteban   | 682/23  | vivancoesteban17@gmail.com |
| Briccola, Francina | 1582/21 | franbriccola2309@gmail.com |
| Barrios, Leandro   | 831/23  | barrioslean2002@gmail.com  |



**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**  
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (+54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

# 1. Especificación del juego

## 1.1. redistribucionDeLosFrutos:

```
proc redistribucionDeLosFrutos (in recursos: seq(R), in cooperan: seq(Bool)) : seq(R)
  requiere {|recursos| > 0 ∧ |recursos| = |cooperan| ∧ (elementosPositivos(recursos))}
  asegura {(∀i : Z)(0 ≤ i < |recursos|) →L res[i] = if cooperan[i] = True then recursosDivididos(recursos, cooperan)
  else recursos[i] + recursosDivididos(recursos, cooperan) fi}
  asegura {|res| = |recursos|}
  aux recursosDivididos (in recursos: seq(R), in cooperan: seq(Bool)) : R = ((∑i=0|recursos|-1
  if cooperan[i] then recursos[i] else 0 fi)/|recursos|);
```

## 1.2. trayectoriaDeLosFrutosIndividualesALargoPlazo:

```
proc trayectoriaDeLosFrutosIndividualesALargoPlazo (inout trayectorias: seq(seq(R)), in cooperan: seq(Bool),
in apuestas: seq(seq(R)), in pagos: seq(seq(R)), in eventos: seq(seq(N))) : seq(R)
  requiere {trayectorias = trayectorias0}
  requiere {|apuestas| = |trayectorias| = |pagos| = |cooperan| = |eventos| ∧ |eventos| > 0}
  requiere {(∀i : Z)(0 ≤ i < |trayectorias0| →L trayectorias0[i][0] > 0) ∧ (∀i : Z)(∀j : Z)(0 ≤ i < |pagos| ∧ 0 ≤ j <
|pagos[i]| →L pagos[i][j] > 0) ∧ (∀i : Z)(0 ≤ i < |apuestas| →L esApuesta(apuestas[i], apuestas))}
  requiere {(∀i : Z)(0 ≤ i < |pagos| →L |pagos[i]| = |apuesta[i]|)}
  requiere {(∀i : Z)(∀j : Z)(0 ≤ i < |eventos| ∧ 0 ≤ j < |eventos[i]| →L 0 ≤ eventos[i][j] ≤ |pagos[i]|)}
  asegura {(∀i : Z)(0 ≤ i < |trayectorias| →L |trayectorias[i]| = |eventos[i]| + 1)}
  asegura {(∀i : Z)(0 ≤ i < |trayectorias| →L trayectorias[i][1] = if cooperan[i] = True
then calcularFondoComun(apuestas, pagos, cooperan, trayectorias0, 1)
else trayectorias0[i][0] + calcularFondoComun(apuestas, pagos, cooperan, trayectorias0, 1) fi}
  asegura {(∀i : Z)(∀j : Z)(0 ≤ i < |trayectorias| ∧ 2 ≤ j < |trayectorias[i]| →L trayectorias[i][j] =
if cooperan[i] = True then calcularFondoComun(apuestas, pagos, cooperan, trayectorias, j)
else trayectorias[i][j - 1] + calcularFondoComun(apuestas, pagos, cooperan, trayectorias, j) fi}
```

## 1.3. trayectoriaExtrañaEscalera:

```
proc trayectoriaExtrañaEscalera (in trayectoria: seq(R)) : Bool
  requiere {|trayectoria| > 0}
  asegura {res = True ↔ (|trayectoria| = 1 ∨ (|trayectoria| = 2 ∧L trayectoria[0] ≠ trayectoria[1])
  ∨ (∃i : Z)(0 ≤ i < |trayectoria| ∧ esMaxLocal(trayectoria, i) ∧ (∀j : Z)(0 ≤ j < |trayectoria| ∧ j ≠ i →L
  ¬esMaxLocal(trayectoria, j)))}
  aux esMaxLocal (in trayectoria: seq(R), in i : Z) : Bool = (i = 0 ∧ trayectoria[0] > trayectoria[1]) ∨
  (i = |trayectoria| - 1 ∧ trayectoria[i] > trayectoria[i - 1]) ∨ (i ≠ 0 ∧ i ≠ |trayectoria| - 1 ∧
  (trayectoria[i] > trayectoria[i + 1] ∧ trayectoria[i] > trayectoria[i - 1]));
```

