

## Estrategias de Programación y Estructuras de Datos

Dpto. de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Material permitido: <u>NINGUNO</u>. Duración: 2 horas

Alumno: D.N.I.:

## C. Asociado en que realizó la Práctica Obligatoria:

Este documento detalla una posible solución propuesta por el Equipo Docente con intención didáctica antes que normativa. Nótese que el nivel de detalle de este documento no es el pretendido para los ejercicios realizados por los alumnos en la solución de sus exámenes

P1 (1'5 puntos) Práctica. El criterio que tenemos en la Torre de Control para elegir pista a igualdad de getDelay, y que no haya pista vacía, es la primera pista en el índice. En este ejercicio se desea que se elija la pista de menor ocupación (en caso de que el resultado de getDelay fuese el mismo), para optimizar así la utilización de las pistas. Describa cómo lo haría justificando su respuesta

**Nota:** Para el ejercicio de la práctica, damos una indicación y no una solución completa para contemplar la variedad de respuestas posibles dependiendo de la implementación que cada alumno haya realizado.

La solución consistiría en consultar el resultado del método getDelay de cada pista y, si el mínimo valor lo tuviese más de una pista, entonces se consultaría la ocupación de las pistas con dicho valor y se elegiría la que tuviese menor ocupación.

1. (1 punto) Diseñe una función recursiva que devuelva la concatenación de dos pilas en su orden de acceso, por ejemplo, si leyésemos las pilas desde su cima, la concatenación de [1,2,3,4] con [a,b,c,d,e,f,g] sería [1,2,3,4,a,b,c,d,e,f,g]

```
//concatena la pila con la recibida como parametro
StackIF<T> concat(StackIF<T> stk)
```

Dado que el acceso a la pila invierte su orden de almacenamiento podría parecer que se necesita una pila para volver a tener el original. Sin embargo, al ser el método recursivo, basta con acceder al último elemento sin realizar ninguna inserción. Llegados a ese punto, se pueden insertar elementos desde la base a la cima.

Por otra parte, el enunciado no dice que haya que utilizar las pilas como constantes (es decir, conservarlas), por lo que, la solución más sencilla sería devolver la segunda pila (la que se recibe como parámetro) modificada para contener, en sus posiciones desde la cima y en el orden de almacenamiento original, la primera pila (aquella sobre la que se aplica el método).

Un código para hacerlo podría ser:

```
//concatena la pila con la recibida como parametro
StackIF<T> concat(StackIF<T> stk) {
   if(isEmpty()) {// caso trivial o base
      return stk;
   }
   else{ // caso no trivial o recursivo
      T cima = getTop();
      pop();
      StackIF<T> stack = concat(stk);
      stack.push(cima);
      return stack;
   }
}
```

2. (1'5 puntos) Diseñe una función que determine si una cola es subcola de otra, recibida como parámetro. Por ejemplo, la cola [1,2,3,4,5] es subcola de [2,3,5,1,2,3,4,5,7,8,9] pero no de [1,2,2,3,4,5,5,6,7]

```
//determina si es subcola de la recibida como parametro
boolean isSubqueue (QueueIF<T> q)
```

Para este problema, consideraremos que la cola sobre la que se realiza la llamada al método es la cola candidata a ser subcola y la que se recibe como parámetro es la candidata a ser la cola contenedora. Por tanto, se utilizan dos iteradores: uno para la candidata a ser subcola y otro para la candidata a ser contenedora.

Debido a que hay que hacer la comprobación sobre la cola contenedora partiendo de cada posición de la misma (mientras no se encuentre una subcola), es necesario llevar un contador que marque en qué posición hay que empezar la próxima comprobación (en caso de ser necesario). Este contador se utiliza para avanzar el iterador de la cola contenedora hasta la posición deseada antes de comenzar la comprobación (Nótese que esto sería distinto en listas. El porqué se deja como ejercicio).

