

シンクロトロン振動の いるは

加速器のビーム運動

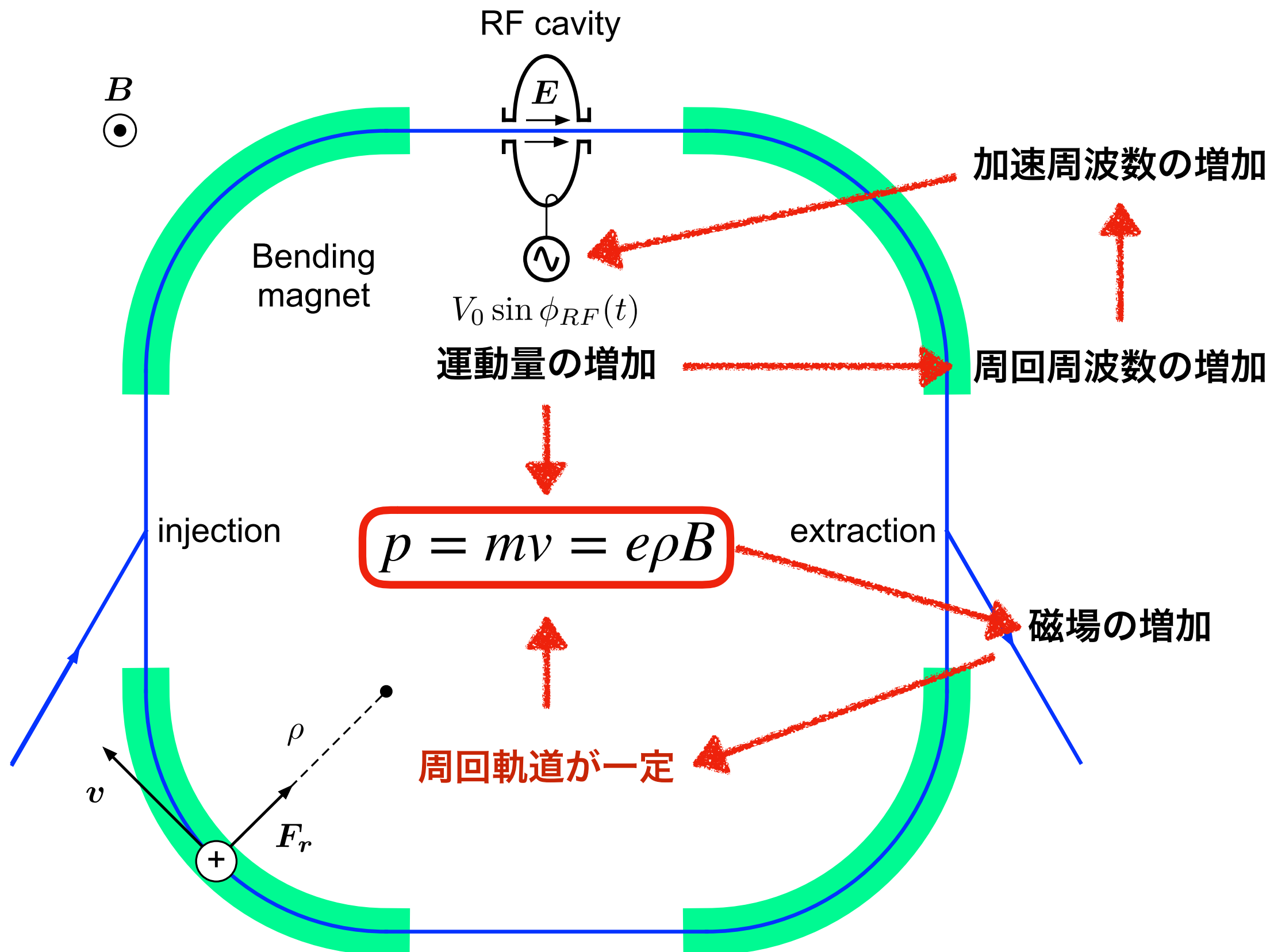
- **Transverse motion (水平, 垂直方向)**

- ・ 四極電磁石による収束力
- ・ ベータトロン振動
- ・ 比較的速い振動

- **Longitudinal motion (進行方向)**

- ・ 高周波加速による収束力
- ・ シンクロトロン振動
- ・ 比較的遅い振動

シンクロトロン



シンクロトロンの種類

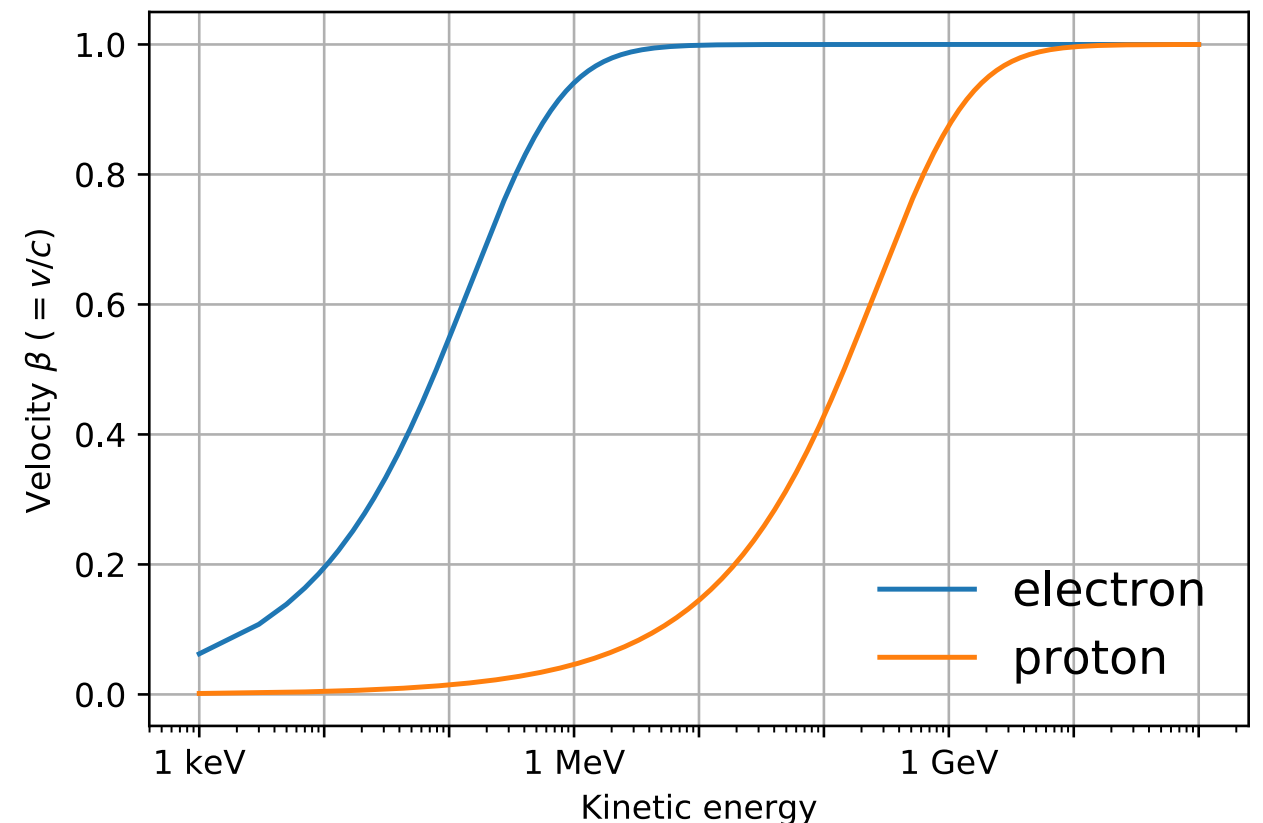
- 陽子シンクロトロン

- 普通？のシンクロトロン