## 1.4. individuoDecideSiCooperarONo:

```
proc individuoDecideSiCooperarONo (in individuo: N, in recursos: seq(R), inout cooperan: seq(Bool), in apuestas: seq(seq(R)),
in pagos: seq(seq(R)), in eventos: seq(seq(N))) :
  requiere {0 ≤ individuo < |eventos| ∧ (∀i : Z)(0 ≤ i < |apuestas| →L esApuesta(apuestas[i], apuestas))}
  requiere {cooperan = cooperan0}
  requiere {|pagos| = |recursos| = |eventos| = |cooperan|}
  requiere {(∀e : Z)(0 ≤ e < |recursos| →L recursos[e] > 0 ∧ pagos[e] > 0)}
  requiere {(∀i : Z)(0 ≤ i < |pagos| →L |pagos[i]| = |apuesta[i]|)}
  requiere {(∀i : Z)(∀j : Z)(0 ≤ i < |eventos| ∧ 0 ≤ j < |eventos[i]| →L 0 ≤ eventos[i][j] ≤ |pagos[i]|)}
  asegura {cooperan[individuo] = True ↔ (∃T : seq(seq(R)))(∃s : seq(R))(∃l : seq(R))
  listaDeTrayectoriasValida(T, eventos, cooperan0, apuestas, pagos)
  ∧ esTrayectoria(individuo, s, T, setAt(cooperan0, individuo, True), pagos, eventos, apuestas)
  ∧ esTrayectoria(individuo, l, T, setAt(cooperan0, individuo, False), pagos, eventos, apuestas)
  ∧ s[|s| - 1] ≥ l[|l| - 1])}
```

## 1.5. individuoActualizaApuesta:

```

proc individuoActualizaApuesta (in individuo:  $\mathbb{N}$ , in recursos:  $\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle$ , in cooperan:  $\text{seq}\langle\text{Bool}\rangle$ , inout apuestas:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$ ,
in pagos:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$ , in eventos:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{N}\rangle\rangle$ ) :
  requiere  $\{(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |\text{apuestas}| \rightarrow_L \text{esApuesta}(\text{apuestas}[i], \text{apuestas})) \wedge 0 \leq \text{individuo} < |\text{eventos}|\}$ 
  requiere  $\{\text{apuestas} = \text{apuestas}_0\}$ 
  requiere  $\{|\text{pagos}| = |\text{recursos}| = |\text{eventos}| = |\text{cooperan}|\}$ 
  requiere  $\{(\forall e : \mathbb{Z})(0 \leq e < |\text{recursos}| \rightarrow_L \text{recursos}[e] > 0 \wedge \text{pagos}[e] > 0)\}$ 
  requiere  $\{(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |\text{pagos}| \rightarrow_L |\text{pagos}[i]| = |\text{apuesta}[i]|)\}$ 
  requiere  $\{(\forall i : \mathbb{Z})(\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq i < |\text{eventos}| \wedge 0 \leq j < |\text{eventos}[i]| \rightarrow_L 0 \leq \text{eventos}[i][j] \leq |\text{pagos}[i]|)\}$ 
  asegura  $\{(\exists T : \text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle) ((\exists s : \text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle) ((\exists \text{apuestaOptima} : \text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle) ($ 
    listaDeTrayectoriasValida( $T, \text{eventos}, \text{cooperan}, \text{apuestas}, \text{pagos}$ )  $\wedge$ 
    esApuesta( $\text{apuestaOptima}, \text{apuestas}$ )  $\wedge$ 
    esTrayectoria( $\text{individuo}, s, T, \text{cooperan}, \text{pagos}, \text{eventos}, \text{setAt}(\text{apuestas}_0, \text{individuo}, \text{apuestaOptima})$ )  $\wedge$ 
     $(\forall l : \text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle)(\forall \text{apuestaInferior} : \text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle)(\text{esApuesta}(\text{apuestaInferior}, \text{apuestas}) \wedge$ 
    esTrayectoria( $\text{individuo}, l, T, \text{cooperan}, \text{pagos}, \text{eventos}, \text{setAt}(\text{apuestas}_0, \text{individuo}, \text{apuestaInferior})$ )  $\wedge$ 
     $\text{apuestaOptima} \neq \text{apuestaInferior} \rightarrow_L s[|s| - 1] \geq l[|l| - 1] \wedge$ 
     $\text{apuestas}[\text{individuo}] = \text{apuestaOptima}))\}$ 

```

## 1.6. Auxiliares:

```

aux calcularFondoComun (in apuestas:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$ , in pagos:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$ , in cooperan:  $\text{seq}\langle\text{Bool}\rangle$ , in trayectorias:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$ ,
in j:  $\mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{R} = (\sum_{i=0}^{|\text{cooperan}|-1} \text{if } \text{cooperan}[i] = \text{True} \text{ then } \text{trayectorias}[i][j-1] * \text{apuestas}[i][\text{eventos}[i][j-1]] * \text{pagos}[i][\text{eventos}[i][j-1]]$ 
else 0 fi) /  $|\text{eventos}|$ ;