Para cada posición de comienzo de este iterador (el de la cola contenedora), se empieza a recorrer la cola candidata a ser subcola con un iterador desde el principio. Mientras los elementos siguientes que devuelven ambos iteradores sean iguales, se continúa buscando si hay éxito en la búsqueda. En caso de que se termine de recorrer la cola candidata a ser subcola, entonces esta cola es realmente una subcola de la pasada por parámetro.

Un código para hacerlo podría ser:

```
//determina si es subcola de la recibida como parametro
boolean isSubqueue (QueueIF<T> q) {
  IteratorIF<T> itContenedora = q.getIterator();
  /** este contador indica empezando desde la cabeza, a partir de qué
     elemento de la cola candidata a ser contenedora se ha empezado la
     última comprobación de si la cola actual es subcola */
  int posicionEnCursoCola = 0;
  boolean esSubCola = false;
  while(!esSubCola && itContenedora.hasNext()){
    /* se reinicia el iterador y se avanza hasta el valor nuevo que se va
       a comprobar */
    itContenedora.reset();
    for (int i = 0; i < posicionEnCursoCola; i++) {</pre>
      itContenedora.getNext();
    /* se crea el iterador de la candidata a subcola y se empieza a
       comprobar si la segunda cola está contenida en la primera */
    IteratorIF<T> itSubcola = getIterator();
    /* se guarda un booleano que indica que los elementos comprobados
       hasta ahora son iguales (y quizás la cola) */
    boolean comprobados = true;
    while(comprobados &&
                         itContenedora.hasNext() && itSubcola.hasNext()) {
      if(!itContenedora.getNext().equals(itSubcola.getNext())) {
        /* si los valores no son iguales, no puede ser una subcola y hay
           que continuar la búsqueda en otro punto */
        comprobados = false;
    /* si todos los elementos comprobados son iquales y se ha recorrido
       toda la cola candidata a subcola, tendremos una subcola. Si sólo
       fuese vacía la cola candidata a contenedora no habría certeza de
       que tuvieramos una subcola */
    if(comprobados && !itSubcola.hasNext()) {
      esSubCola = true;
```

```
posicionEnCursoCola ++;
}
return esSubCola;
```

3. (1'5 puntos) Discuta los costes asintóticos temporales en el caso peor de las siguientes operaciones sobre árboles binarios de búsqueda equilibrados con estrategia AVL. Debe justificar su respuesta.

En primer lugar y como en todo problema que trata del coste, deberemos establecer cuál es el tamaño de dicho problema. En el caso de los árboles, suele utilizarse el número de nodos del árbol, al que llamaremos n para simplificar la explicación.

a) Inserción de un elemento

En los árboles binarios de búsqueda equilibrados mediante la técnica de Adelson-Velskii y Landis (en lo sucesivo, AVL), se garantiza que la altura del árbol (y de cada uno de sus subárboles) es logarítmicamente proporcional al número de nodos de dicho árbol (o subárbol).

Para insertar un elemento, hay que buscar su ubicación, lo que se realiza en  $\mathcal{O}(\log n)$  y, si procede, realizar una o dos rotaciones para restablecer el equilibrio en caso de que éste se hubiese roto, lo que debería ser independiente del tamaño  $(\mathcal{O}(1))$ . Por lo tanto y aplicando la regla del máximo, el coste debería ser  $\mathcal{O}(\log n)$ 

