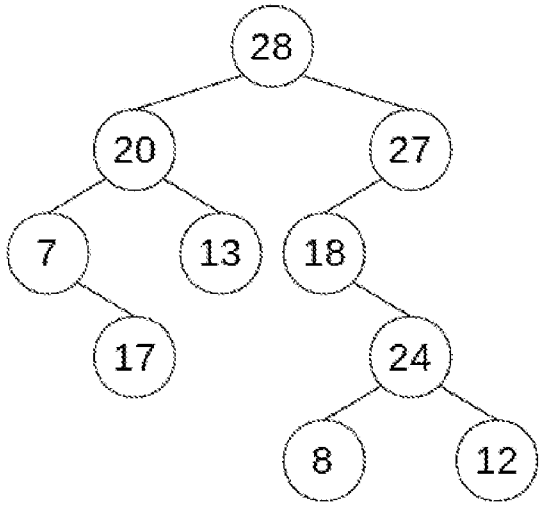
No es necesario que entregue ninguna de las hojas del presente enunciado de examen.

P1. (2 Puntos) **Pregunta sobre la práctica**. Supongamos que se añade una operación en **`PlayerIF`** tal que permite generar de forma automática una lista de reproducción para cada año que contenga todas las canciones publicadas ese año, siempre que hubiera canciones en el repositorio publicadas ese año. Por ejemplo: generaría una lista de reproducción con identificador "1974" con todas las canciones publicadas en 1974, otra con identificador "1969" con todas las canciones publicadas en 1969… y así sucesivamente, de forma que todas las canciones del repositorio pertenecerían a una de estas listas de reproducción. Si, por ejemplo, no existiera ninguna canción en el repositorio publicada en 1981, no se debería crear la lista con identificador "1981". Indique cómo se podría realizar esta operación de manera eficiente y qué consecuencias tendría en el resto de componentes del reproductor (como añadir o modificar métodos de alguna clase) en el código. Justifique su respuesta.

1. Considérese el siguiente árbol binario:



a) (0.75 Puntos) Especifique cuáles serían los recorridos de dicho árbol binario en preorden, postorden e inorden.

b) (1.25 Puntos) ¿Cuál sería la forma más conveniente de recorrer un árbol binario en cada uno de los siguientes supuestos? [Nota: No tiene por qué ser necesariamente uno de los recorridos citados]

1. Se busca un elemento que debe estar en un nodo hoja.
2. Se busca un elemento que no puede estar en un nodo hoja.
3. Se busca un elemento que tiene más probabilidad de encontrarse cerca de la raíz.
4. Se trata de un árbol de enteros en el que se cumplen las siguientes condiciones:
   - El valor de cada nodo es siempre mayor que el de cualquiera de sus hijos.
   - El valor de cualquiera de los nodos de uno de los hijos es siempre mayor que el valor de cualquiera de los nodos del otro hijo.

Queremos recorrerlo para generar la lista ordenada (de mayor a menor) de los enteros que componen el árbol.

2. (2 Puntos) Se dice que un árbol general es k-ario si cada uno de sus nodos tiene a lo sumo k hijos. Implemente en JAVA una función

```
int getMinArity(TreeIF<T> tree)
```

que obtenga el mínimo valor de k para el que se cumple que el árbol dado por parámetro es k-ario.

3. Se desea implementar una estructura de datos que almacene los contactos de una red social (tipo Facebook) en la que cada usuario se puede identificar por un número natural. Se deben poder realizar las siguientes operaciones:

   O1) Añadir contactos (el usuario `i` y el usuario `j` son ahora amigos).

   O2) Eliminar contactos (el usuario `i` y el usuario `j` han dejado de ser amigos).

   O3) Preguntar por todos los amigos de un usuario.

   O4) Preguntar si dos usuarios son amigos en la red.

   O5) Preguntar cuáles son los amigos en común de dos o más usuarios.

   Bajo las siguientes suposiciones:

   S1) El número medio de contactos de una persona es varios órdenes de magnitud más bajo que el número de personas en la red social.

   S2) Es mucho más frecuente preguntar por los contactos de una persona que preguntar si dos personas están en contacto.

   Se pide [Nota: no es necesario codificar en Java en los apartados b y c]:

   a) (1 Punto) Especificar una interfaz **`ContactsIF`** adecuada para el problema.

   b) (1.5 Puntos) Supongamos que se implementa esta interfaz con una clase en la que la información de contactos se almacena mediante una matriz `NxN` de booleanos, en la que `N` es el número de usuarios de la red y el elemento `i,j` de la matriz indica si los usuarios i y j están conectados o no.