```

## 1.7. Predicados:

```

pred esTrayectoria (individuo:  $\mathbb{N}$ , trayectoria:  $\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle$ , trayectorias:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$ , cooperan:  $\text{seq}\langle\text{Bool}\rangle$ , pagos:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$ ,
eventos:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{N}\rangle\rangle$ , apuestas:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$ ) {
   $(\forall i : \mathbb{Z})(1 \leq i < |\text{trayectoria}| \rightarrow_L \text{trayectoria}[i] =$ 
    if  $\text{cooperan}[\text{individuo}] = \text{True}$  then  $\text{calcularFondoComun}(\text{apuestas}, \text{pagos}, \text{cooperan}, \text{trayectorias}, \text{individuo})$  else  $\text{trayectoria}[i]$ 
     $|\text{trayectoria}| = |\text{eventos}[\text{individuo}]| + 1 \wedge \text{trayectoria}[0] = \text{trayectorias}[\text{individuo}][0]$ 
}

```

```

pred listaDeTrayectoriasValida (in T:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$ , in cooperan:  $\text{seq}\langle\text{Bool}\rangle$ , inout apuestas:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$ , in pagos:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$ ,
in eventos:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{N}\rangle\rangle$ ) {
   $|T| = |\text{eventos}| \wedge (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |T| \rightarrow_L$ 
    esTrayectoria( $\text{individuo}, T[i], T, \text{cooperan}, \text{pagos}, \text{eventos}, \text{apuestas}$ )
}

```

```

pred esApuesta (apuesta:  $\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle$ , apuestas:  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$ ) {
   $(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |\text{apuestas}| \rightarrow_L |\text{apuesta}| = |\text{apuestas}[i]| \wedge (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |\text{apuesta}| \rightarrow_L \text{apuesta}[i] > 0)$ 
   $\sum_{i=0}^{|\text{apuesta}|-1} \text{apuesta}[i] = 1)$ 
}

```

(apuesta representa un elemento de apuestas, i.e. es la lista que representa cuánto apuesta un individuo a todos los eventos posibles, por lo que  $|\text{apuesta}|$  es la cantidad de eventos posibles)

```

pred elementosPositivos (recursos:  $\text{seq}\langle\mathbb{R}\rangle$ ) {
   $(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |\text{recursos}| \rightarrow_L \text{recursos}[i] > 0)$ 
}

```

## 2. Correctitud entre implementación y especificación:

Para demostrar que la especificación de la función **frutoDelTrabajoPuramenteIndividual** es correcta respecto de su implementación tenemos que probar que:

- (1)  $P_c \rightarrow I$
- (2)  $\{I \wedge B\} S \{I\}$
- (3)  $\{I \wedge \neg B\} \rightarrow \{Q_c\}$
- (4)  $\{I \wedge B \wedge v_0 = f_v\} S \{f_v < v_0\}$
- (5)  $\{I \wedge f_v \leq 0 \rightarrow \neg B\}$

Primero definimos la precondition, la guarda, la postcondición y el invariante:

$$\begin{aligned}
P_c &= \{i = 0 \wedge res = recursos\} \\
B &= \{i < |eventos|\} \\
Q_c &= \{res = recursos(apuesta_c pago_c) \# apariciones ariciones(eventos, F)(apuesta_s pago_s) \# apariciones ariciones(eventos, T)\} \\
I &= \{0 \leq i \leq |eventos| \wedge res = \\
recursos * (apuesta_c pago_c) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i), T) * (apuesta_s pago_s) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i), F)\} \\
f_v &= \{|eventos| - i\}
\end{aligned}$$

Vamos a usar el Teorema del Invariante, ya que estamos en presencia de un a tripla de Hoare con la forma  $\{P\} \text{ while } B \text{ do } S1 \text{ else do } S2 \text{ endwhile } \{Q\}$

$$(1) P_c \longrightarrow I$$

$$\{i = 0 \wedge res = recursos\} \longrightarrow \{0 \leq i \leq |eventos| \wedge res = recursos * (apuesta_c pago_c) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i), T) * (apuesta_s pago_s) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i), F)\}$$

Luego  $i=0$  por lo que  $0 \leq i \leq |eventos|$ , entonces:

y como  $res = recursos$ , queda:

$$recursos = recursos * (apuesta_c pago_c) \# apariciones(subseq(eventos, 0, 0), T) * (apuesta_s pago_s) \# apariciones(subseq(eventos, 0, 0), F)$$

