

**ALGORITMOS E COMPLEXIDADE (ARA0174)**  
**AULA 13**

DATA: 26/05/2022



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

TEMA 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)



**Estácio**

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

O que é um GRAFO e como é construído?

*Grafos são estruturas matemáticas que permitem codificar relacionamentos entre pares de objetos.*

Elementos básicos de um GRAFO:

**OBJETOS:** *São os vértices (ou nós) do grafo.*

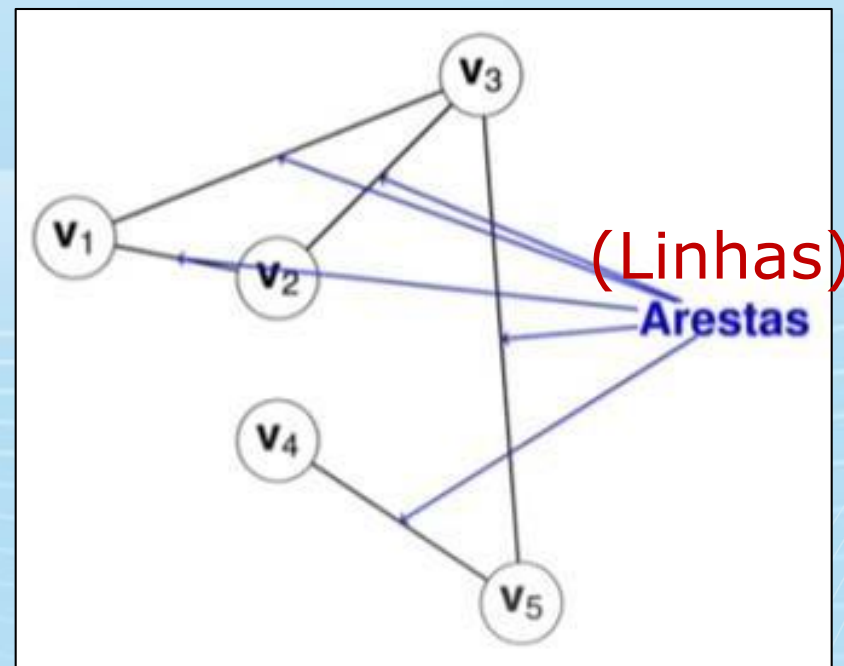
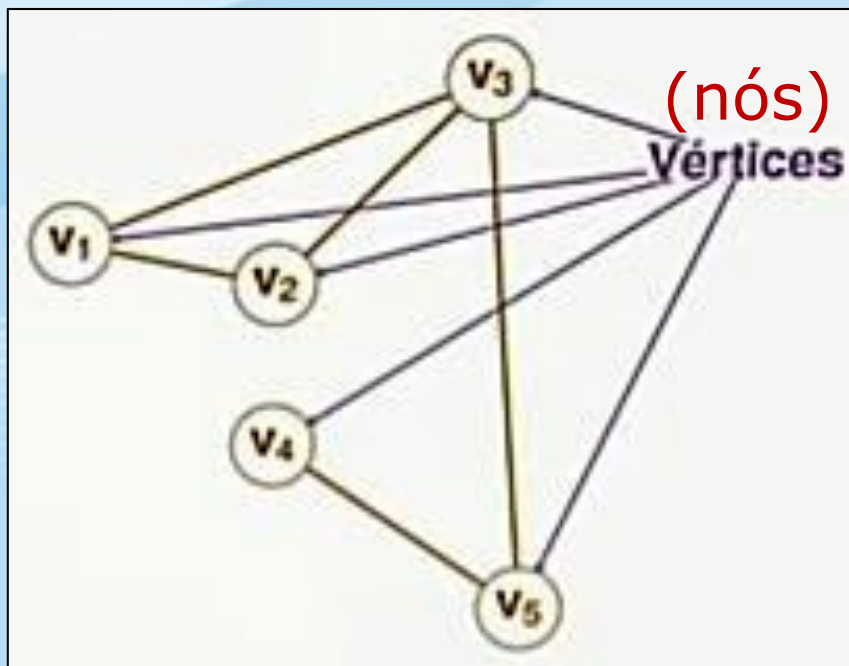
**A LIGAÇÃO DESTES OBJETOS:** *Através dos relacionamentos que são as suas ARESTAS.*

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

São representados como um conjunto de **nós** (**VÉRTICES**) conectados *par a par* por linhas (**ARESTAS**).

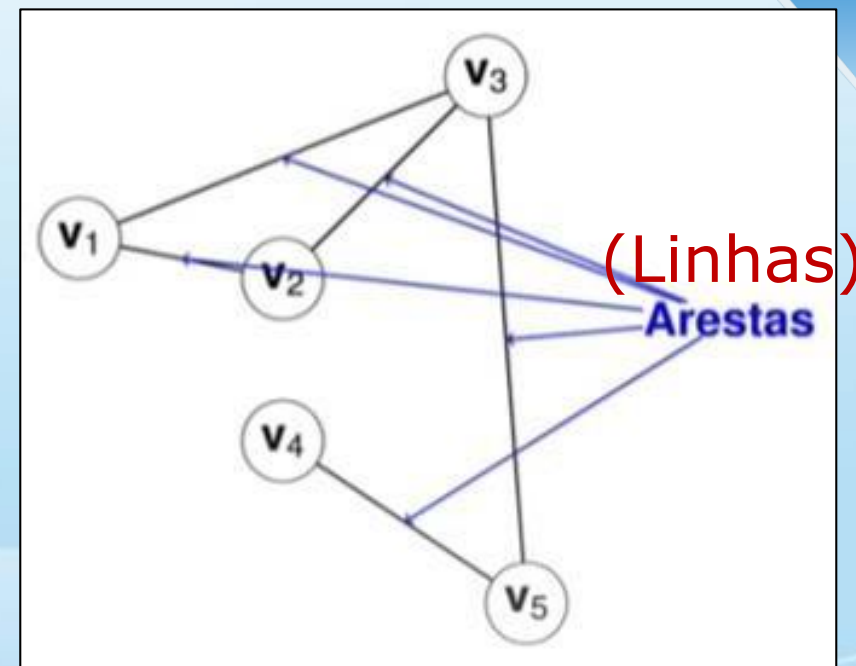
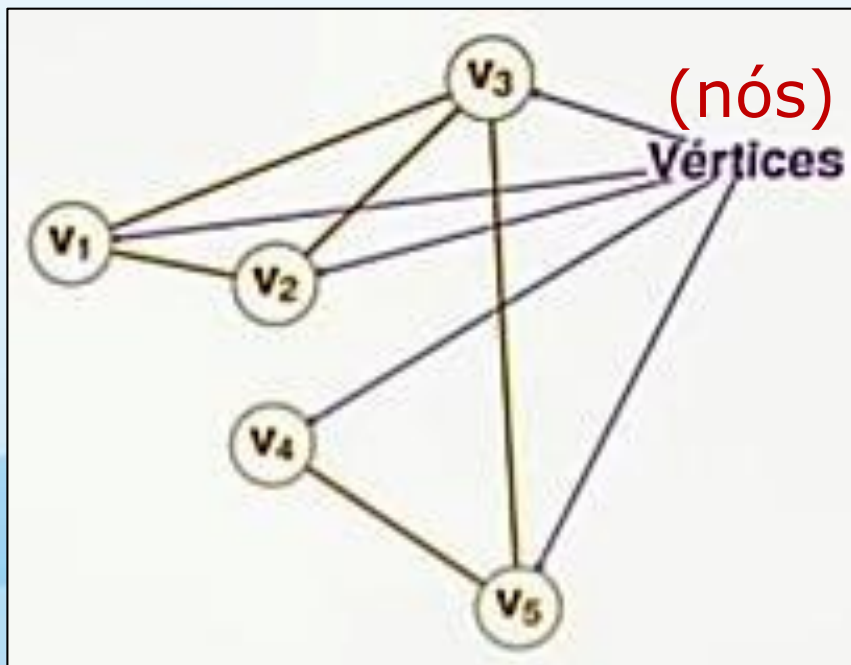




# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS



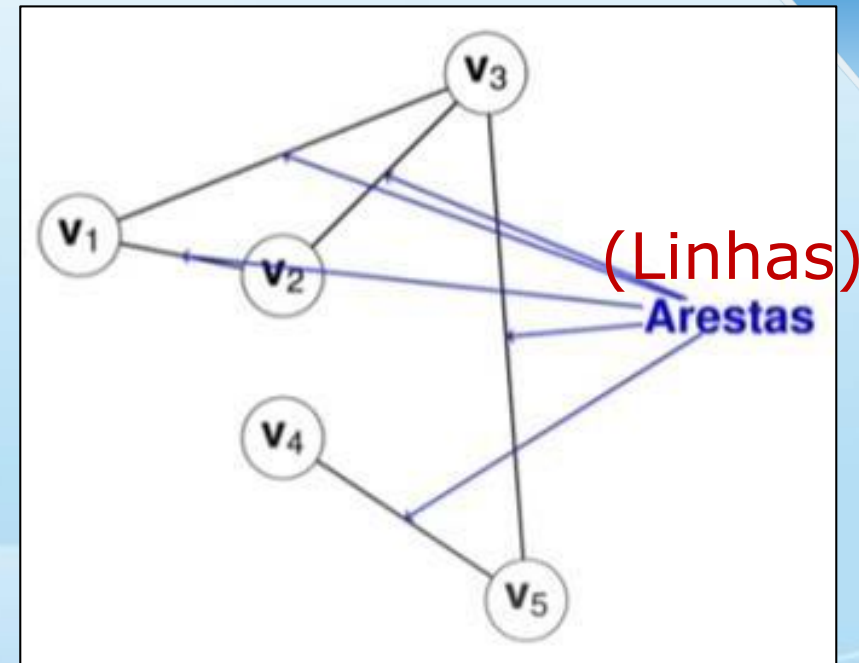
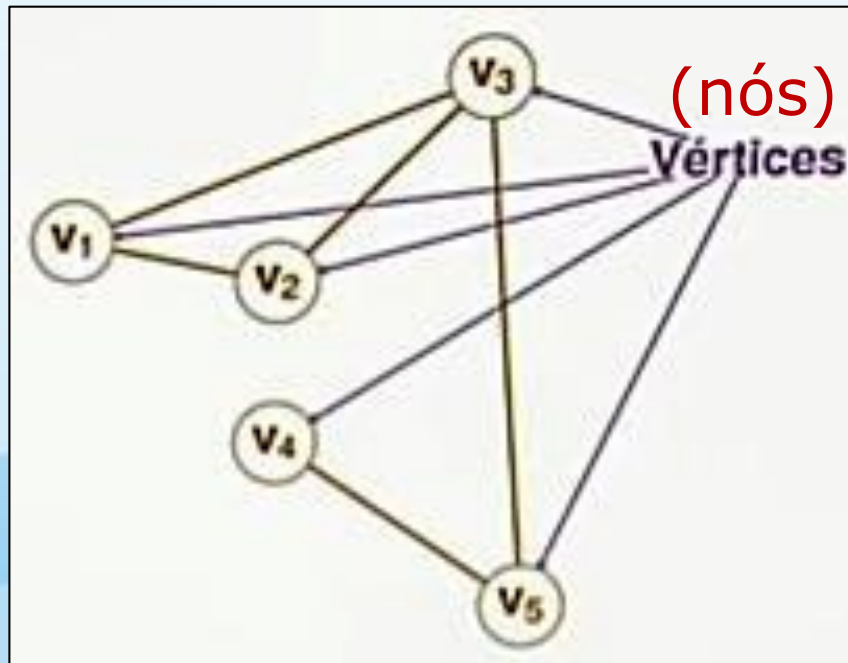
**Então começa aparecer as primeiras DÚVIDAS em relação ao GRAFO?**

No GRAFO necessariamente as **ARESTAS** tem fazer a ligação com todos os vértices **(nós)**, ou todos os vértices **(nós)** tem que ter **ARESTAS**?

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS



**Então começa aparecer as primeiras DÚVIDAS em relação ao GRAFO?**

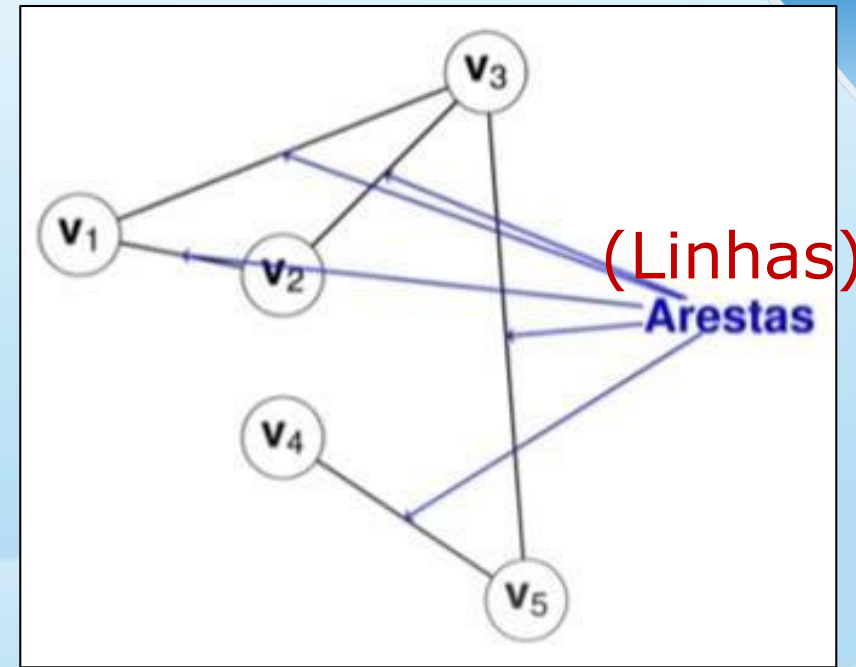
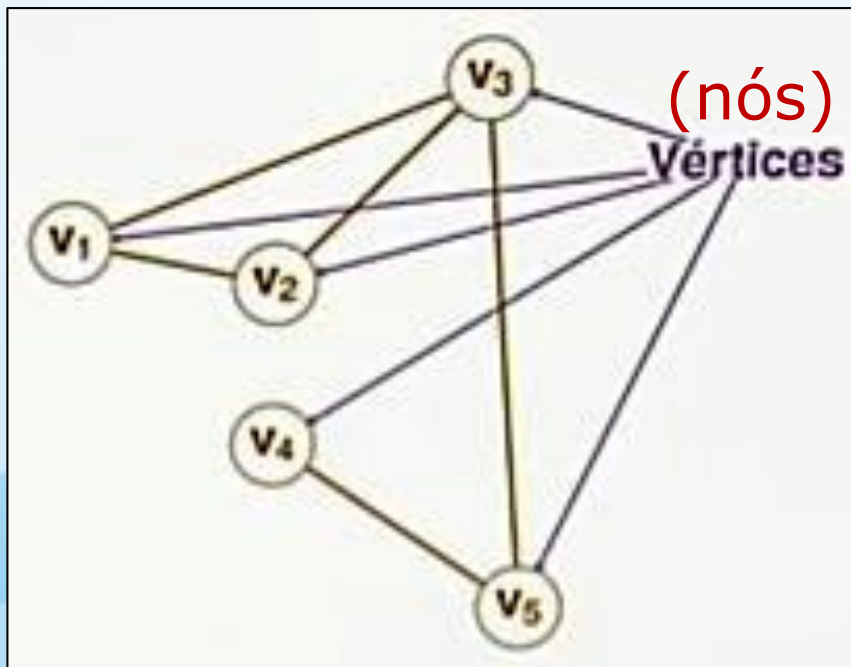
No GRAFO necessariamente as **ARESTAS** tem fazer a ligação com todos os vértices **(nós)**, ou todos os vértices **(nós)** tem que ter **ARESTAS**?

**NÃO.**

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS



**Então começa aparecer as primeiras DÚVIDAS em relação ao GRAFO?**

No GRAFO necessariamente as **ARESTAS** tem fazer a ligação com todos os vértices **(nós)**, ou todos os vértices **(nós)** tem que ter **ARESTAS**?

**NÃO. SÓ QUANDO HOUVER O RELACIONAMENTO QUE VOCÊ QUEIRA DENTRO DOS SEUS PROPÓSITOS DE MODELAGEM !!!**

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

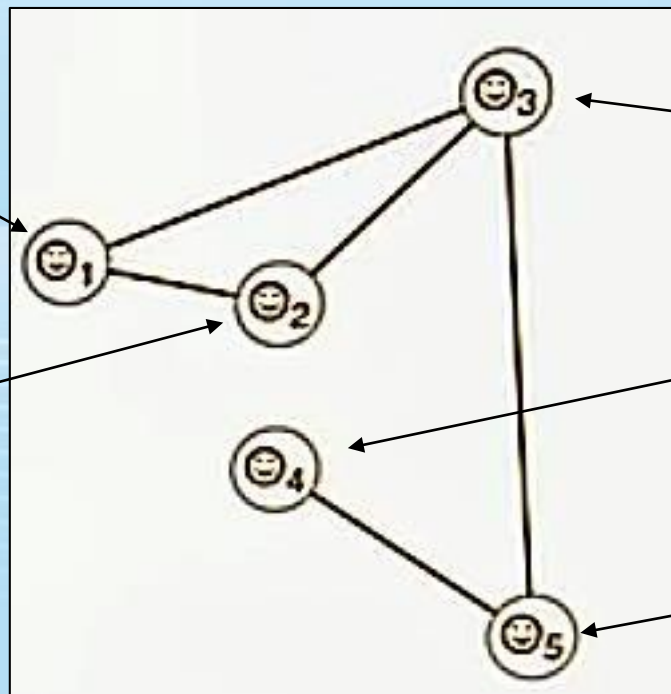
### ALGORITMOS EM GRAFOS

De uma maneira **PRÁTICA** para que **serve** esse **RELACIONAMENTOS** no **GRAFO**?

