UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA PARA OTIMIZAÇÃO DA REDE DE UMA CADEIA DE SUPRIMENTOS TRIBUTADA

RESUMO

Uma rede de cadeia de suprimentos define a estrutura logística da cadeia. A implementação dessa rede consiste na decisão de quais locais serão usados para estabelecer as instalações e quais são os caminhos que os produtos devem percorrer para chegar ao cliente final através dessas instalações. Essas decisões são de longo de prazo e possuem um custo elevado de implementação para as instalações. A tributação constitui um fator relevante em uma rede de cadeia de suprimentos quando o foco é redução de custos, pois uma rede pode ser ótima quando considerados apenas os custos logísticos mas pode deixar de ser ótima quando considerados os custos tributários, uma vez que os custos tributários são afetados conforme a movimentação entre estados. Este estudo propõe um modelo de programação inteira para a otimização de custos de um projeto de rede de cadeia de suprimentos com tributação, através da otimização logística e tributária.

PALAVRAS CHAVE. Programação Inteira, ICMS, Rede de cadeia de suprimentos.

Tópicos (indique, em ordem de PRIORIDADE, o(s) tópicos(s) de seu artigo)

ABSTRACT

KEYWORDS.

1. Introdução

Segundo Chopra e Meindl [2012], uma cadeia de suprimentos engloba todas as partes envolvidas, direta ou indiretamente, no atendimento de uma solicitação do consumidor. Ela inclui fabricantes, fornecedores, transportadores, armazéns, revendedores e os próprios consumidores. Dentro do escopo de um fabricante, a cadeia de suprimentos inclui seus fornecedores e o seus consumidores.

Ainda segundo Chopra e Meindl [2012], as decisões de um Projeto de Rede e Cadeia de Suprimentos (PRCS) incluem a localização de instalações como fábricas, armazéns, centros de distribuição e outras localidades relacionadas ao transporte, bem como suas capacidades e a quais demandas elas irão atender. Desta forma, o objetivo da otimização de um PRCS é definir os melhores caminhos para escoar os produtos de uma determinada empresa, desde a escolha do fornecedor até a entrega do produto final ao cliente, passando por instalações como Fábricas, Centros de Distribuição e *Cross-Dockings*, garante que todas as demandas sejam atendidas em sua totalidade e em tempo adequado, minimizando os custos logísticos e tributários envolvidos. Chopra e Meindl [2012] afirmam que uma cadeia de suprimentos engloba todas as partes envolvidas, direta ou indiretamente, no atendimento de uma solicitação do consumidor, incluindo fabricantes, fornecedores, transportadores, armazéns, revendedores e os próprios consumidores.

2. Modelo de Programação Linear Inteira

À partir do problema Projeto de Rede Multiproduto de Custo Fixo Capacitado (*Multi-commodity Capacitated Fixed-Charge Network Design*) definido por Magnanti e Wong [1984], será desenvolvido neste capítulo um modelo para resolver o problema de um Projeto de Rede Logística com Custos Tributários, em especial os custos de ICMS. A seção 3 apresenta o modelo de Magnanti que é utilizado como base para a construção de um novo modelo na seção 4, bem como para a aplicação dos custos de uma cadeia de suprimentos com tributação; a seção 5 expõe o modelo proposto ao final do capítulo.

3. Projeto de Rede Multiproduto de Custo Fixo Capacitado

Como o problema do Projeto de Rede Logística com Custos Tributários é uma variação do problema de Projeto de Rede Multiproduto de Custo Fixo Capacitado, convém definir este problema e sua formulação em um modelo de Programação Inteira Mista. Este problema consiste em encontrar o menor custo de transporte e localização, para diversos produtos, através de um desenho de rede ótimo que respeite as capacidades dos fluxos. Tomando como referência o modelo citado por Magnanti pode-se expressar este problema através do seguinte modelo de programação inteira:

Um grafo orientado $G = (A, V)$ define todos os fluxos possíveis para a rede, onde A é o conjunto dos arcos e V é o conjunto de vértices. Cada arco (i, j) é uma conexão que sai do vértice i em direção ao vértice j e, a cada arco, existem duas variáveis associadas. A primeira variável x_{ij} é uma variável inteira, tal que $x_{ij} \in 0, 1$. Ela indica se o arco (i, j) está sendo utilizado (x_{ij} = 1) ou não ($x_{ij} = 0$), e é multiplicado por um custo fixo indicado pela constante a_{ij}. A segunda variável y^k_{ij} é uma variável contínua, tal que $y^k_{ij} \in \mathbb{R}^+$. Ela indica o fluxo que passa pelo arco (i, j) e é multiplicada por um custo variável b^k_{ij}.