Finalmente

$$\# apariciones ariciones(<>, T) = apariciones ariciones(<>, F) = 0$$

Luego

$$recursos = recursos$$

$$(2) \{I \wedge B\} S \{I\}$$

Buscamos, como en el anterior punto que la precondition implique la  $wp(S, Q)$ . En este caso sería:

$$\{I \wedge B\} \longrightarrow wp(S, I)$$

Como  $S = \text{if } eventos[i] = True \text{ then } res := (res * apuesta_c) * pago_c \text{ else } res := (res * apuesta_s) * pago_s \text{ fi}$

Vamos definir los dos casos de  $S$ :

$$S_t = res := (res * apuesta_c) * pago_c$$

$$S_f = res := (res * apuesta_s) * pago_s$$

$$wp(S, I) \equiv wp(\text{if } eventos[i] = True \text{ then } S_t \text{ else } S_f \text{ fi}; i := i + 1, I) \equiv$$

$$wp(\text{if } eventos[i] = True \text{ then } S_t \text{ else } S_f \text{ fi}, wp(i := i + 1; I))$$

Empezando desde adentro con el primer  $wp(i := i + 1, I)$  nos queda:

$$wp(i := i + 1, \{0 \leq i \leq |eventos| \wedge res = recursos * (apuesta_c pago_c) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i), T) * (apuesta_s pago_s) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i), F)\})$$

Usando el Axioma 2:

$$\equiv 0 \leq i + 1 \leq |eventos| \wedge res = recursos * (apuesta_c pago_c) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i + 1), T)$$

$$* (apuesta_s pago_s) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i + 1), F)$$

Ahora sigamos con el otro:

$$wp(\text{if } eventos[i] = True \text{ then } S_t \text{ else } S_f \text{ fi}, wp(i := i + 1; I))$$

Usando lo que resolvimos en el paso anterior y usando el Axioma 3 nos queda:

$$\equiv 0 \leq i + 1 \leq |eventos| \wedge_L (eventos[i] = True \wedge wp(res := res * apuesta_c * pago_c, 0 \leq i + 1 \leq |eventos| \wedge res = recursos * (apuesta_c pago_c) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i + 1), T))$$

$$* (apuesta_s pago_s) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i + 1), F)) \vee (eventos[i] = False \wedge wp(res := res * apuesta_s * pago_s, 0 \leq i + 1 \leq |eventos| \wedge res = recursos * (apuesta_c pago_c) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i + 1), T))$$

$$* (apuesta_s pago_s) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i + 1), F))$$

Ahora aplicamos el Axioma 3 y reemplazamos el valor de  $res$ :

$$\equiv 0 \leq i + 1 \leq |eventos| \wedge_L (eventos[i] = True \wedge 0 \leq i + 1 \leq |eventos| \wedge res * apuesta_c * pago_c = recursos * (apuesta_c pago_c) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i + 1), T))$$

$$* (apuesta_s pago_s) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i + 1), F)) \vee (eventos[i] = False \wedge 0 \leq i + 1 \leq |eventos| \wedge res * apuesta_s * pago_s = recursos * (apuesta_c pago_c) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i + 1), T))$$

$$* (apuesta_s pago_s) \# apariciones(subseq(eventos, 0, i + 1), F))$$

Ahora hacemos un poco de algebra para reescribir el valor de res:

$$\begin{aligned} &\equiv 0 \leq i + 1 \leq |\text{eventos}| \wedge_L (\text{eventos}[i] = \text{True} \wedge 0 \leq i + 1 \leq |\text{eventos}| \wedge \\ &\text{res} = \text{recursos} * (\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i+1), \text{True})-1} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i+1), \text{False})} \vee \\ &(\text{eventos}[i] = \text{False} \wedge 0 \leq i + 1 \leq |\text{eventos}| \wedge \text{res} = \text{recursos} * (\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i+1), \text{True})} \\ &* (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i+1), \text{False})-1}) \\ &\text{Como } 0 \leq i + 1 \leq |\text{eventos}| \\ &\text{en } \# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i+1), \text{True}) \text{ esto va a ser lo mismo que } \\ &\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), \text{True}) \text{ si } 0 < i < |\text{eventos}|. \\ &\text{Ese -1 que se ve en la cantidad de apariciones hace referencia a dividir ambos términos por } \text{apuesta}_c * \text{pago}_c \\ &\text{En conclusión esto es lo mismo que hacer la cuenta con la subseq que va de 0 a i sin saber a priori si eventos[i] es True o } \\ &\text{False, es decir que el valor de res queda:} \\ &\text{res} = \text{recursos} * (\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), \text{True})} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), \text{False})} \\ &\text{Mientras que } 0 \leq i + 1 \leq |\text{eventos}| \\ &\text{Esto es exactamente el invariante excepto por la parte de } 0 \leq i \leq |\text{eventos}| \\ &\text{que implica a } 0 \leq i + 1 \leq |\text{eventos}|, \\ &\text{por lo tanto } \{I \wedge B\} \longrightarrow wp(S, I) \end{aligned}$$

