Complejidad y Computabilidad

Material permitido: **Ninguno** Duración: **2 horas**

Preguntas a justificar:	máximo 9 puntos; 1'5 puntos cada pregunta correcta y convenientemente justificada
Pregunta de desarrollo:	máximo 1 punto

Importante: responda al examen, íntegramente, en las hojas que le facilitan para desarrollar. **No existe hoja de lectura automática**, ya que el examen se corrige de forma manual. Por tanto, transcriba legiblemente las respuestas (p.ej. 1a, 2b, ...) y **justifique** su respuesta. No entregue el enunciado.

Segunda Semana. **Febrero 2016**

Preguntas a justificar

1. Sea M la máquina de Turing codificada por

$$0101000101001100010010001001001100010100001010011000100010000100010 0,$$

siguiendo el convenio de que $X_1 = 0$, $X_2 = 1$, $X_3 = \square =$ Blanco, $D_1 = L =$ Izquierda, $D_2 = R =$ Derecha, q_1 el estado inicial, q_2 el estado final y que la codificación de $\delta(q_i, X_j) = (q_k, X_l, D_m)$ está dada por $0^i10^j10^k10^l10^m$. Entonces se verifica que M no acepta ningún lenguaje.

   a) Verdadero

   b) Falso

SOLUCION

Es verdadero. Esta máquina verifica que la cadena dada es $C_1 11 C_2 11 C_3 11 C_4$, siendo

$$C_1 = 010100010100 = 0^1 10^1 10^3 10^1 10^2 \text{ asociada a } \delta(q_1, X_1) = (q_3, X_1, D_2),$$
$$C_2 = 0001001000100100 = 0^3 10^2 10^3 10^2 10^2 \text{ asociada a } \delta(q_3, X_2) = (q_3, X_2, D_2),$$
$$C_3 = 000101000010100 = 0^3 10^1 10^4 10^1 10^2 \text{ asociada a } \delta(q_3, X_1) = (q_4, X_1, D_2),$$
$$C_4 = 0001000100001000100 = 0^3 10^3 10^4 10^3 10^2 \text{ asociada a } \delta(q_3, X_3) = (q_4, X_3, D_2).$$

Y en ningún momento se llega al estado de aceptación q_2. Por tanto, M no acepta ningún lenguaje. No obstante, si se considera que el lenguaje vacío es un lenguaje, también se considera correcta la respuesta b): Falso.

2. Sea $\Sigma = \{0, 1\}$, entonces se tiene que $L = \{0^n 1^n 0^n,\ n \geq 0\}$ y $L = \{0^n 1^n 0^n,\ n > 0\}$ son ambos recursivos.

   a) Verdadero

   b) Falso

SOLUCION

Es la a). Para ver que $L = \{0^n1^n0^n,\ n \geq 0\}$ es recursivo se puede utilizar la máquina de Turing M dada en la tabla siguiente, con $F = \{q_5\}$, $R =$ Derecha, $L =$ Izquierda y $\square =$ Blanco.

M	0	1	X	Y	Z	$\square$
q_0	(q_1, X, R)	$-$	$-$	(q_4, Y, R)	$-$	$(q_5, \square, R)$
q_1	$(q_1, 0, R)$	(q_2, Y, R)	$-$	(q_1, Y, R)	$-$	$-$
q_2	(q_3, Z, L)	$(q_2, 1, R)$	$-$	$-$	(q_2, Z, R)	$-$
q_3	$(q_3, 0, L)$	$(q_3, 1, L)$	(q_0, X, R)	(q_3, Y, L)	(q_3, Z, L)	$-$
q_4	$-$	$-$	$-$	(q_4, Y, R)	(q_4, Z, R)	$(q_5, \square, R)$
q_5	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	-

3. Sea L un lenguaje, de forma que existe una reducción desde L_d a L, entonces L:

   a) Es recursivamente enumerable

   b) No es recursivamente enumerable

SOLUCION

Es la b). Dado que $L_d \prec L$ y que sabemos que $L_d \notin RE$, se tiene que $L \notin RE$

4. En el PCP Unario (con alfabeto de sólo un carácter) cualquier instancia verifica que el $PCPM$ admite solución positiva:

   a) Verdadera

   b) Falsa

SOLUCION

Es falsa. El siguiente PCP sirve de ejemplo:

$$\boxed{\begin{array}{lcl} \omega_1 & = & 1 \\ x_1 & = & 1\ 1\ 1\ 1 \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{lcl} \omega_2 & = & 1 \\ x_2 & = & 1\ 1 \end{array}}$$

5. Si P fuera igual a NP entonces $co-NP$ sería igual a NP:

   a) Verdadera

   b) Falsa

SOLUCION

Es verdadera porque la clase P es cerrada respecto a la complementación.

6. Dado que existe un número infinito de símbolos, que en principio pueden aparecer en una expresión booleana, nos encontramos con que el alfabeto de SAT es infinito:

   a) Verdadera

   b) Falsa

SOLUCION

Es falsa. El alfabeto de SAT está compuesto sólo por ocho símbolos: $\wedge, \vee, \neg, (,), x, 1, 0$, ya que x_i se representa mediante el símbolo x seguido de ceros y unos que representan i en binario.

Pregunta de desarrollo Descripción de P, NP y NP-dificil y relación entre estas clases de problemas.