O conjunto S define os produtos que circulam pela rede, de forma que cada produto $s \in S$ possui uma demanda específica d^s a ser entregue no vértice de destino $D(k)$ à partir de seu vértice de origem $O(k)$.

O conjunto $N^-(j)$ contém todos os vértices que são origem dos arcos que possuem destino em j, enquanto que o conjunto $N^+(j)$ contém todos os vértices que são destino dos arcos que possuem origem em j. Cada arco (i, j) possui uma limitação de capacidade c_{ij}.

Desta forma, defini-se o modelo de programação inteira como:

$$min \sum_{(i,j)\in A} a_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_{(i,j)\in A} \sum_{s\in S} b^s_{i,j} \cdot y^s_{ij} \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{i\in N^-(j)} y^s_{ij} - \sum_{k\in N^+(j)} y^s_{jk} = \begin{cases} -d^s & \text{, se } j \in O(s) \\ d^s & \text{, se } j \in D(s) \\ 0 & \text{, para os demais casos} \end{cases} \quad ,\forall s \in S, j \in V \quad (2)$$

$$\sum_{s\in S} y^s_{ij} \leq c_{ij} \cdot x_{ij} \quad ,\forall (i,j) \in A \quad (3)$$

A equação (2) garante que o balanço de massa em cada vértice seja respeitado. Ela também atribui a demanda para os vértices dos clientes, onde $i = D(s)$, e atribui o fornecimento do produto para os vértices das fábricas, indicado por $i = O(s)$.

A restrição de capacidade é definida de tal forma que os fluxos de todos os produtos, para o mesmo par (i,j), não podem ser maiores do que a capacidade daquela arco, conforme a inequação (3).

4. Desenvolvimento do modelo e atribuição de custos

4.1. Abertura da demanda por vértice

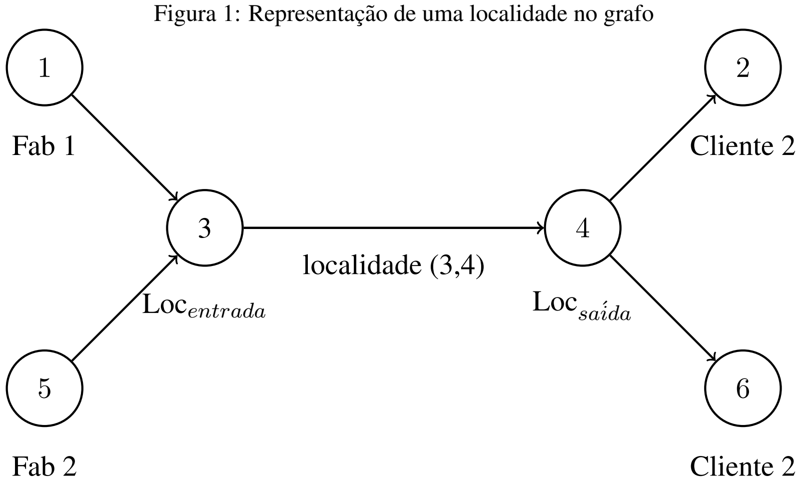
A partir do modelo de Magnanti é feita uma alteração na restrição (2), de maneira que a demanda seja diferenciada não somente por sku, mas também de acordo com o vértice, tal alteração também é considerada por Gendron1999. Assim, acrescenta-se o índice de vértices à constante de demanda, de forma que a equação (2) é substituída pela equação (4).

$$\sum_{i\in N^-(j)} y^s_{ij} - \sum_{k\in N^+(j)} y^s_{jk} = \begin{cases} -d^s_j & \text{, se } j \in O(s) \\ d^s_j & \text{, se } j \in D(s) \\ 0 & \text{, para os demais casos} \end{cases} \quad ,\forall s \in S, j \in V \quad (4)$$

4.2. Representação de Localidades

O modelo de Magnanti possui custos e capacidades somente atribuídos aos arcos, sem nenhum custo ou capacidade atribuído aos vértices. Portanto, os custos e capacidades das localidades não são representadas por vértices, mas sim por arcos. Essa representação é feita sem que haja modificação no modelo original mas sim através da construção do grafo da rede, conforme a representação de localidades descrita na figura 1, que representa duas atribuições diferentes para os arcos do grafo (transporte e localidade), sendo que os arcos (1,3), (5,3), (4,2) e (4,6) são arcos de transporte, e o arco (3,4) é um arco de localidade.

