20/10/2023 - Procesos estocasticos.

Formulas:

FDP: $f(x)$

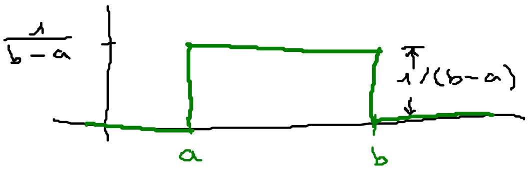
FDA: $F(x)$

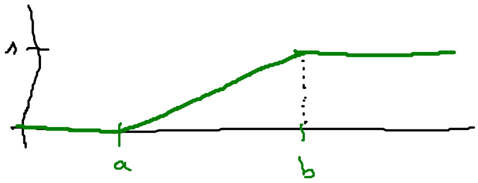
$$\boxed{P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x)\,dx}$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$$

$$\boxed{P(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a)}$$

Función uniforme: $X \sim U(a,b)$





$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & ; \ a \leq x \leq b \\ 0 & ; \ eoc \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; \ x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \ a \leq x \leq b \\ 1 & ; \ x > b \end{cases}$$

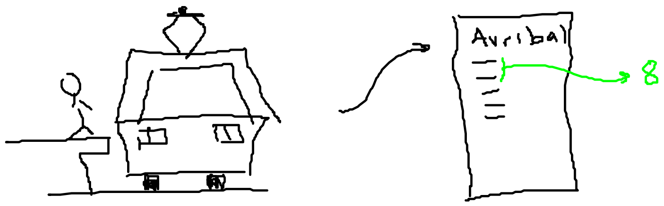
$$\mu_x = E(X) = \frac{b+a}{2} \checkmark$$

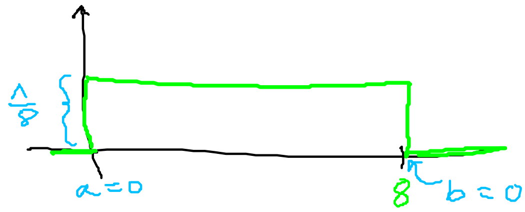
$$\sigma_x^2 = VAR(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$$\sigma_x = \sqrt{VAR(X)} = \frac{(b-a)}{\sqrt{12}}$$

3. Se supone que el Sky Train llega cada ocho minutos desde la terminal hasta el centro de alquiler de automóviles y el estacionamiento de larga duración. Se sabe que los tiempos de espera del tren siguen una distribución uniforme.

- **a.** ¿Cuál es el tiempo promedio de espera (en minutos)? (**Rta**: 4)
- **b.** Halle el percentil 30 de los tiempos de espera (en minutos).
- **c.** ¿Cuál es la probabilidad de esperar más de siete minutos dado que una persona ha esperado más de cuatro minutos? (**Rta**: 0.25)



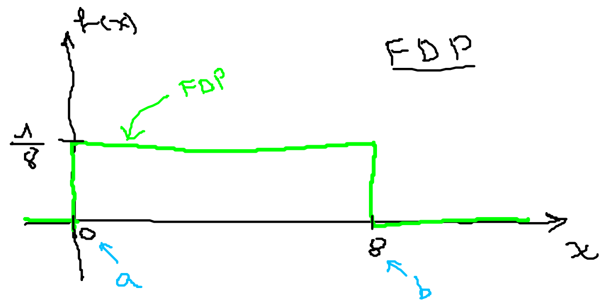


X: tiempo de llegada del tren sky Train

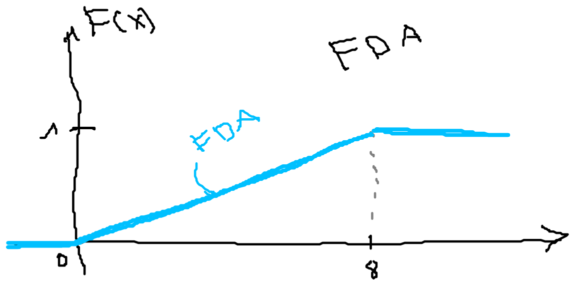
$a=0$
$b=8$ $\longrightarrow$ $X \sim U(a=0, b=8)$

Dibujar las Funciones FDP y FDA:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} ; & si \ 0 \leq x \leq 8 \\ 0 ; & e\,o\,c \end{cases}$$

