Capítulo 1

Máquinas de Turing

1.1. Codificación y enumeración de MT

1. Es imposible codificar la siguiente máquina de Turing M dada por la Tabla 1.1, con q_1 estado inicial, q_2 estado final, $R =$ Derecha y $\square =$ Blanco.

   Tabla 1.1: Máquina de Turing M.

M	1	2	$\square$
q_1	$(q_1, 1, R)$	$(q_2, 2, R)$	$-$
q_2	$-$	$-$	$-$

   a) Verdadero

   b) Falso

2. Sea M la máquina de Turing codificada por

   01010001010011000100100010010011000101000010100110001000100001000100,

   siguiendo el convenio de que $X_1 = 0$, $X_2 = 1$, $X_3 = \square =$ Blanco, $D_1 = L =$ Izquierda, $D_2 = R =$ Derecha, q_1 el estado inicial, q_2 el estado final y que la codificación de $\delta(q_i, X_j) = (q_k, X_l, D_m)$ está dada por $0^i10^j10^k10^l10^m$. Entonces se verifica que M no acepta ningún lenguaje.

   a) Verdadero

   b) Falso

3. Sea M la máquina de Turing codificada por

   0101000101001100010010001001001100010100001010011000010001001000100, siguiendo el convenio de que $X_1 = 0$, $X_2 = 1$, $X_3 = \square =$ Blanco, $D_1 = L =$ Izquierda, $D_2 = R =$ Derecha, q_1 el estado inicial, q_2 el estado final y que la codificación de $\delta(q_i, X_j) = (q_k, X_l, D_m)$ está dada por $0^i10^j10^k10^l10^m$. Entonces se verifica que M no acepta ningún lenguaje.

a) Verdadero

b) Falso

4. Sea M la máquina de Turing codificada por

$$01010101001101001001001 00,$$

siguiendo el convenio de que $X_1 = 0$, $X_2 = 1$, $X_3 = \square =$ Blanco, $D_1 = L =$ Izquierda, $D_2 = R =$ Derecha, q_1 el estado inicial, q_2 el estado final y que la codificación de $\delta(q_i, X_j) = (q_k, X_l, D_m)$ está dada por $0^i10^j10^k10^l10^m$. Entonces se verifica que M no reconoce ningún lenguaje.

a) Verdadero

b) Falso

5. Sea la máquina de Turing M dada por la Tabla 1.2, con $F = \{q_4\}$, $R =$ Derecha, $L =$ Izquierda y $\square =$ Blanco, entonces para la entrada $000111\square$ la secuencia completa de movimientos es:

$$q_0000111\square \vdash Xq_100111\square \vdash X0q_10111\square \vdash X00q_1111\square$$
$$\vdash X00Yq_211\square \vdash X00Yq_21\square \vdash X00Y11q_2\square$$

Tabla 1.2: MT M para describir la secuencia completa de movimientos para $000111\square$

M	0	1	X	Y	$\square$
q_0	(q_1, X, R)	$-$	$-$	(q_3, Y, R)	$-$
q_1	$(q_1, 0, R)$	(q_2, Y, L)	$-$	(q_1, Y, R)	$-$
q_2	$(q_2, 0, L)$	$-$	(q_0, X, R)	(q_2, Y, L)	$-$
q_3	$-$	$-$	$-$	(q_3, Y, R)	$(q_4, \square, R)$
q_4	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$

a) Verdadero

b) Falso

6. Sea la máquina de Turing M dada por la Tabla 1.3, con $F = \{q_4\}$, $R =$ Derecha, $L =$ Izquierda y $\square =$ Blanco, entonces para la entrada $00111\square$ la máquina se detiene aceptando dicha entrada.

$$q_000111\square \vdash Xq_10111\square \vdash X0q_1111\square \vdash X0Yq_211\square$$
$$\vdash X0Y1q_21\square \vdash X0Y1Yq_3\square \vdash X0Y1Yq_4\square$$

Tabla 1.3: MT M para describir la secuencia completa de movimientos para $00111\Box$

M	0	1	X	Y	$\Box$
q_0	(q_1, X, R)	$-$	$-$	(q_3, Y, R)	$-$
q_1	$(q_1, 0, R)$	(q_2, Y, L)	$-$	(q_1, Y, R)	$-$
q_2	$(q_2, 0, L)$	$-$	(q_0, X, R)	(q_2, Y, L)	$-$
q_3	$-$	$-$	$-$	(q_3, Y, R)	$(q_4, \Box, R)$
q_4	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$

a) Verdadero

b) Falso

7. No hay ninguna máquina de Turing M_i tal que su vector característico asociado tenga un 1 en la componente i.

   a) Verdadero

   b) Falso

8. No existe ninguna máquina de Turing M_i tal que su vector característico esté formado por todo unos excepto en una componente.

   a) Verdadero

   b) Falso

9. Los primeros 5 valores del vector característico de M_{2708} son $(0, 1, 0, 1, 1)$.

   a) Verdadero

   b) Falso

10. Las primeras 10 cadenas $\{w_1, w_2, \ldots, w_{10}\}$ son $\{\epsilon, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

    a) Verdadero

    b) Falso

11. Sea la máquina de Turing M dada por la tabla siguiente, con $F = \{q_2\}$, R = Derecha, L = Izquierda y $\Box$ = Blanco, entonces las 5 primeras componentes de su vector característico son $(0, 0, 0, 0, 1)$.

    a) Verdadero

    b) Falso

Tabla 1.4: Máquina de Turing M.