Figura 1: Representação de uma localidade no grafo



4.3. Atribuição de custos e capacidade logísticas

Os custos logísticos estão divididos em duas partes: a parcela de custos fixos e a parcela de custos variáveis. Para cada tipo de arco (transporte ou localidade), estes custos têm comportamentos diferentes. Na função objetivo (1), os custos fixos estão contidos na constante a_{ij} que multiplica a variável binária x_{ij}; já os custos variáveis são parametrizáveis através da constante b^s_{ij}, que multiplica a variável contínua y^s_{ij}, que é o fluxo do arco (i, j) para o produto s.

Para os arcos de transporte são definidos apenas os custos variáveis, que são os custos de frete, parametrizados conforme o tipo de transporte e o tipo de carga, não sendo atribuído nenhum custo fixo.

Para os arcos de localidades, custos fixos e variáveis são atribuídos. O custos fixos são o mínimo gasto para que a localidade permaneça aberta; os custos variáveis são custos relacionados à operação e manutenção da localidade em função da quantidade de produtos que por ela passa.

Os arcos de localidades possuem uma capacidade máxima associada que é definida através da restrição descrita na inequação (3), e os arcos de transporte não possuem capacidade máxima.

Portanto, pode-se resumir as atribuições de capacidade e custos para cada tipo de arco conforme a tabela abaixo.

Tabela 1: Custos e capacidades atribuídos para cada tipo de arco.

Tipo de arco	Custo Fixo Logístico	Custo Variável Logístico	Capacidade
arco de transporte	não	sim	não
arco de localidade	sim	sim	sim

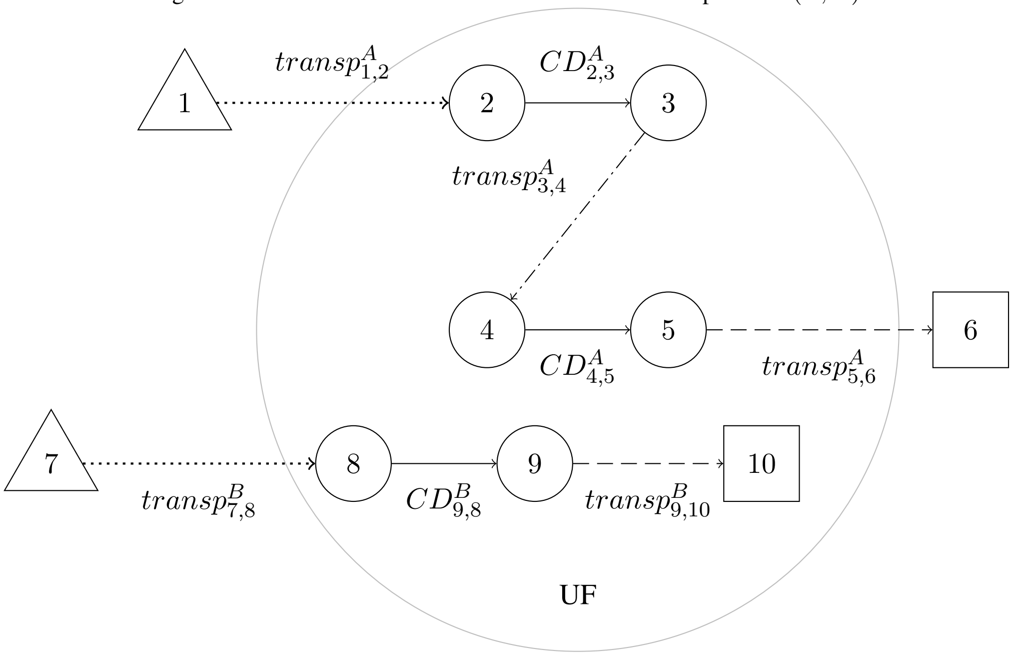
autor

No contexto da tabela acima, define-se CFL_{ij} como o Custo Fixo Logístico do arco (i, j), CVL_{ij} como o Custo Variável Logístico do arco (i, j), e CAP_{ij} como a Capacidade máxima de fluxo associada ao arco (i, j). Desta forma, os custos da função objetivo (1) são descritos como $a_{ij} = CFL_{ij}$ e $b_{ij} = CVL_{ij}$. E as capacidades da restrição (3) ficam definidas como $c_{ij} = CAP_{ij}$.

