

Práctica 3: Variables Aleatorias Discretas

- 1) El gerente de personal estudia la cantidad de accidentes laborales ocurridos en un mes y elaboró la siguiente distribución de probabilidad:

Cantidad de Accidentes	0	1	2	3	4
Probabilidad	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1

- Grafique la función de distribución de probabilidad.
 - Calcule la función de distribución acumulada y grafique.
 - Determinar la media y el desvío estándar de la cantidad de accidentes ocurridos en un mes.
 - Determinar la probabilidad de que se produzcan:
 - al menos 2 accidentes
 - menos de 4 accidentes
 - a lo sumo 1 accidente
- 2) Un concesionario de automóviles calcula la proporción de automóviles nuevos vendidos que se han devuelto varias veces para que se le corrijan los defectos durante el período de garantía. La tabla adjunta muestra los resultados:

Número de devoluciones	0	1	2	3	4
Proporción	0,28	0,36	0,23	0,09	0,04

- Trace la función de probabilidad.
 - Calcule y trace la función de probabilidad acumulada.
 - Halle la media del número de devoluciones de un automóvil para que se corrijan los defectos durante el período de garantía.
 - Halle la varianza del número de devoluciones de un automóvil para que se corrijan los defectos durante el período de garantía.
- 3) La tabla que se muestra a continuación representa la función de probabilidad de la variable “h” que representa la cantidad de fallas diarias de cierta máquina:

h	0	1	2	3
P(h)				0,2

Completar la tabla sabiendo que $P(h \leq 1) = 0,5$ y $E(h) = 1,3$

- 4) Una empresa produce paquetes de clips. El número de clips por paquete varía, como indica la tabla adjunta:

Número de clips	47	48	49	50	51	52	53
Proporción de paquetes	0,04	0,13	0,21	0,29	0,20	0,10	0,03

- Trace la función de probabilidad.
 - Calcule y trace la función de probabilidad acumulada.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete seleccionado aleatoriamente contenga entre 49 y 51 clips (inclusive)?
 - Se seleccionan dos paquetes aleatoriamente. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos contenga como mínimo 50 clips?
 - Calcule la media y la desviación típica del número de clips por paquete.
 - El coste (en centavos) de producir un paquete de clips es $16 + 2X$, donde X es el número de clips que hay en el paquete. Los ingresos generados por la venta del paquete, cualquiera que sea el número de clips que contenga, son de 1,50\$. Si los beneficios son la diferencia entre los ingresos y el coste, halle la media y la desviación típica de los beneficios por paquete.
- 5) El contenido de bolillas verdes de una caja C1 se forma de la siguiente manera: Se arroja un dado y se colocan tantas bolillas verdes como indica el dado; luego se extraen dos bolillas de una caja C2 que contiene 3 blancas y 7 verdes y se introducen en C1. Obtener la función de probabilidad de la cantidad de bolillas verdes que quedaron finalmente en C1.
- 6) Se lanza una moneda tres veces y se analiza la variable aleatoria "Cantidad de caras obtenidas".
- Construir la distribución de probabilidad de la variable en estudio
 - Determinar la media y la varianza de la variable.
- 7) Se extraen dos bolillas de una caja que contiene 3 bolillas numeradas (del 3 al 5).
- Construir la distribución de probabilidad de la variable: "suma de los números de las dos bolillas" (considerando las extracciones con y sin reposición).
 - Calcular la media y la varianza, considerando las extracciones con y sin reposición

- 8) De una urna que contiene 25 artículos, 5 de los cuales son defectuosos, se eligen 4 al azar sin reposición. Construir la distribución de probabilidad de la variable aleatoria “Cantidad de artículos defectuosos encontrados”.
- 9) La cantidad de individuos que ingresan a un banco es de importancia para la organización de las cajas de atención. En un determinado banco se relevó información y se registró el ingreso de 10, 40, 60 y 100 personas en varios días de estudio durante el mismo horario. Se confeccionó la siguiente tabla donde “h” representa la variable aleatoria que “cantidad de individuos ingresados”. Se indicó que el promedio de personas que ingresaron fue de 44 y que la probabilidad de que ingresen 60 o menos personas es de 0,8.

h	10	40	60	100
P(h)	t	0,2	j	k

- a) Calcular los valores de t, j y k.
- b) Calcular variabilidad relativa de la variable analizada.
- 10) Un operario ha registrado el tiempo en segundos requerido para un acople mecánico en una línea de armado. Los resultados de un número de 122 ensambles son los siguientes:

Segundos	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
Número de ensambles	3	5	6	9	12	25	32	15	9	6

- a) Determinar la distribución de probabilidad de la variable aleatoria en estudio, la función de probabilidad acumulada y representarlas.
- b) Calcular la probabilidad de que el tiempo requerido sea:
- a lo sumo de 35 segundos
 - menos de 35 segundos
 - entre 33 y 37 segundos
 - a lo sumo 33 segundos
- c) Determinar el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria en estudio.