      1. ¿Cómo se implementarían las operaciones O3 y O4?
      2. ¿Cuál sería el coste esperable (en una implementación razonable) para estas dos operaciones, en función del número de usuarios `N` y el número de amigos de cada usuario?
      3. ¿Es este coste razonable, a la vista de las suposiciones S1 y S2? ¿Por qué?

   c) (1.5 Puntos) Proponer una implementación que emplee una estructura de datos alternativa más acorde con las suposiciones S1 y S2.

      1. Explicar cómo se implementarían las operaciones O3, O4, y O5.
      2. Razonar sobre el coste esperado de las operaciones O3 y O4, y compararlo con el de la primera implementación.

CollectionIF (Coleccion)

```
/* Representa una colección de elementos. Una colección no        *
 * tiene orden.                                                   */
public interface CollectionIF<E> {
    /* Devuelve el número de elementos de la colección.           *
     * @return: cardinalidad de la colección.                     */
    public int size ();
    /* Determina si la colección está vacía.                      *
     * @return: size () == 0                                      */
    public boolean isEmpty ();
    /* Determina la pertenencia del parámetro a la colección      *
     * @param: el elemento cuya pertenencia se comprueba.         *
     * @return: param \in self                                    */
    public boolean contains (E e);
    /* Elimina todos los elementos de la colección.               */
    public void clear ();
    /* Devuelve un iterador sobre la colección.                   *
     * @return: un objeto iterador para los elementos de          *
     * la colección.                                              */
    public IteratorIF<E> iterator ();
}
```

SetIF (Conjunto)

```
/* Representa un conjunto de elementos. Se trata del concepto     *
 * matemático de conjunto finito (no tiene orden).                */
public interface SetIF<E> extends CollectionIF<E> {
    /* Devuelve la unión del conjunto llamante con el parámetro   *
     * @param: el conjunto con el que realizar la unión           *
     * @return: self \cup @param                                  */
    public SetIF<E> union (SetIF<E> s);
    /* Devuelve la intersección con el parámetro.                 *
     * @param: el conjunto con el que realizar la intersección.   *
     * @return: self \cap @param                                  */
    public SetIF<E> intersection (SetIF<E> s);
    /* Devuelve la diferencia con el parámetro (los elementos     *
     * que están en el llamante pero no en el parámetro).         *
     * @param: el conjunto con el que realizar la diferencia.     *
     * @return: self \setminus @param                             */
    public SetIF<E> difference (SetIF<E> s);
    /* Determina si el parámetro es un subconjunto del llamante.  *
     * @param: el posible subconjunto del llamante.               *
     * @return: self \subseteq @param                             */
    public boolean isSubset (SetIF<E> s);
}
```

ListIF (Lista)

```
/* Representa una lista de elementos.                                    */
public interface ListIF<E> extends CollectionIF<E>{
    /* Devuelve el elemento de la lista que ocupa la posición            *
     * indicada por el parámetro.                                        *
     * @param: pos la posición comenzando en 1.                          *
     * @Pre: 1 \leq pos \leq size()                                      *
     * @return: el elemento en la posición pos.                          */
    public E get (int pos);
    /* Modifica la posición dada por el parámetro pos para que           *
     * conten: pos la posición cuyo valor se debe modificar,             *
     * comenzando en 1.                                                  *
     * @param: e el valor que debe adoptar la posición pos.              *
     * @Pre: 1 \leq pos \leq size()                                      */
    public void set (int pos, E e);
    /* Inserta un elemento en la Lista.                                  *
     * @param: elem El elemento que hay que añadir.                      *
     * @param: pos La posición en la que se debe añadir elem,            *
     * comenzando en 1.                                                  *
     * @Pre: 1 \leq pos \leq size()+1                                    */
    public void insert (E elem, int pos);
    /* Elimina el elemento que ocupa la posición del parámetro           *
     * @param pos la posición que ocupa el elemento a eliminar,          *
     * comenzando en 1                                                   *
     * @Pre: 1 \leq pos \leq size()                                      */
    public void remove (int pos);
}
```

StackIF (Pila)

```
/* Representa una pila de elementos.                                     */
public interface StackIF <E> extends CollectionIF<E>{
    /* Obtiene el elemento en la cima de la pila                         *
     * @Pre !isEmpty ();                                                 *
     * @return la cima de la pila.                                       */
    public E getTop ();
    /* Incluye un elemento en la cima de la pila. Modifica el            *
     * tamaño de la misma.                                               *
     * @param elem el elemento que se quiere añadir en la cima           */
    public void push (E elem);
    /* Elimina la cima de la pila. Modifica el tamaño de la              *
     * pila.                                                             *
     * @Pre !isEmpty ();                                                 */
    public void pop ();
}
```