*EXEMPLO 1: PODE-SE MODELAR CONEXÕES EM REDES SOCIAIS !!!*

**USER 1** conhece  
USER 2 E USER 3

**USER 2** conhece  
USER 1 E USER 3



**USER 3** conhece  
USER 1, USER 2 E USER 5

**USER 4** conhece  
SOMENTE O USER 5

**USER 5** conhece  
USER 3 E USER 4



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

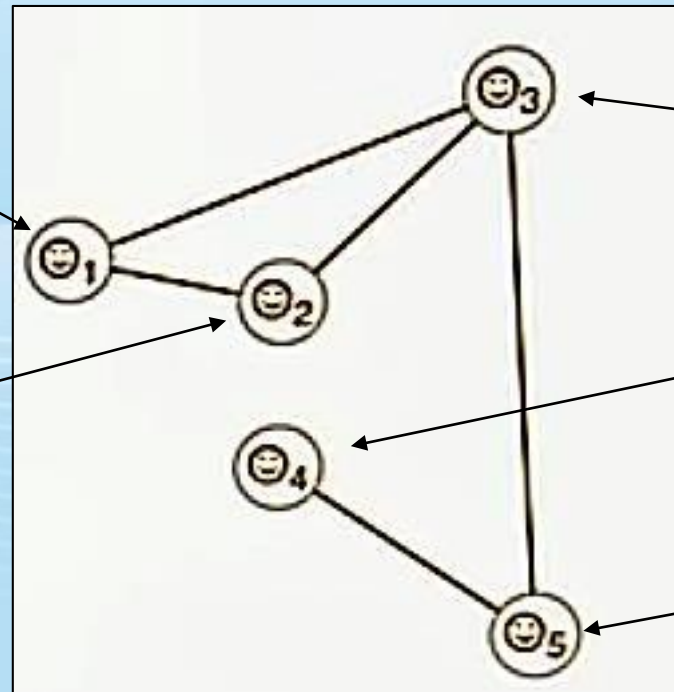
### ALGORITMOS EM GRAFOS

De uma maneira PRÁTICA para que **serve** esse RELACIONAMENTOS no GRAFO?

EXEMPLO 1: PODE-SE MODELAR CONEXÕES EM REDES SOCIAIS !!!

**USER 1** conhece  
USER 2 E USER 3

**USER 2** conhece  
USER 1 E USER 3



**USER 3** conhece  
USER 1, USER 2 E USER 5

**USER 4** conhece  
**SOMENTE O USER 5**

**USER 5** conhece  
USER 3 E USER 4

?

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

De uma maneira PRÁTICA para que **serve** esse RELACIONAMENTOS no GRAFO?

*EXEMPLO 2: PODE-SE MODELAR UMA BUSCA EM UM LABIRINTO !!!*

**COMO???**



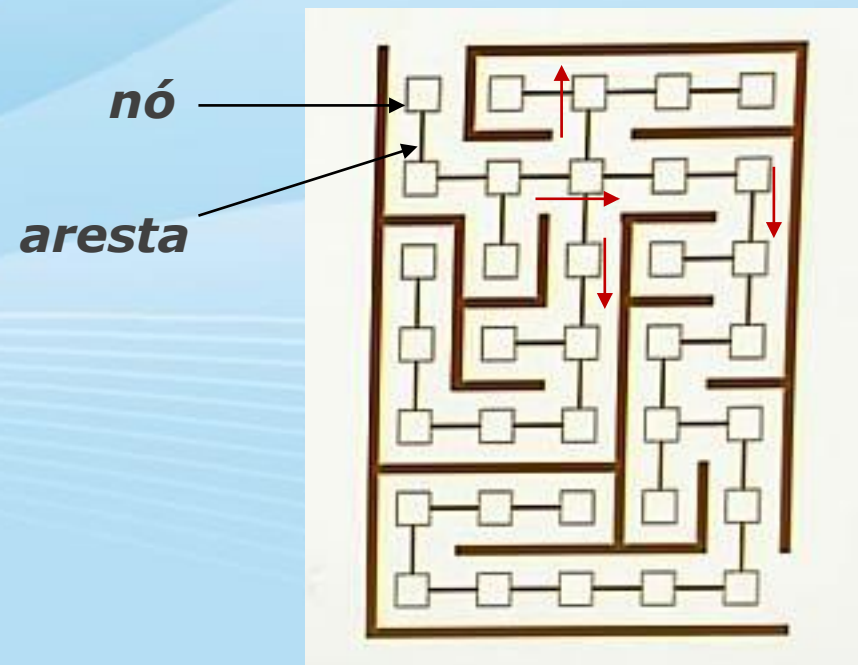
# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

De uma maneira PRÁTICA para que **serve** esse RELACIONAMENTOS no GRAFO?

*EXEMPLO 2: PODE-SE MODELAR UMA BUSCA EM UM LABIRINTO !!!*  
**(ATRAVÉS DE UMA BUSCA NO GRAFO)**



↓ Alguns caminhos possíveis

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

De uma maneira **PRÁTICA** para quer **serve** esse **RELACIONAMENTOS** no **GRAFO**?

*EXEMPLO 3: PODE-SE MODELAR AS ROTAS DO METRÔ.*





# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

De uma maneira **PRÁTICA** para quer **serve** esse **RELACIONAMENTOS** no **GRAFO**?

*EXEMPLO 3: PODE-SE MODELAR AS ROTAS DO METRÔ.*

**COMO FAÇO ISSO ???**



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

De uma maneira **PRÁTICA** para quer **serve** esse **RELACIONAMENTOS** no **GRAFO**?

*EXEMPLO 3: PODE-SE MODELAR AS ROTAS DO METRÔ.*

**CADA ESTAÇÃO SERÁ O (NÓ) !!!**

**E AS LINHAS FÉRREAS SÃO AS (ARESTAS) !!!**



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

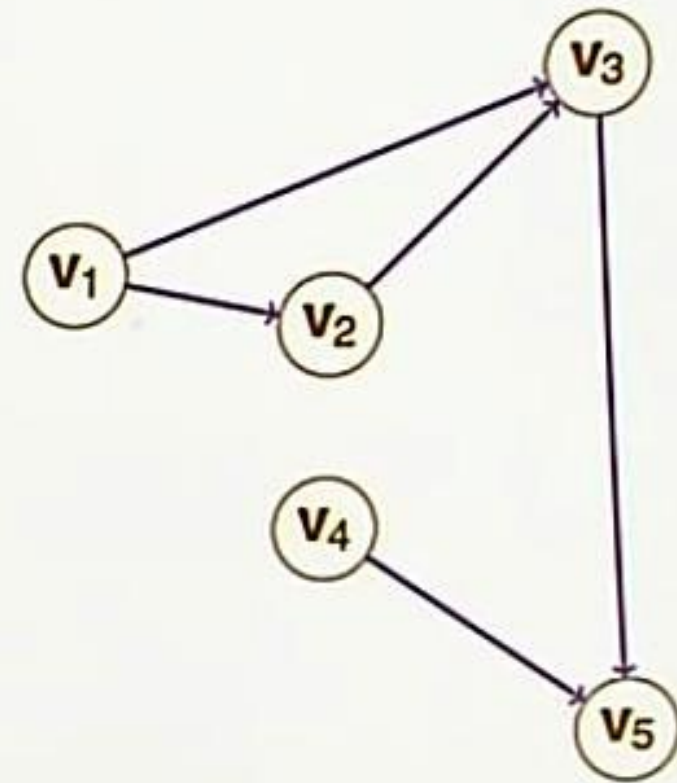
## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Algoritmos GRAFOS caracterizados como **DIRIGIDOS** (ou **direcionados**).

*As relações representadas pelas arestas têm sentido definido.*

*As arestas só podem ser seguidas em uma única direção.*





# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

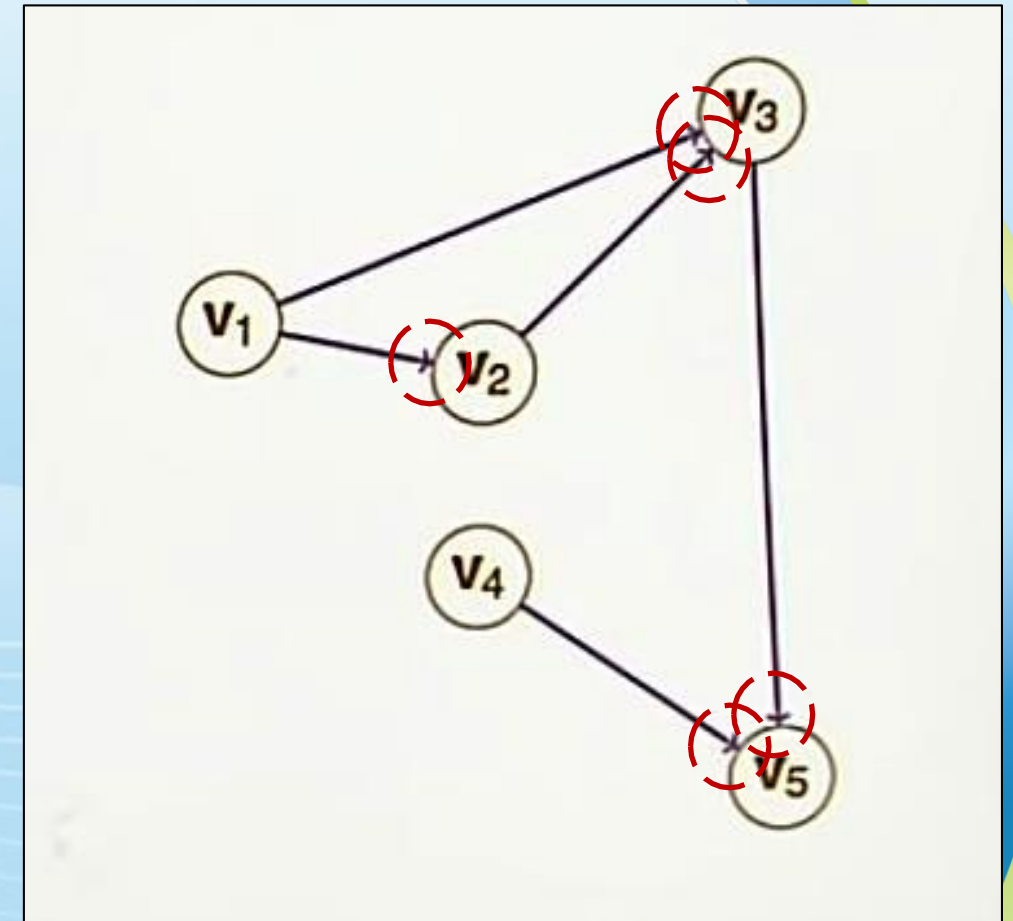
## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Algoritmos GRAFOS caracterizados como **DIRIGIDOS** (ou **direcionados**).

*As relações representadas pelas arestas têm sentido definido.*

*As arestas só podem ser seguidas em uma única direção.*





# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Algoritmos GRAFOS caracterizados como **DIRIGIDOS** (ou **direcionados**).

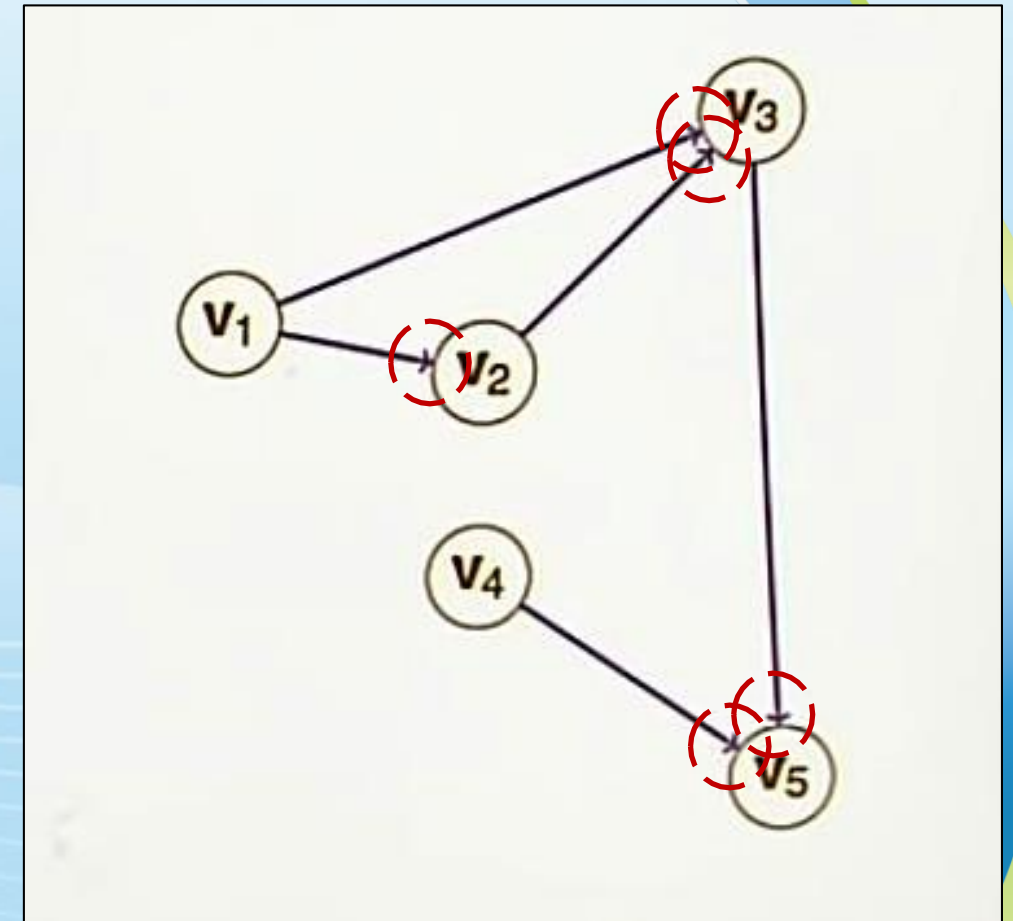
*As relações representadas pelas arestas têm sentido definido.*

*As arestas só podem ser seguidas em uma única direção.*

**NOTE QUE POR EXEMPLO:**

*Tem-se a relação que **vai de  $V_1$  para  $V_2$** .*

*Mas nesse relação **NÃO** é possível ir **de  $V_2$  para  $V_1$** .*



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Algoritmos GRAFOS caracterizados como **DIRIGIDOS** (ou **direcionados**).

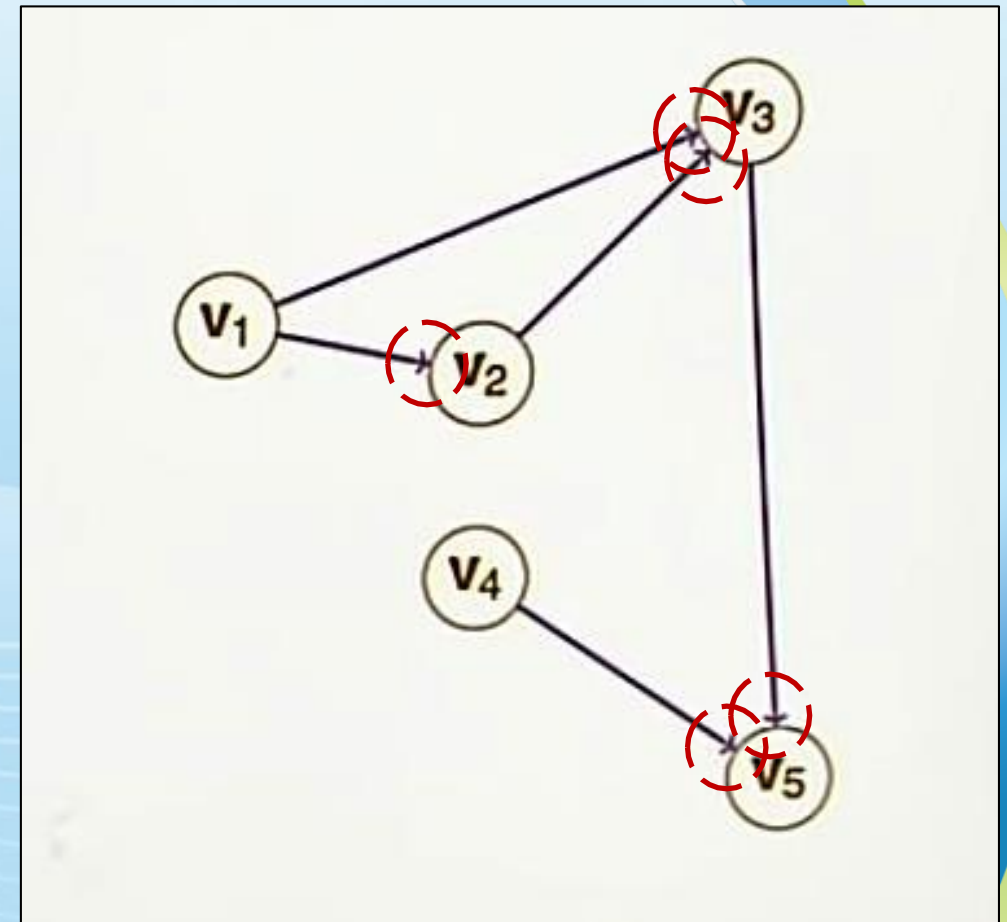
*As relações representadas pelas arestas têm sentido definido.*

*As arestas só podem ser seguidas em uma única direção.*

**NOTE QUE POR EXEMPLO:**

*Tem-se a relação que **vai de  $V_1$  para  $V_2$** .*

*Mas nesse relação **NÃO** é possível ir **de  $V_2$  para  $V_1$** .*



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Algoritmos GRAFOS caracterizados como **DIRIGIDOS** (ou **direcionados**).