- 11) Una persona compra una rifa en la que puede ganar un primer premio de \$10.000 con una probabilidad de 0,001, y un segundo premio de \$3.000 con una probabilidad de 0,004. ¿Cuál es el precio a pagar por la rifa en caso de que el juego sea equitativo?
- 12) Dos jugadores juegan a arrojar al aire 5 monedas. El que arroja las monedas apuesta \$10 y gana si obtiene exactamente 4 caras. ¿Cuál debe ser el pago que debiera existir en caso de ganar para que el juego sea equitativo?
- 13) Considere una variable aleatoria binomial con $n = 8$ y $p = 0,7$ completar la siguiente tabla:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(x \leq k)$									

Teniendo en cuenta la tabla anterior completar la siguiente:

k	Notación	Probabilidad
Tres o menos		
Tres o más		
Más de tres		
Menos de tres		
A lo sumo 5		
Al menos 4		

- 14) De una producción donde el 2% de los artículos son defectuosos se extraen con reposición 5 de ellos y se analiza su calidad.
- Definir claramente la variable en estudio y determinar su distribución de probabilidad.
 - Calcular la probabilidad de que sean defectuosos:
 - exactamente dos de los artículos extraídos
 - menos de dos
 - más de dos
 - por lo menos uno.
- 15) Una organización de interés público contrata estudiantes para pedir donaciones por teléfono. Tras un breve período de formación, los estudiantes llaman a posibles donantes y cobran a comisión. La experiencia indica que al principio los estudiantes tienden a tener poco éxito y que el 70% deja el trabajo a las dos semanas. La organización contrata seis estudiantes, que pueden concebirse como una muestra aleatoria.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos de los seis dejen el trabajo en las dos primeras semanas?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos de los seis no dejen el trabajo en las dos primeras semanas?
- 16) Suponga que la probabilidad de que el valor del dólar estadounidense suba frente al yen japonés es de 0,5 y que el resultado de una semana es independiente del resultado de cualquier otra. ¿Cuál es la probabilidad de que el valor del dólar suba en relación con el yen japonés la mayoría de las semanas durante un período de 7 semanas?
- 17) Una empresa instala calefacciones centrales y ha observado que en el 15% de todas las instalaciones es necesario volver para hacer algunas modificaciones. Suponga que los resultados de estas instalaciones son independientes.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea necesario volver en todos estos casos?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea necesario volver en ninguno de estos casos?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea necesario volver en más de uno de estos casos?

- 18) Sea X una variable aleatoria discreta. Determinar el valor de k para que la función

$$p(x) = \frac{k}{x}, \quad x = 1, 2, 3, 4$$

sea la función de probabilidad de X . Determinar $P(1 \leq x \leq 3)$.

- 19) Sea X una variable aleatoria que representa la cantidad de llamadas telefónicas que recibe un conmutador en un intervalo de cinco minutos y cuya función de probabilidad está dada por:

$$p(x) = \frac{e^{-3}(3^x)}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

- a) Determinar las probabilidades de que X sea igual a: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.
- b) Graficar la función de probabilidad para estos valores de X .
- c) Determinar la función de distribución acumulada para estos valores de la variable.
- d) Graficar la función de distribución acumulada.
- 20) Una compañía de seguros debe determinar la cuota anual a cobrarse por un seguro de \$50 mil para hombres cuya edad se encuentra entre los 30 y los 35 años. Con base en las tablas actuariales la cantidad de fallecimientos al año, para este grupo, es de 5 por cada mil. Si la

variable aleatoria X representa la ganancia de la compañía de seguros, determinar el monto de la cuota anual para que la compañía no pierda, a pesar de tener un número grande de tales seguros.