- 加速した陽子を取り出し

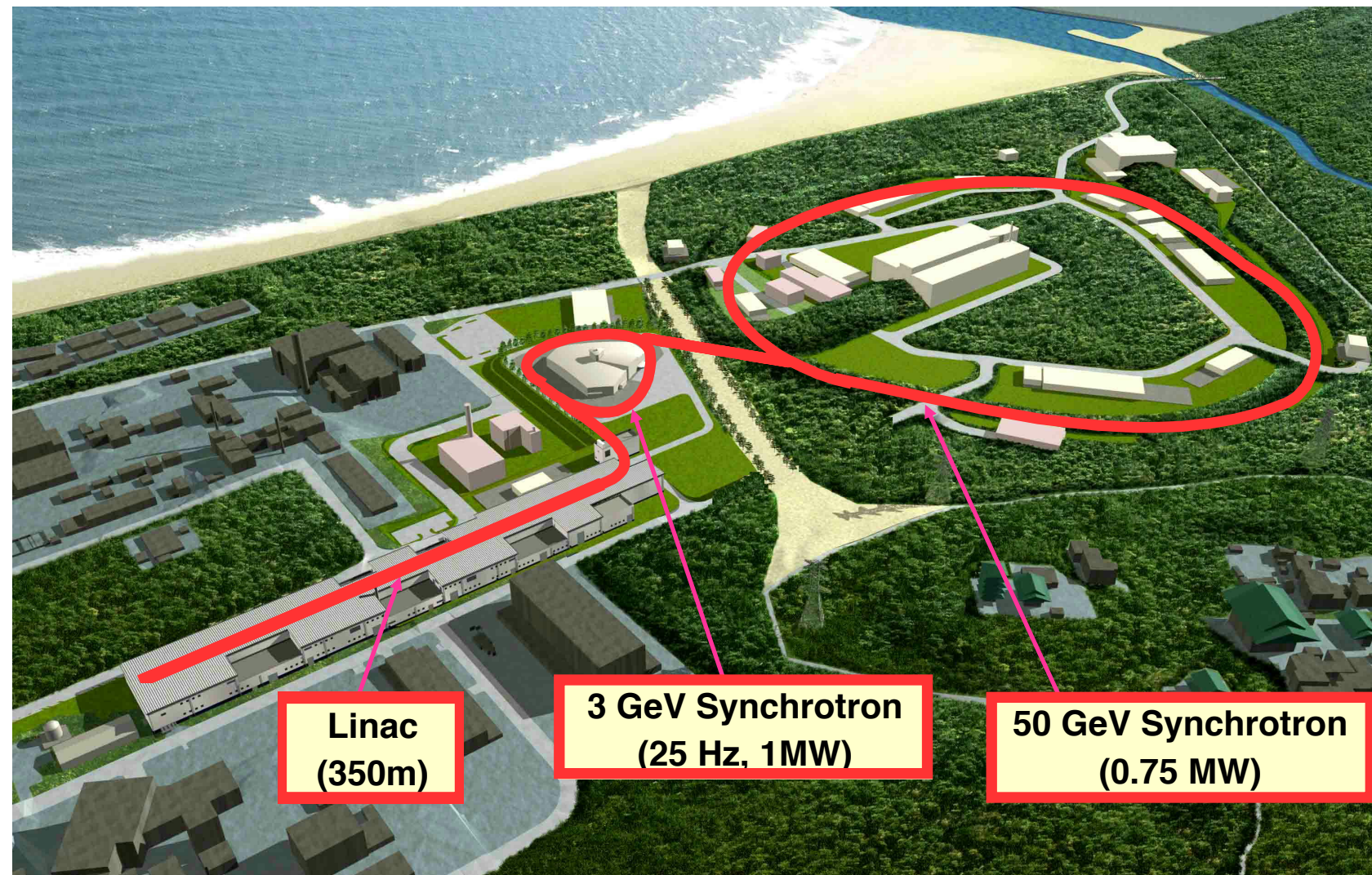
- 電子シンクロトロン

- 速度は光速で一定
- 加速周波数も一定
- 放射光を放出
- 蓄積リング（放射光）

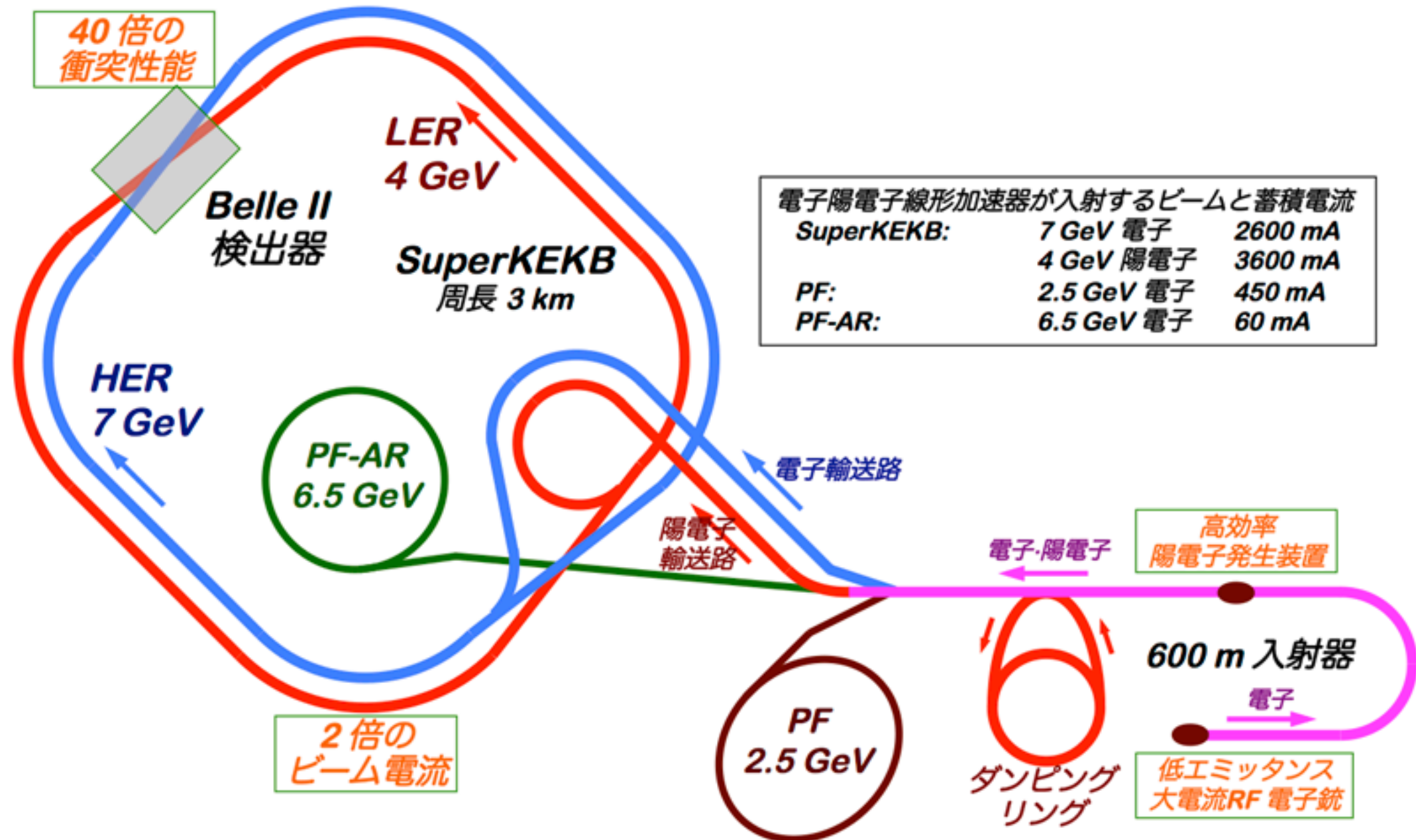
運動エネルギー vs 速度



東海キャンパスの加速器

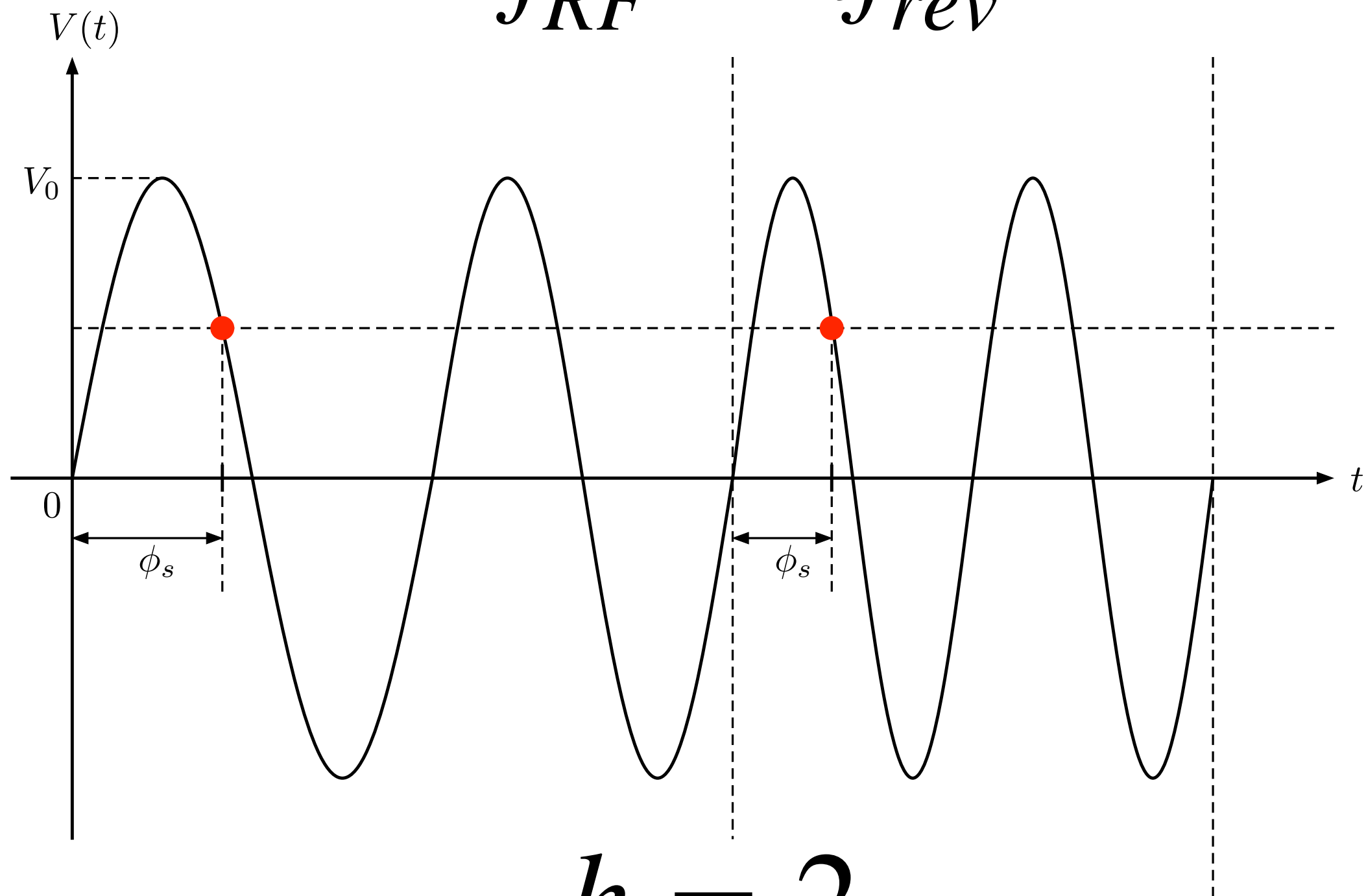


つくばキャンパスの加速器



同期粒子

$$f_{RF} = hf_{rev}$$



$$h = 2$$

【例】 SuperKEKBの場合