4.4. Restrição e custos para o Saldo de ICMS

Por ter uma natureza não cumulativa, o ICMS possui um sistema de créditos e débitos que garante que o imposto pago anteriormente durante a cadeia de suprimentos não seja pago novamente. O ICMS é um imposto estadual, portanto o cálculo dos créditos e débitos é realizado de acordo com Unidade Federativa (UF), de modo que cada UF tem o seu próprio cálculo de saldo isolado das demais UFs. A figura 2 demonstra como o saldo de ICMS é calculado para uma determinada UF.

Figura 2: Mecânica de saldo de ICMS considerando dois produtos (A, B)



$\cdots\cdots\rightarrow$ arcos de transporte que contabilizam apenas crédito
$- - - \rightarrow$ arcos de transporte que contabilizam apenas débito
$-\cdot-\cdot\rightarrow$ arcos de transporte que contabilizam tanto débito como crédito.
$\longrightarrow$ arcos de localidade, que não contabilizam nem crédito nem débito de ICMS.

$\triangle$ vértices que representam a saída de uma fábrica.
$\square$ vértices que representam a entrada de um cliente.
$\bigcirc$ vértices que representam a entrada ou saída de uma localidade.

Abaixo está a descrição de cada um dos vértices da figura 2, considerando que A e B são os produtos que transitam pela rede.

(1) : Fornecedor do produto A; $s = A$; $(1) \in O(A)$;

(2) : Entrada do Centro de Distribuição $(2, 3)$ do produto A;

(3) : Saída do Centro de Distribuição $(2, 3)$ do produto A;

(4) : Entrada do Centro de Distribuição $(3, 4)$ do produto B;

(5) : Saída do Centro de Distribuição $(3, 4)$ do produto B;

(6) : Cliente do produto A; $s = A$; $(6) \in D(A)$;

(7) : Fornecedor do produto B; $s = B$; $(7) \in O(B)$;

(8) : Entrada do Centro de Distribuição $(8, 9)$ do produto C;

(9) : Saída do Centro de Distribuição $(8, 9)$ do produto C;

(10): Cliente do produto B; $s = B$; $(10) \in D(B)$.

4.4.1. Créditos e débitos de ICMS.

Como o ICMS é um imposto que incide sobre a circulação de produtos, consideram-se apenas os arcos de transporte para o cálculo do saldo de ICMS. Portanto, para o cálculo dos débitos e créditos, consideram-se as seguintes regras:

Créditos: ICMS cujos arcos de transporte (i, j) possuam $j \notin D(s) \forall s \in S$ e j está dentro da UF para o qual o saldo está sendo calculado. $D(s)$ é o conjunto de arcos de demanda do produto s, ou seja, os clientes. Exclui-se os arcos cujo destino são clientes porque o crédito gerado nesses arcos pertence ao cliente, e não à empresa que vende o produto.

Débitos: ICMS cujos arcos de transporte (i, j) possuem $i \notin O(s) \forall s \in S$ e i está dentro da UF para o qual o saldo está sendo calculado. Onde $O(s)$ é o conjunto de arcos de origem do produto s, ou seja, os fornecedores. Exclui-se os arcos cuja origem são fornecedores porque o débito gerado nesses arcos pertencem aos fornecedores, e não à empresa que compra o produto.

Deste modo, pode-se definir os arcos de crédito através do conjunto $UF^{-}(u) = (i, j) \in A | i \in V, j \in UF(u)$ Os arcos de débito são definidos através do conjunto $UF^{+}(u) = (i, j) \in A | i \in UF(u), j \in V, i \notin O(s) \forall s \in S$. Onde u é uma UF do Brasil, e $UF(u)$ é o conjunto de todos os vértices que possuem ao menos um vértice contido na UF u. u, $| \; u \in U, UF(u) \subset V$.

Uma vez definidos os arcos, calcula-se o valor do ICMS para todas as rotas de transporte, para cada produto, segundo a fórmula

$$icms(i, j, s) = \frac{VP_{ij}^{s}}{(1 - ICMSalqt_{ij}^{s} - PISalqt^{s} - COFINSalqt^{s})} \cdot ICMSaliq_{ij}^{s} \qquad (5)$$

, onde VP_{ij}^{s} é o valor do produto s na rota (i, j); $ICMSalqt_{ij}^{s}$ é alíquota de ICMS para o produto s na rota (i, j); $PISalqt^{s}$ é a alíquota de PIS para o produto s; e $COFINSalqt^{s}$ é alíquota de COFINS para o produto s.