QueueIF (Cola)

```
/* Representa una cola de elementos.                                    */
public interface QueueIF <E> extends CollectionIF<E>{
    /* Devuelve el primer elemento de la cola.                          *
     * @Pre !isEmpty()                                                  *
     * @return la cabeza de la cola (su primer elemento).               */
    public E getFirst ();
    /* Incluye un elemento al final de la cola. Modifica el             *
     * tamaño de la misma (crece en una unidad).                        *
     * @param elem el elemento que debe encolar (añadir).               */
    public void enqueue (E elem);
    /* Elimina el primer elemento de la cola. Modifica la               *
     * tamaño de la misma (decrece en una unidad).                      *
     * @Pre !isEmpty();                                                 */
    public void dequeue ();
}
```

TreeIF (Arbol general)

```
/* Representa un árbol n-ario de elementos, donde el número de         *
 * hijos de un determinado nodo no está determinado de antemano        *
 * (fan-out no prefijado, no necesariamente igual en cada nodo).       */
public interface TreeIF<E> extends CollectionIF<E>{
    public int PREORDER = 0;
    public int POSTORDER = 1;
    public int BREADTH = 2;
    /* Obtiene la raíz del árbol (único elemento sin antecesor).        *
     * @Pre: !isEmpty ();                                               *
     * @return el elemento que ocupa la raíz del árbol.                 */
    public E getRoot ();
    /* Modifica la raíz del árbol.                                      *
     * @param el elemento que se quiere poner como raíz del             *
     * árbol.                                                          */
    public void setRoot (E e);
    /* Obtiene los hijos del árbol llamante.                            *
     * @Pre: !isEmpty ();                                               *
     * @return la lista de hijos del árbol (en el orden en que         *
     * están almacenados en el mismo).                                 */
    public ListIF <TreeIF <E>> getChildren ();
    /* Obtiene el hijo que ocupa la posición dada por parámetro         *
     * @param pos la posición del hijo que se desea obtener,            *
     * comenzando en 1.                                                *
     * @Pre 1 \leq pos \leq getChildren().size() && !isEmpty()          *
     * @return el árbol hijo que ocupa la posición pos.                 */
    public TreeIF<E> getChild (int pos);
    /* Inserta un árbol como hijo en la posición pos.                   *
     * @param: pos la posición que ocupará el árbol entre sus           *
     * hermanos, comenzando en 1.                                      *
     * Si pos == getChildren ().size () + 1, se añade como             *
```

```
     * último hijo.                                                    *
     * @param: e el hijo que se desea insertar.                       *
     * @Pre 1 \leq pos \leq getChildren().size()+1 && !isEmpty()      */
    public void addChild (int pos, TreeIF<E> e);
    /* Elimina el hijo que ocupa la posición parámetro.               *
     * @param pos la posición del hijo con base 1.                    *
     * @Pre 1 \leq pos \leq getChildren().size() && !isEmpty()        */
    public void removeChild (int pos);
    /* Determina si el árbol llamante es una hoja.                    *
     * @Pre: !isEmpty (); (un arbol vacio no se considera hoja)       *
     * @return el árbol es una hoja (no tiene hijos).                 */
    public boolean isLeaf ();
    /* Obtiene un iterador para el árbol.                             *
     * @param traversal el tipo de recorrido indicado por las         *
     * constantes PREORDER (preorden o profundidad), POSTORDER        *
     * (postorden) o BREADTH (anchura)                                *
     * @return un iterador según el recorrido indicado               */
    public IteratorIF<E> iterator (int traversal);
}
```