M	0	1	$\square$
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	$(q_1, \square, L)$
q_1	$-$	$(q_2, 1, R)$	$-$
q_2	$-$	$-$	$-$

1.2. Relación de MT con otras máquinas

1. Un ejemplo de lenguaje que es aceptado por una máquina de Turing y que, sin embargo, no es aceptado por ningún autómata de una pila es el siguiente: $\{0^{n+1}1^n | n \geq 1\}$

    a) Verdadero

    b) Falso

2. Un ejemplo de lenguaje que es aceptado por una máquina de Turing y que, sin embargo, no es aceptado por ningún autómata de una pila es el siguiente: $\{0^n 1^{n+1} | n \geq 1\}$

    a) Verdadero

    b) Falso

3. Sea el lenguaje $\Sigma = \{0, 1\}$ y $L = \{0^*\}$, se puede aceptar por un autómata a pila determinista y por una máquina de Turing

    a) Verdadero

    b) Falso

Capítulo 2

Indecidibilidad

2.1. R y RE

1. Si P se puede reducir a $\overline{L}$ y P es indecidible, entonces L es indecidible:

   a) Verdadera
   b) Falsa

2. Si $L \in RE$ y $\overline{L} \notin RE$, entonces $L \notin R$:

   a) Verdadera
   b) Falsa

3. (Anulada por repetida) Si $P \prec \overline{L}$ y P indecidible, entonces L es indecidible:

   a) Verdadera
   b) Falsa

4. Si un lenguaje L es recursivo, entonces $\overline{L}$ es recursivo:

   a) Verdadero
   b) Falso

5. La máquina de Turing M dada por la Tabla 2.1, con $F = \{q_4\}$, $R =$ Derecha, $L =$ Izquierda y $\square =$ Blanco, sirve para demostrar que el lenguaje $L = \{0^n 1^n, n \geq 0\}$ es recursivo enumerable no recursivo.

   a) Verdadero
   b) Falso

6. Sea L el lenguaje formado por las palabras sobre $\Sigma = \{0, 1\}$ que contienen al menos un 1. Para demostrar que dicho lenguaje es recursivo basta con considerar la máquina de Turing M dada por la Tabla siguiente, con q_0 estado inicial, q_1 estado final, $R =$ Derecha y $\square =$ Blanco.

Tabla 2.1: Propuesta de MT M para aceptar $L = \{0^n 1^n, n \geq 0\}$

M	0	1	X	Y	$\square$
q_0	(q_1, X, R)	$-$	$-$	(q_3, Y, R)	$-$
q_1	$(q_1, 0, R)$	(q_2, Y, R)	$-$	(q_1, Y, R)	$-$
q_2	$(q_2, 0, L)$	$-$	(q_0, X, R)	(q_2, Y, L)	$-$
q_3	$-$	$-$	$-$	(q_3, Y, R)	$(q_4, \square, R)$
q_4	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$

Tabla 2.2: Propuesta de MT M para demostrar que el lenguaje formado por las palabras sobre $\Sigma = \{0, 1\}$ que contienen al menos un 1 es recursivo

M	0	1	$\square$
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	$-$
q_1	$-$	$-$	$-$

a) Verdadero

b) Falso

7. Sea L el lenguaje formado por las palabras sobre $\Sigma = \{0, 1\}$ que contienen al menos un 1. Para demostrar que dicho lenguaje es recursivo basta con considerar la máquina de Turing M dada por la Figura 2.1

   a) Verdadero

   b) Falso

8. La máquina de Turing M dada por la tabla siguiente, con $F = \{q_1\}$, $R =$ Derecha, $L =$ Izquierda y $\square =$ Blanco tiene asociada la Figura 2.2.

Tabla 2.3: Máquina de Turing M.