4.4.2. Saldo de ICMS

O valor calculado pela função (5), $icms(i, j, s)$, se refere à uma única unidade de produto e deve ser multiplicado pela quantidade do produto s que passa pelo arco (i, j), quantidade esta que é representada pela variável de fluxo y_{ij}^{s}. Assim sendo, se estabelece o saldo de ICMS como

$$\sum_{ij \in UF^{+}(u)} \sum_{s \in S} icms(i, j, s) \cdot y_{ij}^{s} - \sum_{ij \in UF^{-}(u)} \sum_{s \in S} icms(i, j, s) \cdot y_{ij}^{s}, \forall u \in U \qquad (6)$$

Quando a otimização for realizada, existe a possibilidade de uma determinada UF possir um valor prévio de crédito acumulado de ICMS, que é proveniente de operações passadas onde o crédito de ICMS foi maior do que o débito, o que gerou um crédito acumulado que não pôde ser utilizado no passado, mas que poderia ser utilizado no futuro. Desta forma, também se faz necessário considerar esta parcela de crédito acumulado, representada pela constante $ICMSCA_u$, que ao ser adicionada ao saldo de ICMS descrito na expressão (6), forma a expressão descrita abaixo.

$$\sum_{ij \in UF^{+}(u)} \sum_{s \in S} icms(i,j,s) \cdot y_{ij}^{s} - \sum_{ij \in UF^{-}(u)} \sum_{s \in S} icms(i,j,s) \cdot y_{ij}^{s} - ICMSCA_u, \forall u \in U \quad (7)$$

É importante frisar que os créditos entram com valor negativo, e os débitos com valor positivo. Isso ocorre porque o saldo da UF deve entrar na função objetivo como custo. Quando o saldo de ICMS de uma determinada UF torna-se credor, ou seja, tem um saldo negativo, ele não pode ser compensando no saldo de uma outra UF, de forma que esse crédito de ICMS é perdido. Portanto, como o saldo do ICMS negativo não pode ser utilizado, é importante que se limite o valor do saldo do ICMS em zero, caso contrário o resolvedor poderia incluir saldos negativos na função objetivo visando minimizá-la, o que não ocorreria na aplicação real. Por esse motivo, cria-se a variável auxiliar $z_u \in \mathbb{R}^{+}$, que possui limite inferior em 0 e, a partir dessa variável, cria-se uma nova restrição conforme a inequação (8) e adiciona-se o somatório $\sum_{u \in U} z_u$ à função objetivo (1), obtendo a função objetivo (9).

$$z_u \geq \sum_{ij \in UF^{+}(u)} \sum_{s \in S} icms_{i,j}^{s} \cdot y_{ij}^{s} - \sum_{ij \in UF^{-}(u)} \sum_{s \in S} icms_{i,j}^{s} \cdot y_{ij}^{s} - ICMSCA_u, \forall u \in U \quad (8)$$

$$min \sum_{(i,j) \in A} a_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{s \in S} b_{i,j}^{s} \cdot y_{ij}^{s} + \sum_{u \in U} z_u \quad (9)$$

4.5. Crédito Presumido de ICMS

Como descrito na subseção **??**, que trata dos benefícios fiscais, o crédito presumido acrescenta um desconto de ICMS na saída da UF e retira os créditos na entrada, de forma que o saldo final entre o acréscimo do novo desconto e a retirada do desconto antigo em forma créditos na entrada seja inferior ao valor que seria pago apenas com o desconto antigo através de créditos de ICMS. Um exemplo de cálculo é descrito abaixo.

Cálculo convencional através de crédito e débito:

débito $-$ crédito $=$ [saldo devedor]
$100 - 80 = 20$

Cálculo com crédito presumido:

débito $\cdot$ [1 - % crédito presumido] $-$ crédito $\cdot$ [1 - ICMS[%]anulacao] $=$ [saldo devedor]

Considerando um percentual de crédito presumido de 30% e uma anulação completa dos créditos, temos:

$100 \cdot [1 - 0{,}3] - 80 \cdot [1 - 1] = 70$

Considerando a estrutura do saldo de ICMS construída na seção 4.4, pode-se incluir o crédito presumido no modelo de saldo de ICMS inserindo o percentual de crédito presumido aos débitos de ICMS, e o percentual de anulação de crédito aos créditos de ICMS. Desta forma altera-se os custos da inequação (7) conforme a inequação abaixo:

$$z_u \geq \sum_{ij \in UF^+(u)} \sum_{s \in S} m_{i,j}^s \cdot y_{ij}^s - \sum_{ij \in UF^-(u)} \sum_{s \in S} n_{i,j}^s \cdot y_{ij}^s - p_u, \forall u \in U \tag{10}$$