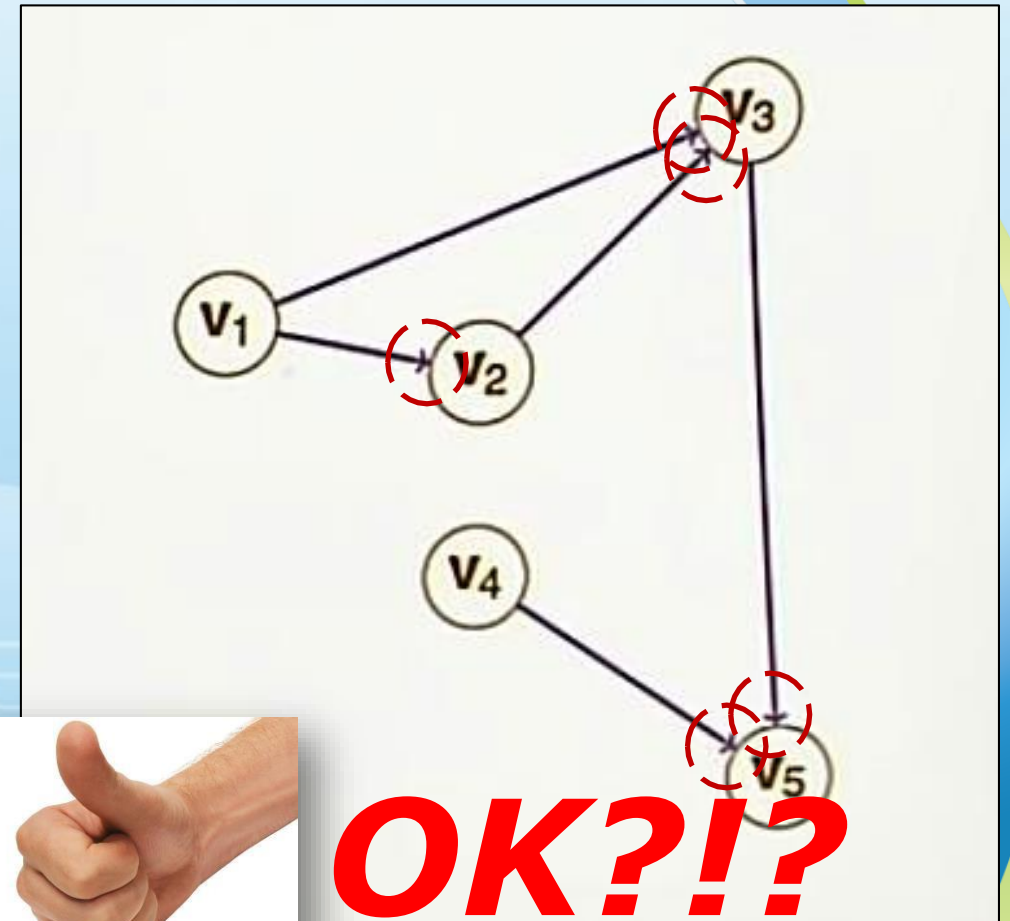
*As relações representadas pelas arestas têm sentido definido.*

*As arestas só podem ser seguidas em uma única direção.*

**NOTE QUE POR EXEMPLO:**

*Tem-se a relação que **vai de  $V_1$  para  $V_2$** .*

*Mas nesse relação **NÃO** é possível ir **de  $V_2$  para  $V_1$** .*



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

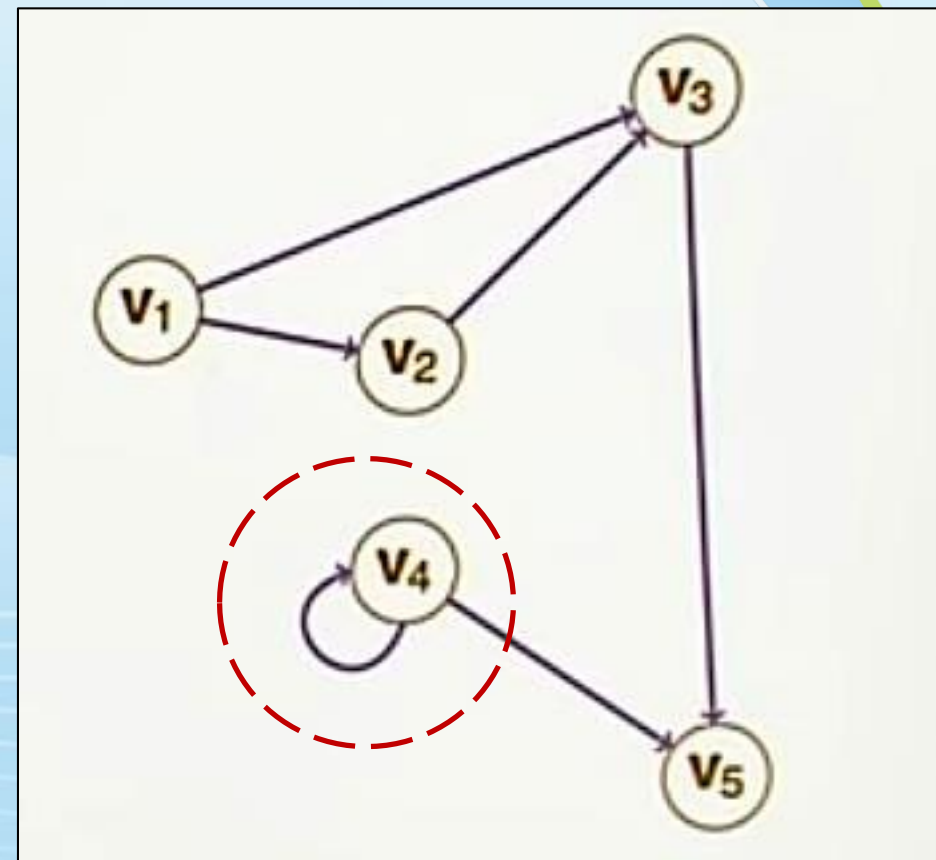
Algoritmos GRAFOS caracterizados como **DIRIGIDOS** (ou **direcionados**).

As **ARESTAS** são pares ordenados de vértices.

Lembrando que: **SAINDO DE UM EM DIREÇÃO AO OUTRO.**

Mesmo que ambos sejam o mesmo vértice, no qual são chamados de **SELF-LOOP**.

*(E temos situações em que as ARESTAS podem ter vértices que saem em direção de si mesmo conforme pode-se observar na figura ao lado no  $V_4$ ).*





# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

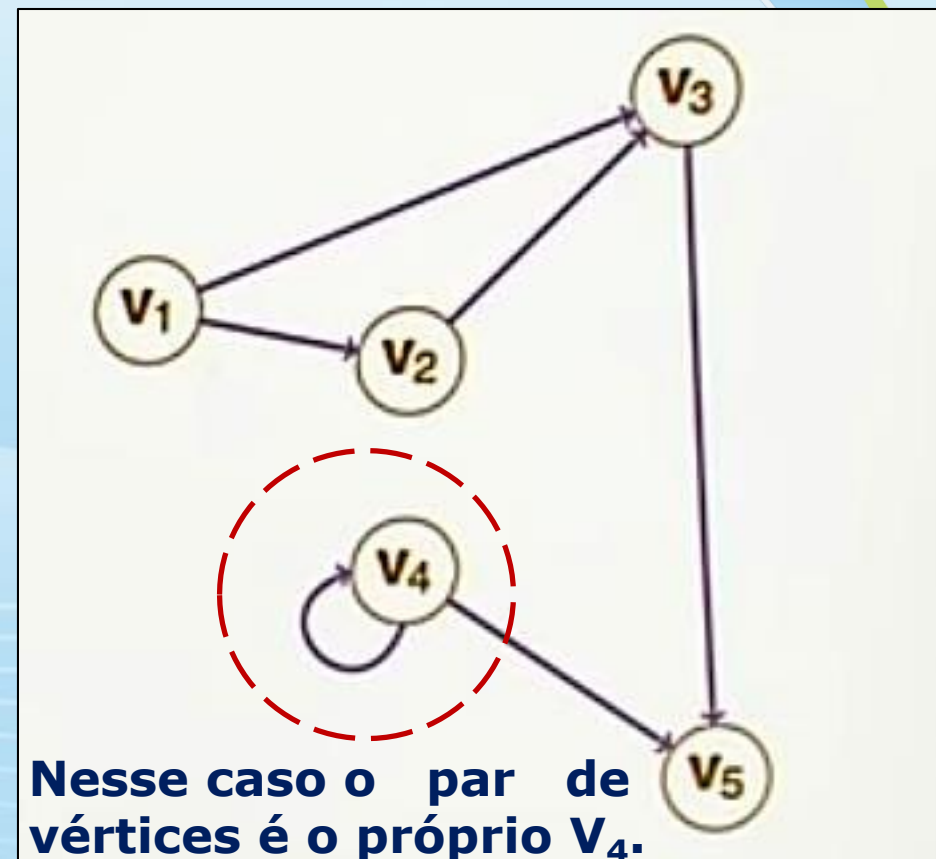
Algoritmos GRAFOS caracterizados como **DIRIGIDOS** (ou **direcionados**).

As **ARESTAS** são pares ordenados de vértices.

Lembrando que: **SAINDO DE UM EM DIREÇÃO AO OUTRO.**

Mesmo que ambos sejam o mesmo vértice, no qual são chamados de **SELF-LOOP**.

*(E temos situações em que as ARESTAS podem ter vértices que saem em direção de si mesmo conforme pode-se observar na figura ao lado no  $V_4$ ).*



Nesse caso o par de vértices é o próprio  $V_4$ .  
(AUTO-LAÇO)

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

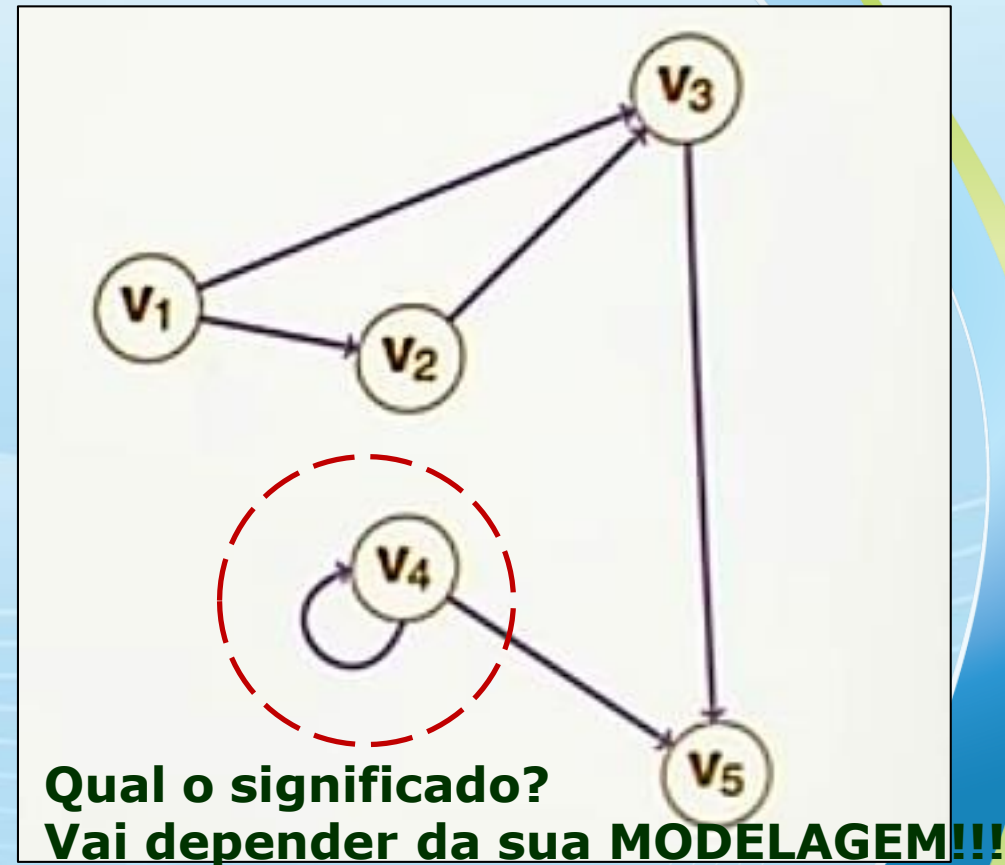
Algoritmos GRAFOS caracterizados como **DIRIGIDOS** (ou **direcionados**).

As **ARESTAS** são pares ordenados de vértices.

Lembrando que: **SAINDO DE UM EM DIREÇÃO AO OUTRO.**

Mesmo que ambos sejam o mesmo vértice, no qual são chamados de **SELF-LOOP**.

*(E temos situações em que as ARESTAS podem ter vértices que saem em direção de si mesmo conforme pode-se observar na figura ao lado no  $V_4$ ).*



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

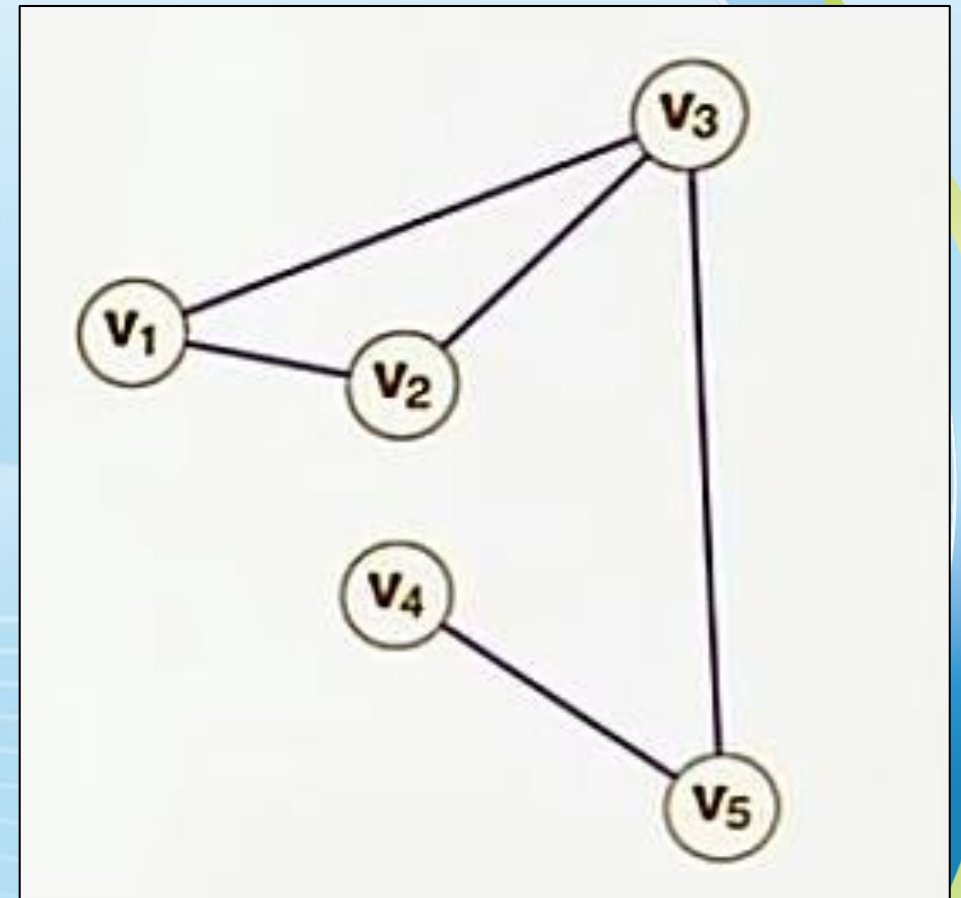
Algoritmos GRAFOS caracterizados como **NÃO DIRIGIDOS** (ou **não direcionados**).

As relações representadas pelas ARESTAS não tem sentido definido.

As ARESTAS podem ser seguidas em qualquer direção.

#### POR EXEMPLO:

Há uma relação entre os vértices (nós)  $V_1$  e  $V_3$ . Nesse caso dos **NÃO DIRIGIDOS**, eu posso ir de  $V_1$  para  $V_3$  e de  $V_3$  para  $V_1$  (Pode-se ir em qualquer direção).



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

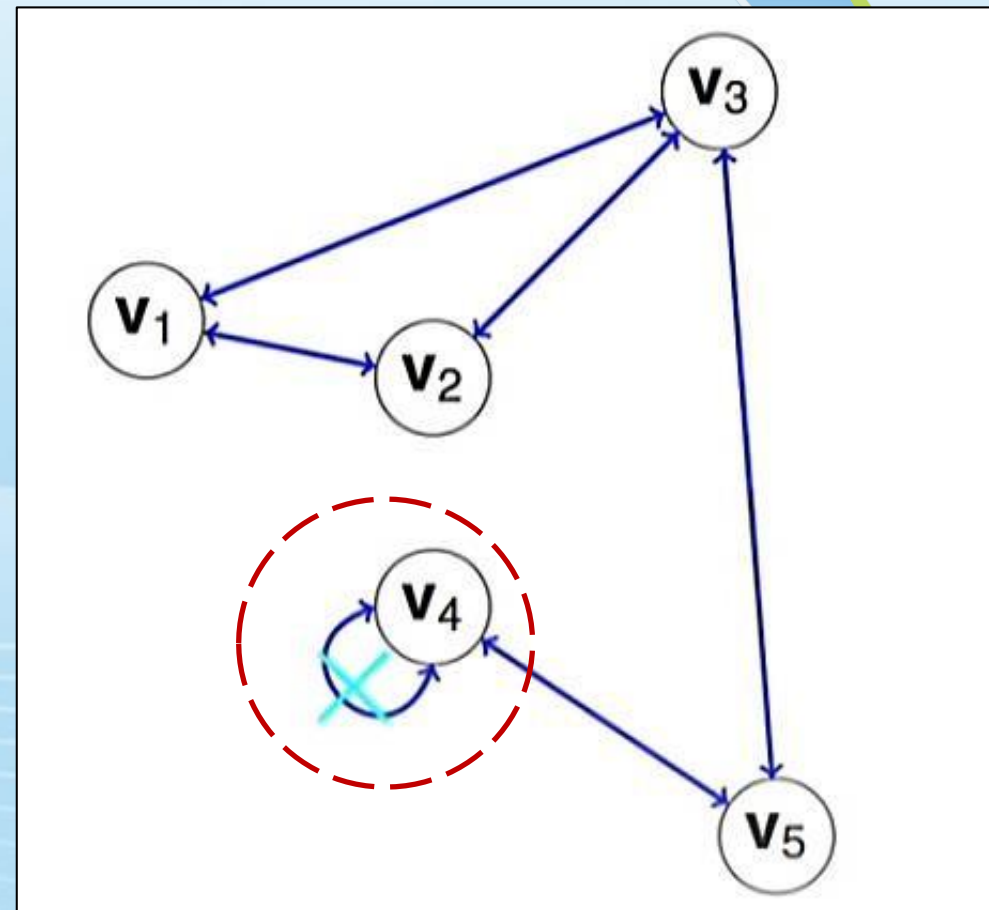
Algoritmos GRAFOS caracterizados como **NÃO DIRIGIDOS** (ou **não direcionados**).

*Pode-se pensar num GRAFO não dirigido como um GRAFO dirigido com ARESTAS de sentido duplo.*

*As ARESTAS são pares não ordenados de vértices.*

**IMPORTANTÍSSIMO:**

**SELF-LOOPS não são permitidos em GRAFOS NÃO DIRIGIDOS.**





# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

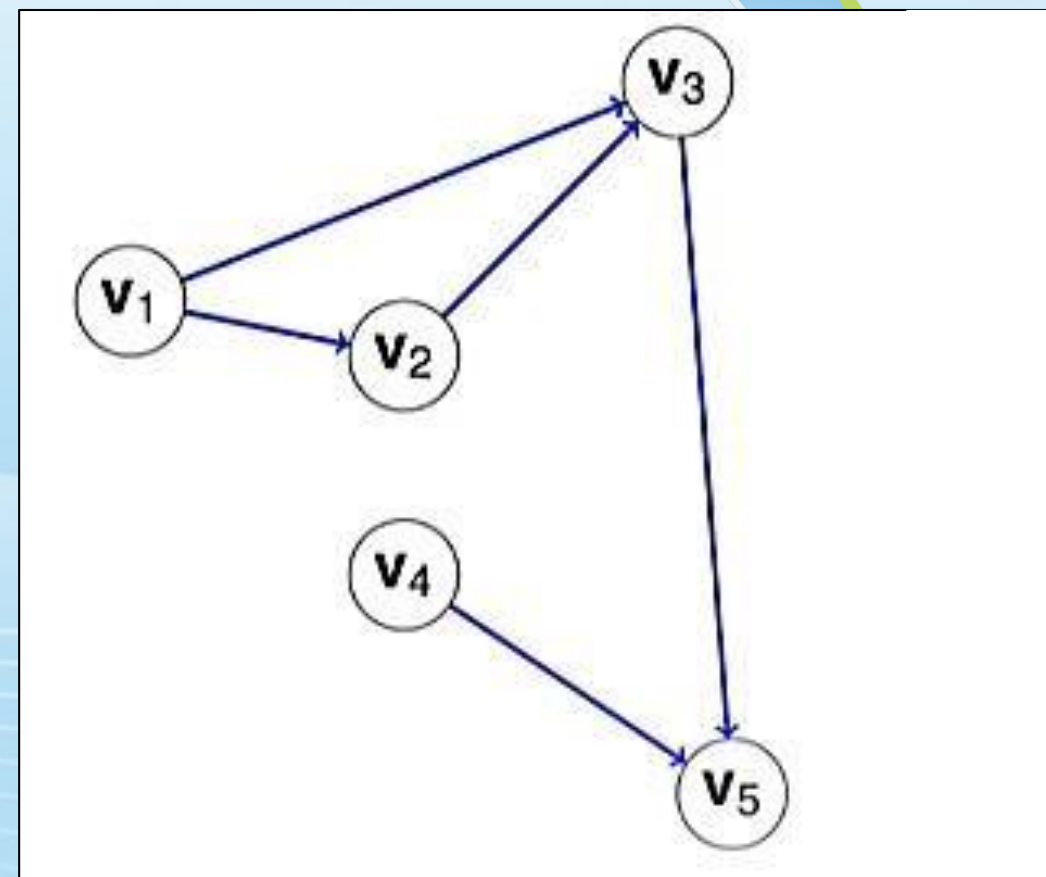
Se  $(u, v)$  é uma aresta no GRAFO, então dizemos que  $v$  é **adjacente** a  $u$ .

