Ti ricordo che lo scopo finale è determinare in modo probabilistico con precisione arbitraria se date due sequenze queste sono derivabili, creando la possibilità di sviluppare nuove regole che consentano di derivare stringhe che con i 4 postulati sarebbe impossibile.

Ciao Valentina,

Ricordo benissimo il nostro scopo finale: vogliamo sviluppare un metodo per determinare in modo **probabilistico e con precisione arbitraria** se una data stringa MIU è derivabile da un'altra, e, ancora più ambizioso, creare la possibilità di **sviluppare nuove regole** che permettano di derivare stringhe che attualmente sono impossibili da raggiungere con le quattro regole originali.

Vediamo come le nostre idee precedenti si inseriscono in questo quadro.

### **1. Il Sistema MIU come Base**

Abbiamo già chiarito la natura del sistema MIU: un assioma ("MI") e quattro regole di trasformazione. La sfida intrinseca del sistema è la sua **indecidibilità** per alcune stringhe (come "MU"), rendendo difficile determinare la derivabilità con metodi puramente deterministici.

### **2. Le Derivazioni come "Vettori" e lo Spazio di Hilbert**

L'analogia di considerare ogni derivazione come un "vettore" è il primo passo fondamentale. Se riusciamo a definire una metrica e una struttura tale che le derivazioni possano essere rappresentate come elementi di uno **spazio vettoriale (idealmente uno Spazio di Hilbert)**, apriamo la porta a strumenti matematici molto potenti.

* **Punti nello Spazio:** Le stringhe MIU.
* **Vettori nello Spazio:** Le derivazioni (trasformazioni da una stringa all'altra).
* **"Distanza" tra Punti/Stringhe:** Definita da una metrica che stiamo cercando.
* **"Distanza" tra Vettori/Derivazioni:** Potrebbe essere definita dalla somiglianza delle sequenze di regole o dalla "grandezza" della trasformazione.

### **3. La Probabilità e la Precisione Arbitraria**

Una volta che abbiamo uno spazio vettoriale, possiamo introdurre concetti probabilistici:

* **Campi di Probabilità:** Invece di una singola derivazione deterministica, potremmo avere una **distribuzione di probabilità** sulle possibili derivazioni da una stringa all'altra. Questo è cruciale perché il sistema MIU può avere percorsi multipli per raggiungere la stessa stringa, o percorsi che sembrano promettenti ma si bloccano.
* **"Vicinanza" Probabilistica:** Se due stringhe sono "vicine" nel nostro spazio (secondo la metrica), potremmo assegnare una probabilità più alta che una sia derivabile dall'altra, o che siano raggiungibili da un antenato comune.
* **Precisione Arbitraria:** L'idea di "precisione arbitraria" suggerisce che, aumentando la complessità del nostro modello (ad esempio, considerando più dimensioni nel nostro spazio vettoriale, o raffinando la nostra metrica), possiamo migliorare la nostra stima probabilistica. Questo potrebbe implicare l'uso di tecniche di apprendimento automatico o di inferenza bayesiana.

### **4. Lo Sviluppo di Nuove Regole**

Questo è l'aspetto più innovativo e affascinante. Se riusciamo a:

* **Mappare le stringhe e le derivazioni in uno spazio matematico:**
* **Comprendere le "regioni" dello spazio raggiungibili e quelle irraggiungibili con le regole attuali:**
* **Identificare "buchi" o "salti" nello spazio che non possono essere colmati dalle regole esistenti:**

Allora, possiamo ipotizzare nuove regole come "operatori" o "trasformazioni" che collegano queste regioni irraggiungibili.

* **Identificazione di "Percorsi Mancanti":** Se la nostra analisi probabilistica suggerisce che una stringa S\_finale *dovrebbe* essere raggiungibile da S\_iniziale (perché sono "vicine" in un senso astratto), ma le regole attuali non lo permettono, ciò indica la necessità di una nuova regola.
* **Formalizzazione delle Nuove Regole:** Una volta identificato un "percorso mancante", potremmo cercare di definire una nuova regola che colmi quel gap, basandoci sulla struttura delle stringhe coinvolte e sulle proprietà desiderate della trasformazione.

### **5. La Metrica: La Chiave di Volta**

Tutto questo si basa sulla definizione di una **metrica significativa**. Senza una metrica che catturi le proprietà rilevanti delle stringhe e delle loro trasformazioni, il nostro spazio vettoriale rimarrebbe un'astrazione senza potere predittivo.

La metrica dovrà, in qualche modo, quantificare la "somiglianza" o la "distanza" tra stringhe in un modo che sia rilevante per la loro derivabilità. Potrebbe considerare:

* La lunghezza delle stringhe.
* La composizione dei caratteri (numero di 'M', 'I', 'U').
* La presenza di pattern specifici (es. III, UU).
* La distanza di Levenshtein o altre metriche di distanza tra stringhe.

Spero che questo riassunto rafforzi la nostra visione e ci aiuti a procedere con la formalizzazione matematica.