SuperKEKBの主リングでは電子と陽電子はほぼ光速で回っており、周長は3016.315 [m] なので周回周波数は

$$f_{rev} = \frac{1}{T_{rev}} = \frac{c}{C_0} = \frac{2.99792458 \times 10^8 \text{ [m/s]}}{3016.315 \text{ [m]}} = 99.39 \text{ kHz}$$

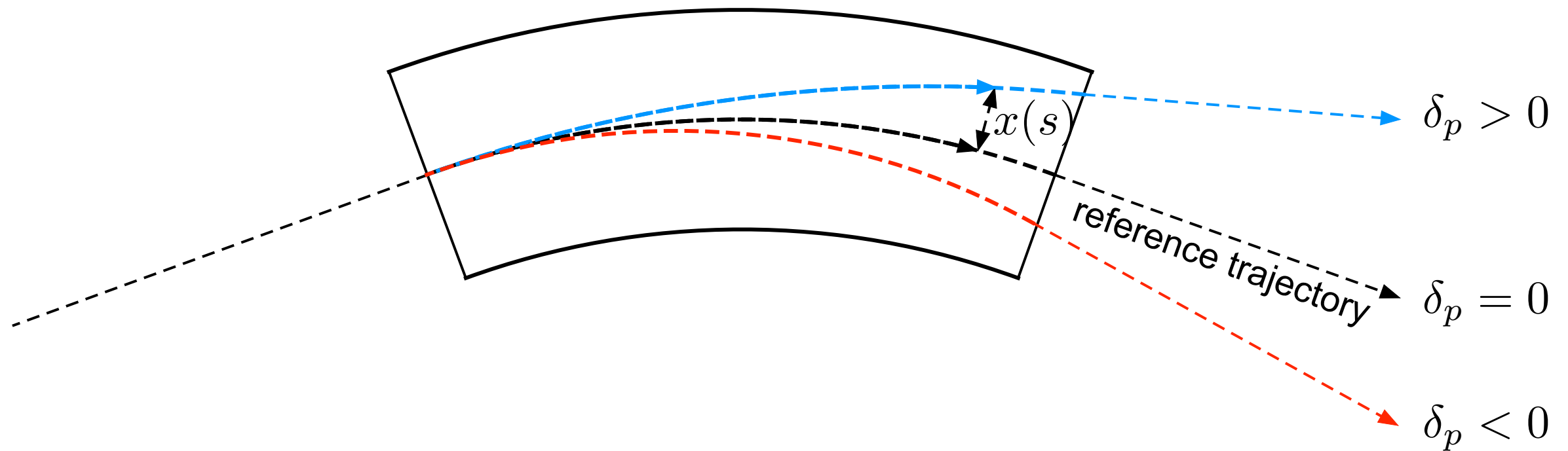
一方、加速周波数は508.887 [MHz] なので

$$f_{RF} = 5120 \times f_{rev}$$

となり $h = 5120$ となっている。

分散 (dispersion)

transverseとlongitudinalのcoupling



$$x(s) = D_x(s) \frac{\Delta p}{p_s} = D_x(s) \delta_p$$

運動量圧縮率

高周波加速空洞で加速



運動量の増加



速度の増加

$$\frac{\Delta v}{v_s} = \frac{1}{\gamma_s^2} \frac{\Delta p}{p_s}$$

$$\beta_s = \frac{v_s}{c}, \quad \gamma_s = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_s^2}}$$