Falando de outra forma,  $v$  é **vizinho** de  $u$ .

$(u, v)$  significa que a aresta sai

**IMPORTANTÍSSIMO:**

**ESSA ANÁLISE É RESTRITO A "GRAFOS DIRIGIDOS".**



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

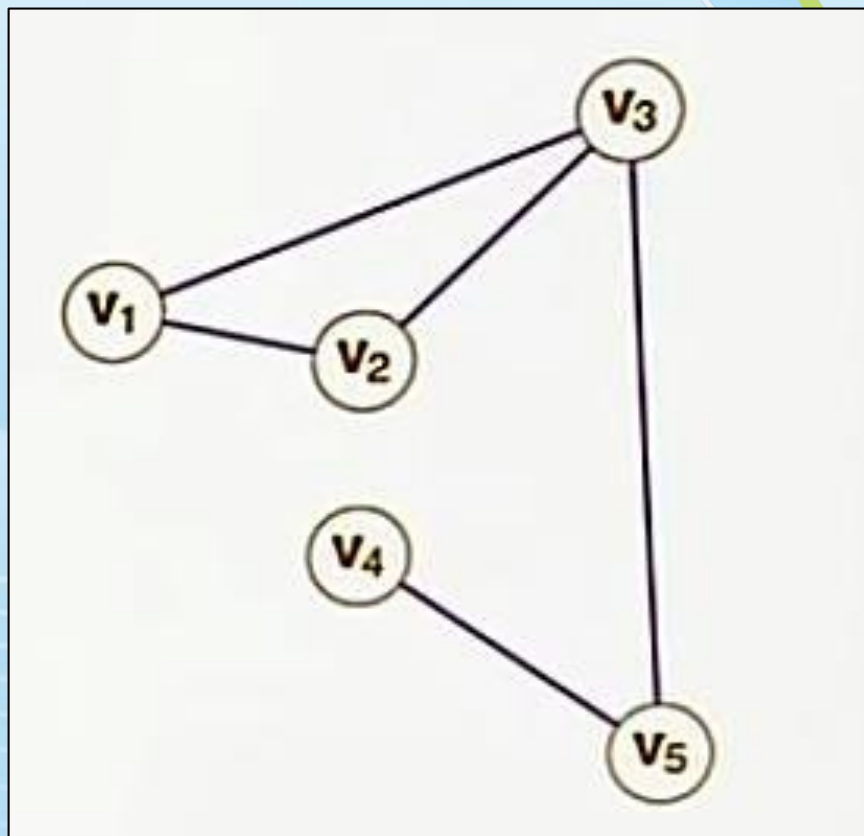
### ALGORITMOS EM GRAFOS

Em GRAFOS não dirigidos, a relação de adjacência é SIMÉTRICA.

$$(u, v) \Leftrightarrow (v, u)$$

**OU SEJA,**

**Você ter uma relação de adjacência de v em relação u (uma aresta de u a v) implica na relação no sentido contrário.**



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

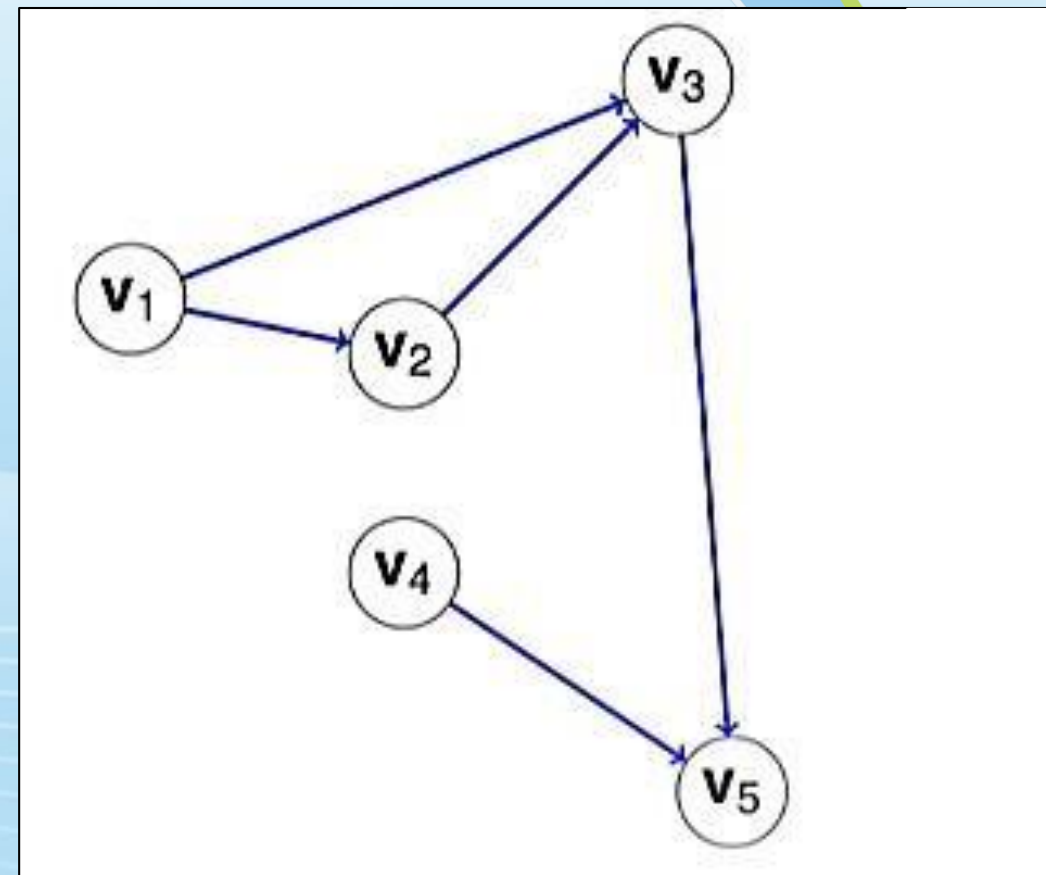
## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Já em **dirigidos**, conforme já foi dito, não necessariamente há tal simetria.

**OU SEJA,**

**Há  $(V_1, V_2)$ , mas não  $(V_2, V_1)$ .**



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

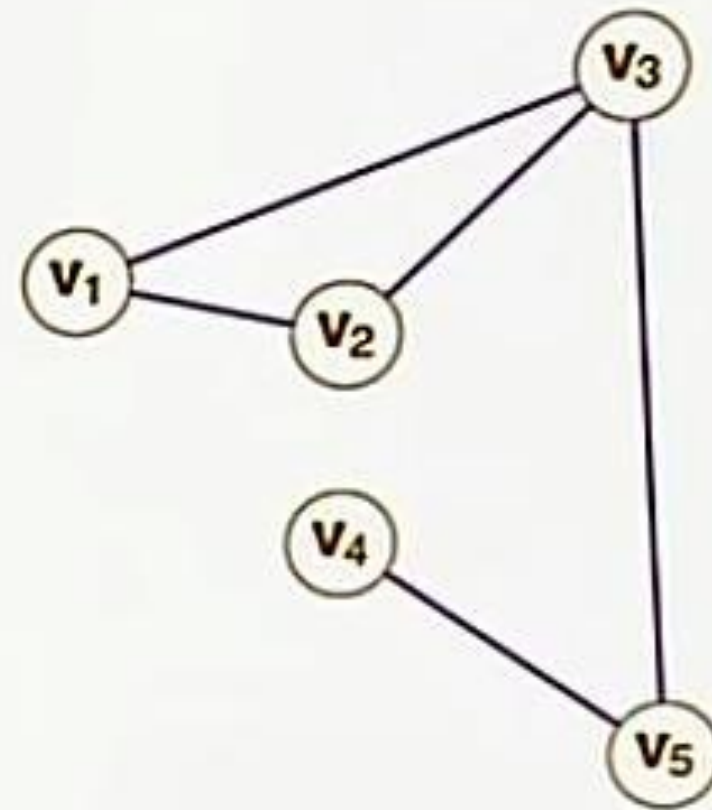
Em GRAFOS não dirigidos, o grau de um vértice é o número de arestas que incidem nele.

gr = GRAU

**$\text{gr}(V_1) = \text{gr}(V_2) = \text{gr}(v_5) = 2$**

**$\text{gr}(V_3) = 3$**

**$\text{gr}(v_4) = 1$**





# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

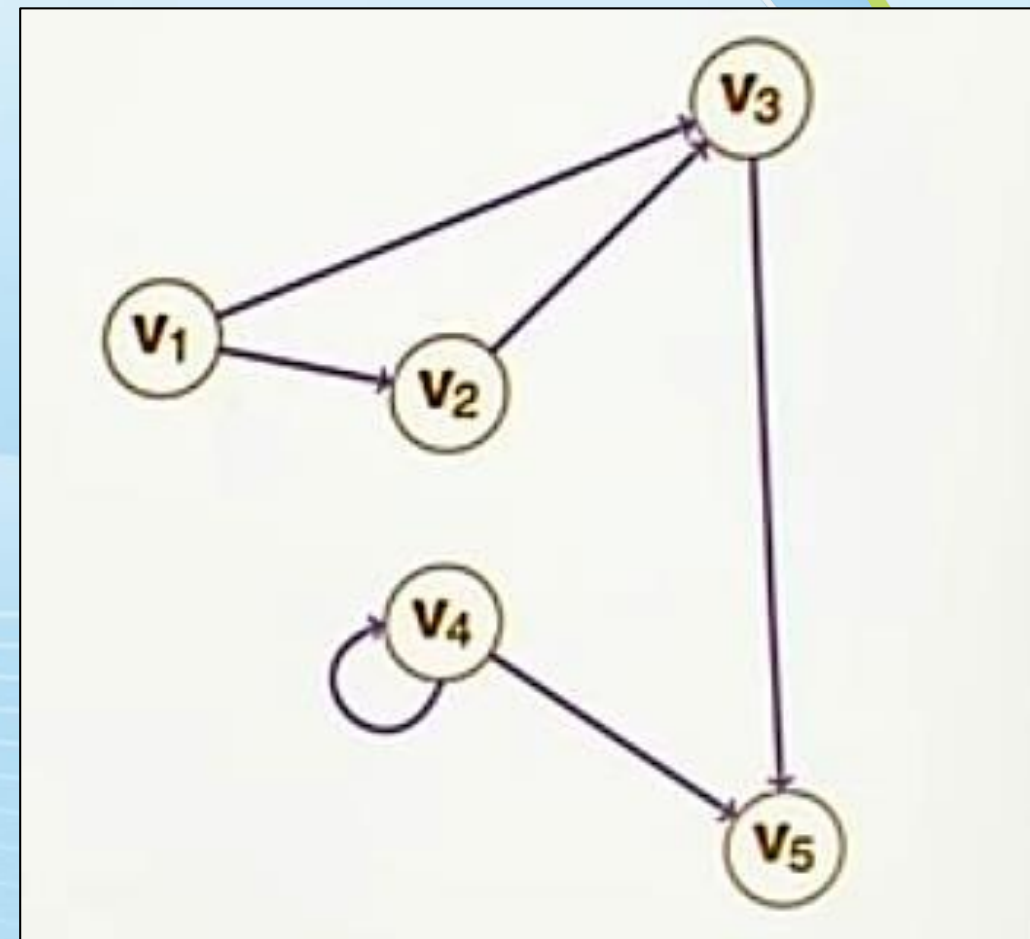
Já em GRAFOS dirigidos, o GRAU de um vértice é o número de arestas que **saem** do vértice mais o número de arestas que **chegam** nele.

gr = GRAU

$\text{gr}(V_1) = \text{gr}(V_2) = \text{gr}(v_5) = 2$

$\text{gr}(V_3) = \text{gr}(v_4) = 3$

**LEMBRANDO QUE *SELF-LOOP* NÃO É PERMITIDO EM GRAFOS NÃO DIRIGIDOS !!!**



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

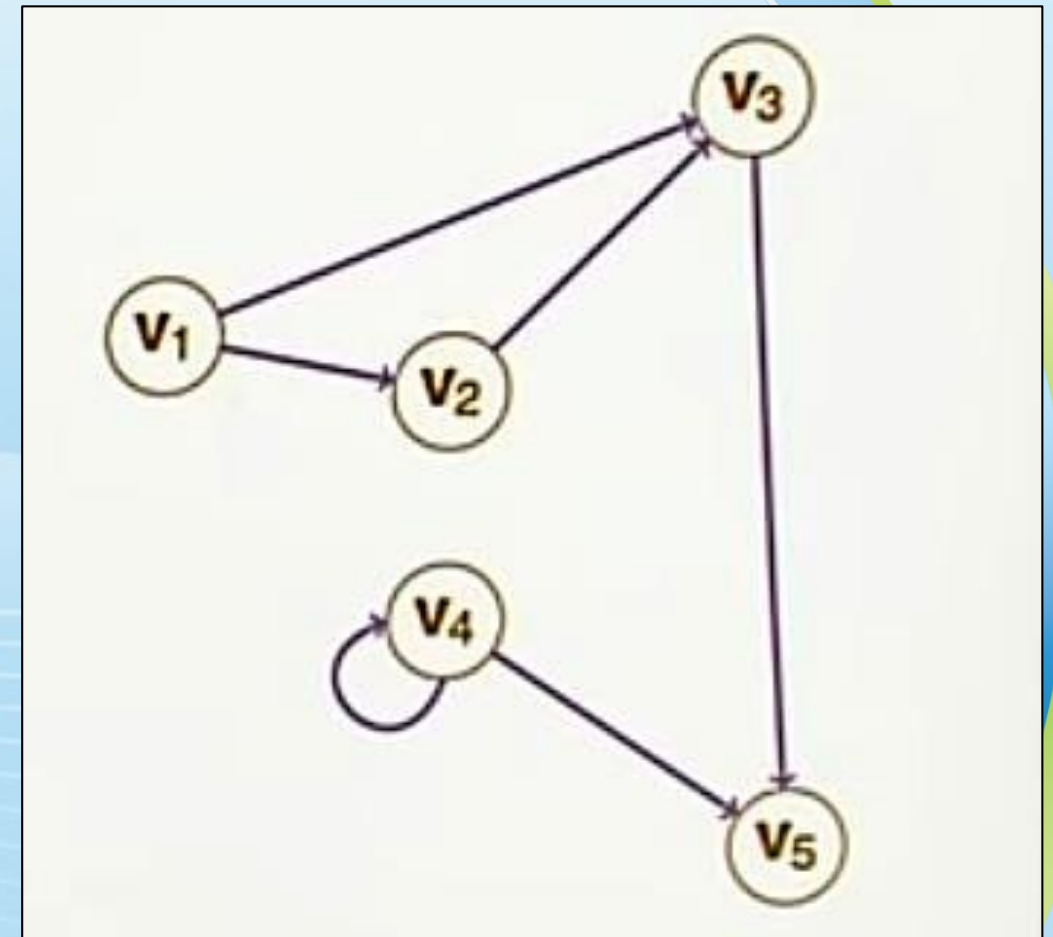
### ALGORITMOS EM GRAFOS

Há uma particularidade no caso de GRAFOS dirigidos, onde existem dois tipos de graus de vértice:

**Grau de saída:** número de arestas que *saem* do vértice.

**Grau de entrada:** número de arestas que *chegam* no vértice.

**LEMBRANDO QUE *SELF-LOOP* NÃO É PERMITIDO EM GRAFOS NÃO DIRIGIDOS !!!**



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

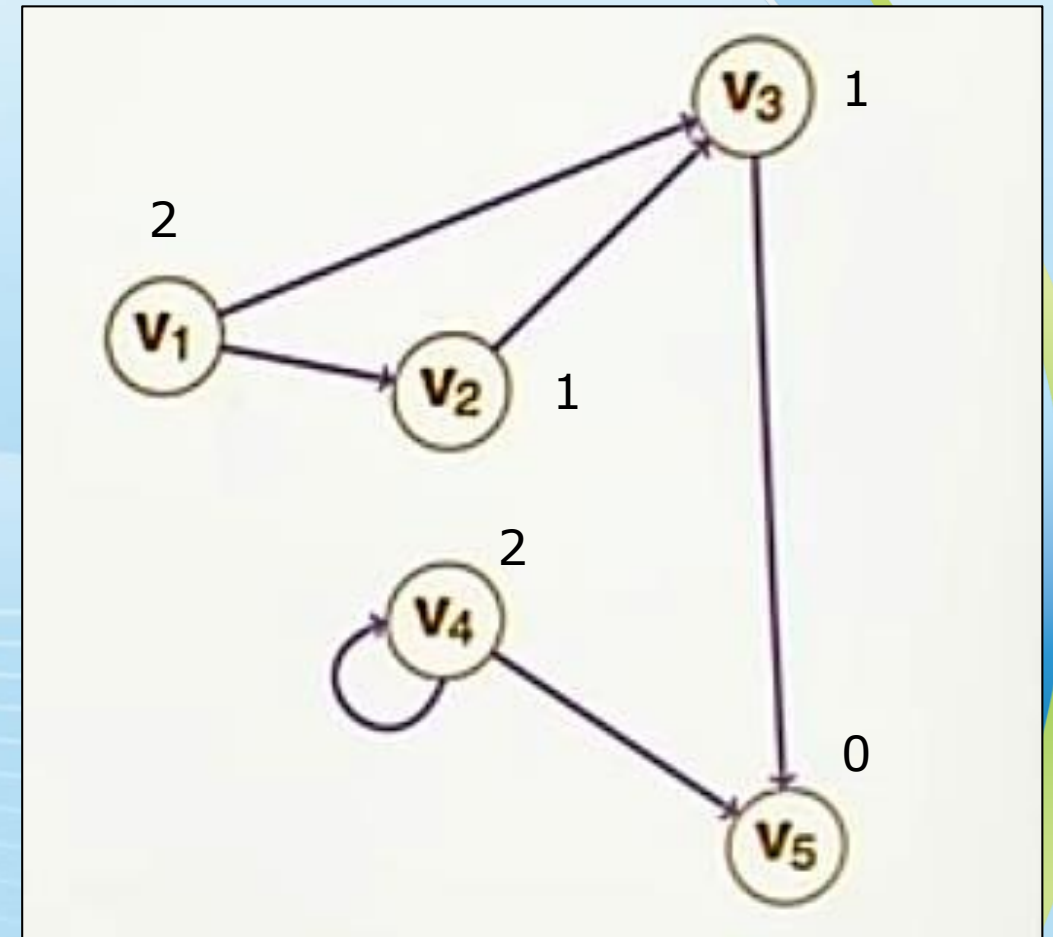
Há uma particularidade no caso de GRAFOS dirigidos, onde existem dois tipos de graus de vértice:

**Grau de saída:** número de arestas que *saem* do vértice.

**Grau de entrada:** número de arestas que *chegam* no vértice.

**LEMBRANDO QUE *SELF-LOOP* NÃO É PERMITIDO EM GRAFOS NÃO DIRIGIDOS !!!**

**Grau de saída:**



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

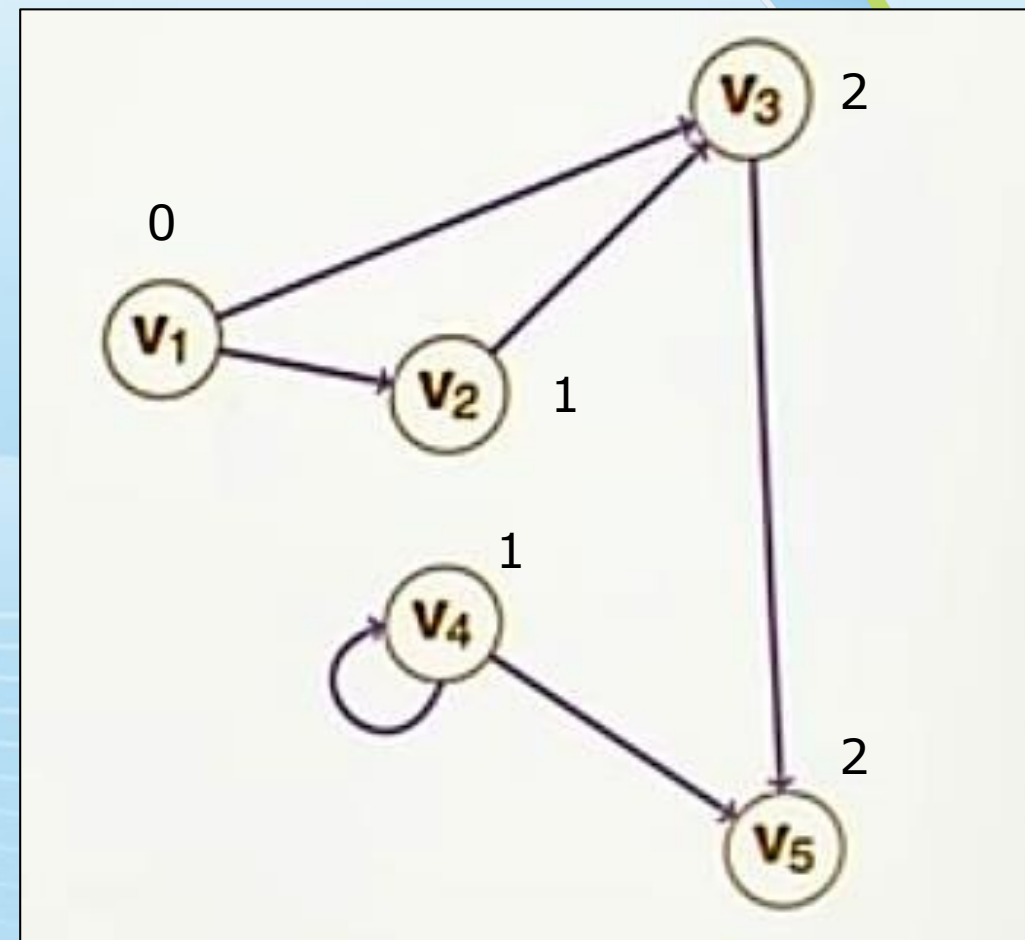
Há uma particularidade no caso de GRAFOS dirigidos, onde existem dois tipos de graus de vértice:

**Grau de saída:** número de arestas que *saem* do vértice.

**Grau de entrada:** número de arestas que *chegam* no vértice.

**LEMBRANDO QUE *SELF-LOOP* NÃO É PERMITIDO EM GRAFOS NÃO DIRIGIDOS !!!**

**Grau de entrada:**



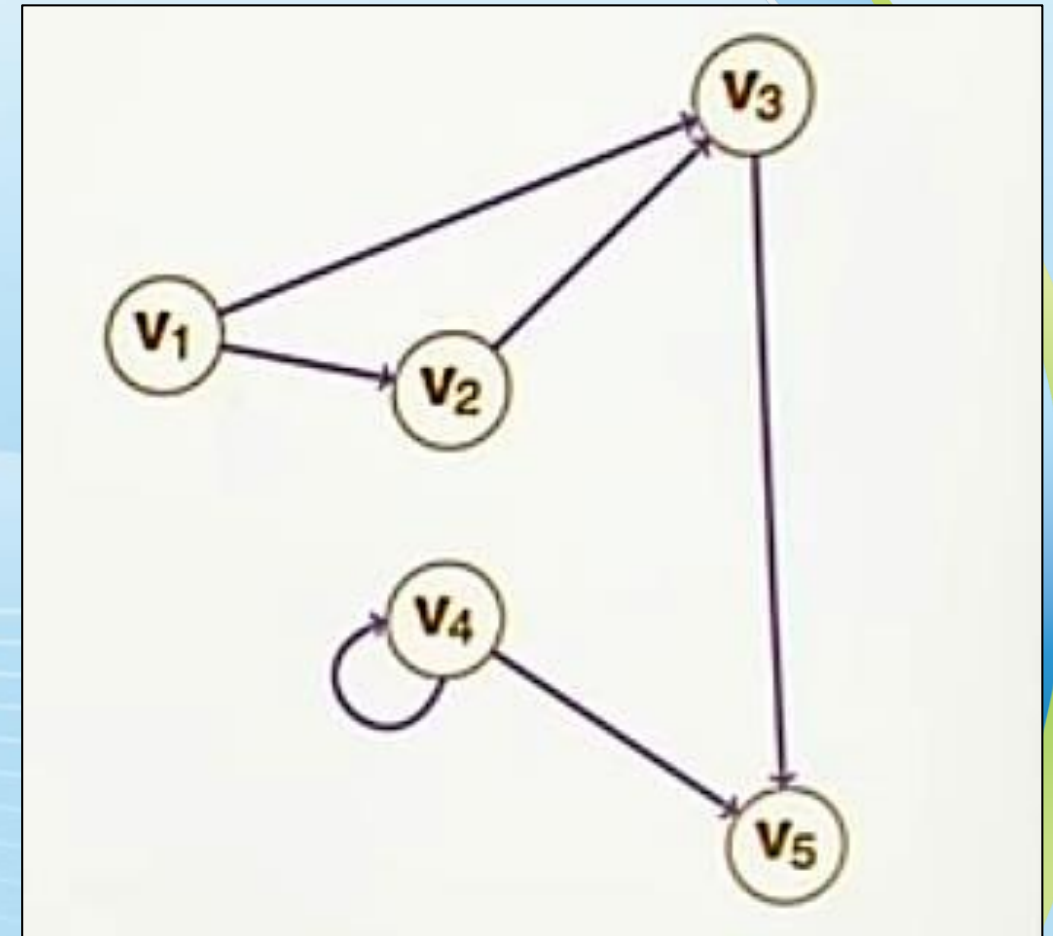


# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Um caminho de um vértice X a um vértice Y é uma sequência de vértices em que, para cada vértice em que, para cada vértice, do primeiro ao penúltimo, há uma aresta ligando esse vértice ao próximo na sequência.



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

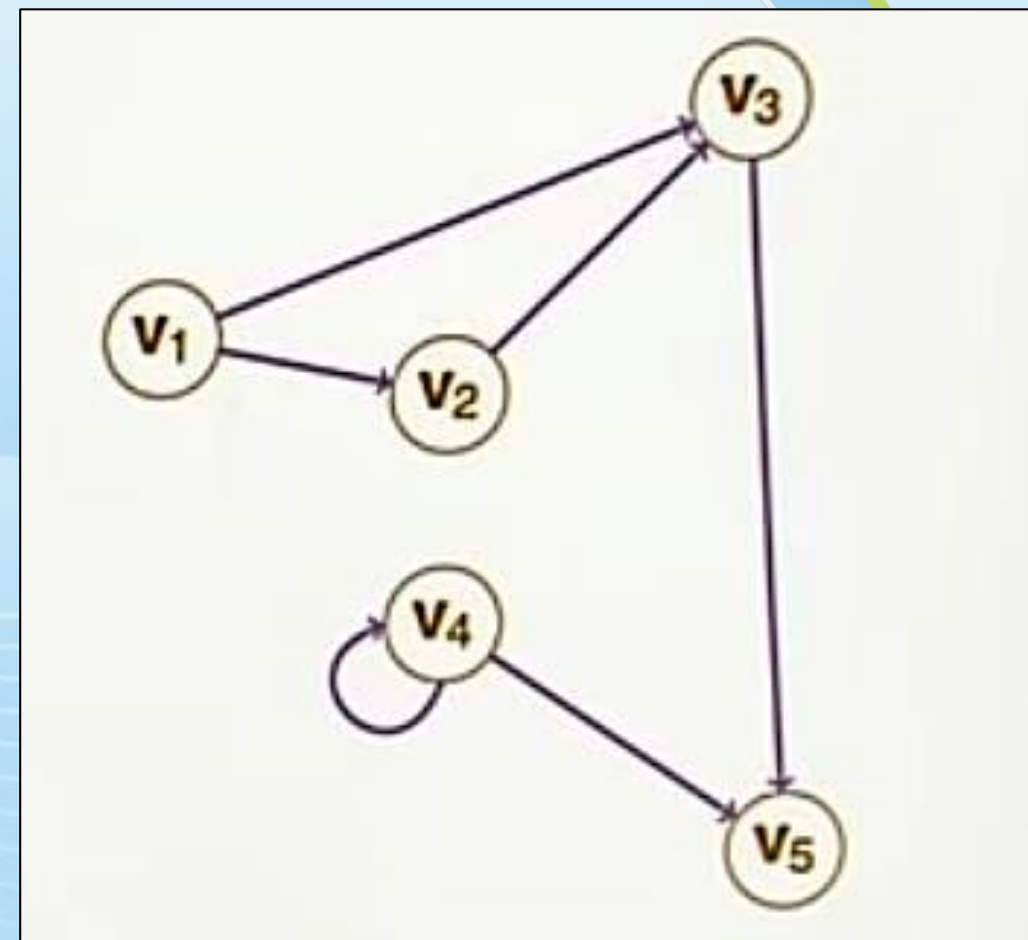
No caso ao lado, alguns caminhos são:

$(V_1, V_2, V_3, V_5)$

$(V_4, V_5)$

$(V_1, V_2, V_3)$

$(V_4, V_4, V_5)$



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

O comprimento de um caminho é o número de arestas nele:

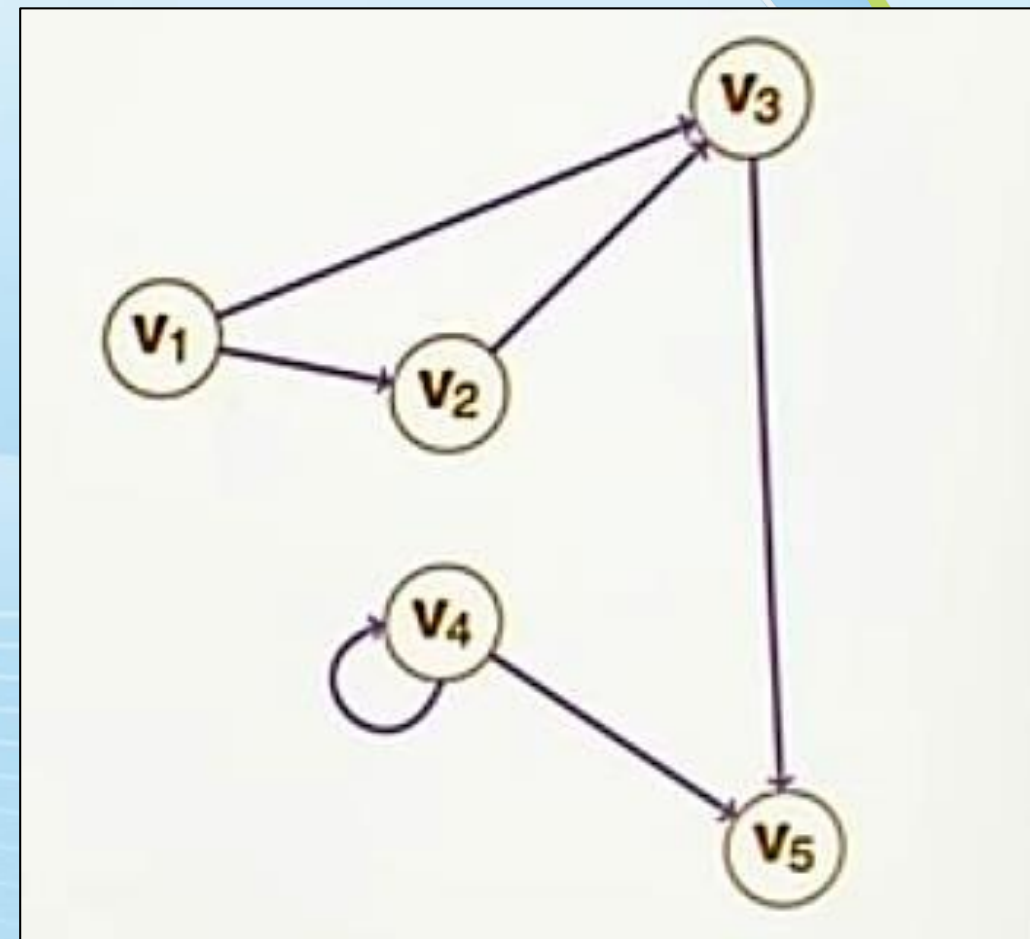
**compr = COMPRIMENTO**

$$\text{compr}(V_1, V_2, V_3, V_5) = 3$$

$$\text{compr}(V_4, V_5) = 1$$

$$\text{compr}(V_1, V_2, V_3) = 2$$

$$\text{compr}(V_4, V_4, V_5) = 2$$



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

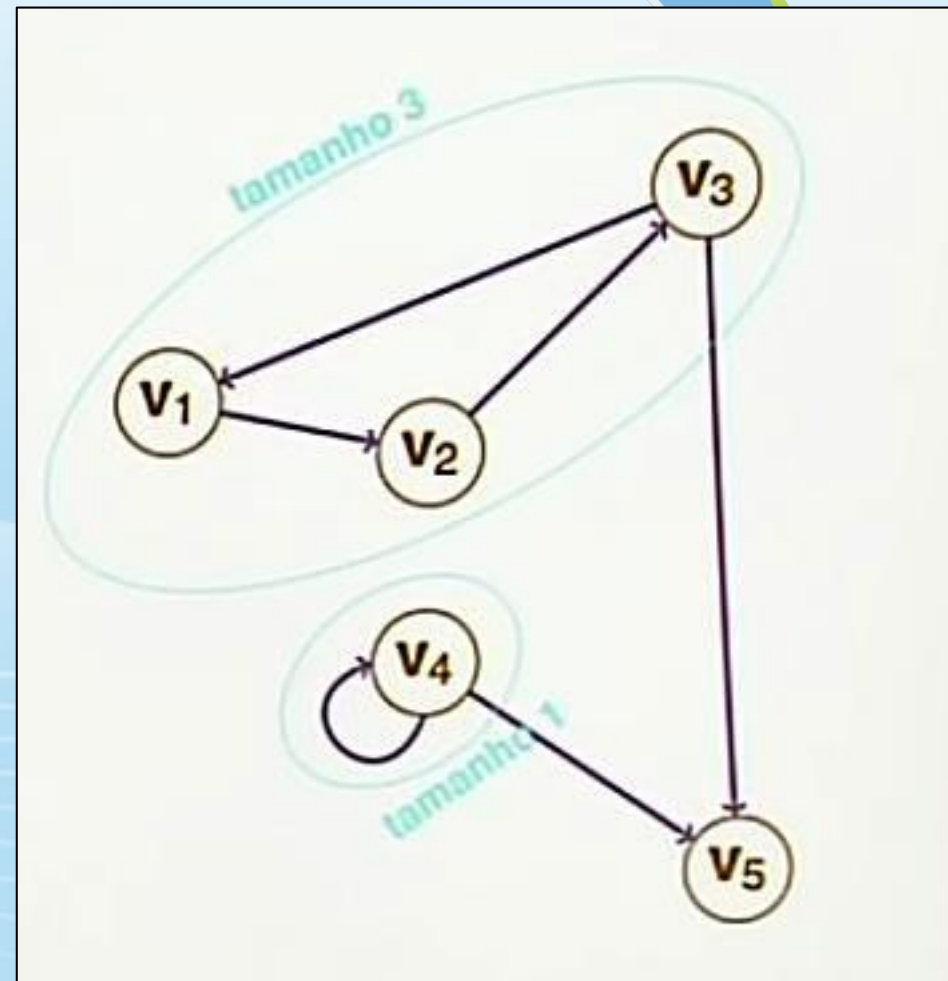
Um **CICLO** acontece quando, a partir de um determinado vértice, pudermos percorrer algum caminho que nos leve a esse mesmo vértice.

Em grafos dirigidos, o caminho deve conter pelo menos uma aresta.

