

Complejidad y Computabilidad	
Material permitido: Ninguno	Duración: 2 horas

Preguntas a justificar: máximo 9 puntos; 1'5 puntos cada pregunta correcta y convenientemente justificada

Pregunta de desarrollo: máximo 1 punto

Importante: responda al examen, íntegramente, en las hojas que le facilitan para desarrollar. **No existe hoja de lectura automática**, ya que el examen se corrige de forma manual. Por tanto, transcriba legiblemente las respuestas (p.ej. 1a, 2b, ...) y **justifique** su respuesta. No entregue el enunciado.

Original. Septiembre 2018

Preguntas a justificar

- Las primeras cinco componentes del vector característico de M_{2708} son $(0, 1, 0, 1, 1)$.
 - Verdadero
 - Falso

SOLUCIÓN

Es la a). Dicha máquina sólo tiene una transición dada por $\delta(q_1, X_1) = \delta(q_2, X_1, R)$ y por tanto acepta las cadenas 0, 00 y 0, 1.

- El lenguaje $L = \{0^{2n}, n \geq 0\}$ sobre el alfabeto $\Sigma = \{0\}$ es recursivo enumerable pero no recursivo.
 - Verdadero
 - Falso

SOLUCIÓN

Es la b). Por ejemplo la máquina de Turing M dada en la tabla siguiente acepta dicho lenguaje y se detiene siempre.

M	0	\square
q_0	$(q_1, 0, R)$	(q_S, \square, R)
q_1	$(q_0, 0, R)$	(q_N, \square, R)
q_S	—	—
q_N	—	—

- Se verifica que $L(M_{70}) = L(M_{20770})$.
 - Verdadero

b) Falso

SOLUCIÓN

Es la b). Por una parte $70_{10} = 1000110_2$, por lo que $w_{70} = 000110$ y $L(M_{70}) = \emptyset$. Por otra parte $20770_{10} = 101000100100010_2$, por lo que $w_{70} = 010^310^210^310$ y $L(M_{20770}) = \{\epsilon\}$. Por tanto, $L(M_{70}) \neq L(M_{20770})$.

4. Considere el Problema de la Correspondencia de Post (PCP) planteado sobre los siguientes cuatro pares $(w_1, x_1) = (ab, abab)$, $(w_2, x_2) = (b, a)$, $(w_3, x_3) = (aba, b)$ y $(w_4, x_4) = (aa, b)$:

- a) tiene solución negativa, porque *PCP* es un problema indecidible
- b) tiene solución positiva para esta instancia

SOLUCIÓN

SOLUCIÓN: La respuesta correcta es la b). La secuencia de índices $\{1, 1, 3, 2, 2, 4, 2, 3, 2, 4, 2, 1\}$ proporciona una solución positiva.

5. Si hay algún problema P_1 que pertenece a P y a $NP - Completo$, entonces $P = NP$:

- a) Verdadera
- b) Falsa

SOLUCIÓN

Es verdadera. Siempre se tiene que $P \subset NP$, por lo que sólo hay que probar que $NP \subset P$. Sea $P_2 \in NP$, entonces $P_2 \prec_P P_1$ y como $P_1 \in P$, también $P_2 \in P$.

6. Al verificarse que $2^7 \equiv 2 \pmod{7}$ se puede concluir utilizando el Teorema pequeño de Fermat que 7 es primo.

- a) Verdadero
- b) Falso

SOLUCIÓN

Es la b). Aunque es cierto que $2^7 \equiv 2 \pmod{7}$ y 7 es primo, sin embargo el Teorema pequeño de Fermat no permite decir que si $2^p \equiv 2 \pmod{p}$ entonces p es primo, de hecho no se cumple para $p=341$.

Pregunta de desarrollo Qué es un problema Co-NP y qué relación tienen con los problemas NP.

SOLUCIÓN

Ver tema 11.