(3)  $\{I \wedge \neg B\} \longrightarrow \{Q_c\}$

Ahora queremos ver si efectivamente  $\{I \wedge \neg B\} \longrightarrow Q_c$ :

Con el Invariante y la negacion de la guarda en la parte i seria:

$$0 \leq i \leq |\text{eventos}| \wedge i \geq |\text{eventos}|$$

Luego nuestro res queda:

$$\text{res} = \text{recursos} * (\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), T)} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), F)}$$

Juntando las dos informaciones nos queda que  $i = |\text{eventos}|$

Con este dato, reemplazando en res nos queda:

$$\text{res} = \text{recursos} * (\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, |\text{eventos}|), T)} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, |\text{eventos}|), F)}$$

Entonces:

$$\text{res} = \text{recursos} * (\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\# \text{apariciones}(\text{eventos}, T)} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\# \text{apariciones}(\text{eventos}, F)}$$

Ya que  $\text{subseq}(\text{eventos}, 0, |\text{eventos}|) = \text{eventos}$

Por lo tanto res nos queda:

$$\text{res} = \text{recursos} * (\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\# \text{apariciones}(\text{eventos}, T)} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\# \text{apariciones}(\text{eventos}, F)}$$

Lo cual es exactamente  $Q_c$ , por lo tanto queda probado que  $(I \wedge \neg B) \longrightarrow Q_c$

Con esto ya probamos que el ciclo es parcialmente correcto, falta probar su finalización:

(4)  $\{I \wedge B \wedge v_0 = f_v\} S \{f_v < v_0\}$

Para probar esto tenemos que probar que  $\{I \wedge B \wedge v_0 = f_v\} \longrightarrow wp(S, f_v < v_0)$

Con el Invariante y la guarda en la parte i seria:

$$0 \leq i \leq |\text{eventos}| \wedge i < |\text{eventos}|$$

Luego nuestro res queda:

$$\text{res} = \text{recursos} * (\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), T)} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\# \text{apariciones}(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), F)}$$

Mientras que nuestra  $f_v = |\text{eventos}| - i$

$$\text{La } wp(S, f_v < v_0) = wp(i := i + 1, wp(\text{recursos}[i] = \text{True} \wedge \text{res} := \text{res} * \text{apuesta}_c * \text{pago}_c \vee \text{recursos}[i] = \text{False} \wedge \text{res} := \text{res} * \text{apuesta}_s * \text{pago}_s, f_v < v_0))$$

Luego como no existe variable res en la Q donde queremos usar el Axioma 1 nos queda Q.

Por lo tanto nos queda  $wp(i := i + 1, f_v < v_0)$

Como  $f_v = |\text{eventos}| - i$  al usar el Axioma 1 nos termina quedando que:

$$wp(i := i + 1, f_v < v_0) \equiv |\text{eventos}| - (i + 1) < v_0$$

$$\equiv |\text{eventos}| - i - 1 < v_0$$

Y como al principio vimos que  $f_v = v_0$ , termina quedándonos que

$$v_0 = |\text{eventos}| - i$$

Entonces  $|\text{eventos}| - i - 1 < |\text{eventos}| - i$ , lo cual es trivialmente cierto.

Se puede ver que luego del programa  $f_0$  es menor  $av_0$  por 1.

(5)  $\{I \wedge f_v \leq 0 \longrightarrow \neg B\}$

Queremos ver que  $\{I \wedge f_v \leq 0 \longrightarrow \neg B\}$ :

$$I \wedge |\text{eventos}| - i \leq 0 \longrightarrow \neg(i < |\text{eventos}|)$$

como I nos dice que  $0 \leq i \leq |\text{eventos}|$

al unir las dos condiciones nos queda que  $i = |\text{eventos}|$

ya que  $(\text{eventos} \leq i) \wedge (0 \leq i \leq |\text{eventos}|) \longleftrightarrow i = |\text{eventos}|$

ahora con  $i = |\text{eventos}|$  vemos que:

$$i = |\text{eventos}| \longrightarrow i \geq |\text{eventos}|$$

esto es trivialmente verdadero y por eso se puede ver que no se cumple la guarda.