偏光電磁石で曲げる



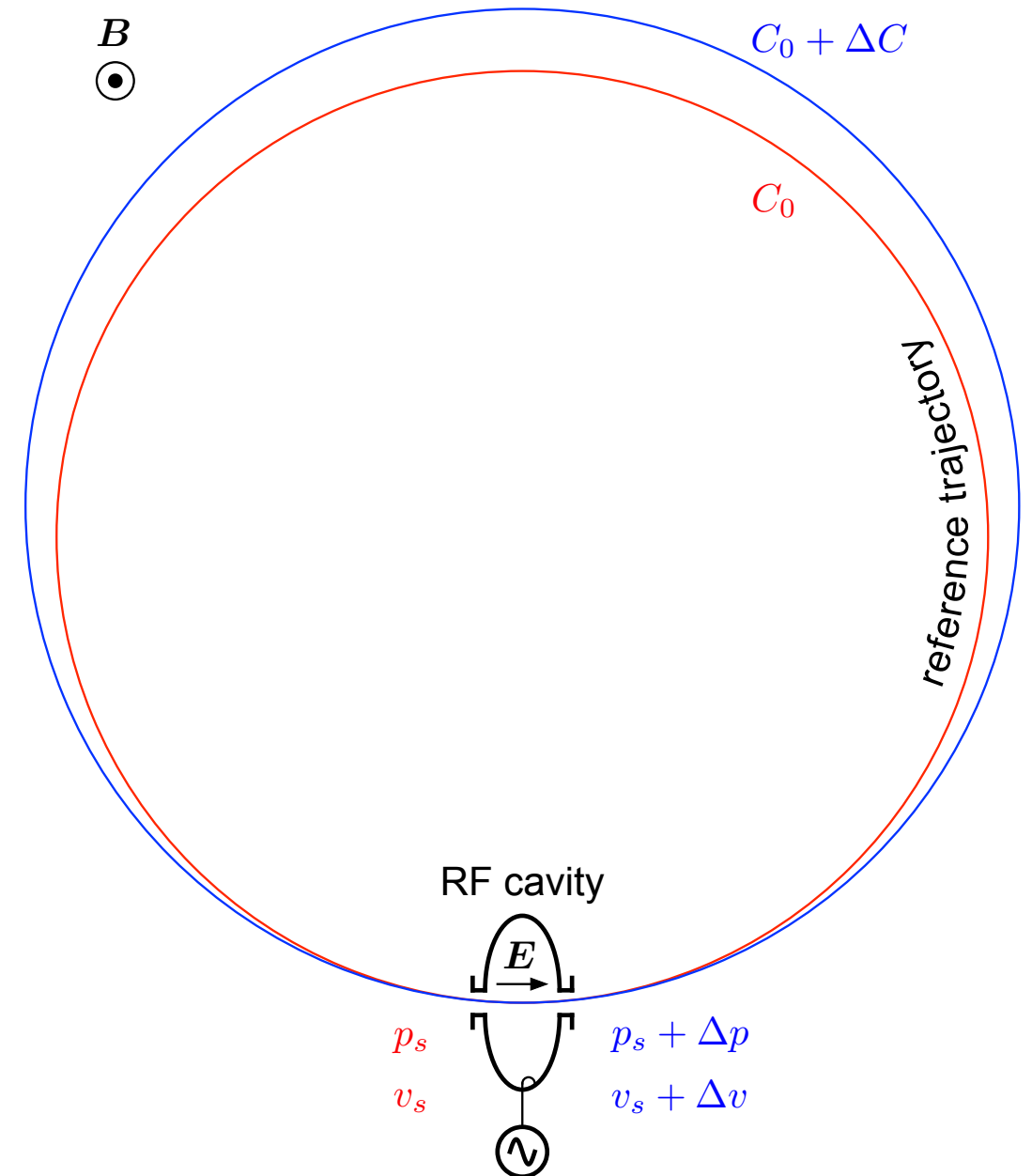
分散で軌道が変わる



軌道長の増加

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \alpha_p \frac{\Delta p}{p_s}$$

momentum compaction factor



Transition energy

聞き合い

$$\frac{\Delta T}{T_{rev}} = \frac{\Delta C}{C_0} - \frac{\Delta \nu}{\nu_s} = \eta_p \frac{\Delta p}{p_s}$$

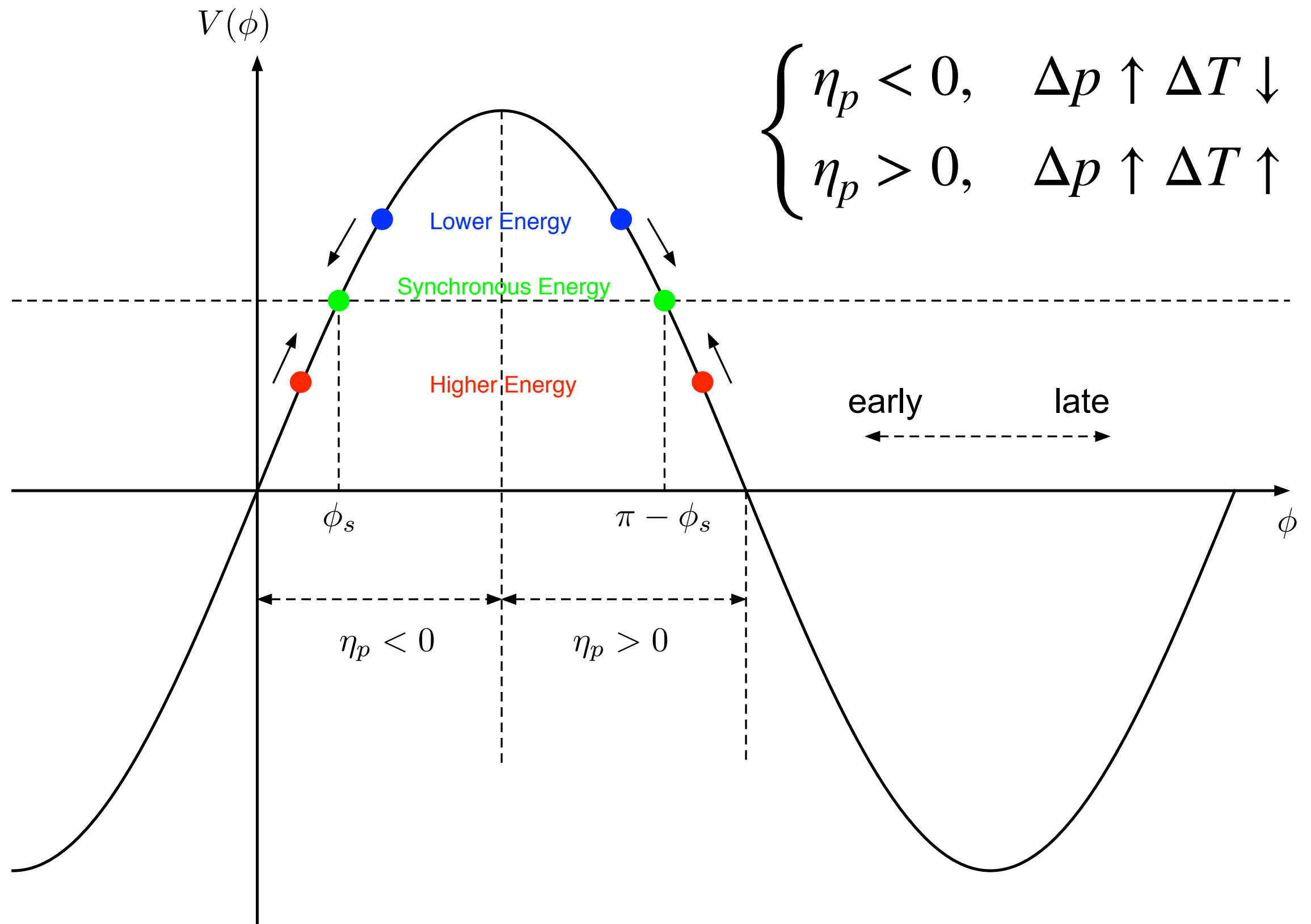
$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_p < 0, \quad \Delta p \uparrow \Delta T \downarrow \\ \eta_p = 0, \quad \Delta p \uparrow \Delta T = 0 \\ \eta_p > 0, \quad \Delta p \uparrow \Delta T \uparrow \end{array} \right.$$

