

Beam Dynamics

Shin-ichi YOSHIMOTO

2022 年 2 月 10 日

目次

第 I 部	数学的準備	5
第 1 章	微分形式	7
1.1	外形式	7
1.1.1	1-形式 (線形汎関数)	7
1.1.2	2-形式	7
1.1.3	k-形式	7
1.1.3.1	p-形式	7
1.2	グリーンの公式	7

第I部 数学的準備

第 1 章 微分形式

1.1 外形式

1.1.1 1-形式 (線形汎関数)

線形汎関数 (linear functional) は、ベクトル空間からその係数体への線型写像をいう [3]。線型形式 (linear form) 若しくは一次形式 (one-form)[4] あるいは余ベクトル (covector) ともいう [1]。

線形 (汎) 関数 $\omega : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbf{R}$, $\xi_1, \xi_2 \in \mathbf{R}^n$

$$\omega(\lambda_1 \xi_1 + \lambda_2 \xi_2) = \lambda_1 \omega(\xi_1) + \lambda_2 \omega(\xi_2) \quad (1.1)$$

1.1.2 2-形式

$\omega^2 : \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$, $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbf{R}$, $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \in \mathbf{R}^n$

$$\omega^2(\lambda_1 \xi_1 + \lambda_2 \xi_2, \xi_3) = \lambda_1 \omega^2(\xi_1, \xi_3) + \lambda_2 \omega^2(\xi_2, \xi_3) \quad (1.2)$$

$$\omega^2(\xi_1, \xi_2) = -\omega^2(\xi_2, \xi_1) \quad (1.3)$$

1.1.3 k-形式

1.1.3.1 p-形式

外積

微分形式 [2]

1.2 グリーンの公式

$$\int \int_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \int_C P dx + Q dy \quad (1.4)$$

参考文献

- [1] V. I. アーノルド. 古典力学の数学的方法. 岩波書店, 1980.
- [2] 山本義隆, 中村孔一. 解析力学 I. 朝倉書店, 1998.
- [3] 志賀浩二. ベクトル解析 30 講. 朝倉書店, 1989.
- [4] 深谷賢治. 解析力学と微分形式. 岩波書店, 2004.