AM to PM conversion of linear filters

Magnus Danielson

2023/8/21

概要

変調信号がフィルターを通過する際の振幅変調と位相変調の間の変換が分析されます。変調された側波帯の振幅がフィルタをどのように通過するか、および AM と PM が側波帯の 1 つで反対の符号をどのように相互作用するかの違い。AM と PM の間の変換がモデル化され、散乱モデルと線形フィルター伝達関数に基づく 2 つの関数の評価が提供されます。システム帯域幅の影響が分析され、AM と PM の分離を確実にするための経験則が開発されます。

変調された信号がフィルタを通過する際の振幅変調と位相変調の変換について分析する。変調されたサイドバンドの振幅がどのようにフィルタを通過するかの違いや、AM と PM がそのサイドバンドの 1 つに対してどのように反対の符号を持つかが相互作用する。AM と PM 間の変換をモデル化し、散乱モデルを提供し、線形フィルタの伝達関数に基づく 2 つの関数を評価する。システムの帯域幅の影響を分析し、AM と PM の分離を確実にするための経験則を開発しました。

索引用語 — 振幅変調, 位相変調, 位相雑音

1 序論

システム・コンポーネントの振幅変調と位相変調の相互作用は、高性能システムの達成位相雑音性能を著しく制限する可能性がある。本稿では、リニア・フィルターにおいてこのような変換がどのように起こるかを分析するために、簡略化されたアプローチを提供することを目的とする。このような変換がリニアフィルターでどのように起こり得るかを分析するための簡略化されたアプローチを容易にすることを目的としています。AM ノイズと PM ノイズの両方に対する懸念は、[1] に示されています。[1] に示されており、AM ノイズから PM ノイズへの変換、従って AM ノイズを制約内に抑える必要性についても触れている。この論文では、非線形増幅回路の動作が扱われているが、本稿の焦点は、厳密には線形動作と、システム設計を支援するためにこれを解析する簡略化されたアプローチである。

2 変調の基礎

振幅変調の場合、側波帯は古典的な三角法を使用して次のように表現できる。

$$\begin{aligned} X(t) &= A(1 + a\cos\omega_m t)\cos\omega_c t \\ &= A\cos\omega_c t + \frac{A}{2}\cos(\omega_c - \omega_m) + \frac{A}{2}\cos(\omega_c + \omega_m)t \end{aligned} \tag{1}$$

ただし、A は振幅、a は振幅変調指数、ω_c は搬送波の角周波数、ω_m は変調の角周波数である。

同様に、位相変調については、高次の項は重要でないと仮定して、Bessel 関数 [2] から書くことができます:

$$\begin{aligned} X(t) &= A\cos p \sin \omega_m t + \omega_c t \\ &= AJ_0(p)\cos\omega_c + AJ_{-1}(p)\cos(\omega_c - \omega_m)t + AJ_1(p)\cos(\omega_c + \omega_m)t \end{aligned} \tag{2}$$

以下の解析では、変調指数が低いと仮定しているため、位相変調のキャリア強度への影響は軽微であると考えられる。従って、ベッセル多項式の 2 次以上の次数は打ち消すことができ、2 次以上のサイドバンドの省略も安全に行うことができます。従って、残りの近似は次のようになる:

$$X(t) = A\cos\omega_c t - \frac{A}{2}\cos(\omega_c - \omega_m) + \frac{A}{2}\cos(\omega_c + \omega_m)t \tag{3}$$

3　AM と PM の共通モデル

AM と PM がどのように側帯域を作るかの類似性を考えると、下側側帯域の符号が異なるだけで、下側側帯域 LSB A_{LSB} と上側側帯域 USB A_{USB} の振幅が、それぞれの変調指数 a と p、および搬送波振幅 A の形で直接表現できる AM と PM の同時モデルを作ることができる。

$$A_{LSB} = A\frac{a}{2} - A\frac{p}{2} \tag{4}$$

$$A_{USB} = A\frac{a}{2} + A\frac{p}{2} \tag{5}$$

同様に、それぞれの変調指数は、同じ変調周波数に対する LSB と USB の振幅とキャリアの振幅で表すことができる:

$$a = \frac{A_{USB} + A_{LSB}}{A} \tag{6}$$

$$p = \frac{A_{USB} - A_{LSB}}{A} \tag{7}$$

これは、キャリアの 2 つのサイドバンド、またはキャリアの AM 変調と PM 変調の間の直交線形変換を表している。何をするかによって、これらのビューのいずれかでそれを表示し、両方の振幅を持っている限り、我々は他のビューに変換することができます。

