



## **TALLER 2 – VARIABLE ALEATORIA DISCRETA**

### **ACTIVIDAD**

Solucionar a mano y usando Python, los problemas que le sean asignados en clase.

### **PROBLEMAS**

#### **Distribución binomial**

1. Recientemente, un enfermero comentó que cuando un paciente llama a la línea de asesoramiento médico para decir que tiene gripe, la probabilidad de que realmente la tenga (y no solo un desagradable resfriado) es solo del 4 %. De los siguientes 25 pacientes que llaman para decir que tienen gripe, nos interesa saber cuántos realmente la tienen. Teniendo en cuenta información anterior responda:
  - a. Defina la variable aleatoria y enumere sus posibles valores.
  - b. Indique la distribución de **X**. Es decir, determine los parámetros de la distribución.
  - c. Calcule la probabilidad de que, al menos, cuatro de los 25 pacientes tengan realmente gripe. (**Rta:** 0.0165).
  - d. En promedio, por cada 25 pacientes que llaman, ¿cuántos espera que tengan gripe?
2. Las personas que acuden a los videoclubs suelen alquilar más de un DVD a la vez. La distribución de probabilidad de los alquileres de DVD por cliente en Video To Go es mostrada en la siguiente tabla.

$x$	$P(x)$
0	0.03
1	0.50
2	0.24
3	
4	0.07
5	0.04

En esta tienda hay un límite de cinco videos por cliente, por lo que nadie alquila nunca más de cinco DVD.

- a. Describa la variable aleatoria **X** con palabras.
  - b. Cuáles son los parámetros de la distribución.
  - c. Calcule la probabilidad de que un cliente alquile tres DVD. (**Rta:** 0.12).
  - d. Calcule la probabilidad de que un cliente alquile al menos cuatro DVD. (**Rta:** 0.11).
  - e. Calcule la probabilidad de que un cliente alquile como máximo dos DVD. (**Rta:** 0.77).
3. Más del 96 % de los institutos universitarios y universidades más grandes (más de 15.000 inscritos en total) tienen alguna oferta en línea. Supongamos que se eligen al azar 13 de estas instituciones. Nos interesa el número de los que ofrecen cursos a distancia.
  - a. Describa la variable aleatoria **X** con palabras.

- b. Enumere los valores que puede tomar  $X$ .
- c. Cuáles son los parámetros de la distribución.
- d. En promedio, ¿cuántas escuelas espera que ofrezcan este tipo de cursos? (**Rta:** 12.48).
- e. Calcule la probabilidad de que como máximo diez ofrezcan esos cursos. (**Rta:** 0.0135).
- f. ¿Es más probable que 12 o 13 ofrezcan estos cursos? Utilice los números para justificar su respuesta numéricamente y responda con una oración completa. (**Rta:**  $P(x = 12) = 0.3186$ ,  $P(x = 13) = 0.5882$ ).

### Distribución Geométrica

4. Supongamos que la probabilidad de que un adulto en Estados Unidos vea el supertazón es del 40 %. Cada persona se considera independiente. Nos interesa saber el número de adultos en Estados Unidos que debemos encuestar hasta hallar uno que vea el supertazón.
  - a. Defina la variable aleatoria  $X$  en palabras.
  - b. Enumere los valores que puede tomar  $X$ .
  - c. Cuáles son los parámetros de la distribución.
  - d. ¿A cuántos adultos en Estados Unidos espera encuestar hasta hallar uno que vea el supertazón? (**Rta:** 2.5).
  - e. Calcule la probabilidad de que deba preguntar a siete personas. (**Rta:** 0.0187).
  - f. Calcule la probabilidad de que deba preguntar a tres o cuatro personas. (**Rta:** 0.2304).
5. En uno de sus catálogos de primavera, L. L. Bean anunciaba calzado en 29 de las 192 páginas de su catálogo. Supongamos que tomamos al azar 20 páginas. Nos interesa el número de páginas que anuncian calzado. Cada página puede ser elegida más de una vez.
  - a. Defina la variable aleatoria  $X$  en palabras.
  - b. Enumere los valores que puede tomar  $X$ .
  - c. Cuáles son los parámetros de la distribución.
  - d. ¿Cuántas páginas espera que anuncien calzado? (**Rta:** 3.02)
  - e. ¿Es probable que las veinte anuncien calzado en ellas? ¿Por qué sí o por qué no? (**Rta:** No)
  - f. ¿Cuál es la probabilidad de que menos de diez anuncien calzado en ellas? (**Rta:** 0.9997)
6. Según un reciente sondeo de Pew Research, el 75 % de los millennials (personas nacidas entre 1981 y 1995) tienen un perfil en una red social. Supongamos que  $X$  = el número de millennials a quienes pregunta hasta hallar una persona sin perfil en una red social.
  - a. Describa la distribución de  $X$ . Es decir, cuáles son los parámetros de esta.
  - b. Calcule (i) la media y (ii) la desviación típica de  $X$ . (**Rta:** media = 4; desviación típica = 3.4641).
  - c. ¿Cuál es la probabilidad de que haya que preguntar a diez personas para hallar a una persona sin red social? (**Rta:**  $P(x = 10) = 0.0188$ ).
  - d. ¿Cuál es la probabilidad de que haya que preguntar a 20 personas para hallar a una persona sin red social? (**Rta:**  $P(x = 20) = 0.0011$ ).
  - e. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que preguntar a un máximo de cinco personas? (**Rta:**  $P(x \leq 5) = 0.7627$ ).