**POR EXEMPLO:**

$V_1 \text{ -----} > V_2 \text{ -----} > V_3 \text{ -----} > V_1$

$V_4 \text{ -----} > V_4$





# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

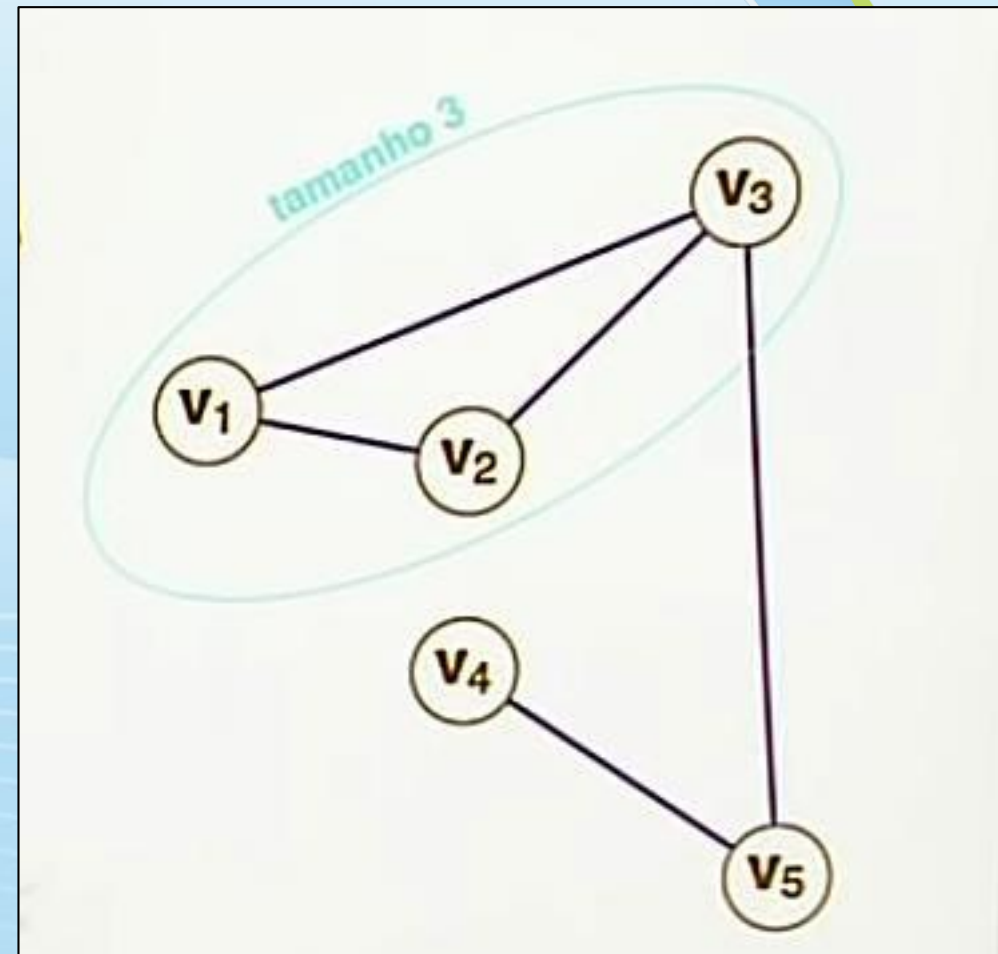
Em GRAFOS não dirigidos, um **CICLO** deve conter pelo menos **3 arestas**.

GRAFOS em que há ao menos um **CICLO** são chamados de **cíclicos**.

GRAFOS em que não há ciclos são chamados de **acíclicos**.

**LEMBRANDO:**

**NÃO É VÁLIDO um CICLO em GRAFOS NÃO DIRIGIDOS com 1 aresta somente.**



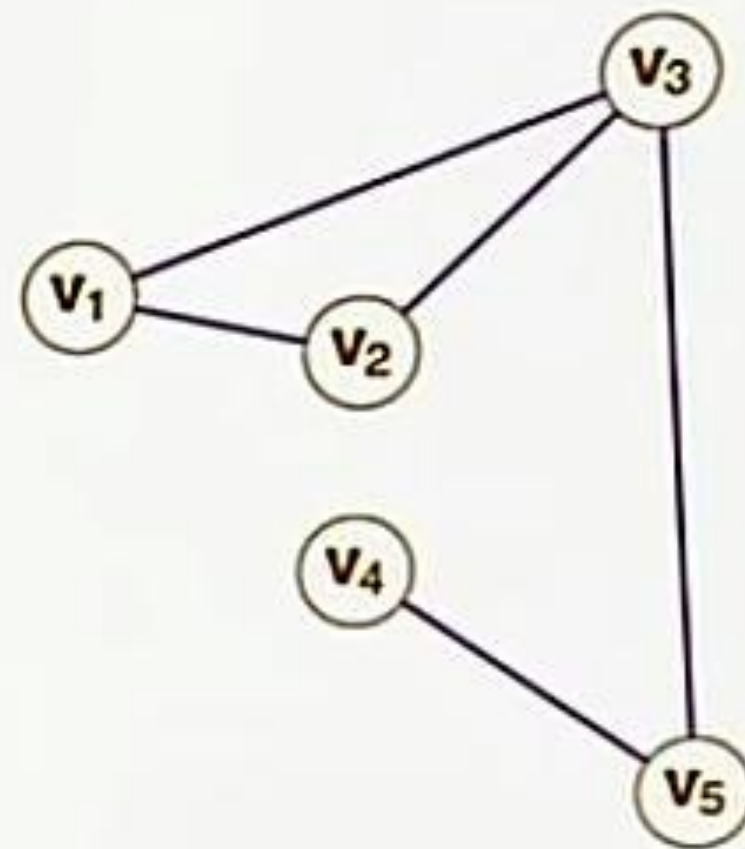
# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Um grafo **não direcionado** é **CONEXO** (ou **conectado**) se cada par de vértices nele estiver conectado por um caminho.

**EM LINHAS GERAIS, QUER DIZER QUE O GRAFO NÃO ESTÁ QUEBRADO EM NENHUM PONTO !!!**



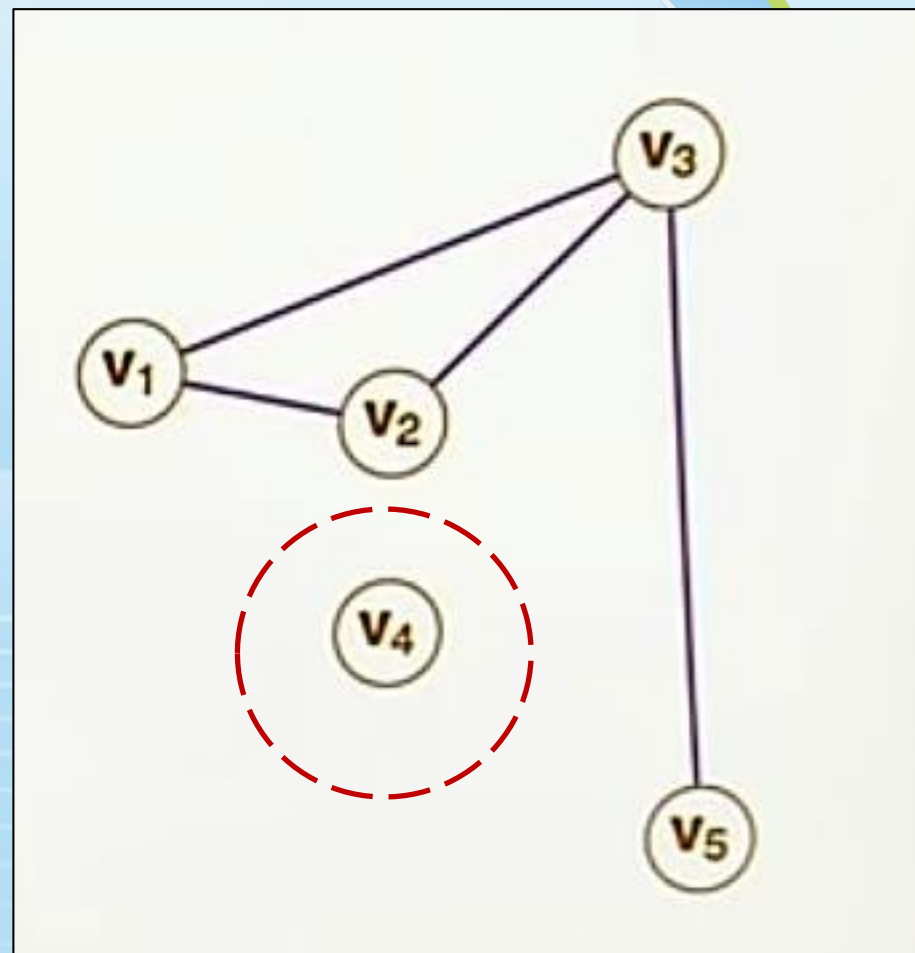
# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Em relação a um grafo *não direcionado...*

Agora ao lado temos um GRAFO DESCONEXO.



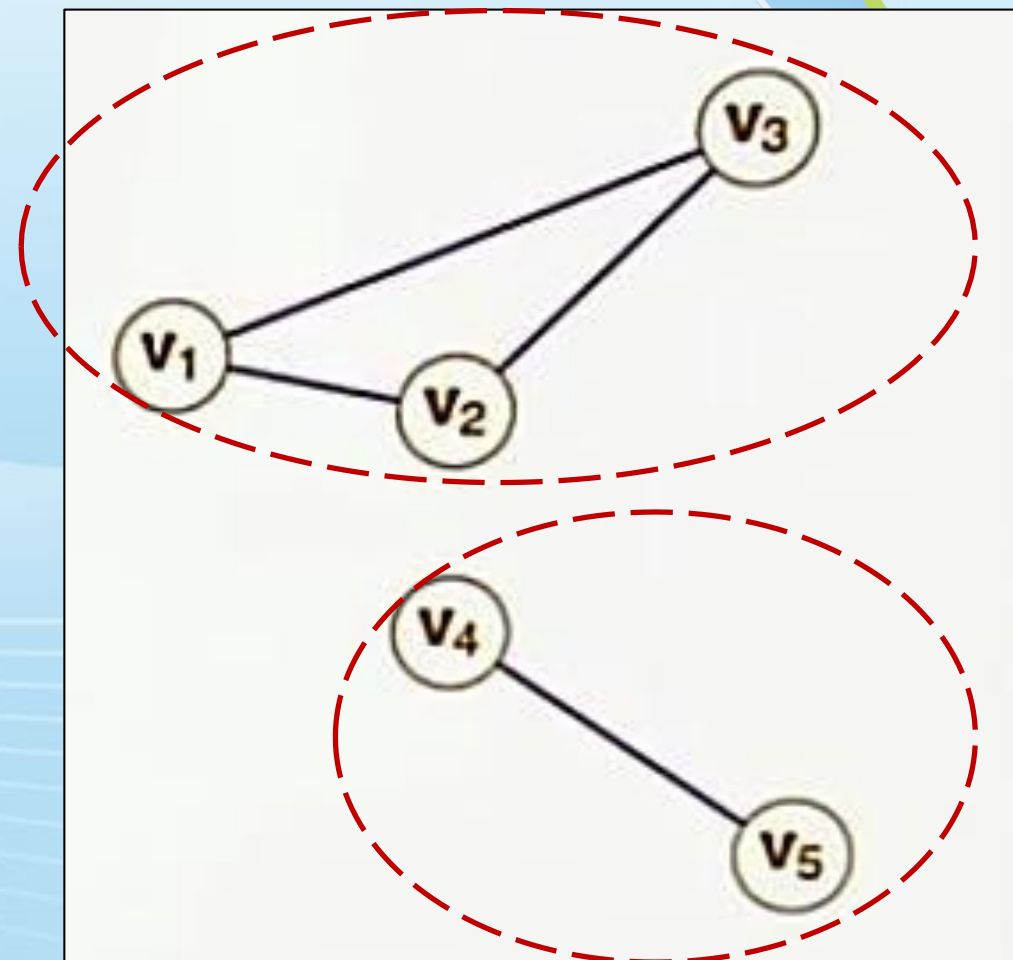
# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Em relação a um grafo *não direcionado...*

Agora ao lado temos um GRAFO DESCONEXO.





# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

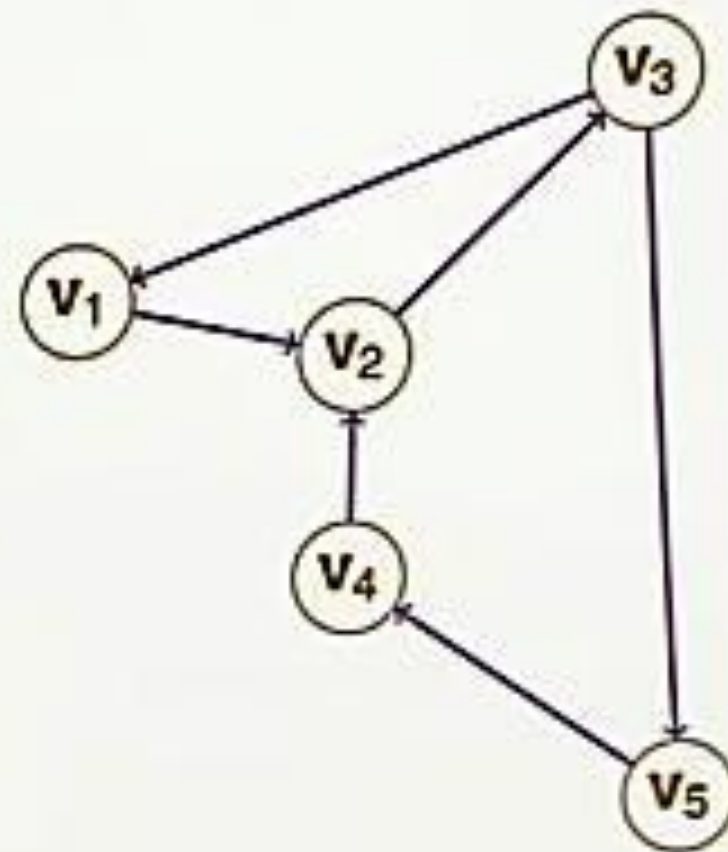
## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Um grafo **dirigido** é **fortemente conexo** se *existir um caminho entre qualquer par de vértices* no GRAFO.

Contém um caminho direto de  $u$  para  $v$  e um caminho direto de  $v$  para  $u$  para cada par de vértices  $(u, v)$ .

**OU SEJA, HAVERÁ UM CAMINHO DE VOLTA AO PONTO ORIGINAL !!!**



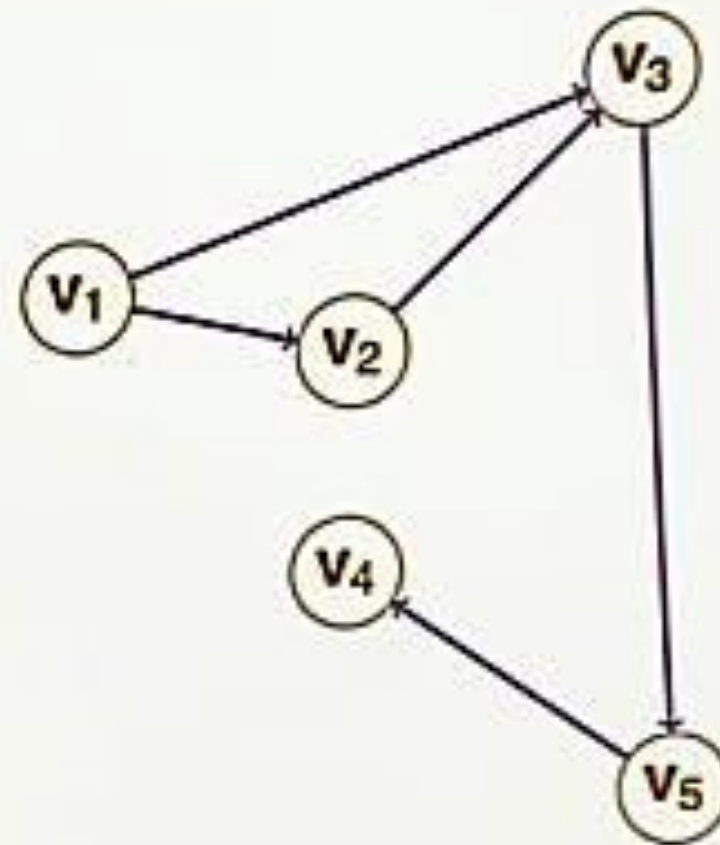
# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Um grafo **dirigido** é **conexo** se possuir um caminho de  $u$  para  $v$ , ou um caminho de  $v$  para  $u$ , para cada par de vértices  $(u, v)$ .

**OU SEJA, VOCÊ PODE SAIR DE UM DETERMINADO VÉRTICE E NÃO CONSEGUIR VOLTAR !!!**



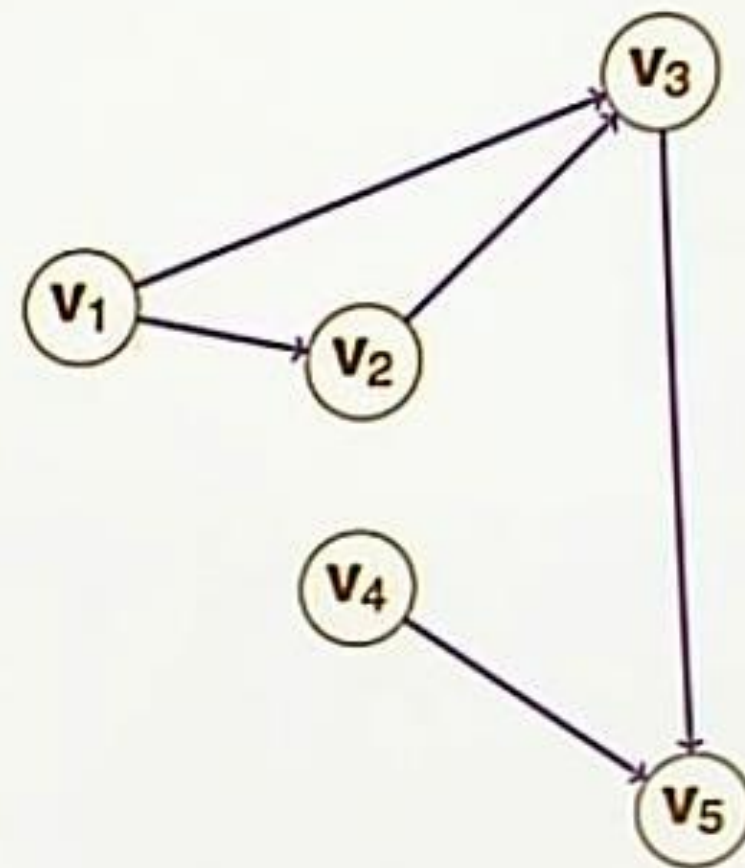
# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Um grafo **dirigido** é **fracamente conexo** se a substituição de todas as suas arestas por arestas **não-direcionadas** produz um grafo conexo.

