Complejidad y Computabilidad

Material permitido: **Ninguno** Duración: **2 horas**

Preguntas a justificar:	máximo 9 puntos; 1'5 puntos cada pregunta correcta y convenientemente justificada
Pregunta de desarrollo:	máximo 1 punto

Importante: responda al examen, íntegramente, en las hojas que le facilitan para desarrollar. **No existe hoja de lectura automática**, ya que el examen se corrige de forma manual. Por tanto, transcriba legiblemente las respuestas (p.ej. 1a, 2b, ...) y **justifique** su respuesta. No entregue el enunciado.

Segunda Semana. **Febrero 2015**

Preguntas a justificar

1. En el contexto de la enumeración de cadenas binarias para definir el lenguaje de diagonalización, las primeras 10 cadenas $\{w_1, w_2, \ldots, w_{10}\}$ son $\{\epsilon, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

   a) Verdadero

   b) Falso

SOLUCION

Es la b). La cadena i-ésima se construye según la siguiente tabla, donde la última columna se obtiene de la penúltima quitando el primer 1:

w	Binario	Cadena
w_1	$1 = 1$	ϵ
w_2	$2 = 10$	0
w_3	$3 = 11$	1
w_4	$4 = 100$	00
w_5	$5 = 101$	01
w_6	$6 = 110$	10
w_7	$7 = 111$	11
w_8	$8 = 1000$	000
w_9	$9 = 1001$	001
w_{10}	$10 = 1010$	010

2. La máquina de Turing M dada por la tabla siguiente, con $F = \{q_4\}$, $R =$ Derecha, $L =$ Izquierda y $\square =$ Blanco, sirve para demostrar que el lenguaje $L = \{0^n1^n, n \geq 0\}$ es recursivo enumerable no recursivo.

M	0	1	X	Y	$\square$
q_0	(q_1, X, R)	$-$	$-$	(q_3, Y, R)	$-$
q_1	$(q_1, 0, R)$	(q_2, Y, R)	$-$	(q_1, Y, R)	$-$
q_2	$(q_2, 0, L)$	$-$	(q_0, X, R)	(q_2, Y, L)	$-$
q_3	$-$	$-$	$-$	(q_3, Y, R)	$(q_4, \square, R)$
q_4	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$

a) Verdadero

b) Falso

SOLUCION

Es la b). Por ejemplo para la cadena $01\Box$ la secuencia completa de movimientos es

$$q_0 01\Box \vdash Xq_1 1\Box \vdash XYq_2\Box$$

y la máquina se detiene sin aceptar. Para que fuera cierto tendría que ser que $\delta(q_1, 1) = (q_2, Y, L)$ y entonces el funcionamiento de dicha máquina de Turing sería el siguiente. Cuando encuentra el primer 0 lo "tacha" con una X, sigue avanzando por los ceros hasta que se encuentra con el primer "1 y lo "tacha" con una Y, vuelve hasta encontrar el segundo 0 para "tacharlo" con una X y avanza hasta el segundo "1" y así sucesivamente pero simepre tachando por pares: un 0 y un 1.

3. Sea L un lenguaje, de forma que existe una reducción desde L_d a L, entonces L:

   a) Es recursivamente enumerable

   b) No es recursivamente enumerable

SOLUCION

Es la b). Dado que $L_d \prec L$ y que sabemos que $L_d \notin RE$, se tiene que $L \notin RE$

4. Considérese el PCP dado por los siguientes pares de listas

$$\boxed{\begin{array}{lcl} \omega_1 & = & 1 \\ x_1 & = & 1\,1\,1\,1 \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{lcl} \omega_2 & = & 1\,1 \\ x_2 & = & 1 \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{lcl} \omega_3 & = & 1\,1 \\ x_3 & = & 1\,1\,1 \end{array}}$$

   a) Este ejemplo corresponde al PCP con alfabeto de sólo un carácter y, por tanto, es indecidible

   b) Tiene solución positiva para esta instancia

SOLUCION

La respuesta correcta es la b). La secuencia de índices dada por $\{1, 2, 2, 2\}$ da una solución positiva para el PCP.

5. La clase P es cerrada respecto a la complementación:

   a) Verdadera

   b) Falsa

SOLUCION

Es verdadera.

6. Un ejemplo de literal es $y \vee \neg z$:

   a) Verdadera

   b) Falsa

SOLUCION

Es falsa. Un literal es cualquier variable o cualquier variable negada.

Pregunta de desarrollo Describa la clase de problemas resolubles en espacio polinómico.