Phase slip factor

$$\eta_p \equiv \alpha_p - \frac{1}{\gamma_s^2} = \frac{1}{\gamma_t^2} - \frac{1}{\gamma_s^2}$$

Transition energy

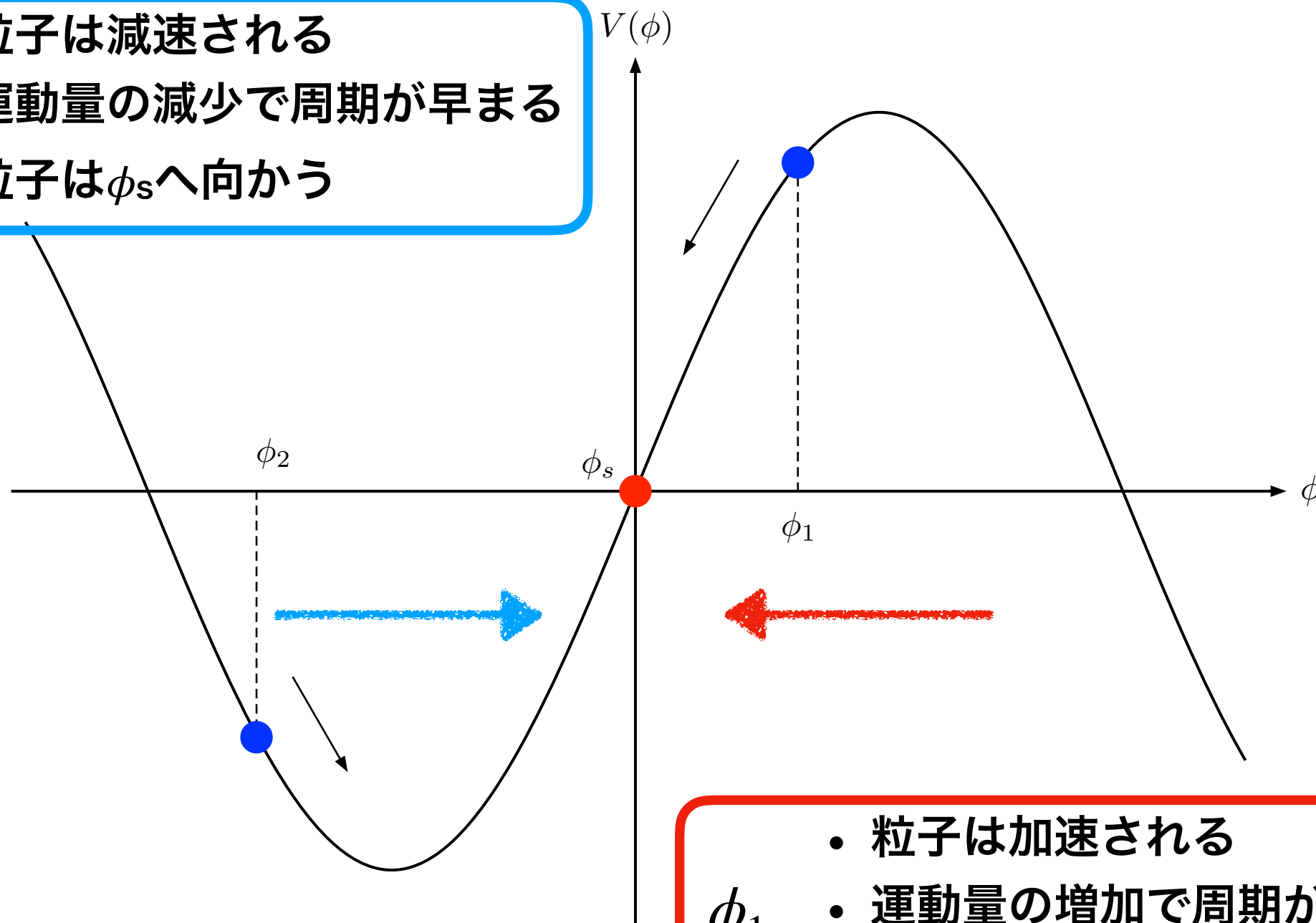
位相安定性の原理



シンクロトロン振動

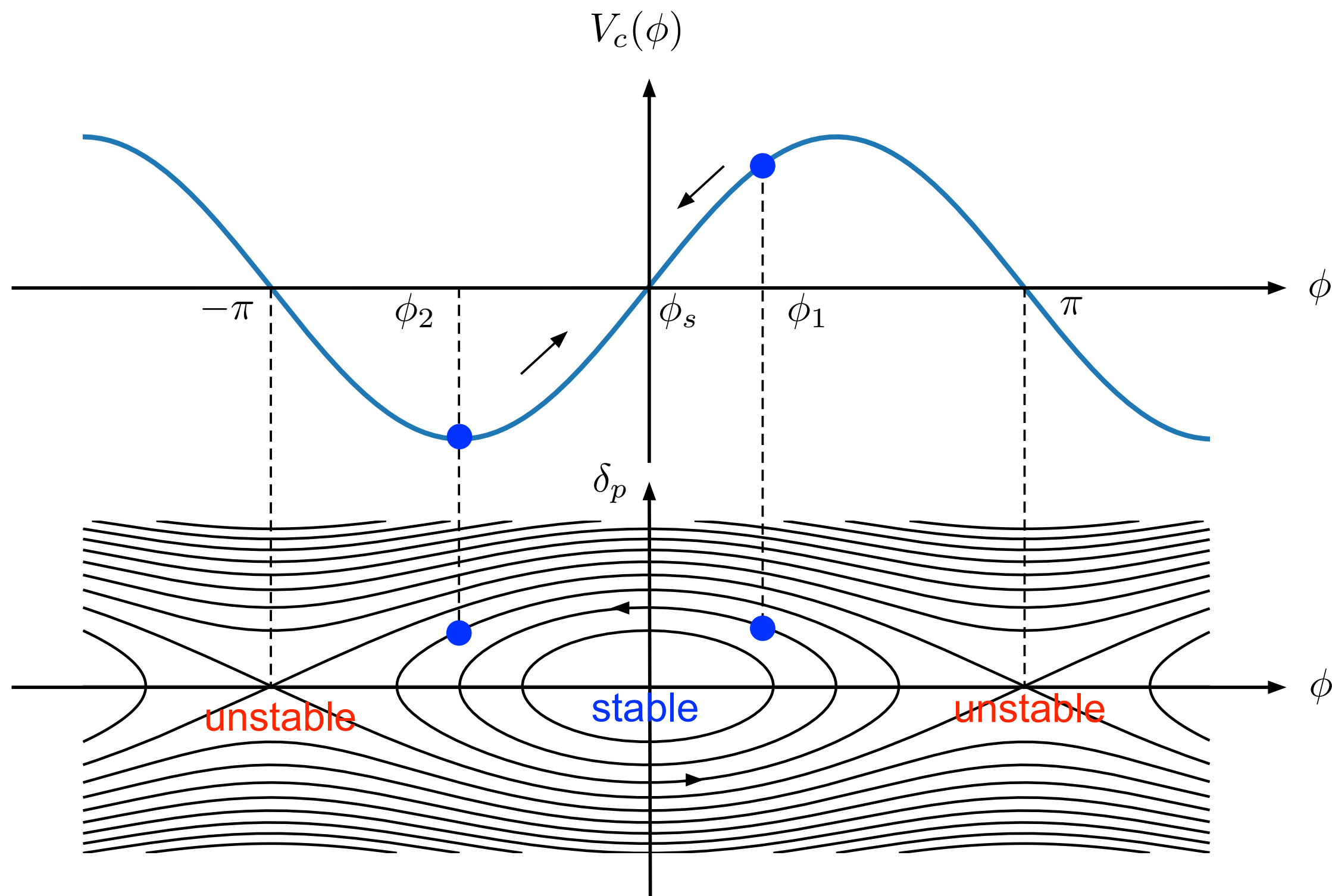
$$\phi_s = 0, B = \text{const.}, \eta_p < 0$$

- ϕ_2
- 粒子は減速される
