Prova 2021

3. a) Problema do consumidor

$$\max_{c(v)} \left[\int_{v \in V} (c(v))^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} dv \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$$\text{s.a.} \quad \int_{v \in V} P(v)\, c(v)\, dv = W$$

b) Problema da firma

$$\max_{P_v^f, P_v^d} \left(P_v^f c_v^f + P_v^d c_v^d - w L_v \right)$$

- Market clearing condition
  - $c_v^f + (1+\tau) c_v^d = A[L_v - \alpha]$
  - $\pi = 0$

c) Para o mercado interno, o lucro da firma é dado por

$$\pi^d = P_v^d C_v^d(P_v^d, P_v^{-d}) - w\left[\frac{1}{A} Y_{vi}^d + \alpha\right]$$ $\to Y_{vi}^d = C_v^d(P_v^d, P_v^{-d}) \Rightarrow$ Eq. mercado

$\to$ Lembrar que $Y_{vi} = [l_{vi} - \alpha]A$

$$\frac{\partial \pi^d}{\partial P_v^d} = C_v^d(P_v^d, P_v^{-d}) + P_v^d \frac{\partial C_v^d(P_v^d, P_v^{-d})}{\partial P_v^d} - \frac{w}{A}\frac{\partial C_v^d(P_v^d, P_v^{-d})}{\partial P_v^d} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial P_v^d}{\partial C^d(P_v^d, P_v^{-d})}\frac{C_v^d}{P_v^d} \cdot P_v^d + P_v^d = \frac{w}{A}$$

$$-\frac{1}{\varepsilon^d} P_v^d + P_v^d = \frac{w}{A} \Rightarrow P_v^d = \frac{w}{A}\left(\frac{\varepsilon^d}{\varepsilon^d - 1}\right)$$

Para o mercado externo, o lucro da firma é dado por:

$$\pi^f = P_v^f C_v^f(P_v^f, P_v^{-f}) - w\left[\frac{1}{A} Y_v^d(1+\tau)\right]$$

Ao seguir os mesmos passos, temos que:

$$\frac{\partial \pi^f}{\partial P_v^f} = C_v^f(P_v^f, P_v^{-f}) + P_v^f \frac{\partial C_v^f(P_v^f, P_v^{-f})}{\partial P_v^f} - \frac{w}{A}(1+\tau)\frac{\partial C_v^f(P_v^f, P_v^{-f})}{\partial P_v^f} = 0$$

$$\Rightarrow P_v^f = \frac{w(1+\tau)}{A}\left[\frac{\varepsilon^f}{\varepsilon^f - 1}\right]$$

Com Spence-Dixit-Stiglitz a elasticidade de substituição é apenas σ. Logo, com lucro 0, temos que:

$$\frac{w}{A}\frac{\sigma}{\sigma-1} C_v^d + \frac{w}{A}\frac{(1+\tau)\sigma}{\sigma-1} C_v^f - \left(\frac{w}{A} C_v^d + \frac{w}{A}(1+\tau) C_v^f + w\alpha\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{w}{A}\left(C_v^d + (1+\tau) C_v^f\right)\frac{\sigma}{\sigma-1} - \frac{w}{A}\left(C_v^d + (1+\tau) C_v^f\right) = w\alpha A$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sigma}{\sigma-1}-1\right)c_v^d + \left(\frac{\sigma}{\sigma-1}-1\right)(1+\tau)c_v^f = \alpha A$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sigma-(\sigma-1)}{\sigma-1}\right)c_v^d + \left(\frac{\sigma-(\sigma-1)}{\sigma-1}\right)(1+\tau)c_v^f = \alpha A$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sigma-1}\right)\left(c_v^d + (1+\tau)c_v^f\right) = \alpha A$$

$$\Rightarrow c_v^d + (1+\tau)c_v^f = \alpha A(\sigma-1)$$

Por fim, seja V^i o número de variedades, então:

$$V^i\left[\frac{c_v^{id}+(1+\tau)c_v^{if}}{A} + \alpha\right] = L^i$$

$$\Rightarrow V^i\left[\frac{\alpha \cancel{A}(\sigma-\cancel{1})}{\cancel{A}} + \cancel{\alpha}\right] = L^i$$

$$V^i = \frac{L^i}{\alpha\sigma}$$

Portanto, o custo de transporte não tem influência sobre as variedade. Além disso, viu-se que, para o mercado interno, o markup é dado por $\boxed{\frac{\sigma}{\sigma-1} = \frac{P}{W/A}}$, ou seja, não tem relação com o custo de transporte. Enquanto isso, para o mercado externo, o markup é dado por $\boxed{\frac{\sigma(1+\tau)}{\sigma-1} = \frac{P}{W/A}}$, isto é, tem relação positiva com o custo de transporte. Por último, observou-se também que $\boxed{c_v^d = \alpha A(\sigma-1) - (1+\tau)c_v^f \Rightarrow c_v^f = \frac{\alpha A(\sigma-1) - c_v^d}{1+\tau}}$. Assim, ~~a relação~~ o custo de transporte tem relação negativa com o consumo interno e externo.