# Complejidad y Computabilidad

Material permitido: Ninguno Duración: 2 horas

Preguntas a justificar: máximo 9 puntos; 1'5 puntos cada pregunta correcta

y convenientemente justificada

Pregunta de desarrollo: máximo 1 punto

Importante: responda al examen, integramente, en las hojas que le facilitan para desarrollar. No existe hoja de lectura automática, ya que el examen se corrige de forma manual. Por tanto, transcriba legiblemente las respuestas (p.ej. 1a, 2b, ...) y justifique su respuesta. No entregue el enunciado.

Original. Septiembre 2014

### Preguntas a justificar

1. Sea M la máquina de Turing codificada por

siguiendo el convenio de que  $X_1 = 0$ ,  $X_2 = 1$ ,  $X_3 = \square = \text{Blanco}$ ,  $D_1 = L = \text{Izquierda}$ ,  $D_2 = R = \text{Derecha}$ ,  $q_1$  el estado inicial,  $q_2$  el estado final y que la codificación de  $\delta(q_i, X_j) = (q_k, X_l, D_m)$  está dada por  $0^i 10^j 10^k 10^l 10^m$ . Entonces se verifica que M no acepta ningún lenguaje.

- a) Verdadero
- b) Falso

#### SOLUCIÓN

Es falso. Esta máquina verifica que  $L(M) = \{01^n0 | n \ge 0\}$ , ya que la cadena dada es  $C_111C_211C_311C_4$ , siendo

```
\begin{split} C_1 &= 010100010100 = 0^110^110^310^110^2 \text{ asociada a } \delta(q_1, X_1) = (q_3, X_1, D_2), \\ C_2 &= 000100100100100 = 0^310^210^310^210^2 \text{ asociada a } \delta(q_3, X_2) = (q_3, X_2, D_2), \\ C_3 &= 000101000010100 = 0^310^110^410^110^2 \text{ asociada a } \delta(q_3, X_1) = (q_4, X_1, D_2), \\ C_4 &= 000010001001000100 = 0^410^310^210^310^2 \text{ asociada a } \delta(q_4, X_3) = (q_2, X_3, D_2). \end{split}
```

- 2. Dado un lenguaje L y su complementario  $\overline{L}$ , sólo se pueden dar las siguientes situaciones: 1) L y  $\overline{L}$  son recursivos, 2) L y  $\overline{L}$  son recursivos enumerables no recursivos o 3) L y  $\overline{L}$  no son recursivos enumerables:
  - a) Verdadero
  - b) Falso

## SOLUCIÓN

Es falsa. Las sitaciones que se pueden dar son: 1) L y  $\overline{L}$  son recursivos, 2) L es recursivo enumerable no recursivo y  $\overline{L}$  no es recursivo enumerable, 3)  $\overline{L}$  es recursivo enumerable no recursivo y L no es recursivo enumerable o 4) L y  $\overline{L}$  no son recursivos enumerables. La situación de que L y  $\overline{L}$  son recursivos enumerables no recursivos no se puede dar.

- 3.  $\overline{L}_d$  es el conjunto de todas las cadenas  $w_i$  tales que:
  - a)  $w_i$  no forma parte de  $L(M_i)$
  - b)  $M_i$  acepta  $w_i$

#### SOLUCIÓN

Es la b). Lo que aparece en a) es  $L_d = \{w_i/w_i \notin L(M_i)\}$ , por lo que  $\overline{L}_d = \{w_i/w_i \in L(M_i)\}$ .

- 4. El PCP Unario (con alfabeto de sólo un carácter) es decidible para cualquier instancia:
  - a) Verdadera
  - b) Falsa

### SOLUCIÓN

Es verdadera. Ver mini-vídeo. Supongamos que  $\Sigma = 1$ , la demostración se hace por casos:

- Algún "dominó" tiene igual número de unos arriba y abajo. En este caso admite solución positiva trivialmente dada por dicho "dominó".
- Todos los "dominós" tiene más unos arriba que abajo. En este caso admite solución negativa trivialmente, ya que al repetir cualquiera de estos "dominós", la cadena de arriba siempre será más larga que la cadena de abajo.
- Todos los "dominós" tiene más unos abajo que arriba. En este caso admite solución negativa trivialmente, ya que al repetir cualquiera de estos "dominós", la cadena de abajo siempre será más larga que la cadena de arriba.
- Hay un "dominó" con a unos más arriba que abajo y hay un "dominó" con b unos más abajo que arriba. En este caso admite solución positiva repitiendo el dominó primero b veces y repitiendo el dominó segundo a veces.
- 5. Si P fuera igual a NP entonces co NP sería igual a NP:
  - a) Verdadera
  - b) Falsa

#### SOLUCIÓN

Es verdadera porque la clase P es cerrada respecto a la complementación.

- 6. La cláusula  $e = x_1 \vee x_2$  se puede extender a una expresión equivalente FNC 3:
  - a) Verdadera

## b) Falsa

## SOLUCIÓN

Es verdadera: se verifica que  $e \equiv (x_1 \vee x_2 \vee u_1) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{u}_1)$ .

**Pregunta de desarrollo** Descripción de  $P,\,NP$  y NP-dificil y relación entre estas clases de problemas.