 - 運動量の減少で周期が早まる
 - 粒子は ϕ_s へ向かう

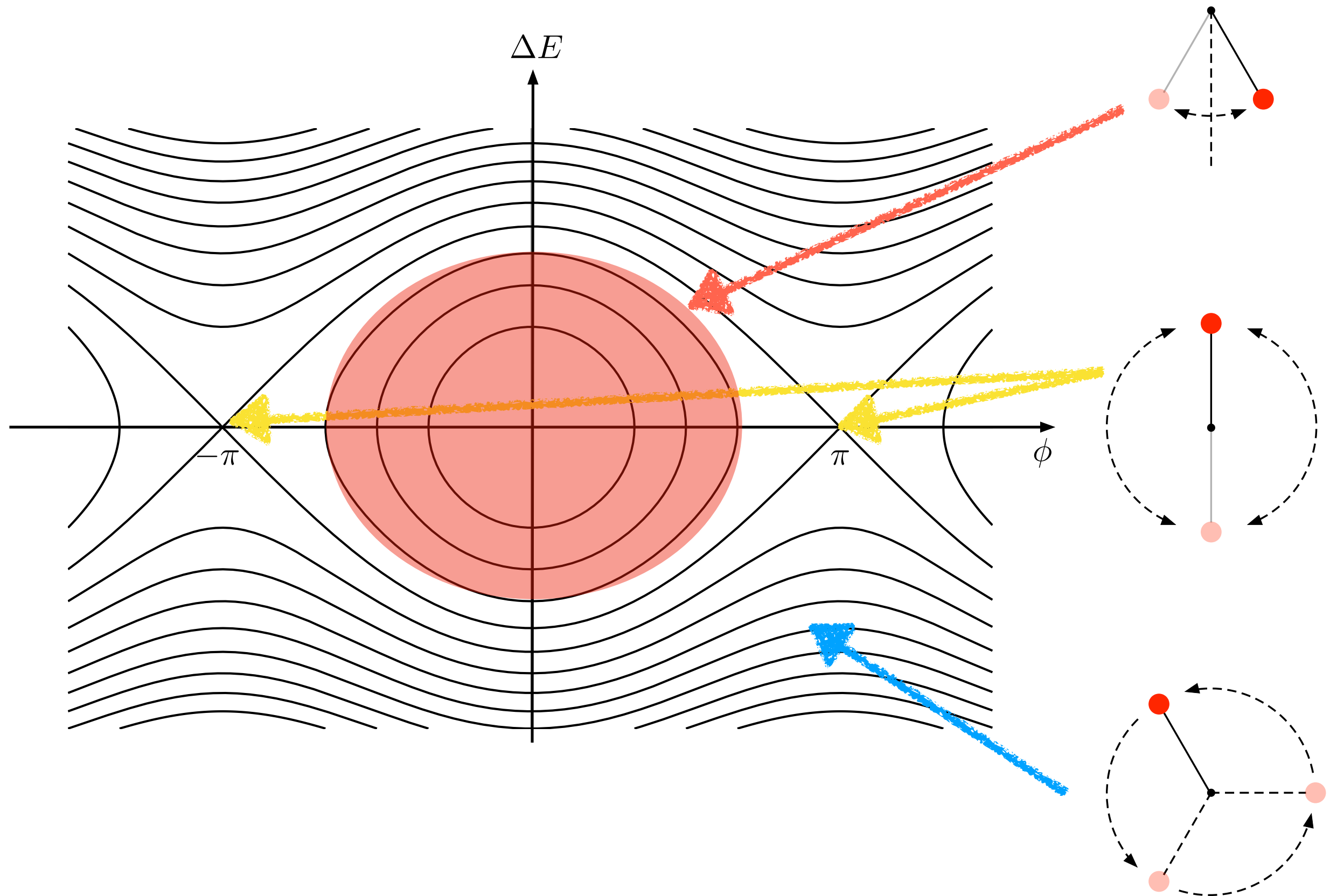


- ϕ_1
- 粒子は加速される
 - 運動量の増加で周期が遅れる
 - 粒子は ϕ_s へ向かう

位相空間



Synchrotron motion



シンクロトロンの方程式

- ・振動の振幅が十分小さい場合

$$\Delta\ddot{\phi} = \frac{eVh\eta\omega_{rev}^2}{2\pi\beta_s^2 E_s} \cos \phi_s \Delta\phi = -\omega_s^2 \Delta\phi$$