- 21) Un fabricante de marcos sabe por experiencia que el 5% de la producción tendrá algún tipo de defecto menor que requerirá reparación. En una muestra de 20 marcos:
- a) Especificar la variable en estudio y determinar sus características
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos uno requiera reparación?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que más de dos requieran reparación?
 - d) ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 18 no requieran reparación?
 - e) Determinar el valor esperado de marcos que no requerirán reparación.
- 22) Un auditor informa que el 40% de los asegurados de 55 años de edad y mayores utilizan la póliza durante un año. Se seleccionan al azar 15 asegurados para los registros de la compañía ¿Cuál es la probabilidad de que...
- a) ...diez asegurados utilicen la póliza?
 - b) ...al menos 10 asegurados utilicen la póliza?
 - c) ...al menos 8 asegurados no utilicen la póliza?
 - d) Determinar el número esperado de asegurados que no utilizan la póliza.
- 23) El presidente de una compañía especializada en encuesta de opinión pública afirma que alrededor del 70% de las personas a quienes la agencia envía cuestionarios responde llenado y devolviendo el cuestionario. Se envían 20 de tales cuestionarios. ¿Cuál es la probabilidad de que...
- a) ...exactamente 10 cuestionarios sean llenados y devueltos?
 - b) ...por lo menos 12 sean llenados y devueltos?
 - c) ...al menos 6 no sean llenados y devueltos?
 - d) Determinar la media y el desvío estándar de la variable "Cantidad de formularios llenados y devueltos".
- 24) Se desea hacer una encuesta de mercado para estudiar cuál será la repercusión de un producto que será lanzado en los próximos días. Se conoce por estudios anteriores que el porcentaje de aceptación sobre productos similares es del 60%. Si se toma una muestra de 20 personas:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo 12 personas compren el producto?

- b) ¿Cuántas personas se espera que no compren el producto?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que más de más de 8 no compren el producto?
 - d) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 9 personas no lo adquieran?
- 25) Un concesionario de automóviles organiza una nueva campaña de promoción. Los compradores de nuevos automóviles pueden devolverlos en el plazo de 2 días si no están satisfechos y recuperar todo el dinero pagado. El costo que tiene para el concesionario la devolución del dinero es de 250\$. El concesionario estima que el 15% de todos los compradores devolverá los automóviles y recuperará el dinero. Suponga que se compran 50 automóviles durante la campaña.
- a) Halle la media y la desviación típica del número de automóviles que se devolverán a cambio del dinero.
 - b) Halle la media y la desviación típica de los costes totales de la devolución del dinero de estas 50 compras.
- 26) Están considerándose las dos reglas de aceptación siguientes para averiguar si se debe aceptar el envío de una gran remesa de componentes:
- a) Comprobar una muestra aleatoria de 10 componentes y aceptar el envío únicamente si ninguno de ellos es defectuoso.
 - b) Comprobar una muestra aleatoria de 20 componentes y aceptar el envío únicamente si no hay más de uno defectuoso.
- ¿Con cuál de estas reglas de aceptación es menor la probabilidad de aceptar un envío que contenga un 20% de componentes defectuosos?
- 27) Una empresa recibe grandes envíos de piezas de dos fuentes. El 70% de los envíos procede de un proveedor cuyos envíos normalmente contienen un 10% de piezas defectuosas, mientras que el resto proviene de un proveedor cuyos envíos normalmente contienen un 20% de piezas defectuosas. Un directivo recibe un envío pero desconoce la procedencia. Se comprueba una muestra aleatoria de 20 piezas de este envío y se observa que una de ellas es defectuosa. ¿Cuál es la probabilidad de que este envío proceda del proveedor más fiable?
- 28) Se ha comprobado que el 6% de los originales presentados para su copia están incompletos o tienen algún tipo de error. Se toma una muestra al azar de 15 originales presentados para su copia, calcule la probabilidad de que...
- a) ...por lo menos dos tengan algún tipo de error o estén incompletos