M	0	1	$\square$
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	$(q_0, \square, L)$
q_1	$-$	$-$	$-$

   a) Verdadero

   b) Falso

9. Sea $\Sigma = \{0, 1\}$, entonces se tiene que $L = \{0^*\}$ es recursivo.

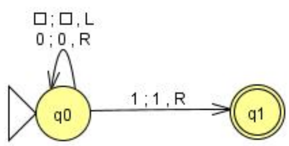

Figura 2.1: Propuesta de MT para demostrar que el lenguaje formado por las palabras sobre $\Sigma = \{0, 1\}$ que contienen al menos un 1 es recursivo

   a) Verdadero
   b) Falso

10. Sea $\Sigma = \{0, 1\}$, entonces el lenguaje de las cadenas Σ^* cuyo primer símbolo no vuelve a aparecer, es decidible.
    a) Verdadero
    b) Falso

11. Sea $\Sigma = \{0, 1\}$, entonces el lenguaje de las cadenas Σ^* que comienzan y acaban con el mismo símbolo, es recursivo.
    a) Verdadero
    b) Falso

12. Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, entonces se tiene que $L = \{a^r b^s c^t,\ r \cdot s = t,\ r, s, t > 0\}$ es recursivo.
    a) Verdadero
    b) Falso

13. Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, entonces se tiene que $L = \{a^n b^n c^n,\ n \geq 0\}$ y $L = \{a^n b^n c^n,\ n > 0\}$ son ambos recursivos.
    a) Verdadero
    b) Falso

14. Los lenguajes recursivos son cerrados respecto a la clausura de Kleene.

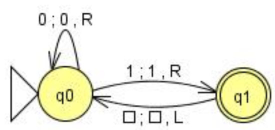

Figura 2.2: Máquina de Turing M.

a) Verdadero
b) Falso

15. Los lenguajes recursivos enumerables son cerrados respecto a la clausura de Kleene.
    a) Verdadero
    b) Falso

2.2. L_d, L_u y otros lenguajes

1. Sea L un lenguaje, de forma que existe una reducción desde L_d a L, entonces L:
    a) Es recursivamente enumerable
    b) No es recursivamente enumerable
2. $\overline{L}_d$ es el conjunto de todas las cadenas w_i tales que:
    a) w_i no forma parte de $L(M_i)$
    b) M_i acepta w_i
3. $\overline{L_u} \in RE$:
    a) Verdadera
    b) Falsa
4. (Anulada por repetida) Se verifica que $\overline{L}_u \in RE$:

a) Verdadera
b) Falsa

5. L_d no es un lenguaje recursivamente enumerable.
   a) Verdadero
   b) Falso

6. La cadena $w_{2708} \in L_d$.
   a) Verdadero
   b) Falso

7. El esquema de demostración de que L_u es RE es construir explicitamente una MT con una cinta que acepte L_u.
   a) Verdadero
   b) Falso

8. Los pares $(0101001010, 00)$ y $(1111111, 00)$ pertenecen a L_u.
   a) Verdadero
   b) Falso

9. El esquema de demostración de que L_{ne} es RE es construir explicitamente una MT determinista que acepte L_{ne}.
   a) Verdadero
   b) Falso

10. L_e y L_{ne} son indecidibles.
    a) Verdadero
    b) Falso

11. La MT M_{1354} está en L_{ne}.
    a) Verdadero
    b) Falso

12. La MT M_{127} está en L_{ne}.
    a) Verdadero
    b) Falso

13. Si una MT tiene un 1 en su vector característico, entonces dicha máquina pertenece a L_{ne}.
    a) Verdadero

b) Falso

14. Si se denota por L_1 al "Lenguaje formado por el conjunto de los códigos de las máquinas de Turing M_i, tales que su lenguaje está formado por al menos 37 cadenas diferentes" y por L_2 al "Lenguaje formado por el conjunto de los códigos de las máquinas de Turing M_i MT que tienen al menos 37 estados diferentes", se tiene que ambos son indecidibles.

    a) Verdadero
    b) Falso

15. Si se denota por L al "Lenguaje formado por el conjunto de los códigos de las máquinas de Turing M_i, tales que su lenguaje es reconocido por alguna MT con 37 estados como máximo", se tiene que L es indecidible.

    a) Verdadero
    b) Falso

16. Si se denota por L al "Lenguaje formado por el conjunto de los códigos de las máquinas de Turing M_i, tales que su lenguaje es reconocido por alguna MT con un número par de estados", se tiene que L es indecidible.

    a) Verdadero
    b) Falso

17. (IAE1) Si una máquina de Turing tiene un código que está en L_e, entonces necesariamente es que es un código de una máquina de Turing no válida.

    a) Verdadero
    b) Falso

18. Para que $w_i \in L_d$ se tiene que cumplir que $L(M_i) = \emptyset$

    a) Verdadero
    b) Falso

19. Puede ocurrir que $L(M_i) = L(M_j) \neq \emptyset$ con $i \neq j$.

    a) Verdadero
    b) Falso

20. Se verifica que $L(M_{70}) = L(M_{20770})$.

    a) Verdadero
    b) Falso

21. La máquina de Turing con un único estado que es a la vez de inicio y de aceptación y sin ninguna transción acepta L_e.