### Distribución Hipergeométrica

7. En uno de sus catálogos de primavera, L. L. Bean anunciaba calzado en 29 de las 192 páginas de su catálogo. Supongamos que tomamos al azar 20 páginas. Nos interesa el número de páginas que anuncian calzado. Cada página puede ser elegida como máximo una vez.
  - a. Defina la variable aleatoria **X** en palabras.
  - b. Enumere los valores que puede tomar **X**.
  - c. Cuáles son los parámetros de la distribución.
  - d. ¿Cuántas páginas espera que anuncien calzado? (**Rta:** 3.03).
  - e. Calcule la desviación típica. (**Rta:** 1.5197).
  
8. Supongamos que nueve atletas de Massachusetts tienen previsto aparecer en un acto benéfico. Los nueve son elegidos al azar entre ocho voluntarios de los Boston Celtics y cuatro de los New England Patriots. Nos interesa el número de Patriots elegidos.
  - a. Defina la variable aleatoria **X** en palabras.
  - b. Enumere los valores que puede tomar **X**.
  - c. Cuáles son los parámetros de la distribución.
  - d. ¿Elige a los nueve atletas con o sin reemplazo? (**Rta:** Sin reemplazo)

### Distribución de Poisson

9. La central de llamadas de un despacho de abogados de Minneapolis recibe un promedio de 5.5 llamadas telefónicas durante el mediodía de los lunes. La experiencia demuestra que el personal actual puede atender hasta seis llamadas en una hora. Supongamos que **X** = el número de llamadas recibidas a mediodía.
  - a. Calcule la media y la desviación típica de **X**. (**Rta:** media = 5.5; desviación típica = 2.3452)
  - b. ¿Cuál es la probabilidad de que el despacho reciba como máximo seis llamadas el lunes a mediodía? (**Rta:**  $P(x \leq 6) = 0.6860$ )
  - c. Calcule la probabilidad de que el despacho de abogados reciba seis llamadas a mediodía. ¿Qué significa esto para el personal del despacho de abogados que recibe, en promedio, 5.5 llamadas telefónicas al mediodía? (**Rta:** 15.7 %)
  - d. ¿Cuál es la probabilidad de que el despacho reciba más de ocho llamadas al mediodía? (**Rta:**  $P(x > 8) = 0.1056$ )
  
10. El promedio de hijos que tiene una española a lo largo de su vida es de 1,47. Supongamos que se elige al azar una española.
  - a. Defina la variable aleatoria **X** en palabras.
  - b. Enumere los valores que puede tomar **X**.
  - c. Cuáles son los parámetros de la distribución.
  - d. Calcule la probabilidad de que no tenga hijos. (**Rta:** 0.2299)
  - e. Calcule la probabilidad de que tenga menos hijos que el promedio de españolas. (**Rta:** 0.5679)
  - f. Calcule la probabilidad de que tenga más hijos que el promedio de españolas. (**Rta:** 0.4321)
  
11. La probabilidad de tener suerte adicional debido a una galleta de la fortuna es de un 3 % aproximadamente. Dada una bolsa de 144 galletas de la fortuna, nos interesa saber el número de galletas con suerte adicional. Se pueden utilizar dos distribuciones (¿Cuáles son?) para resolver este problema, pero solo use una.
  - a. Defina la variable aleatoria **X** en palabras.

- b. Enumere los valores que puede tomar X.
  - c. Cuáles son los parámetros de la distribución elegida.
  - d. ¿Cuántas galletas esperamos que tengan suerte adicional? (**Rta:** 4.32).
  - e. Calcule la probabilidad de que ninguna de las galletas tenga suerte adicional. (**Rta:** 0.0124 o 0.0133).
  - f. Calcule la probabilidad de que más de tres tengan suerte adicional. (**Rta:** 0.6300 o 0.6224).
- 12.** La posibilidad de una auditoría del Servicio de Impuestos Internos (Internal Revenue Service, IRS) para una declaración de impuestos con más de 25.000 dólares de ingresos es de alrededor del 2 % al año. Supongamos que se eligen al azar 100 personas con declaraciones de impuestos superiores a 25.000 dólares. Nos interesa el número de personas auditadas en un año. Use una distribución de Poisson para responder las siguientes preguntas.
- a. Defina la variable aleatoria X en palabras.
  - b. Enumere los valores que puede tomar X.
  - c. Defina los parámetros de la distribución
  - d. ¿Cuántos se espera que se hayan auditado? (**Rta:** 2).
  - e. Calcule la probabilidad de que nadie haya sido auditado. (**Rta:** 0.1353).
  - f. Calcule la probabilidad de que, al menos, tres hayan sido auditados. (**Rta:** 0.3233).

### Referencias

Los anteriores ejercicios tomados del capítulo 4 libro **Introducción a la estadística** de Openstax ([link](#))