Beam Dynamics

Shin-ichi YOSHIMOTO

2022 年 2 月 9 日

目次

第1部　数学的準備

第 1 章　微分形式

1.1　外形式

1.1.1　1-形式 (線形汎関数)

線型汎函数 (linear functional) は、ベクトル空間からその係数体への線型写像をいう [3]。線型形式 (linear form) 若しくは一次形式 (one-form)[4] あるいは余ベクトル (covector) ともいう [1]。

線形 (汎) 関数 $\omega : \mathbf{R^n} \to \mathbf{R},\quad \forall\lambda_1,\ \lambda_2 \in \mathbf{R},\quad \boldsymbol{\xi}_1,\ \boldsymbol{\xi}_2 \in \mathbf{R}^n$

$$\omega(\lambda_1\boldsymbol{\xi}_1 + \lambda_2\boldsymbol{\xi}_2) = \lambda_1\omega(\boldsymbol{\xi}_1) + \lambda_2\omega(\boldsymbol{\xi}_2) \tag{1.1}$$

1.1.2　2-形式

$\omega^2 : \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \to \mathbf{R},\quad \forall\lambda_1,\ \lambda_2 \in \mathbf{R},\quad \boldsymbol{\xi}_1,\ \boldsymbol{\xi}_2,\ \boldsymbol{\xi}_3 \in \mathbf{R}^n$

$$\omega^2(\lambda_1\boldsymbol{\xi}_1 + \lambda_2\boldsymbol{\xi}_2, \boldsymbol{\xi_3}) = \lambda_1\omega^2(\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi_3}) + \lambda_2\omega^2(\boldsymbol{\xi}_2, \boldsymbol{\xi_3}) \tag{1.2}$$

$$\omega^2(\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi_2}) = -\omega^2(\boldsymbol{\xi}_2, \boldsymbol{\xi_1}) \tag{1.3}$$

1.1.3　k-形式

1.1.3.1　p-形式

外積

微分形式　[2]

1.2　グリーンの公式

$$\int\int_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy = \int_C Pdx + Qdy \tag{1.4}$$

参考文献

[1] V. I. アーノルド. 古典力学の数学的方法. 岩波書店, 1980.
[2] 山本義隆. 解析力学 I. 朝倉書店, 1998.
[3] 志賀浩二. ベクトル解析 30 講. 朝倉書店, 1989.
[4] 深谷賢治. 解析力学と微分形式. 岩波書店, 2004.