- b) Búsqueda de un conjunto de n elementos consecutivos
  - Para buscar n' (éste "n" no tiene por qué ser el mismo del tamaño, por lo que lo renombramos como n') elementos consecutivos, hay que encontrar el primero  $(\mathcal{O}(\log n))$ , como hemos visto) y, posteriormente, seguir el recorrido en inorden desde éste para acceder a los restantes n' 1. Dado que n' podría ser comparable con n, en el caso peor, este recorrido implica el completo del árbol, por lo que su coste sería  $\mathcal{O}(n)$ .
- c) Borrado de un elemento
  - El borrado de un elemento requiere, en primer lugar, localizarlo, ya que el elemento que se quiera borrar se identificará por su valor. Esta operación tiene coste  $\mathcal{O}(\log n)$ . Una vez encontrado el elemento, borrarlo en sí tiene coste constante pero puede producir un desequilibrio, que habrá que remediar y que se puede propagar hasta la raíz del árbol. Como la distancia entre un nodo cualquiera, en particular, el que se iba a borrar y la raíz es logarítmicamente proporcional a la altura, el coste del borrado completo, incluyendo la propagación que se requiera para reequilibrarlo, será  $\mathcal{O}(\log n)$
- 4. Queremos programar la clase de los vectores en  $\mathbb{R}^n$ . Un vector se representa en función de n componentes reales, que numeraremos de 0 a n-1 y que son sus coordenadas respecto a la base del espacio vectorial. El tipo responde a las siguientes operaciones independientemente de su representación:

## VectorIF

```
// Representa un Vector en IR<sup>n</sup>
public interface VectorIF {

   // Devuelve la dimensión del vector (numero de componentes)
   public int getDimension();

   // Obtiene la coordenada index-esima del vector
   public float getCoordinate(int index);

   // reemplaza el valor de la coordenada index-esima por el nuevo
   // que recibe como parametro
```

```
public void setCoordinate(int index, float newValue);
   // añade una coordenada nueva, que recibe como parámetro,
   // como última del vector
  public void addCoordinate(float value);
   // calcula el módulo, magnitud o longitud de un vector, que es
   // la raiz cuadrada de la suma de sus componentes elevadas
   // al cuadrado
  public float getModule ();
   // devuelve la suma con el vector parámetro
  public VectorIF sum (VectorIF vect);
   // devuelve la multiplicación del vector por un escalar, es decir,
   // multiplica cada componente por el parámetro escalar
  public VectorIF scale (float scl);
   // obtiene el producto escalar por el vector parámetro
  public float scalarProduct (VectorIF vect);
}
```

a) (0'5 puntos) Describa detalladamente cómo realizaría la representación interna de este tipo (usando los TAD estudiados en la asignatura). Justifique su elección.

La representación del tipo debe contemplar las operaciones de la interfaz propuesta para soportarlas de la manera más eficiente posible, en especial, aquellas que vayan a suponer el uso más común de entre las disponibles que, por lo general, son las operaciones consultoras.

En este caso, se necesita disponer de las componentes del vector, que serán n, si bien ese valor no se detalla ni se declara como constante, esto es, será arbitrario y debería admitirse cualquier tamaño, por lo que elegiremos una representación dinámica, ya que, además, el método addCoordinate permite el crecimiento del vector al añadir una nueva coordenada al final.

Dado que existen operaciones en la interfaz para consultar o modificar componentes específicas, debe poder accederse a cualquiera de ellas, por lo que descartaremos pilas y colas, cuyo uso implica (salvo para consulta si se usan iteradores) la consumición de los elementos almacenados en la estructura. Además, habrá que elegir si se utiliza una representación posicional (en la que el k-ésimo término de una secuencia contiene la componente k-ésima del vector) o bien una representación que asocie cada término a una componente específica de forma explícita. Cada una de las opciones tiene ventajas y desventajas. La representación implícita ocupa menos espacio pero requiere contar el número de términos recorridos hasta llegar a uno dado mientras que la representación explícita identifica cada componente pero a costa de invertir, para cada una de ellas, el espacio redundante de su identificación.

Para esta solución, utilizaremos la representación mediante listas dinámicas con identificación implícita de las componentes o sea, el vector será una secuencia ordenada (lista) de componentes. Dejamos como ejercicio resolver este problema utilizando la otra representación comentada.

La representación del tipo requeriría un atributo privado que contuviese las componentes:

b) (0'5 puntos) Detalle el constructor de una clase que implemente esta interfaz.