- b) ...a lo sumo uno tenga un error
 - c) ...como máximo 14 originales no tengan errores.
- 29) Una aseguradora recibe en promedio 2,4 demandas por mes.
- a) ¿Cuál es el número esperado de demandas que recibirá la compañía en tres meses?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que reciba a lo sumo tres demandas en dos meses?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que reciba entre una y cuatro demandas en dos meses?
 - d) ¿Cuál es la probabilidad de que reciba a lo sumo 10 demandas en 5 meses?
- 30) Un profesor recibe, en promedio, 4,2 llamadas telefónicas de los estudiantes el día antes del examen final. ¿Cuál es la probabilidad de que reciba al menos tres llamadas ese día? Considere la distribución que mejor se ajusta al problema.
- 31) Los datos indican que en la hora pico de la mañana se producen, en promedio, 3,2 colisiones al día en una vía urbana. Considere la distribución que mejor se ajusta al problema y calcule:
- a) La probabilidad de que en un día dado se produzcan menos de dos colisiones en esta vía durante la hora pico de la mañana.
 - b) La probabilidad de que en un día dado se produzcan más de cuatro colisiones en esta vía durante la hora pico de la mañana.
- 32) La cantidad diaria de personas que ingresan a la unidad de cuidados intensivos de un hospital es una variable aleatoria con una media de 5 personas por día.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que ingresen 2 personas en un día?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que ingresen a lo sumo 3 personas en 12 hs?
 - c) ¿Cuántas personas se espera que entren durante 15 días?
- 33) Una empresa tiene 250 computadoras personales. La probabilidad de que una cualquiera de ellas necesite una reparación en una semana dada es de 0,01. Halle la probabilidad de que menos de 4 computadoras necesiten una reparación en una semana dada. ¿Qué distribución cree que mejor se ajusta al problema?
- 34) Una compañía de seguros tiene 6.000 pólizas de seguro contra las estafas con otras tantas empresas. En un año dado, la probabilidad de que una póliza genere un reclamo es de 0,001. Halle la probabilidad de que se presenten al menos tres reclamos en un año dado. Considere la distribución que mejor se ajusta al problema.

- 35) Tres monedas equilibradas son arrojadas simultáneamente, hasta que las tres salen caras. ¿Cuál es la probabilidad de que tengan que ser arrojadas más de tres veces, para que finalice el juego?
- 36) El juego del Quini 6 consiste en elegir 6 números entre el 0 y el 45. Suponga que decide jugarlo, para lo cual elige sus 6 números favoritos. Luego la lotería sortea de forma aleatoria los 6 números ganadores. Sea X la variable que describe el número de aciertos. Calcule la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria en cuestión.
- 37) En una encuesta realizada por Gallup, se les preguntó a los interrogados, “Cuál es el deporte que prefieres ver”. Fútbol y básquetbol ocuparon el primero y segundo lugar de preferencia (www.gallup.com, 3 de enero de 2004). Si en un grupo de 10 individuos, siete prefieren fútbol y tres prefieren básquetbol. Se toma una muestra aleatoria de tres de estas personas.
- ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente dos prefieren el fútbol?
 - ¿De que la mayoría (ya sean dos o tres) prefiere el fútbol?

Trabajo Práctico en RStudio Cloud

En el ejercicio 7 del trabajo práctico en R se realizan 10 lanzamientos de una moneda equilibrada y se contabiliza la cantidad de “caras” obtenidas. Al ser un evento binario (“cara” o “no cara”) que se repite n veces manteniéndose constante la probabilidad de éxito, la cantidad de caras puede representarse adecuadamente con una distribución binomial con $n=10$ y $p=0.50$. Luego se repite el ejercicio con una moneda cargada, el cual puede representarse con una distribución binomial con $n=10$ y $p=0.55$.

En el ejercicio 8 del trabajo práctico en R se realizan 12 lanzamientos de un dado y se contabiliza la cantidad de “1” y “6” obtenidos. Nuevamente, la distribución binomial puede servir para representar la distribución de probabilidad de los resultados. En el caso del dado equilibrado, se puede utilizar una distribución binomial con $n=12$ y $p=1/6$, mientras que para el caso del dado cargado hay que reemplazar p por 0,16 o 0,20, dependiendo de si buscamos la distribución de “1” o “6”.

En el ejercicio 9 del trabajo práctico en R se juega a realizar extracciones de un bolillero, tanto con reposición como sin reposición, analizando las diferencias entre cada caso.

En el ejercicio 10 del trabajo práctico en R se juega a una ruleta con 37 números (0 al 36). En cada jugada se apuesta \$1, mientras que se prueba con distintos premios: \$36, \$37 y \$38. Se analizan las ganancias/pérdidas en el largo plazo y si alguno de los casos considerados constituye un juego justo o equilibrado (es decir, cuando no se espera ganar ni perder dinero en el largo plazo).