**NESSE CASO, AS VEZES NEM TEM O CAMINHO DE IDA E NEM O CAMINHO DE VOLTA. ELE NÃO ESTÁ QUEBRADO (DESCONEXO).**



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

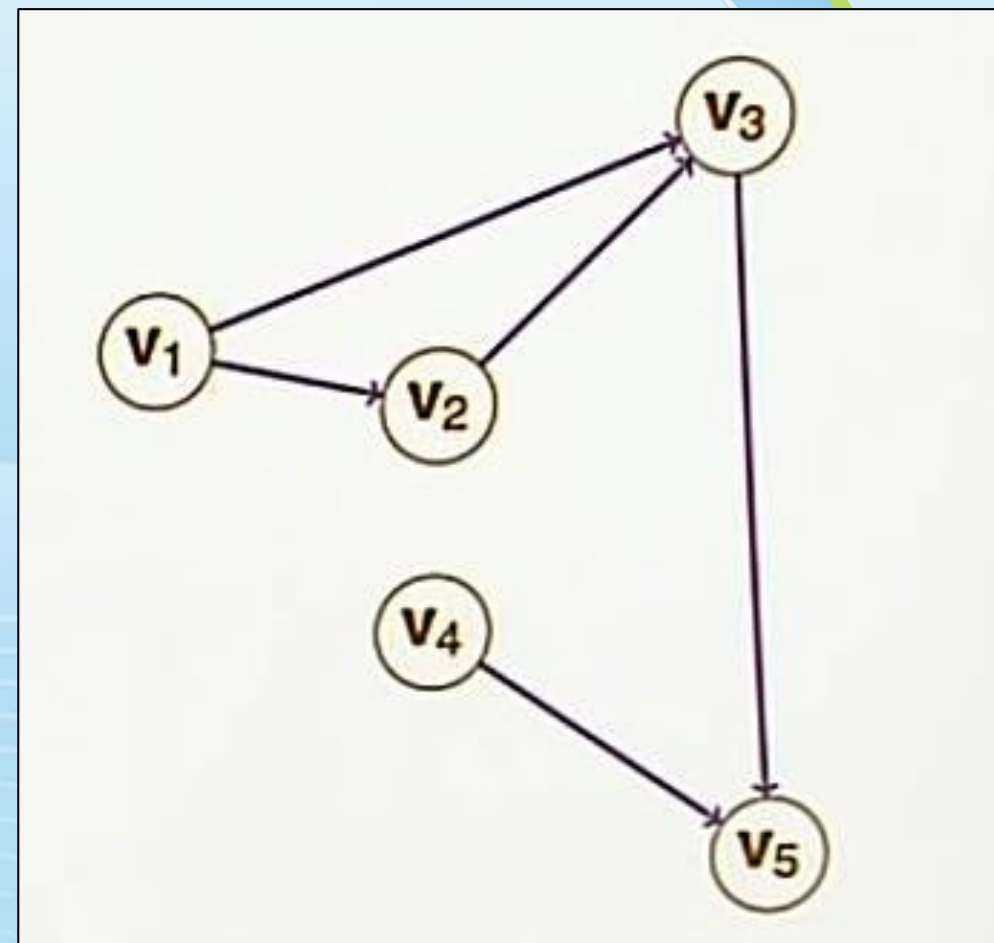
### ALGORITMOS EM GRAFOS

Um grafo **dirigido** é **fracamente conexo** se a substituição de todas as suas arestas por arestas **não-direcionadas** produz um grafo conexo.

**EX: NÃO HÁ CAMINHO DE:**

**$V_4$  ----->  $V_3$  E NEM DE  $V_3$  ----->  $V_4$**

**(LEMBRANDO QUE O GRAFO NÃO ESTÁ QUEBRADO (DESCONEXO))**



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

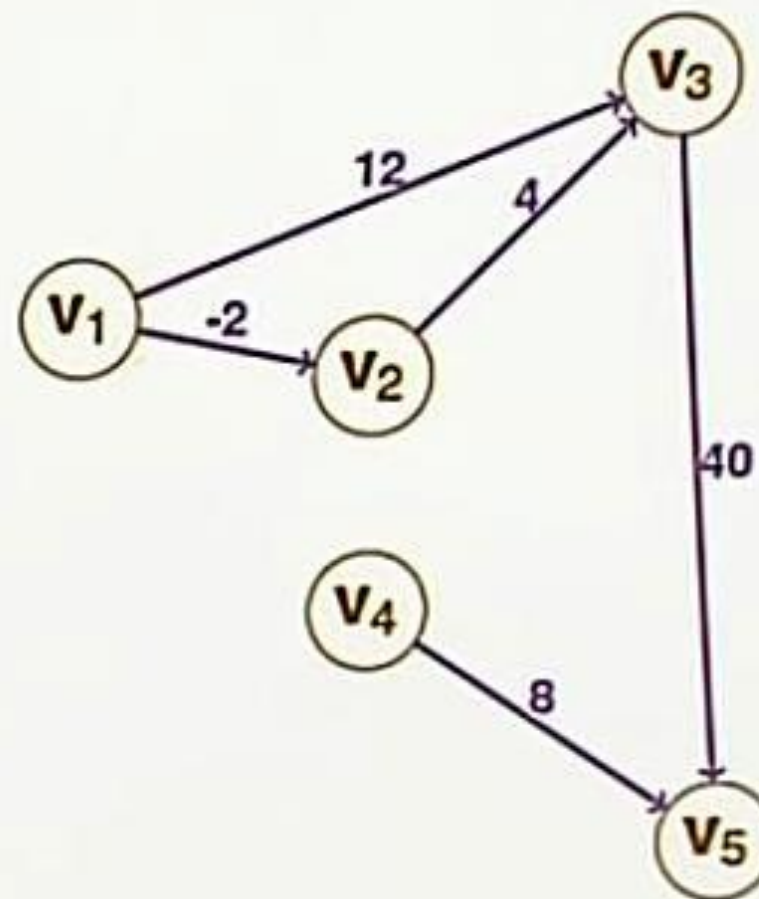
### ALGORITMOS EM GRAFOS

GRAFOS também podem ser ponderados.

*Caso em que possuem pesos associados às suas arestas.*

*Esses pesos podem representar custos, distâncias e dentre outros.*

**VAI DEPENDER DO QUE VOCÊ PRETENDE NA SUA MODELAGEM.**





# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

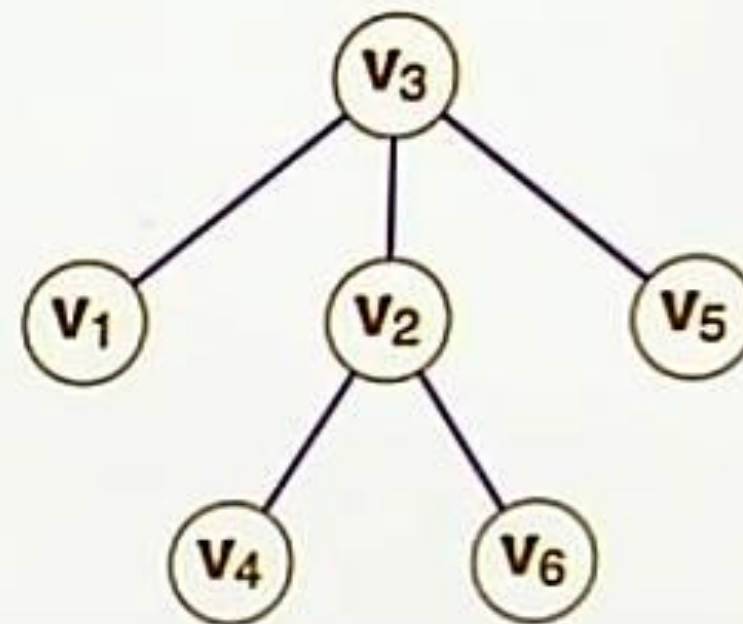
## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### ALGORITMOS EM GRAFOS

Por fim, temos um tipo já conhecido de GRAFO...

**ÁRVORE É UM...**

**GRAFO ACÍCLICO  
CONEXO  
NÃO DIRIGIDO**



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 01) Considere uma estrutura de dados  $T$  como sendo uma árvore binária do tipo AVL. Como característica, essa estrutura de dados é uma árvore binária.

- (    ) balanceada, em que, para qualquer nó de  $T$ , as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem de até uma unidade.
- (    ) balanceada, em que, para qualquer nó de  $T$ , as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) são sempre idênticas.
- (    ) não balanceada, em que, para qualquer nó de  $T$ , as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem de até uma unidade.
- (    ) não balanceada, em que, para qualquer nó de  $T$ , as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) são sempre idênticas.
- (    ) não balanceada, em que, para qualquer nó de  $T$ , as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem exatamente de uma unidade.

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

***Se é uma árvore binária do tipo AVL qual a sua primeira característica principal: É BALANCEADA OU NÃO BALANCEADA ?***

Questão 01) Considere uma estrutura de dados T como sendo uma árvore binária do tipo AVL. Como característica, essa estrutura de dados é uma árvore binária.

- (    ) balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem de até uma unidade.
- (    ) balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) são sempre idênticas.
- (    ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem de até uma unidade.
- (    ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) são sempre idênticas.
- (    ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem exatamente de uma unidade.

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

***Se é uma árvore binária do tipo AVL qual a sua primeira característica principal:  
É BALANCEADA OU NÃO BALANCEADA ? É BALANCEADA !!!!!!!!!***

Questão 01) Considere uma estrutura de dados T como sendo uma árvore binária do tipo AVL. Como característica, essa estrutura de dados é uma árvore binária.

- ( ) balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem de até uma unidade.
- ( ) balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) são sempre idênticas.
- ( ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem de até uma unidade.
- ( ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) são sempre idênticas.
- ( ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem exatamente de uma unidade.

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

***Se é uma árvore binária do tipo AVL qual a sua segunda característica: As alturas das subárvores são iguais ou diferem de 1 ?***

Questão 01) Considere uma estrutura de dados T como sendo uma árvore binária do tipo AVL. Como característica, essa estrutura de dados é uma árvore binária.

- ( ) balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem de até uma unidade.
- ( ) balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) são sempre idênticas.
- ( ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem de até uma unidade.
- ( ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) são sempre idênticas.
- ( ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem exatamente de uma unidade.



# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

***Se é uma árvore binária do tipo AVL qual a sua segunda característica: As alturas das subárvores são iguais ou diferem de 1 ? DIFEREM DE 1 !!!!!.***

Questão 01) Considere uma estrutura de dados T como sendo uma árvore binária do tipo AVL. Como característica, essa estrutura de dados é uma árvore binária.

- ( ) balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem de até uma unidade.
- ( ) balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) são sempre idênticas.
- ( ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem de até uma unidade.
- ( ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) são sempre idênticas.
- ( ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem exatamente de uma unidade.

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

**LOGO A ALTERNATIVA CORRETA É A PRIMEIRA !!!**

Questão 01) Considere uma estrutura de dados T como sendo uma árvore binária do tipo AVL. Como característica, essa estrutura de dados é uma árvore binária.

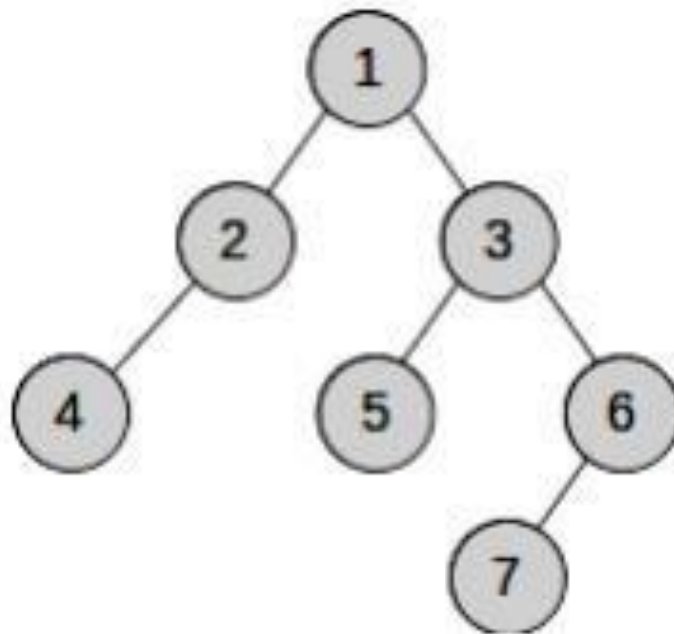
- ( **X** ) balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem de até uma unidade.
- ( ) balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) são sempre idênticas.
- ( ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem de até uma unidade.
- ( ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) são sempre idênticas.
- ( ) não balanceada, em que, para qualquer nó de T, as alturas de suas duas subárvores (esquerda e direita) diferem exatamente de uma unidade.

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 02) Dada a árvore a seguir, assinale a alternativa que apresenta o passeio em ordem para essa árvore.



( ) 1 2 4 3 5 6 7

( ) 1 2 3 4 5 6 7

( ) 4 2 1 7 5 6 3

( ) 4 2 1 5 3 7 6

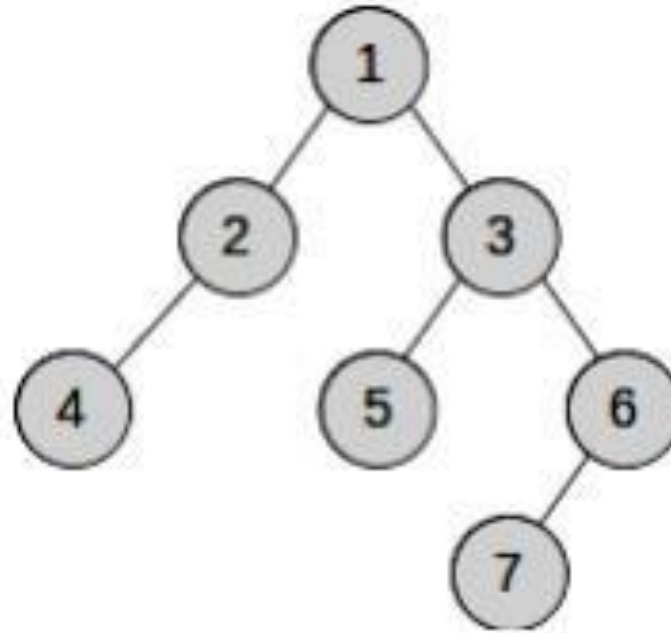
( ) 7 4 5 6 2 3 1

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 02) Dada a árvore a seguir, assinale a alternativa que apresenta o passeio **em ordem** para essa árvore.



O que é **em ordem**?

( ) 1 2 4 3 5 6 7

( ) 1 2 3 4 5 6 7

( ) 4 2 1 7 5 6 3

( ) 4 2 1 5 3 7 6

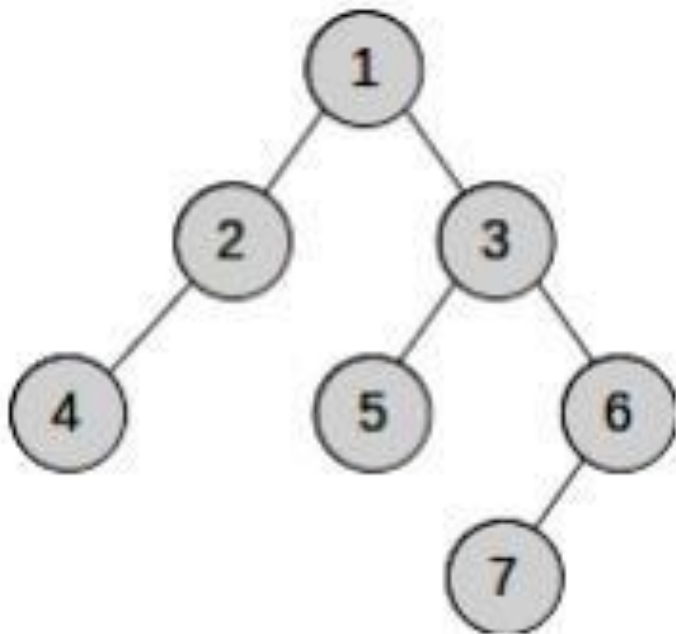
( ) 7 4 5 6 2 3 1

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 02) Dada a árvore a seguir, assinale a alternativa que apresenta o passeio **em ordem** para essa árvore.



( ) 1 2 4 3 5 6 7

( ) 1 2 3 4 5 6 7

( ) 4 2 1 7 5 6 3

( ) 4 2 1 5 3 7 6

( ) 7 4 5 6 2 3 1

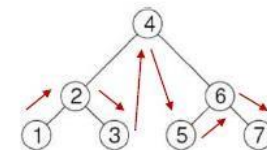


O que é **em ordem**?

### Árvores Binárias

#### Atravessamento em ordem (infixa)

- caminhar na subárvore à esquerda, segundo este caminhamento;
- visitar a raiz;
- caminhar na subárvore à direita, segundo este caminhamento



1 2 3 4 5 6 7

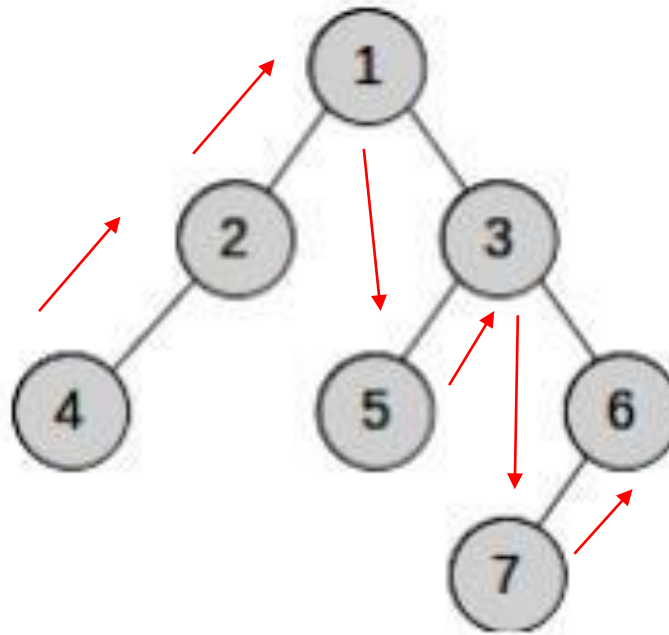


# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 02) Dada a árvore a seguir, assinale a alternativa que apresenta o passeio **em ordem** para essa árvore.



( ) 1 2 4 3 5 6 7

( ) 1 2 3 4 5 6 7

( ) 4 2 1 7 5 6 3

( ) 4 2 1 5 3 7 6

( ) 7 4 5 6 2 3 1



O que é **em ordem**?