Por motivos didácticos, ofreceremos dos constructores, uno de los cuales recibe una lista de reales que serían las componentes del vector.

```
//constructor por defecto
public VectorList () {
  components = new ListDynamic<Float>();
}
// constructor por copia; recibe una lista de componentes
  public VectorList (ListIF<Float> vlist) {
  components = new ListDynamic<Float>(vlist);
}
```

c) (2'5 puntos) Basándose en las respuestas anteriores, implemente todos los métodos de la interfaz VectorIF. Se valorará que detalle los contratos de las operaciones (pre y postcondiciones) o que comente, al menos, las restricciones que deben aplicarse a los parámetros de entrada.

Para la solución de este ejercicio, programaremos *por contrato*, es decir, incluiremos pre y postcondiciones<sup>1</sup>, entendiendo que la precondición debe cumplirse antes de invocar el método en cuyo caso, debe satisfacerse la postcondición.

Para la solución de este examen modelo, incluímos estos comentarios que, si bien no son obligatorios en un examen real, serán valorados positivamente si aparecen y son correctos. En el código, se incluyen otros comentarios para hacer más fácil su comprensión. Una vez más, esto no es algo que se exija a los alumnos, aunque, por supuesto, los comentarios se valorarán si aparecen y son correctos.

Por motivos de maquetación, cambiaremos el orden de resolución en lugar de seguir el orden en el que aparecen los métodos en la interfaz)

```
// Representa un Vector en I\!\!R^n
  public interface VectorIF {
    /** Devuelve el la dimensión del vector (numero de
     * componentes)
   public int getDimension() {
    return components.getLength();
    /** Añade una coordenada nueva, que recibe como parámetro,
        como última del vector
     * @pre: true
     * @post: getCoordinate(n+1) == newValue; la lista de coordenadas
        crece una unidad en tamaño.
     * Es necesario insertar el nuevo elemento al final de la
     * lista de componentes. Para ello hay que llegar al final
     * de la lista. Cuando se llega al final, se inserta en
     * la lista la nueva coordenada.
    public void addCoordinate(float value) {
       /** la nueva coordenada se tiene que insertar al final
        * de la lista de coordenadas
                                                                */
        ListIF<Float> lista = components;
       /** se va recorriendo la lista hasta llegar a la lista
        * vacía.
        while(!lista.isEmpty()) {
```