Onde:
$m_{i,j}^s = icms(i,j,s) - CredPres(i,j,s)$
$n_{i,j}^s = icms(i,j,s) \cdot (1 - ICMS[\%]anulacao_j^s)$
$p_u = ICMSCA_u$

4.6. DIFAL

Conforme descrito na seção **??**, o DIFAL é a diferença entre o ICMS interestadual e o ICMS interno do estado do destino. Desta forma, pode-se incluir o custo do difal na parcela $m_{i,j}^s$ da inequação (10):
$m_{i,j}^s = icms(i,j,s) - CredPres_{i,j,s} + difal(i,j,s)$
Onde:

$$difal(i,j,s) = icms(j,j,s) - icms(i,j,s) \tag{11}$$

A definição da função $icms(i,j,s)$ é dada em (5), na subseção 4.4.

4.7. ICMS-ST

O custo do ICMS-ST (Substituição Tributária do Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços), apesar de ser um imposto derivado do ICMS, não faz parte do saldo do ICMS. Por este motivo, ele não é associado à restrição (10), sendo incluído diretamente na função objetivo. Assim, adiciona-se o custo do ICMS-ST à constante b_{ij}^s da função objetivo (1), e a constante passa a ser defina como $b_{ij}^s = CVL_{ij} + icmsST(i,j,s)$. Como o ICMS-ST não é cobrado em todos os casos, a função $icmsST(i,j,s)$ retorna um custo 0 caso não haja incidência de ICMS-ST no arco (i,j) para o produto s. O cálculo da função $icmsST(i,j,s)$ é dado abaixo.

$$icmsST(i,j,s) = \begin{cases} \big(icmsbc(i,j,s) + ipi(i,j,s)\big) & \\ \cdot(1 + MVA_{ij}^s) \cdot ICMSSTalqt_{ij}^s & \text{, se há ICMS-ST} \\ -icms(i,j,s) & \\ & \\ 0 & \text{, se não há ICMS-ST} \end{cases} \tag{12}$$

$$icmsbc(i,j,s) = \frac{VP_{ij}^s}{(1 - ICMSalqt_{ij}^s - PISalqt^s - COFINSalqt^s)} \tag{13}$$

$$ipi(i,j,s) = icmsbc(i,j,s) \cdot IPIalqt^s \tag{14}$$

A função para o cálculo do ICMS-ST (12) é composta pela base de cálculo do ICMS (13), o custo do IPI (14), o MVA$_{ij}^s$ que é o percentual de Margem de Valor Agregado aplicado sobre o produto s para o arco (i,j), $ICMSalqt_{ij}^s$ que é a alíquota do ICMS no arco (i,j) para o produto s, e o $icms(i,j,s)$ que é o custo calculado do ICMS definido na função (5).

A base de cálculo do ICMS é definida na função (13) e é usada para o cálculo do ICMS, do ICMS-ST e do IPI. Ela é composta pelo VP^s_{ij} (Valor do Produto), a alíquota de ICMS, a alíquota do PIS, e a alíquota do CONFINS.

A equação (14) é o custo do IPI, que é calculado multiplicando-se a base de cálculo do ICMS com a alíquota do IPI.

4.8. Custos de aquisição de produtos

Os custo de aquisição podem variar de acordo com o fornecedor escolhido e com a rota em que o produto transita, uma vez que a rota influencia nos impostos a serem cobrados. Portanto, se faz necessária a inclusão dos custos de produto de acordo com a origem i e do ICMS cobrado na movimentação no arco (i, j).

Para auxiliar nos cálculos de aquisição de produto, defini-se as rotas onde há aquisição de produto como $AF = (i, j)|(i, j) \in A, (i, j)$ é uma rota de aquisição. O valor da produto s sem imposto, que passa pela arco (i, j) é definido como $VPij^s$, e o ICMS cobrado na rota é definido através da função $icms(i, j, s)$, que é definida em (5).

