Complejidad y Computabilidad

Material permitido: Ninguno Duración: 2 horas

Preguntas a justificar: máximo 9 puntos; 1'5 puntos cada pregunta correcta

y convenientemente justificada

Pregunta de desarrollo: máximo 1 punto

Importante: responda al examen, íntegramente, en las hojas que le facilitan para desarrollar. No existe hoja de lectura automática, ya que el examen se corrige de forma manual. Por tanto, transcriba legiblemente las respuestas (p.ej. 1a, 2b, ...) y justifique su respuesta. No entregue el enunciado.

1^a Semana. Febrero 2014

Test (preguntas)

1. Es imposible codificar la siguiente máquina de Turing M dada por la Tabla 1, con q_1 estado inicial, q_2 estado final, $R = \text{Derecha y } \square = \text{Blanco}$.

Tabla 1: Máquina de Turing M.

M	1	2	
q_1	$(q_1, 1, R)$	$(q_2, 2, R)$	_
q_2	_	_	_

- a) Verdadero
- b) Falso

SOLUCIÓN

Es la b). Una posible codificación es la dada por

$$C_1 11 C_2 = 0101010101011010100100100,$$

ya que la codificación de C_1 asociada a $\delta(q_1, 1) = (q_1, 1, R)$ viene dada por

$$C_1 = 0^1 10^1 10^1 10^1 10^2 = 0101010100$$

y la codificación de C_2 asociada a $\delta(q_1, 1) = (q_2, 2, R)$ viene dada por

$$C_2 = 0^1 10^1 10^2 10^2 10^2 = 010100100100.$$

- 2. Si $L \in RE$ y $\overline{L} \notin RE$, entonces $L \notin R$:
 - a) Verdadera

b) Falsa

SOLUCIÓN

Es Verdadera. Se demuestra por reducción al absurdo. Si suponemos que $L \in R$, entonces $\overline{L} \in R$ y, por tanto, $\overline{L} \in RE$, y entraríamos en contradicción con el enunciado.

- 3. El esquema de la demostración de que H no es recursivo, siendo H el problema de la parada, es utilizar que $L_d \notin RE$ y que \overline{L}_d se reduce a H:
 - a) Verdadero
 - b) Falso

SOLUCIÓN

Es verdadera. Por el enunciado, $\overline{L}_d \notin R$, y al ser $\overline{L}_d \prec H$, se tiene que $H \notin R$.

- 4. El PCP Unario (con alfabeto de sólo un carácter) es decidible para cualquier instancia:
 - a) Verdadera
 - b) Falsa

SOLUCIÓN

Es verdadera. Ver mini-vídeo. Supongamos que $\Sigma = 1$, la demostración se hace por casos:

- Algún "dominó" tiene igual número de unos arriba y abajo. En este caso admite solución positiva trivialmente dada por dicho "dominó".
- Todos los "dominós" tiene más unos arriba que abajo. En este caso admite solución negativa trivialmente, ya que al repetir cualquiera de estos "dominós", la cadena de arriba siempre será más larga que la cadena de abajo.
- Todos los "dominós" tiene más unos abajo que arriba. En este caso admite solución negativa trivialmente, ya que al repetir cualquiera de estos "dominós", la cadena de abajo siempre será más larga que la cadena de arriba.
- Hay un "dominó" con a unos más arriba que abajo y hay un "dominó" con b unos más abajo que arriba. En este caso admite solución positiva repitiendo el dominó primero b veces y repitiendo el dominó segundo a veces.
- 5. Si se encontrara un problema NP-completo cuyo complementario estuviera en NP, entonces NP sería igual a co-NP:
 - a) Verdadera
 - b) Falsa

SOLUCIÓN

Es verdadera.

- 6. La expresión booleana $(x \vee \overline{y}) \wedge (y \vee z) \wedge (\overline{x} \vee \overline{y})$ pertenece a 2SAT:
 - a) Verdadera
 - b) Falsa

SOLUCIÓN

Es verdadera, ya que está en FNC2 (Y lógico de exactamente 2 cláusulas) y además es satisfacible con x=0, y=0 y z=1, ya que $(0\vee \overline{0})\wedge (0\vee 1)\wedge (\overline{0}\vee \overline{1})=1\wedge 1\wedge 1=1$

Pregunta de desarrollo Describa la clase de problemas resolubles en espacio polinómico.