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Mediante las anotataciones @pre y @post, en las que el resultado, si fuese preciso referirse a él separadamente, se referiría como @return

```
lista = lista.getTail();
   lista.insert(value);
/** reemplaza el valor de la coordenada index-esima por
 * el nuevo que recibe como parametro
 * @pre: 0 <= index <= n-1
 * @post: getCoordinate(index) == newValue
 * Teniendo en cuenta el tad seleccionado (una lista) y que
 * en el mismo no se puede modificar un elemento sin más, hay
 * que realizar una serie de operaciones para llevarlo a cabo
 * concretamente:
 * 1: hay que llegar al punto de la lista donde hay que
     modificar el valor
 * 2: crear una lista con el resto de la lista donde se está
      (sin incluir el elemento en la posición a modificar)
 * 3: insertar el nuevo elemento
 * 4: insertar los elementos que estaban por delante. Como el
     acceso a los mismos no es en el orden en el que se
     tienen que insertar, se utiliza una pila para
     almacenarlos
public void setCoordinate(int index, float newValue) {
   /** 1: hay que llegar al punto de la lista donde hay que
         modificar el valor */
  StackIF<Float> pilaGuarda = new StackDynamic<Float>();
  ListIF<Float> listaActual = components;
   for (int i = 0; i < index; i++) {</pre>
    pilaGuarda.push(listaActual.getFirst());
    listaActual = listaActual.getTail();
   /** 2: crear una lista con el resto de la lista donde se
          está (sin incluir el elemento en la posición que hay
         que modificar) */
  ListIF<Float> listaNueva = new ListDynamic<Float>(listaActual.
     getTail());
   /** 3: insertar el nuevo elemento */
   listaNueva.insert(newValue);
   /** 4: insertar los elementos que estaban por delante. Como
          el acceso a los mismos no es en el orden en el que
          se tienen que insertar, se utiliza una pila para
          almacenarlos
  while(!pilaGuarda.isEmpty()){
    listaNueva.insert(pilaGuarda.getTop());
    pilaGuarda.pop();
   components = listaNueva;
 }
```

```
/** Obtiene la coordenada index-esima del vector
 * @pre: 0 <= index <= n-1
 * @post: @return el valor de la componente index-esima
          del vector
 * Hay que realizar un acceso mediante un iterador a la
 * componente que se desea
public float getCoordinate(int index) {
   IteratorIF<Float> it = components.getIterator();
  for (int i = 0; i < index; i++) {</pre>
     it.getNext();
  return it.getNext();
}
/** devuelve la suma con el vector parámetro
 * asumimos que ambos vectores son de igual dimension
 * @pre: this.getDimension() == vect.getDimension()
 * @post: @return vectSum donde
 * vectSum.getCoordinate(i) ==
           this.getCoordinate(i)+vect.getCoordinate(i)
 * Se crea un nuevo vector similar al actual. A continuación
 * se obtiene el número de componentes del vector, para
 * utilizar un bucle para sustituir cada componente por el
 * valor de sumar la componente antigua a la componente
 * correspondiente (de la misma posición) en el vector pasado
 * por parámetro.
public VectorIF sum(VectorIF vect) {
  VectorIF salida = new VectorList(components);
  int numComponents = components.getLength();
  for (int i = 0; i < numComponents; i++) {</pre>
     salida.setCoordinate(i, salida.getCoordinate(i) + vect.
        getCoordinate(i));
  return salida;
}
/** Calcula el módulo, magnitud o longitud de un vector,
 * que es la raiz cuadrada de la suma de sus componentes
 * elevadas al cuadrado
 * @pre: true
             \sum_{i=0}^{n-1} getCoordinate(i)^2
 * @post:
 * Se hace un recorrido por cada componente de la lista de
 * componentes, acumulando la suma de los cuadrados. Al final,
 * se calcula la raiz cuadrada
public float getModule() {
  float resultado = 0;
  IteratorIF<Float> it = components.getIterator();
  while(it.hasNext()){
     resultado = resultado +
                 (float) Math.pow(it.getNext(), 2);
  resultado = (float)Math.sqrt(resultado);
  return resultado;
```

```
/** Devuelve la multiplicación del vector por un escalar,
     es decir, multiplica cada componente por el parámetro
     escalar
  * @pre: true
  * @post: @return vectEsc donde
  * vectEsc.getCoordinate(i) == scl
                       * this.getCoordinate(i)
  * Se crea un nuevo vector a partir del actual, y a
  * continuación se recorre el nuevo vector sustituyendo cada
  * componente por el resultado de multiplicar la componente
  * antiqua por el valor escalar pasado por parámetro.
 public VectorIF scale(float scl) {
    VectorIF salida = new VectorList(components);
    int numComponents = components.getLength();
    for (int i = 0; i < numComponents; i++) {</pre>
      salida.setCoordinate(i, scl * salida.getCoordinate(i));
    return salida;
  }
 /** obtiene el producto escalar por el vector parámetro
  * @pre: this.getDimension() == vect.getDimension()
  * \mathscr{Q}post: \mathscr{Q}return \sum_{i=0}^{n-1} this.getCoordinate(i) * vect.getCoordinate(i)
  * Se utiliza un bucle para ir recorriendo ambos vectores
  * componente a componente. En cada paso del recorrido se
  * acumula el valor de multiplicar la componente actual del
  * vector con la componente de la misma posición del vector
  * parámetro.
 public float scalarProduct(VectorIF vect) {
    float salida = 0;
    int numComponents = components.getLength();
    for (int i = 0; i < numComponents; i++) {</pre>
      salida = salida +
               getCoordinate(i) * vect.getCoordinate(i);
    return salida;
  }
}
```

d) (1 punto) Calcule el coste asintótico temporal en el caso peor para el método scalarProduct. Justifique su respuesta y discuta si se necesita un gasto adicional de espacio para implementar este método.

