Complejidad y Computabilidad	
Material permitido: **Ninguno**	Duración: **2 horas**

Preguntas a justificar:	máximo 9 puntos; 1'5 puntos cada pregunta correcta y convenientemente justificada
Pregunta de desarrollo:	máximo 1 punto

Importante: responda al examen, íntegramente, en las hojas que le facilitan para desarrollar. **No existe hoja de lectura automática**, ya que el examen se corrige de forma manual. Por tanto, transcriba legiblemente las respuestas (p.ej. 1a, 2b, ...) y **justifique** su respuesta. No entregue el enunciado.

Primera Semana Nacional U.E. **Febrero 2016**

Preguntas a justificar

1. Sea la máquina de Turing M dada por la tabla siguiente, con $F = \{q_2\}$, $R =$ Derecha, $L =$ Izquierda y $\square =$ Blanco, entonces para la entrada $0011\square$ la secuencia completa de movimientos es:

$$q_0 0011\square \vdash 0q_0 011\square \vdash 00q_0 11\square$$

$$\vdash 001q_0 1\square \vdash 0011q_0\square$$

.

M	0	1	$\square$
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	$(q_1, \square, L)$
q_1	$-$	$(q_2, 1, R)$	$-$
q_2	$-$	$-$	$-$

   a) Verdadero
   b) Falso

SOLUCION

Es la b). La secuencia completa de movimientos se puede escribir como:

$$q_0 0011\square \vdash 0q_0 011\square \vdash 00q_0 11\square$$

$$\vdash 001q_0 1\square \vdash 0011q_0\square \vdash 001q_1 1\square \vdash 0011q_2\square.$$

2. Sea $\Sigma = \{0, 1\}$, entonces el lenguaje de las cadenas Σ^* que son palíndromos ("cadenas capicúas"), es decidible.

   a) Verdadero
   b) Falso

SOLUCION

Es la a). Para ver que el lenguaje de palabras sobre $\{0,1\}$ que son palíndromos es decidible (recursivo) se puede utilizar la máquina de Turing M dada en la tabla siguiente, con $F = \{q_6\}$, $R =$ Derecha, $L =$ Izquierda y $\square =$ Blanco.

M	0	1	$\square$
q_0	$(q_1, \square, R)$	$(q_2, \square, R)$	$(q_6, \square, R)$
q_1	$(q_1, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	$(q_3, \square, L)$
q_2	$(q_4, 0, R)$	$(q_2, 1, R)$	$(q_4, \square, L)$
q_3	$(q_5, \square, L)$	$-$	$(q_6, \square, R)$
q_4	$-$	$(q_5, \square, L)$	$(q_6, \square, R)$
q_5	$(q_5, 0, L)$	$(q_5, 1, L)$	$(q_0, \square, R)$
q_6	$-$	$-$	$-$

3. $\overline{L_u} \in RE$:

   a) Verdadera

   b) Falsa

SOLUCION

Es falsa. Sabemos que $L_u \in RE$ y que $L_u \notin R$. Si suponemos que $\overline{L_u} \in RE$, como $L_u \in RE$, se tiene que $L_u \in R$, con lo que se entra en contradicción con el hecho de que sabemos que $L_u \notin R$. Por tanto $\overline{L_u} \notin RE$

4. Es posible que para una instancia en concreto del PCP se tenga que el $PCPM$ asociado tenga solución negativa y , sin embargo, el PCP tenga solución positiva:

   a) Verdadera

   b) Falsa

SOLUCION

Es verdadera. El siguiente PCP sirve de ejemplo:

$\omega_1 = 1$	$\omega_2 = 1\ 1$	$\omega_3 = 1$
$x_1 = 1\ 0$	$x_2 = 1$	$x_3 = 1\ 1$

Otro ejemplo más complicado puede ser el siguiente:

$\omega_1 = 1$	$\omega_2 = 1\ 0\ 1\ 1\ 1$	$\omega_3 = 1\ 0$
$x_1 = 1\ 1\ 1$	$x_2 = 1\ 0$	$x_3 = 0$

5. Si hay algún problema P_1 que pertenece a P y a $NP - Completo$, entonces $P = NP$:

a) Verdadera

b) Falsa

SOLUCION

Es verdadera. Siempre se tiene que $P \subset NP$, por lo que sólo hay que probar que $NP \subset P$. Sea $P_2 \in NP$, entonces $P_2 \prec_P P_1$ y como $P_1 \in P$, también $P_2 \in P$.

6. La expresión booleana $x_1 \vee \neg(x_2 \wedge x_3)$ se codifica como:

   a) $x1 \vee \neg(x10 \wedge x11)$

   b) $x01 \vee \neg(x02 \wedge x03)$

SOLUCION

Es la a), ya que x_i se representa mediante el símbolo x seguido de ceros y unos que representan i en binario.

Pregunta de desarrollo Describa el modelo de máquina de Turing con aleatoriedad.