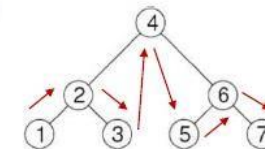
### Aula 10- ALGORITMOS AVANÇADOS

UNIDADE V - Estruturas de dados dos tipos Árvore Binária e Árvore AVL

## Árvores Binárias

### Atravessamento em ordem (infixa)

- caminhar na subárvore à esquerda, segundo este caminhamento;
- visitar a raiz;
- caminhar na subárvore à direita, segundo este caminhamento



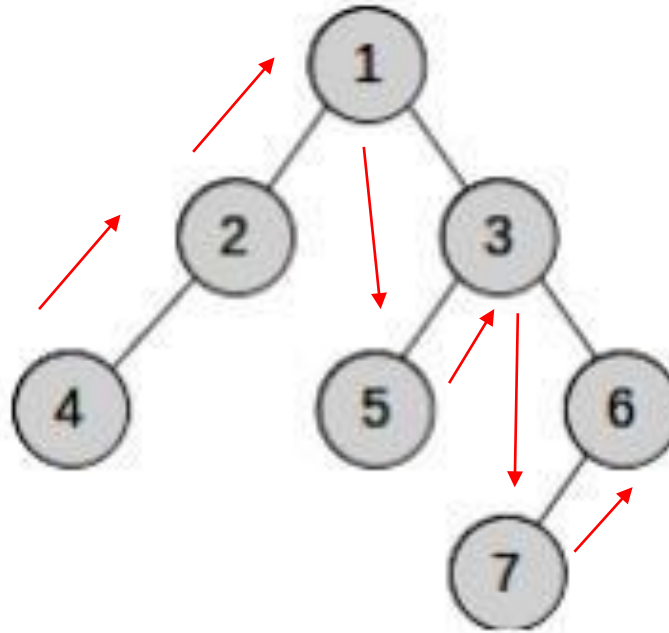
1 2 3 4 5 6 7

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 02) Dada a árvore a seguir, assinale a alternativa que apresenta o passeio **em ordem** para essa árvore.



( ) 1 2 4 3 5 6 7

( ) 1 2 3 4 5 6 7

( ) 4 2 1 7 5 6 3

( **X** ) 4 2 1 5 3 7 6

( ) 7 4 5 6 2 3 1



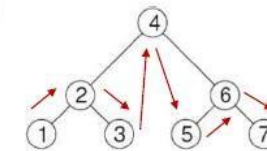
O que é **em ordem**?

Aula 10- ALGORITMOS AVANÇADOS  
UNIDADE V - Estruturas de dados dos tipos Árvore Binária e Árvore AVL

### Árvores Binárias

#### Atravessamento em ordem (infixa)

- caminhar na subárvore à esquerda, segundo este caminhamento;
- visitar a raiz;
- caminhar na subárvore à direita, segundo este caminhamento



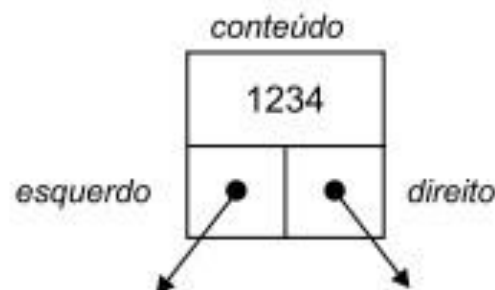
1 2 3 4 5 6 7

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 03) Uma estrutura de dados apresenta a seguinte estrutura, com três campos, para representar cada uma de suas células: conteúdo (valor, por exemplo, 1234), esquerdo (ponteiro) e direito (ponteiro).



Assinale a alternativa que apresenta o tipo de estrutura de dados na qual cada célula tem, de uma maneira geral, essa forma de representação.

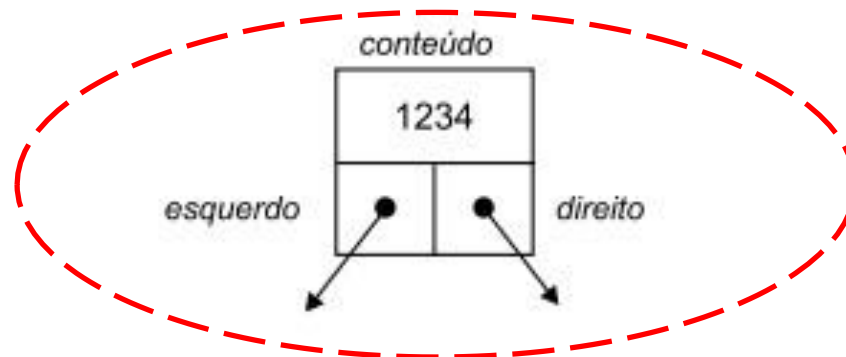
- (    ) Árvore binária.
- (    ) Grafo direcionado.
- (    ) Grafo não direcionado.
- (    ) Lista com encadeamento simples.
- (    ) Pilha.

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 03) Uma estrutura de dados apresenta a seguinte estrutura, com três campos, para representar cada uma de suas células: conteúdo (valor, por exemplo, 1234), esquerdo (ponteiro) e direito (ponteiro).



Assinale a alternativa que apresenta o tipo de estrutura de dados na qual cada célula tem, de uma maneira geral, essa forma de representação.

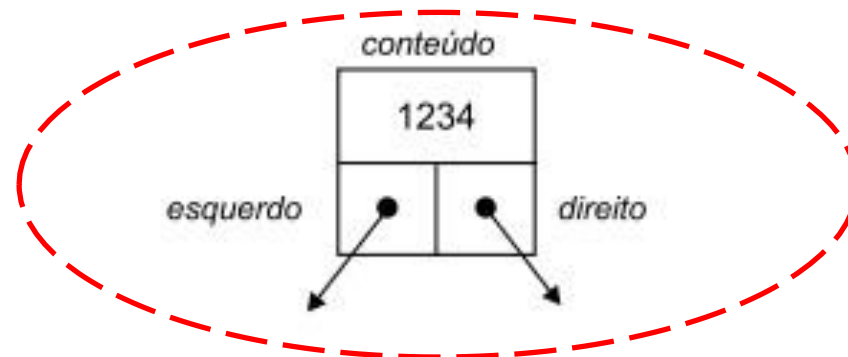
- (    ) Árvore binária.
- (    ) Grafo direcionado.
- (    ) Grafo não direcionado.
- (    ) Lista com encadeamento simples.
- (    ) Pilha.

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 03) Uma estrutura de dados apresenta a seguinte estrutura, com três campos, para representar cada uma de suas células: conteúdo (valor, por exemplo, 1234), esquerdo (ponteiro) e direito (ponteiro).



Assinale a alternativa que apresenta o tipo de estrutura de dados na qual cada célula tem, de uma maneira geral, essa forma de representação.

- ( **X** ) Árvore binária.
- ( ) Grafo direcionado.
- ( ) Grafo não direcionado.
- ( ) Lista com encadeamento simples.
- ( ) Pilha.

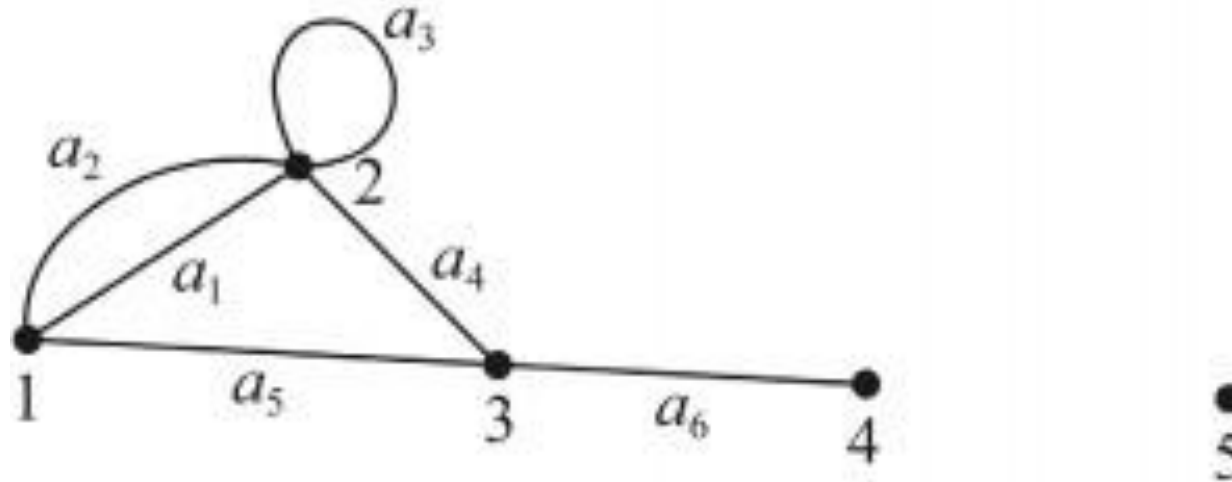


# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 04)



Considerando o grafo precedente, assinale a opção correta.

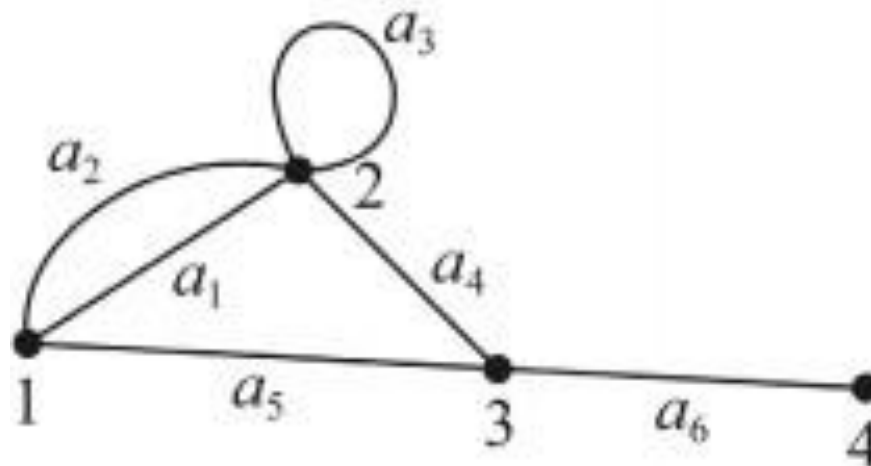
- ☐ Os nós 1 e 4 são adjacentes.
- ☐ O nó 5 é adjacente a si mesmo.
- ☐ Os arcos  $a_1$  e  $a_2$  são arcos irmãos.
- ☐ Os nós 2 e 3 têm grau 3.
- ☐ O grafo não pode ser classificado como conexo.

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 04)



VAMOS ANALISAR !!!

Considerando o grafo precedente, assinale a opção correta.

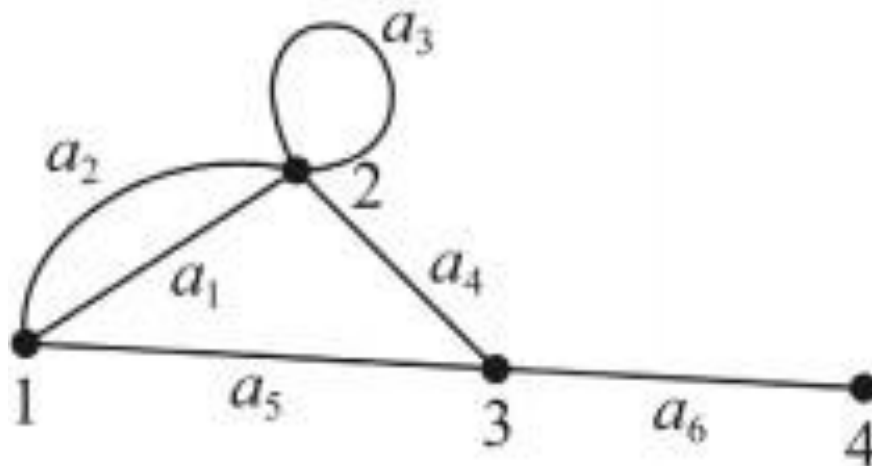
- ☐ Os nós 1 e 4 são adjacentes.
- ☐ O nó 5 é adjacente a si mesmo.
- ☐ Os arcos  $a_1$  e  $a_2$  são arcos irmãos.
- ☐ Os nós 2 e 3 têm grau 3.
- ☐ O grafo não pode ser classificado como conexo.

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 04)



VAMOS ANALISAR !!!

Considerando o grafo precedente, assinale a opção correta.

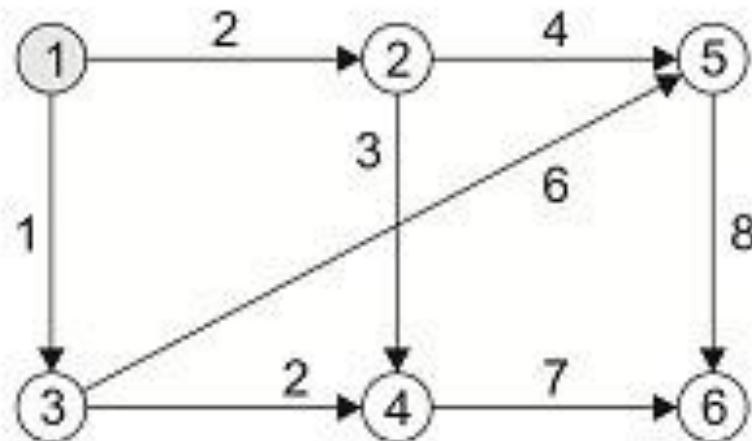
- ☐ Os nós 1 e 4 são adjacentes.
- ☐ O nó 5 é adjacente a si mesmo.
- ☐ Os arcos  $a_1$  e  $a_2$  são arcos irmãos.
- ☐ Os nós 2 e 3 têm grau 3.
- ☒ O grafo não pode ser classificado como conexo.

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 05) Considere a estrutura abaixo que representa um problema de rotas em pequena escala.



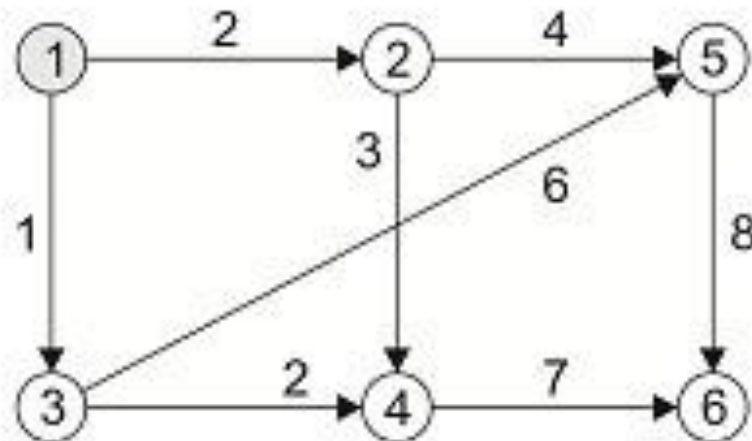
Considere, por hipótese, que solicitou-se a um Agente de Fiscalização à Regulação de Transporte do Rio de Janeiro a utilizar alguma estratégia lógica para, partindo do ponto 1, chegar ao ponto 6 usando a menor rota. De um mesmo ponto pode haver mais de uma rota, com distâncias diferentes. Qual a lógica correta utilizada pelo Agente, em função dos pontos a serem percorridos, utilizando a menor ROTA?

# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 05) Considere a estrutura abaixo que representa um problema de rotas em pequena escala.



**VAMOS ANALISAR !!!**

Considere, por hipótese, que solicitou-se a um Agente de Fiscalização à Regulação de Transporte do Rio de Janeiro a utilizar alguma estratégia lógica para, partindo do ponto 1, chegar ao ponto 6 usando a menor rota. De um mesmo ponto pode haver mais de uma rota, com distâncias diferentes. Qual a lógica correta utilizada pelo Agente, em função dos pontos a serem percorridos, utilizando a menor ROTA?

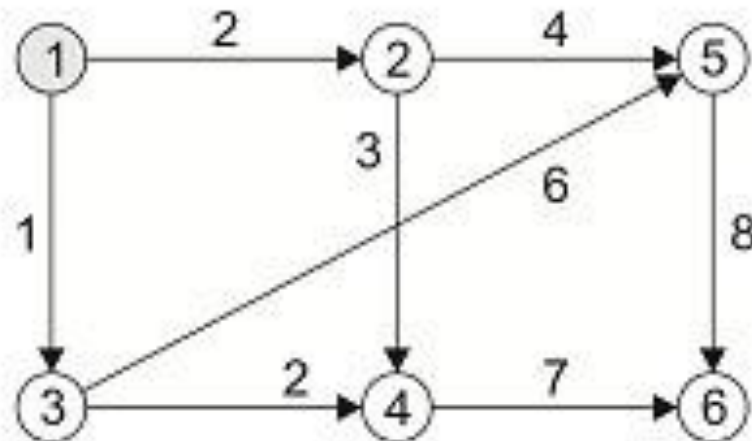


# Aula 13- ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## Tema 5 - Algoritmos em GRAFOS (CRÉDITO DIGITAL)

### EXERCÍCIOS (REVISÃO)

Questão 05) Considere a estrutura abaixo que representa um problema de rotas em pequena escala.



**VAMOS ANALISAR !!!**

Considere, por hipótese, que solicitou-se a um Agente de Fiscalização à Regulação de Transporte do Rio de Janeiro a utilizar alguma estratégia lógica para, partindo do ponto 1, chegar ao ponto 6 usando a menor rota. De um mesmo ponto pode haver mais de uma rota, com distâncias diferentes. Qual a lógica correta utilizada pelo Agente, em função dos pontos a serem percorridos, utilizando a menor ROTA?

Avaliando a estrutura a menor ROTA (a soma das arestas que terá o menor valor) é por **1-3-4-6** =>  
**Total = 1 + 2 + 7 = 10 (dez é o menor valor, caminho mais curto).**

# ALGORITMOS E COMPLEXIDADE

## PROVA AV2

**ESTUDAR TODOS OS MATERIAIS (DO MATERIAL 1 ATÉ O MATERIAL 13).**

1 – VARIÁVEIS LOCAIS E GLOBAIS.

2 – FUNÇÃO E PROCEDIMENTO.

3 – PONTEIROS.

4 – NOTAÇÃO O.

5 – RECURSIVIDADE.

6 – ALGORITMOS DE ORDENAÇÃO: ORDENAÇÃO BOLHA, ORDENAÇÃO POR SELEÇÃO E ORDENAÇÃO POR INSERÇÃO (*SABER COMO REALIZA O PROCESSO MANUALMENTE DESSAS ORDENAÇÕES CLÁSSICAS*).

7 – ALGORITMO MERGESORT E QUICKSORT.

8 – SABER A DINÂMICA E O FUNCIONAMENTO DA ÁRVORE BINÁRIA.

**TREINAR O PROCESSO:**

*Diferentes formas de percorrer os nós de uma árvore:*

- *Pré-ordem ou prefixa (busca em profundidade);*
- *Em ordem ou infixada (ordem central);*
- *Pós-ordem ou posfixa;*
- *Em nível.*

9 – PARTE CONCEITUAL DA ÁRVORE BALANCEADA/AVL.

10 – ALGORITMOS EM GRAFOS.