En primer lugar, seleccionaremos como tamaño del problema el número de componentes del vector (que el enunciado llamaba n). Como se puede observar, scalarProduct es un código iterativo que realiza un número de vueltas proporcional al tamaño definido (n, el número de componentes del vector).

Dentro del cuerpo del bucle, se llama (dos veces) a getCoordinate (cuyo código puede verse en la página 7), por lo que el coste de la iteración dependerá del de dicho método.

Coste de getCoordinate. El tamaño será igualmente el número de coordenadas, n. Se trata de un bucle que, en el caso peor, realiza tantas iteraciones como componentes tenga el vector. En cada una de ellas, las operaciones que se llevan a cabo son independientes del tamaño (manipulación del

iterador, cuya construcción se realiza fuera del bucle), por lo que el coste de este método será lineal respecto a n  $(T_{\text{getCoordinate}}(n) \in \Theta(n))$ 

Por lo tanto, el coste del cuerpo del bucle será lineal respecto a n (la suma, la asignación y el producto no dependen del tamaño y, como las medidas asintóticas son independientes de constantes, da igual tener dos llamadas a un método lineal que una en el cuerpo). Como se realiza un número de iteraciones también linealmente proporcional respecto a n, el coste del bucle completo será  $(T_{bucle}(n) \in \Theta(n^2))$ 

Sólo queda ya evaluar cuál es el coste de las operaciones que se realizan fuera del bucle, es decir, la inicialización de la variable de salida, que no depende del tamaño y la obtención de la longitud (número de componentes del vector) mediante la llamada a getlength. Este método podría depender del número de componentes, si bien lo óptimo es que dicha operación se implemente mediante la lectura de un atributo privado que se modifique adecuadamente en cada operación que proceda² de manera que el coste de hallar la longitud sea constante. Aún en el caso de ser lineal (dependiente del tamaño en forma lineal), aplicando la regla del máximo, el coste del método sería el del bucle, ya que es de un orden de magnitud mayor que el de la inicialización.

En resumen, el coste completo es cuadrático respecto al número de componentes del vector, o, lo que es lo mismo  $T_{\text{scalarProduct}}(n) \in \Theta(n^2)$ 

