Complejidad y Computabilidad	
Material permitido: **Ninguno**	Duración: **2 horas**

Preguntas a justificar:	máximo 9 puntos; 1'5 puntos cada pregunta correcta y convenientemente justificada
Pregunta de desarrollo:	máximo 1 punto

Importante: responda al examen, íntegramente, en las hojas que le facilitan para desarrollar. **No existe hoja de lectura automática**, ya que el examen se corrige de forma manual. Por tanto, transcriba legiblemente las respuestas (p.ej. 1a, 2b, ...) y **justifique** su respuesta. No entregue el enunciado.

Segunda Semana Nacional U.E. **Febrero 2017**

Preguntas a justificar

1. No hay ninguna máquina de Turing M_i tal que su vector característico asociado tenga un 1 en la componente i.

   a) Verdadero

   b) Falso

SOLUCION

Es la b). Por ejemplo la máquina de turing M dada en la tabla siguiente verifica que su codificación está dada por 01010010100 que está asociado a 101010010100 que en binario es 2708. Esta M_{2708} tiene un 1 en la componente 2708 de su vector característico ya que acepta 01010010100.

M	0	1	$\square$
q_1	$(q_2, 0, R)$	$-$	$-$
q_2	$-$	$-$	$-$

2. Los lenguajes recursivos son cerrados respecto a la intersección.

   a) Verdadero

   b) Falso

SOLUCION

Es la a). Sean $L_1 \in R$ y $L_2 \in R$, se trata de probar que $L_1 \cap L_2 \in R$. Para ello se supone que existe una MT M_1 con $L(M_1) = L_1$ y una MT M_2 con $L(M_2) = L_2$ que siempre se detienen. A partir de estas dos máquinas se construye una MT M de dos cintas que simule a M_1 en la primera cinta y M_2 en la segunda, de la forma siguiente. M procesa inicialmente la entrada en la primera cinta. Si M_1 se detiene sin aceptar, M también se detiene sin aceptar. Si M_1 se detiene aceptando, M procede a procesar la entrada en la segunda cinta, donde se simula M_2. Si M_2 se detiene sin aceptar, M también se detiene sin aceptar. Si M_2 se detiene aceptando, M se detiene y acepta la entrada original. La forma en la que se ha definido M hace que $L(M) = L_1 \cap_2$ y que siempre se detiene, por lo que $L_1 \cap L_2 \in R$.

3. L_e no es RE.

   a) Verdadero

   b) Falso

SOLUCION

Es la a). Si L_e fuera RE, al ser $\overline{L_e} = L_{ne} \in RE$, se tendría que $L_e \in R$, por lo que $\overline{L_e} = L_{ne} \in R$, con lo que se tendría una contradicción.

4. En el PCP Unario (con alfabeto de sólo un carácter) cualquier instancia verifica que el $PCPM$ admite solución positiva:

   a) Verdadera

   b) Falsa

SOLUCION

Es falsa. El siguiente PCP sirve de ejemplo:

$$\boxed{\begin{array}{lcl} \omega_1 & = & 1 \\ x_1 & = & 1\,1\,1\,1 \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{lcl} \omega_2 & = & 1 \\ x_2 & = & 1\,1 \end{array}}$$

5. Si se encontrara un problema $NP-completo$ cuyo complementario estuviera en NP, entonces NP sería igual a $co-NP$:

   a) Verdadera

   b) Falsa

SOLUCION

Es verdadera.

6. Si una expresión booleana es satisfacible, entonces necesariamente sólo puede haber una asignación de verdad:

   a) Verdadera

   b) Falsa

SOLUCION

Es falsa. Por ejemplo $E = x \vee \neg y$ admite tres asignaciones de verdad T_1, T_2 y T_3 dadas por: $T_1(x) = 1, T_1(y) = 1$, $T_2(x) = 1, T_2(y) = 0$ y $T_3(x) = 0, T_3(y) = 0$.
Pregunta de desarrollo Comente el análisis que hace el libro de texto sobre Quicksort: "ejemplo de algoritmo con aleatoriedad".