

Homework Assignment 1

Shun Zhang (sz4554)

September 12, 2012

1

Relation for addition. (I use $\{\}$ here to distinguish this from multiplication relation.)

$$\{x \ 0 \ x\}$$
$$\{x \ y' \ \{x \ y \ b\}'\}$$

Relation for multiplication.

$$(x \ 0 \ 0)$$
$$(x \ y' \ \{(x \ y \ m) \ x \ b\})$$

Proving $\{x \ 0'' \ x''\}$ first.

$$\{x \ 0 \ x\}$$
$$\{x \ 0' \ \{x \ 0 \ b\}'\}$$
$$\{x \ 0' \ x'\}$$
$$\{x \ 0'' \ \{x \ 0' \ b\}'\}$$
$$\{x \ 0'' \ x''\}$$

q.e.d.

$$(0'' \ 0 \ 0)$$
$$(0'' \ 0' \ \{(0'' \ 0 \ m) \ 0'' \ b\})$$
$$\Rightarrow (0'' \ 0' \ \{0 \ 0'' \ b\}) \Rightarrow (0'' \ 0' \ 0'')$$
$$(0'' \ 0'' \ \{(0'' \ 0' \ m) \ 0'' \ b\})$$
$$\Rightarrow (0'' \ 0'' \ \{0'' \ 0' \ b\}) \Rightarrow (0'' \ 0'' \ 0''')$$
$$(0'' \ 0'' \ \{(0'' \ 0'' \ m) \ 0'' \ b\})$$
$$\Rightarrow (0'' \ 0'' \ \{0'' \ 0'' \ 0'' \ b\}) \Rightarrow (0'' \ 0'' \ 0''''')$$

$\Rightarrow (2\ 3\ 6)$

2

$((\lambda x. \lambda y. \lambda z. ((x\ y)\ z)\ \lambda f. \lambda a. (f\ a))\ \lambda i. i)\ \lambda j. j)$
 $((\lambda y. \lambda z. ((\lambda f. \lambda a. (f\ a)\ y)\ z)\ \lambda i. i)\ \lambda j. j)$
 $(\lambda z. ((\lambda f. \lambda a. (f\ a)\ \lambda i. i)\ z)\ \lambda j. j)$
 $((\lambda f. \lambda a. (f\ a)\ \lambda i. i)\ \lambda j. j)$
 $(\lambda a. (\lambda i. i\ a)\ \lambda j. j)$
 $(\lambda i. i\ \lambda j. j)$
 $\lambda j. j$

3

$(\lambda h. ((\lambda a. \lambda f. (f\ a)\ h)\ h)\ \lambda f. (f\ f))$
 $(\lambda h. ((\lambda a. \lambda t. (t\ a)\ h)\ h)\ \lambda f. (f\ f))$
 $((\lambda a. \lambda t. (t\ a)\ \lambda f. (f\ f))\ \lambda f. (f\ f))$
 $(\lambda t. (t\ \lambda f. (f\ f))\ \lambda f. (f\ f))$
 $(\lambda f. (f\ f)\ \lambda f. (f\ f))$

4

$\lambda x. \lambda y. (\lambda x. y\ \lambda y. x)$
 $\lambda x. \lambda y. (\lambda t. y\ \lambda y. x)$
 $\lambda x. \lambda y. y$

5

$\lambda x. \lambda y. ((x\ y)\ T)$