Por último, en cuanto al espacio, como los datos que se utilizan son los parámetros y los que ya se tenían en el vector original y no hace falta usar un iterador, concluímos que no será necesaria ninguna cantidad adicional de espacio.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Se deja como ejercicio averiguar cuáles son esas operaciones y añadir el código adecuado para el cálculo de la longitud en tiempo constante

```
ListIF (Lista)
                                       public interface StackIF <T>{
                                            /* Devuelve: la cima de la
/* Representa una lista de
                                              pila */
   elementos */
                                            public T getTop ();
public interface ListIF<T>{
                                            /* Incluye un elemento en la
   /* Devuelve la cabeza de una
                                               cima de la pila (modifica
      lista*/
                                              la estructura)
                                             * Devuelve: la pila
    public T getFirst ();
                                                incluyendo el elemento
    /* Devuelve: la lista
                                             * @param elem Elemento que se
       excluyendo la cabeza. No
                                                quiere añadir */
       modifica la estructura */
                                            public StackIF<T> push (T
    public ListIF<T> getTail ();
                                               elem);
   /* Inserta una elemento
                                            /* Elimina la cima de la pila
      (modifica la estructura)
                                               (modifica la estructura)
    * Devuelve: la lista modificada
                                             * Devuelve: la pila
    * @param elem El elemento que
                                               excluyendo la cabeza */
       hay que añadir*/
                                            public StackIF<T> pop ();
    public ListIF<T> insert (T
                                            /* Devuelve: cierto si la pila
       elem);
                                              esta vacia */
    /* Devuelve: cierto si la
                                            public boolean isEmpty ();
       lista esta vacia */
                                            /* Devuelve: cierto si la pila
    public boolean isEmpty ();
                                              esta llena */
    /* Devuelve: cierto si la
                                            public boolean isFull();
       lista esta llena*/
                                            /* Devuelve: el numero de
    public boolean isFull();
                                              elementos de la pila */
    /* Devuelve: el numero de
                                            public int getLength ();
       elementos de la lista*/
                                            /* Devuelve: cierto si la pila
    public int getLength ();
                                               contiene el elemento
    /* Devuelve: cierto si la
                                             * @param elem Elemento
       lista contiene el elemento.
                                               buscado */
     * @param elem El elemento
                                            public boolean contains (T
        buscado */
                                               elem);
    public boolean contains (T
                                            /*Devuelve: un iterador para
       elem);
                                               la pila*/
    /* Ordena la lista (modifica
                                           public IteratorIF<T>
       la lista)
                                              getIterator ();
     * @Devuelve: la lista ordenada
     * @param comparator El
                                       QueueIF (Cola)
        comparador de elementos*/
    public ListIF<T> sort
                                        /* Representa una cola de
       (ComparatorIF<T>
                                          elementos */
       comparator);
                                       public interface QueueIF <T>{
    /*Devuelve: un iterador para
                                            /* Devuelve: la cabeza de la
       la lista*/
                                               cola */
    public IteratorIF<T>
                                            public T getFirst ();
       getIterator ();
                                            /* Incluye un elemento al
                                               final de la cola (modifica
                                              la estructura)
StackIF (Pila)
                                             * Devuelve: la cola
                                                incluyendo el elemento
/* Representa una pila de
   elementos */
                                             * @param elem Elemento que se
```

```
quiere añadir */
                                              ultimo hijo
     public QueueIF<T> add (T
                                            * @param child el hijo a
                                               insertar*/
        elem);
    /* Elimina el principio de la
                                            public void addChild
       cola (modifica la
                                                (TreeIF<T> child);
       estructura)
                                           /* Elimina el subarbol hijo en
     * Devuelve: la cola
                                              la posicion index-esima
        excluyendo la cabeza
                                            * @param index indice del
     public QueueIF<T> remove ();
                                               subarbol comenzando en 0*/
    /* Devuelve: cierto si la cola
                                            public void removeChild (int
       esta vacia */
                                               index);
     public boolean isEmpty ();
                                           /* Devuelve: cierto si el
    /* Devuelve: cierto si la cola
                                              arbol es un nodo hoja*/
       esta llena */
                                            public boolean isLeaf ();
     public boolean isFull();
                                           /* Devuelve: cierto si el
    /* Devuelve: el numero de
                                              arbol es vacio*/
       elementos de la cola */
                                            public boolean isEmpty ();
                                           /* Devuelve: cierto si la
     public int getLength ();
    /* Devuelve: cierto si la cola
                                              lista contiene el elemento