4　線形フィルタにおける AM と PM

線形フィルター $H(s)$ と振幅変調と位相変調を持つ信号があるとする。この問いに答えるには、まず変調指数をサイドバンドの相対強度 A_{LSB} と A_{USB} に変換する必要がある。これによって、サイドバンド周波数に対するフィルタ応答は出力強度 A'_{LSB} と A'_{USB} を生成し、キャリアは出力強度 A'_C を生成します。したがって、次のようになる。

$$\omega_u = \omega_c + \omega_m \tag{8}$$

$$\omega_l = \omega_c - \omega_m \tag{9}$$

$$A_{LSB} = A\frac{a-p}{2} \tag{10}$$

$$A_{USB} = A\frac{a+p}{2} \tag{11}$$

$$A'_{LSB} = H(j\omega_l)A_{LSB} \tag{12}$$

$$A'_C = H(j\omega_c)A \tag{13}$$

$$A'_{USB} = H(j\omega_u)A_{USB} \tag{14}$$

$$a' = \frac{A'_{USB} + A'_{LSB}}{A'} \tag{15}$$

$$p' = \frac{A'_{USB} - A'_{LSB}}{A'} \tag{16}$$

したがって、

$$a' = \frac{H(j\omega_u)}{H(j\omega_c)}\frac{a+p}{2} + \frac{H(j\omega_l)}{H(j\omega_c)}\frac{a-p}{2} \tag{17}$$

$$p' = \frac{H(j\omega_u)}{H(j\omega_c)}\frac{a+p}{2} - \frac{H(j\omega_l)}{H(j\omega_c)}\frac{a-p}{2} \tag{18}$$

$$a' = \frac{H(j\omega_u)+H(j\omega_l)}{2H(j\omega_c)}a + \frac{H(j\omega_u)-H(j\omega_l)}{2H(j\omega_c)}p \tag{19}$$

$$p' = \frac{H(j\omega_u)+H(j\omega_l)}{2H(j\omega_c)}a - \frac{H(j\omega_u)-H(j\omega_l)}{2H(j\omega_c)}p \tag{20}$$

最後の定式化は、AM から AM への変換と PM から PM への変換は共通のサイドバンド応答に依存し、AM から PM への変換と PM から AM への変換はサイドバンド応答の差分に依存することを明確に示している。これは線形システムの散乱行列として振る舞います。したがって、共通応答と微分応答を定義することによって、さらに単純化することができます。

$$H_c(\omega_l, \omega_u) = \frac{H(j\omega_u)+H(j\omega_l)}{2H(j\omega_c)} \tag{21}$$

$$H_d(\omega_l, \omega_u) = \frac{H(j\omega_u)-H(j\omega_l)}{2H(j\omega_c)} \tag{22}$$

$$a' = H_c(\omega_l, \omega_u)a + H_d(\omega_l, \omega_u)p \tag{23}$$

$$p' = H_d(\omega_l, \omega_u)a + H_c(\omega_l, \omega_u)p \tag{24}$$

$$\begin{bmatrix} a' \\ p' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_c & H_d \\ H_d & H_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ p \end{bmatrix} \tag{25}$$

AM から PM、PM から AM へのリークはレスポンスの差に依存し、等しい。AM から AM、PM から PM は共通のレスポンスに依存する。しかし、両方ともダンピングに依存し、両方のサイドバンドが十分にダンピングされていれば、両方のダンピングが大きくなります。完全にバランスの取れたフィルター応答は、変調伝達を大きく低下させることなく、相互変調をキャンセルします。

5　1 次のローパスフィルタ

効果を説明するために、1 極のローパスフィルターを考えてみよう。

$$H(s) = \frac{-\omega_0}{s-\omega_0} \tag{26}$$

分析するには、次の 2 つの式に挿入する。

$$H_c(\omega_l, \omega_u) = \frac{\omega_c^2 - \omega_0^2 + 2j\omega_0\omega_c}{\omega_0^2 - \omega_c^2 + \omega_m^2 - 2j\omega_0\omega_c} \tag{27}$$

$$H_d(\omega_l, \omega_u) = \frac{\omega_c\omega_m + j\omega_0\omega_m}{\omega_0^2 - \omega_c^2 + \omega_m^2 - 2j\omega_0\omega_c} \tag{28}$$