a) Verdadero

b) Falso

22. Se verifica que $L_e \subset L_d$.

a) Verdadero

b) Falso

23. Sea $L = \{0^*\}$, entonces se verifica que $L \subset L_d$.

a) Verdadero

b) Falso

2.3. *PCP* y *PCPM*

1. Considere los siguientes pares de listas

$$\boxed{\begin{array}{ccc} \omega_1 & = & 1 \\ x_1 & = & 1\,0 \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{ccc} \omega_2 & = & 1\,0 \\ x_2 & = & 1\,0 \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{ccc} \omega_3 & = & 0\,1 \\ x_3 & = & 0 \end{array}}$$

Entonces:

a) El *PCPM* tiene solución negativa y el *PCP* solución positiva

b) Tanto el *PCPM* como el *PCP* tienen solución negativa

2. Es posible que para una instancia en concreto del *PCP* se tenga que el *PCPM* asociado tenga solución negativa y , sin embargo, el *PCP* tenga solución positiva:

a) Verdadera

b) Falsa

3. Considere el Problema de la Correspondencia de Post (PCP) planteado sobre los siguientes dos pares $(w_1, x_1) = (10, 1)$ y $(w_2, x_2) = (110, 01)$:

a) no puede saberse si tiene respuesta afirmativa o negativa en este caso, porque es un problema indecidible

b) tiene solución negativa para esta instancia

4. Considere el Problema de la Correspondencia de Post (PCP) planteado sobre los siguientes cuatro pares $(w_1, x_1) = (ab, abab)$, $(w_2, x_2) = (b, a), (w_3, x_3) = (aba, b) y (w_4, x_4) = (aa, b)$:

a) tiene solución negativa, porque *PCP* es un problema indecidible

b) tiene solución positiva para esta instancia

Capítulo 3

Intratabilidad

3.1. P, NP, NP-Completo y NP-Difícil

1. Si P fuera igual a NP entonces $co - NP$ sería igual a NP:

   a) Verdadera

   b) Falsa

2. Si hay algún problema P_1 que pertenece a P y a $NP - Completo$, entonces $P = NP$:

   a) Verdadera

   b) Falsa

3. La clase P es cerrada respecto a la complementación:

   a) Verdadera

   b) Falsa

4. No existen problemas que sean a la vez NP y $co - NP$:

   a) Verdadera

   b) Falsa

3.2. SAT, $CSAT$ y $3SAT$

1. La expresión booleana $(x \vee \overline{y}) \wedge (y \vee z) \wedge (\overline{x} \vee \overline{y})$ pertenece a $2SAT$:

   a) Verdadera

   b) Falsa

2. La cláusula $e = x_1 \vee x_2$ se puede extender a una expresión equivalente $FNC - 3$:

a) Verdadera
b) Falsa

3. La expresión $E = x \wedge (\neg x \vee y) \wedge \neg y$ admite una única asignación de verdad que la hace satisfacible:

   a) Verdadera
   b) Falsa

4. Si una expresión booleana es satisfacible, entonces necesariamente sólo puede haber una asignación de verdad:

   a) Verdadera
   b) Falsa

3.3. Problema FBC

3.4. Problema de la primalidad

1. (IAE2) Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ y $n \in \mathbb{N}$, entonces $a \equiv b\,(mod\,n) \Leftrightarrow n|(a-b)$.

   a) Verdadero
   b) Falso

2. (IAE3) Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ y $c, m \in \mathbb{N}$, entonces $ac \equiv bc\,(mod\ m) \Rightarrow a \equiv b\,(mod\ \frac{m}{c})$

   a) Verdadero
   b) Falso

3. (IAE4) Los siguientes dos enunciados A y B del teorema pequeño de Fermat son equivalentes, siendo:

   - A: p primo y a y p primos entre sí, entonces $a^{p-1} \equiv 1\,(mod\,p)$.
   - B: p primo, entonces $a^p \equiv a\,(mod\,p)$.

   a) Verdadero
   b) Falso

4. Se tiene que $2^7 \equiv 1\,(mod\,7)$

   a) Verdadero
   b) Falso

5. Se tiene que $2^{16} \equiv 64\,(mod\,341)$

   a) Verdadero

b) Falso

6. Al verificarse que no es cierto que $2^{10} \equiv 2 \, (mod\, 10)$, se puede concluir utilizando el Teorema pequeño de Fermat que 10 no es primo.

   a) Verdadero

   b) Falso

7. Si $n^p - n = \dot{p}$ entonces p es primo.

   a) Verdadero

   b) Falso

8. Al verificarse que $2^7 \equiv 2 \, (mod\, 7)$ se puede concluir utilizando el Teorema pequeño de Fermat que 7 es primo.

   a) Verdadero

   b) Falso