       contiene el elemento
                                            * @param elem Elemento
     * @param elem elemento
                                               buscado*/
        buscado */
                                            public boolean contains (T
     public boolean contains (T
                                               element);
                                           /* Devuelve: un iterador para
        elem);
    /*Devuelve: un iterador para
                                              la lista
       la cola*/
                                            * @param traversalType el
     public IteratorIF<T>
                                               tipo de recorrido, que
        getIterator ();
                                            * sera PREORDER, POSTORDER o
                                               BREADTH */
}
                                            public IteratorIF<T>
TreeIF (Arbol general)
                                               getIterator (int
                                               traversalType);
/* Representa un arbol general de
   elementos */
public interface TreeIF <T>{
                                       BTreeIF (Árbol Binario)
    public int PREORDER = 0;
    public int INORDER = 1;
                                       /* Representa un arbol binario de
    public int POSTORDER = 2;
                                          elementos */
                                       public interface BTreeIF <T>{
    public int BREADTH = 3;
    /* Devuelve: elemento raiz
                                         public int PREORDER = 0;
       del arbol */
                                         public int INORDER = 1;
    public T getRoot ();
                                         public int POSTORDER = 2;
    /* Devuelve: lista de hijos
                                         public int LRBREADTH = 3;
       de un arbol.*/
                                         public int RLBREADTH = 4;
     public ListIF <TreeIF <T>>
                                        /* Devuelve: el elemento raiz del
        getChildren ();
                                           arbol */
    /* Establece el elemento raiz.
                                         public T getRoot ();
     * @param elem Elemento que se
                                        /* Devuelve: el subarbol
        quiere poner como raiz*/
                                           izquierdo o null si no existe
     public void setRoot (T
        element);
                                         public BTreeIF <T> getLeftChild
    /* Inserta un subarbol como
                                            ();
```

```
/* Devuelve: el subarbol derecho
                                        /* Devuelve: el orden de los
   o null si no existe */
                                           elementos
 public BTreeIF <T> getRightChild
                                         * Compara dos elementos para
                                            indicar si el primero es
     ();
 /* Establece el elemento raiz
                                         * menor, igual o mayor que el
  * @param elem Elemento para
                                            segundo elemento
    poner en la raiz */
                                         * @param e1 el primer elemento
 public void setRoot (T elem);
                                         * @param e2 el segundo elemento
 /* Establece el subarbol izquierdo
  * @param tree el arbol para
                                         public int compare (T e1, T e2);
    poner como hijo izquierdo */
                                        /* Devuelve: cierto si un
 public void setLeftChild
                                           elemento es menor que otro
     (BTreeIF <T> tree);
                                         * @param e1 el primer elemento
 /* Establece el subarbol derecho
                                         * @param e2 el segundo elemento
  * @param tree el arbol para
    poner como hijo derecho */
                                         public boolean isLess (T e1, T
 public void setRightChild
     (BTreeIF <T> tree);
                                        /* Devuelve: cierto si un
 /* Borra el subarbol izquierdo */
                                           elemento es igual que otro
 public void removeLeftChild ();
                                         * @param e1 el primer elemento
 /* Borra el subarbol derecho */
                                         * @param e2 el segundo elemento
 public void removeRightChild ();
 /* Devuelve: cierto si el arbol
                                         public boolean isEqual (T e1, T
   es un nodo hoja*/
                                            e2);
 public boolean isLeaf ();
                                        /* Devuelve: cierto si un
 /* Devuelve: cierto si el arbol
                                           elemento es mayor que otro
   es vacio */
                                         * @param e1 el primer elemento
 public boolean isEmpty ();
                                         * @param e2 el segundo elemento*/
 /* Devuelve: cierto si el arbol
                                         public boolean isGreater (T e1,
   contiene el elemento
                                            T e2);
  * @param elem Elemento buscado */
 public boolean contains (T elem);
                                       IteratorIF
 /* Devuelve un iterador para la
   lista.
                                       /* Representa un iterador sobre
  * @param traversalType el tipo
                                          una abstraccion de datos */
    de recorrido que sera
                                       public interface IteratorIF<T>{
    PREORDER, POSTORDER, INORDER,
                                           /* Devuelve: el siguiente
      LRBREADTH o RLBREADTH */
                                              elemento de la iteracion */
public IteratorIF<T> getIterator
                                            public T getNext ();
    (int traversalType);
                                           /* Devuelve: cierto si existen
                                              mas elementos en el
ComparatorIF
                                              iterador */
/* Representa un comparador entre
                                            public boolean hasNext ();
  elementos */
                                           /* Restablece el iterador para
public interface ComparatorIF<T>{
                                              volver a recorrer la
 public static int LESS = -1;
                                              estructura */
 public static int EQUAL = 0;
                                            public void reset ();
 public static int GREATER = 1;
```