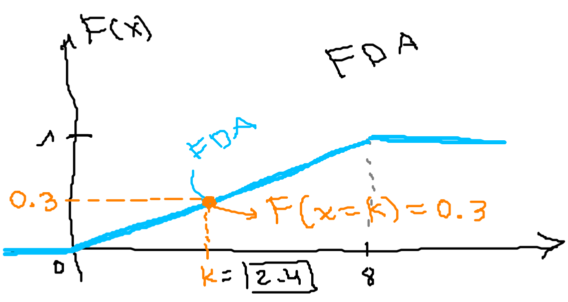


$$F(x) = \begin{cases} 0 ; & si \quad x < 8 \\ \frac{x}{8} ; & si \quad 0 \leq x < 8 \\ 1 ; & si \quad x > 8 \end{cases}$$



a. $\mu_X = \frac{a+b}{2} = \frac{0+8}{2} = 4$

b. $k = ?$ $\longrightarrow$ $F(k) = 0.3$ $\quad (P(X \leq k) = 0.3)$



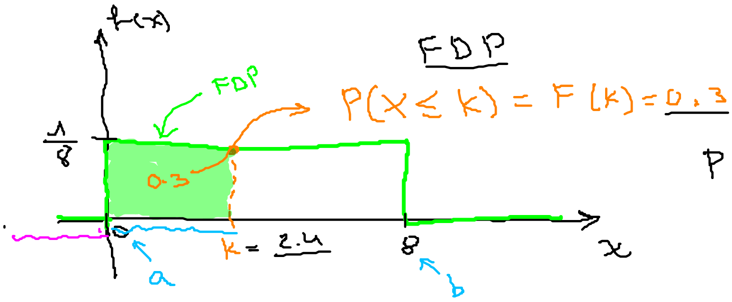
En k: $F(x) = \frac{x}{8}$

$F(k) = 0.3$

$\frac{k}{8} = 0.3$

$k = (0.3)(8)$

$k = 2.4$



$$P(X \leq k) = F(k) = \int_{-\infty}^{k} f(x)\,dx$$

$$0.3 = \left[\int_{-\infty}^{0} \cancel{0}\,dx + \int_{0}^{k} \frac{1}{8}\,dx\right]$$

$$0.3 = \frac{1}{8}x\Big|_{0}^{k}$$

$$0.3 = \frac{1}{8}k \rightarrow k = 2.4$$

c. $X \sim U(a=0, b=7)$

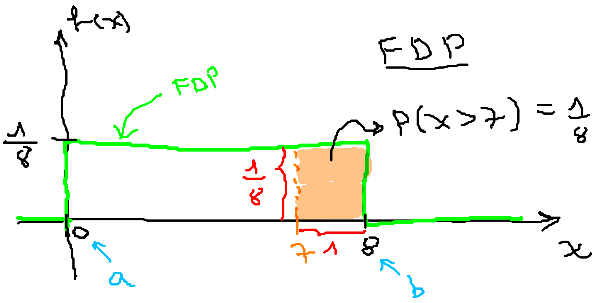
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

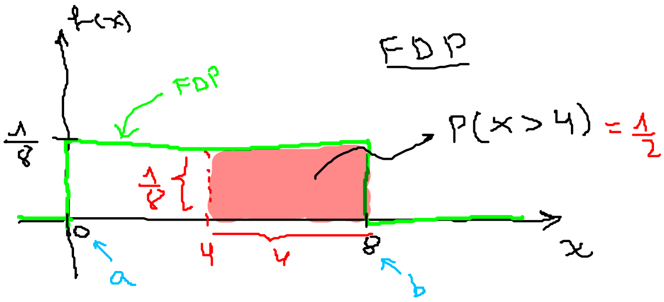
A: Esperar mas de 7 min $\longrightarrow$ A: $X > 7$

B. Esperar mas de 4 min $\longrightarrow$ B: $X > 4$

$\Big\}\ P(X>7 | X>4)$

$$P(X>7 | X>4) = \frac{P((X>7) \cap (X>4))}{P(X>4)} = \frac{P(X>7)}{P(X>4)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} = 0.25$$





$$P(X>7) = \int_{7}^{\infty} f(x)\,dx$$

$$= \int_{7}^{8} \frac{1}{8}\,dx + \int_{8}^{\infty} 0\,dx$$

$$= \frac{1}{8}x\Big|_{7}^{8} = \frac{1}{8}$$

$$P(X>4) = \int_{4}^{\infty} f(x) = \int_{4}^{8} \frac{1}{8}\,dx = \frac{1}{2}$$

$$P(X>7 \mid X>4) = \frac{P((X>7)\cap(X>4))}{P(X>4)} = \frac{P(X>7)}{P(X>4)} = \frac{1-P(X\leq 7)}{1-P(X\leq 4)}$$

$$= \frac{1-F(7)}{1-F(4)} = \frac{1-\frac{7}{8}}{1-\frac{4}{8}}$$

$$= \frac{\frac{1}{8}}{\frac{4}{8}} = \frac{1}{4} = 0.25$$

Recordar que:

$0 \leq x \leq 8 \rightarrow F(x) = \frac{x}{8}$ ✓