これらは、変調周波数がキャリア周波数に比べて低いと仮定して、キャリアと周波数の関係が異なる場合に評価される: $|H_c|$ の応答は、基本的にすべての条件に対してすべてのパスのものですが、キャリアの振幅がローパスフィルター自体を反射するように減少することに注意してください、したがって、AM から AM への変換と PM から PM への変換の両方が、私たちが期待するのと同じパス動作を経験します。さらに、$|H_d|$ が f_m/f_c ファクターでスケーリングされたハイパス・フィルターを反映していることに注目してください。

最初の条件は、キャリアとサイドバンドがフィルタの通過周波数内にある状況を反映しており、この条件ではクロストークもキャリアの変化もないため、AM から AM、PM から PM への変換は期待通りに機能します。

第 3 の条件は、搬送波がフィルタ帯域幅と一致する状況を反映したもので、この条件では振幅が 3dB 損失し、fm/fc 比に比例したクロストークが発生する。したがって、搬送波周波数に設定されたフィルターは、変

Condition	$\lvert H_c \rvert$	$\lvert H_d \rvert$	$\lvert A'_C \rvert$
$\omega_0 \ll \omega_c$	1	0	A
$\omega_0 = k\omega_c$	1	$\frac{\omega_m}{k\omega_0} = \frac{f_m}{kf_0}$	A
$\omega_0 = \omega_c$	1	$\frac{\omega_m}{k\omega_0} = \frac{f_m}{kf_0}$	$\frac{A}{\sqrt{2}}$
$\omega_0 \gg \omega_c$	1	$\frac{\omega_m}{k\omega_0} = \frac{f_m}{kf_0}$	0

調周波数に比例して増加する AM から PM への変換を提供します。したがって、遠距離の AM ノイズは遠距離の PM ノイズに変換されます。10 MHz の音源を 100 kHz で変調した場合、変換強度は −43 dB となります。

2 番目の条件は、システム帯域幅を搬送波の k 倍の比率に増加すると、追加の分離が可能になることを反映するために追加されました。これはすぐにわかります。$k = 10$ では、AM から PM への約 −60 dB の変換強度が提供されます。10 MHz の同じ 100 kHz。これにより、AM から PM への変換がシステムパフォーマンスに影響を与えないようにするための単純な経験則アプローチが可能になります。

第 4 の条件は、システムの帯域幅が搬送波の帯域幅をはるかに下回る極端なケースを反映するために追加された。この条件では、AM から PM への変換が行われますが、一方でキャリアの減衰が大きく、利得がゼロになり、キャリアとサイドバンドが熱雑音に置き換わります。

6 結論

AM から AM、PM から PM、および AM から PM、PM から AM のクロストークを解析するための基本的なアプローチが行われ、任意の線形システム $H(s)$ の影響を解析することができる 2 つの $H_C(\omega_c, \omega_m)$ と $H_D(\omega_c, \omega_m)$ の応答によって要約することができます。

ローパスフィルタの動作では、搬送波周波数がシステム帯域幅に近いか超えている場合は常に AM から PM へのクロストークが見られるが、搬送波周波数がシステム帯域幅よりはるかに小さい場合は見られない。クロストークは変調周波数とともに増加し、比 f_m/f_c に比例する。システム帯域幅を、$f_0 = k * f_c$ で定義されるように、搬送波周波数から k のファクターでスケーリングすることにより、カップリングファクターはおおよそ $f_m/(kf_c)$ となり、これを経験則として使用することで、AM と PM の間の遠方ノイズに対する十分なアイソレーションを確保することができます。

謝辞

NIST Boulder の Craig Nelson、Archita Hati、David Howe、そして Bob Camp、Enrico Rubiola 教授、Francois Vernotte 教授の継続的なサポートとインスピレーションに感謝したい。この研究の基本的なアイデアは、EFTF や IFCS で開催された Craig Nelson の位相雑音チュートリアルから生まれました。

参考文献

[1] Eva S. Ferre-Pikal, Fred L. Walls and Craig W. Nelson, Guidelines for Designing BJT Amplifiers with Low 1/f AM and PM noise, April 1997 IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control 44(2):335 - 343, DOI10.1109/58.585118 B.P. Lathi, Signals, systems and communication, Publ. John Wiley & Sons, 1965.

[2] L. Rde and B. Westergren, Mathematics Handbook for Science and Engineering, 5th ed., Lund, Sweden: Studentliteratur, 2010.