

Práctica 4: Distribuciones Bivariadas

- 1) Considere la distribución de probabilidad conjunta:

		X	
		1	2
Y	0	0,30	0,20
	1	0,25	0,25

- a) Calcule las distribuciones de probabilidad marginal de X e Y.
- b) Calcule la covarianza y la correlación de X e Y.
- c) Calcule la media y la varianza de la función lineal $W = 2X + Y$.
- 2) Una agencia inmobiliaria tiene interés en saber cuál es la relación entre el número de líneas de un anuncio de prensa sobre un apartamento y el volumen de llamadas de interesados. Representamos el volumen de llamadas por medio de la variable aleatoria X, cuyo valor es 0 cuando el interés por el anuncio es escaso, 1 cuando es moderado y 2 cuando es grande. La agencia utilizó datos históricos para calcular la distribución de probabilidad conjunta mostrada en la tabla adjunta:

Número de líneas (Y)	Número de llamadas (X)		
	0	1	2
3	0,09	0,14	0,07
4	0,07	0,23	0,16
5	0,03	0,10	0,11

- a) Halle la probabilidad acumulada conjunta en $X=1, Y=4$ e interprete su resultado.
- b) Halle e interprete la distribución de probabilidad condicionada de Y, dado $X=0$.
- c) Halle e interprete la distribución de probabilidad condicionada de X, dado $Y=4$.
- d) Halle e interprete la covarianza entre X e Y.
- e) ¿Son el número de líneas del anuncio y el volumen de llamadas independientes entre sí?
- 3) Una empresa de estudios de mercado quiere saber si un nuevo modelo de ordenador personal que se anunciaba en un programa que se emitía de madrugada ha conseguido que sea una marca más conocida para las personas que veían el programa habitualmente que

para las que no lo veían. Tras realizar una encuesta, observó que el 15% de todas las personas veía el programa habitualmente y podía identificar correctamente el producto. Además, el 16% de todas las personas veía habitualmente el programa y el 45% de todas las personas podía identificar correctamente el producto. Defina un par de variables aleatorias de la forma siguiente:

X=1	Si se ve habitualmente el programa	X=0	En caso contrario
Y=1	Si se identifica correctamente el producto	Y=0	En caso contrario

- Halle la distribución de probabilidad conjunta de X e Y.
 - Halle la distribución de probabilidad condicionada de Y, dado X=1.
 - Halle e interprete la covarianza entre X e Y.
- 4) El director de un restaurante recibe quejas de vez en cuando sobre la calidad tanto de la comida como del servicio. La tabla adjunta muestra las distribuciones de probabilidad marginal del número de quejas semanales de cada categoría.

Número de quejas sobre la comida	Probabilidad	Número de quejas sobre el servicio	Probabilidad
0	0,12	0	0,18
1	0,29	1	0,38
2	0,42	2	0,34
3	0,17	3	0,10

- Halle la distribución de probabilidad conjunta suponiendo que las quejas sobre la comida y sobre el servicio son independientes entre sí.
- Halle la media y la desviación típica del número total de quejas recibidas en una semana.
- Llegado a este punto, sospecha que el número de quejas sobre la comida y sobre el servicio no son independientes entre sí. Sin embargo, no tiene ninguna información sobre la naturaleza de su dependencia. ¿Qué puede decir ahora sobre la media y la desviación típica del número total de quejas recibidas en una semana?

- 5) Una variable aleatoria X sigue una distribución de media 100 y varianza 100, mientras que una variable aleatoria Y sigue una distribución de media 200 y varianza 400. Sea la siguiente variable aleatoria: $W = 5X + 4Y$
- Halle la media y la varianza de W , suponiendo que las variables aleatorias X e Y tienen un coeficiente de correlación igual a 0,5.
 - Halle la media y la varianza de W , suponiendo que las variables aleatorias X e Y tienen un coeficiente de correlación igual a -0,5.
- 6) Sea la siguiente variable aleatoria: $W = 5X - 4Y$
- Suponiendo que las variables aleatorias X e Y tienen un coeficiente de correlación igual a 0,5, calcule la media y la varianza de W para los siguientes casos:
- X sigue una distribución de media 100 y varianza 100. Y sigue una distribución de media 200 y varianza 400.
 - X sigue una distribución de media 500 y varianza 100. Y sigue una distribución de media 200 y varianza 400.
- 7) Un consultor está comenzando a trabajar en tres proyectos cuyos beneficios esperados son 50.000, 72.000 y 40.000 pesos respectivamente. Las desviaciones típicas correspondientes son de 10.000, 12.000 y 9.000 pesos. Suponiendo que los resultados son independientes, halle la media y la desviación típica de los beneficios totales de estos tres proyectos.
- 8) Sara Jonás, gestora de carteras de inversión, le ha pedido que analice una cartera recién adquirida para hallar el valor medio y la variabilidad de su retorno. La cartera consta de 50 dólares en acciones de Constructora ABC y 40 dólares en acciones de Talleres Yunque. El análisis de la historia pasada indica que el retorno anual de las acciones de ABC tiene una media de 25% y un desvío de 15%. Un análisis similar indica que el retorno anual de las acciones de Yunque tiene una media de 12% y un desvío de 5%. Los mejores datos de los que se dispone indican que los retornos de las acciones tienen una correlación de +0,5.
- Calcule la media y la varianza del retorno de la cartera.
 - Suponga que la correlación entre los retornos de las acciones fuera en realidad de -0,5. ¿Cuáles son ahora la media y el desvío del retorno de la cartera?

- 9) Un inversor coloca \$2.000 en una cuenta que tiene una tasa de rendimiento fija del 10% al año. Invierte otros \$1.000 en un fondo que tiene una tasa esperada de rendimiento del 16% y una desviación típica del 8% al año.
- a) Halle el valor esperado de la cantidad total de dinero que tendrá el inversor después de un año.
- b) Halle la desviación típica de la cantidad total que tendrá después de un año.

Trabajo Práctico en RStudio Cloud

En el ejercicio 11 del trabajo práctico en R, se utilizan las cotizaciones históricas de tres empresas que cotizan en la bolsa de Argentina: Banco BBVA Francés, Banco Galicia e YPF. Se analizan los rendimientos, varianzas y covarianzas de cada una de estas acciones. Se plantea la pregunta de, si sólo se pudieran elegir dos de estas acciones, cuál sería el par más conveniente.