Posto isso, defini-se a função $custoAquisicao(i, j, s)$ como:

$$custoAquisicao(i,j,s) = \begin{cases} VP^s_{i,j} + icms(i,j,s) & \text{, se } (i,j) \in AF \\ \\ 0 & \text{, se } (i,j) \notin AF \end{cases} \tag{15}$$

5. Modelo de programação inteira proposto para o problema de Projeto de Rede de Cadeia de Suprimentos com Tributação.

Nesta seção é proposto um modelo de programação inteira para o problema de Projeto de Rede de Cadeia de Suprimentos com Tributação. A seção 5.1 define os dados e cálculos que serão usados no modelo e consolida os custos em um número menor de contantes, enquanto que a seção 5.2 define o modelo proposto.

5.1. Dados e cálculos de entrada

Nesta seção são apresentados os dados de entrada e seus respectivos cálculos. Os cálculos são demonstrados, para facilitar a compreensão, através de funções que recebem índices como entrada e retornam uma constante.

5.1.1. Dados para construção do grafo

$G = (V, A)$: Grafo orientado que define a rede.
$V = v|v$ é um vértice do grafo orientado G
$A = (i, j)|(i, j)$ é um arco que parte de i à $j, i \in V, j \in V$
$S = s|s$ é um produto que circula dentro da rede logística
$N^-(j) = i|(i, j) \in A, i \in V, j \in V$
$N^+(i) = j|(i, j) \in A, j \in V, k \in V$
$UF(u) = i|i$ é um vértice que está dentro da UF $u, i \in V$
$UF^-(u) = (i, j) \in A|i \in V, j \in UF(u), i \notin O(s) \forall s \in S.$
$UF^+(u) = (i, j) \in A|i \in UF(u), j \in V, j \notin D(s) \forall s \in S.$
$U = u|u$ é uma UF do Brasil.
$O(s) = i|i$ é um vértice de orige m e fornece o produto $s, i \in V$
$D(s) = i|i$ é um vértice de destino e consome o produto $s, i \in V$
o^s_i: quantidade do produto s fornecida pelo vértice de origem i.
d^s_i: quantidade do produto s consumida pelo vértice de destino i.

5.1.2. Dados de Custos Logísticos

CVL_{ij}: Custo Variável Logístico em relação ao fluxo do arco (i, j). Este custo pode ser de dois tipos: quando o arco representa uma rota, o custo relacionado ao arco é custo de frete; quando o arco representa uma instalação, o custo relacionado ao arco é o custo variável para o funcionamento da instação.

CFL_{ij}: Custo Fixo Logístico associado ao arco (i, j), se e somente se o arco possuir um fluxo positivo. O custo fixo é sempre relacionado ao funcionamento de uma instalação.

C_{ij}: Capacidade de fluxo do arco (i, j). A capacidade do arco não está relacionada à capacidade de transportes, mas sim à capacidade de expedição de uma instalação, e está diretamente relacionado ao custo fixo e ao porte da instalação.

5.1.3. Dados e Cálculos de Custos de ICMS

VP^s_{ij}: valor declarado do produto s saindo do vértice i em dirjeção ao vértice j.

$ICMSalqt^s_{ij}$: Alíquota de ICMS cobrada para a circulação do produto s saindo do vértice i em direção ao vértice j.

$ICMSalqtCredPres^s_{ij}$: Percentual de crédito presumido para o produto s saindo do vértice i em direção ao vértice j.

$PISalqt^s$: Alíquota de PIS para o produto s.

$COFINSalqt^s$: Alíquota de COFINS para o produto s.

$ICMS[\%]anulacao^s_j$: Percentual de anulação de crédito de ICMS para os produtos s que chegam ao vértice j.

$icms(i, j, s) = \frac{VP^s_{ij}}{(1-ICMSalqt^s_{ij}-PISalqt^s-COFINSalqt^s)} \cdot ICMSaliq^s_{ij}$

$CredPres(i, j, s) = \frac{VP^s_{ij}}{(1-ICMSalqt^s_{ij}-PISalqt_s-COFINSalqt^s)} \cdot ICMSalqtCredPres^s_{ij}$

$difal(i, j, s) = icms(j, j, s) - icms(i, j, s)$

$ICMSCA_u$ = Valor de crédito acumulado de ICMS na UF u, que pode ser utilizado, na UF u. Esse valor é referente ao acumulado de crédito de ICMS da operação em períodos anteriores ao período do cenário base.

5.1.4. Dados e Cálculos de Custos de ICMS-ST

MVA$_{ijs}$: percentual de Margem de Valor Agregado aplicado sobre o produto s com origem i e destino j.

$IPIalqt^s$: Alíquota de IPI do produto s.