BTreeIF (Arbol Binario)

```
/* Representa un arbol binario de elementos                          */
public interface BTreeIF<E> extends CollectionIF<E>{
    public int PREORDER = 0;
    public int POSTORDER = 1;
    public int BREADTH = 2;
    public int INORDER = 3;
    public int RLBREADTH = 4;
    /* Obtiene la raíz del árbol (único elemento sin antecesor).      *
     * @Pre: !isEmpty ();                                             *
     * @return: el elemento que ocupa la raíz del árbol.              */
    public E getRoot ();
    /* Obtiene el hijo izquierdo del árbol llamante o un árbol        *
     * vacío en caso de no existir.                                   *
     * @Pre: !isEmpty ();                                             *
     * @return: un árbol, bien el hijo izquierdo bien uno vacío       *
     * de no existir tal hijo.                                        */
    public BTreeIF<E> getLeftChild ();
    /* Obtiene el hijo derecho del árbol llamante o un árbol          *
     * vacío en caso de no existir.                                   *
     * @Pre: !isEmpty ();                                             *
     * @return: un árbol, bien el hijo derecho bien uno vacío        *
     * de no existir tal hijo.                                        */
    public BTreeIF<E> getRightChild ();
    /* Modifica la raíz del árbol.                                    *
     * @param el elemento que se quiere poner como raíz del           *
     * árbol.                                                         */
    public void setRoot (E e);
```

```
    /* Pone el árbol parámetro como hijo izquierdo del árbol      *
     * llamante. Si ya había hijo izquierdo, el antiguo dejará de *
     * ser accesible (se pierde).                                 *
     * @Pre: !isEmpty ();                                         *
     * @param: child árbol que se debe poner como hijo izquierdo. */
    public void setLeftChild (BTreeIF <E> child);
    /* Pone el árbol parámetro como hijo derecho del árbol        *
     * llamante. Si ya había hijo izquierdo, el antiguo dejará de *
     * ser accesible (se pierde).                                 *
     * @Pre: !isEmpty ();                                         *
     * @param: child árbol que se debe poner como hijo derecho.   */
    public void setRightChild (BTreeIF <E> child);
    /* Elimina el hijo izquierdo del árbol.                       *
     * @Pre: !isEmpty ();                                         */
    public void removeLeftChild ();
    /* Elimina el hijo derecho del árbol.                         *
     * @Pre: !isEmpty ();                                         */
    public void removeRightChild ();
    /* Determina si el árbol llamante es una hoja.                *
     * @Pre: !isEmpty (); (un arbol vacio no se considera hoja)   *
     * @return: true sii el árbol es una hoja (no tiene hijos).   */
    public boolean isLeaf ();
    /* Obtiene un iterador para el árbol.                         *
     * @param: traversal el tipo de recorrido indicado por las    *
     * constantes PREORDER (preorden o profundidad), POSTORDER    *
     * (postorden), BREADTH (anchura), INORDER (inorden) o        *
     * RLBREADTH (anchura de derecha a izquierda).                *
     * @return: un iterador según el recorrido indicado.         */
    public IteratorIF<E> iterator (int traversal);
}
```

ComparatorIF (Comparador)

```
/* Representa un comparador entre elementos respecto a una       *
 * relación de (al menos) preorden.                              */
public interface ComparatorIF<E>{
    /* Sean a, b elementos de un conjunto dado y \sqsubset la    *
     * relación que establece un preorden entre ellos (nótese    *
     * que \sqsupset sería la relación recíproca, es decir, en   *
     * sentido opuesto a \sqsubset):                             */
    public static int LT = -1; // Less than: a \sqsubset b
    public static int EQ = 0;  // Equals: !(a \sqsubset b) &&
                               //      && !(a \sqsupset b)
    public static int GT = 1;  // Greater than: a \sqsupset b
    /* Compara dos elementos respecto a un preorden e indica su  *
     * relación respecto al mismo, es decir, cuál precede al     *
     * otro mediante esa relación.                               *
     * @param a el primer elemento.                              *
     * @param b el segundo elemento.                             *
     * @return LT sii a \subsesq b;                              *
```

```
     * EQ sii !(a \subsetsq b) && !(a \sqsupset b)                    *
     * GT sii a \sqsupset b                                           */
    public int compare (E a, E b);
    /* Determina si el primer parámetro precede en el preorden       *
     * al segundo (a < b).                                           *
     * @param a el primer elemento.                                  *
     * @param b el segundo elemento.                                 *
     * @return a \sqsubset b;                                        */
    public boolean lt (E a, E b);
    /* Determina si el primer parámetro es igual al segundo en       *
     * el preorden.                                                  *
     * @param a el primer elemento.                                  *
     * @param b el segundo elemento.                                 *
     * @return a EQ b sii !(a \sqsubset b) && !(a \sqsupset b)       */
    public boolean eq (E a, E b);
    /* Determina si el primer parámetro sucede en el preorden        *
     * al segundo (a > b).                                           *
     * @param a el primer elemento.                                  *
     * @param b el segundo elemento.                                 *
     * @return a GT b sii a \sqsupset b                              */
    public boolean gt (E a, E b);
}
```

IteratorIF (Iterador)

```
/* Representa un iterador sobre un Tipo Abstracto de Datos.         */
public interface IteratorIF<T>{
    /* Obtiene el siguiente elemento de la iteración.               *
     * @Pre: hasNext ();                                            *
     * @return el siguiente elemento de la iteración,               */
    public T getNext ();
    /* Comprueba si aún quedan elementos por iterar.                *
     * @return true sii el iterador dispone de más elementos.      */
    public boolean hasNext ();
    /* Vuelve la posición del iterador al principio. Esto           *
     * permite reutilizar un iterador evitando crear otro nuevo.   */
    public void reset ();
}
```