$ipi(i, j, s) = \frac{VP^s_{ij}}{(1-ICMSalqt^s_{ij}-PISalqt^s-COFINSalqt^s)} \cdot IPIalqt^s$

$icmsbc(i, j, s) = \frac{VP^s_{ij}}{(1-ICMSalqt^s_{ij}-PISalqt^s-COFINSalqt^s)}$

$$icmsST(i, j, s) = \begin{cases} \big(icmsbc(i, j, s) + ipi(i, j, s)\big) \\ \cdot(1 + MVA^s_{ij}) \cdot ICMSalqt^s_{ij} & \text{, se há ICMS-ST} \\ -icms(i, j, s) \\ \\ 0 & \text{, se não há ICMS-ST} \end{cases} \quad (16)$$

5.1.5. Dados e Cálculos de Custos de Aquisição

$AF = (i, j)|(i, j) \in A, (i, j)$ é um arco de aquisição.

$VP^s_{i,j}$: valor do produto s na movimentação realizada no arco (i, j).

icms(i,j,s): função definida em (5).

$$custoAquisicao(i,j,s) = \begin{cases} VP^s_{i,j} + icms(i,j,s) & \text{, se } (i,j) \in AF \\ \\ 0 & \text{, se } (i,j) \notin AF \end{cases} \tag{17}$$

5.1.6. Custos Consolidados para F.O.

$a_{i,j} = CFL_{ij}$
$b^s_{i,j} = CVL_{ij} + icmsST(i,j,s) + custosFornecimento(i,j,s)$
$c_{i,j} = c_{ij}$
$m^s_{i,j} = icms(i,j,s) - CredPres(i,j,s) + difal(i,j,s)$
$n^s_{i,j} = icms(i,j,s) \cdot (1 - ICMS[\%]anulacao^s_j)$
$p_u = ICMSCA_u$

5.2. Modelo de Programação Inteira

x_{ij}: variável que define se o arco (i,j) foi utilizado pela rede, assumindo valor 1 quando o arco for utilizado, e 0 quando não for.

y^s_{ij}: fluxo do produto s que parte do vértice i em direção ao vértice j

z_u: variável auxiliar para minimizar o saldo de ICMS para cada UF $u \in U$.

Função objetivo:

$$min \sum_{(i,j)\in A} a_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_{(i,j)\in A} \sum_{s \in S} b^s_{i,j} \cdot y^s_{ij} + \sum_{u \in U} z_u \tag{18}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in N^+(j)} y^s_{ji} - \sum_{i \in N^-(j)} y^s_{ij} = \begin{cases} -o^s_j & \text{, se } j \in O(s) \\ d^s_j & \text{, se } j \in D(s) \\ 0 & \text{, para os demais casos} \end{cases} \quad , \forall j \in V, s \in S \tag{19}$$

$$\sum_{s \in S} y^s_{ij} \leq c_{ij} \cdot x_{ij} \quad , \forall (i,j) \in A \tag{20}$$

$$z_u \geq \sum_{ij \in UF^-(u)} \sum_{s \in S} m^s_{i,j} \cdot y^s_{ij} - \sum_{ij \in UF^+(u)} \sum_{s \in S} n^s_{i,j} \cdot y^s_{ij} - p_u \quad , \forall u \in U \tag{21}$$

$$x^s_{ij} \in 0, 1 \tag{22}$$

$$y^s_{ij} \in \mathbb{R} \quad , y^s_{ij} > 0 \tag{23}$$

$$z_u \in \mathbb{R} \quad , z_u > 0 \tag{24}$$

A inequação (19) garante que o balanço de massa entre os fluxos seja respeitado em cada vértice e para todos os produtos que passam por aquele vértice. A inequação (20) garante que os fluxos respeitem as capacidades dos arcos, e proíbem que exista fluxo em algum arco não atribuído pelo desenho da rede.

A inequação (21) calcula o saldo devido de ICMS para cada UF e, como $z_u \in \mathbb{R}^+$, o saldo de ICMS será sempre positivo e portanto um custo na função objetivo.

Referências

Chopra, S. e Meindl, P. (2012). *Gestão da Cadeia de Suprimentos: estratégia, planejamento e operações*. Pearson Education do Brasil, 4ª edition.

Magnanti, T. L. e Wong, R. T. (1984). Network design and transportation planning: Models and algorithms. *Transportation Science*, 18(1):1–55. URL https://doi.org/10.1287/trsc.18.1.1.