単振動

$$\omega_s = \sqrt{-\frac{eVh\eta\omega_{rev}^2 \cos \phi_s}{2\pi\beta_s^2 E_s}}$$

シンクロトン振動数

【例】 SuperKEKBの場合

$$f_{RF} = 508.887 \text{ [MHz]} \quad h = 5120$$

Machine Parameters

2017/September/1	LER	HER	unit	
E	4.000	7.007	GeV	
I	3.6	2.6	A	
Number of bunches	2,500			
Bunch Current	1.44	1.04	mA	
Circumference	3,016.315		m	
ϵ_x/ϵ_y	3.2(1.9)/8.64(2.8)	4.6(4.4)/12.9(1.5)	nm/pm	() : zero current
Coupling	0.27	0.28		includes beam-beam
β_x^*/β_y^*	32/0.27	25/0.30	mm	
Crossing angle	83		mrad	
α_p	3.20×10^{-4}	4.55×10^{-4}		
σ_δ	$7.92(7.53) \times 10^{-4}$	$6.37(6.30) \times 10^{-4}$		() : zero current
V_c	9.4	15.0	MV	
σ_z	6(4.7)	5(4.9)	mm	() : zero current
ν_s	-0.0245	-0.0280		
ν_x/ν_y	44.53/46.57	45.53/43.57		
U_0	1.76	2.43	MeV	
$\tau_{x,y}/\tau_s$	45.7/22.8	58.0/29.0	msec	
ξ_x/ξ_y	0.0028/0.0881	0.0012/0.0807		
Luminosity	8×10^{35}		$\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$	

Synchrotron tune

$$\nu_s = - \frac{\omega_s}{\omega_{rev}}$$

LERで約41周
HERで約36周
で1回振動する

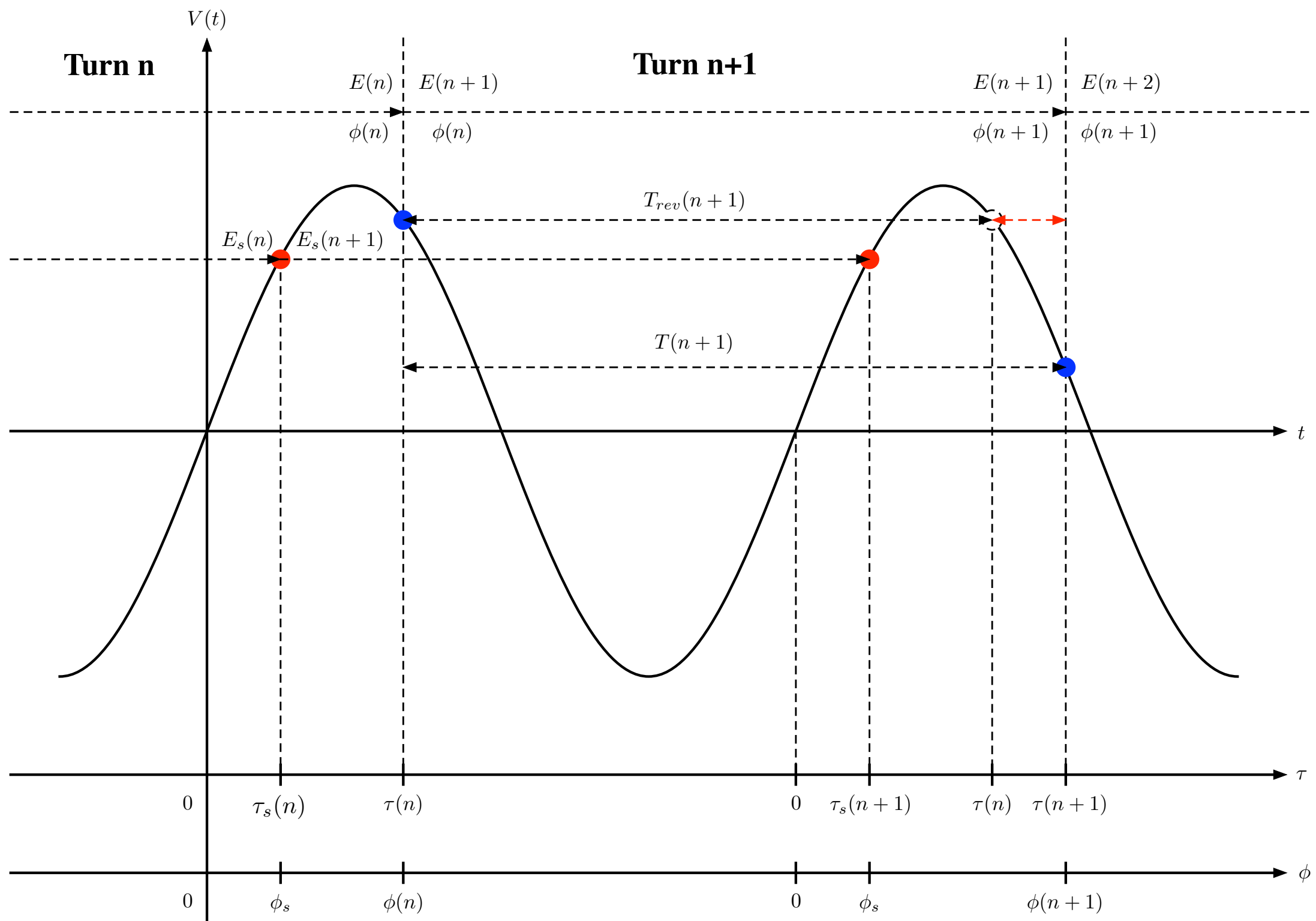
Betatron tune

<http://www-superkekb.kek.jp/>

実際のビームを見る

1. 加速周波数の確認
2. 周回周波数の確認
3. シンクロトロン振動数の測定
4. その他

バックアップ



Mapping equations

$$\delta_p(n+1) = \delta_p(n) + \frac{eV}{\beta_0^2 E_0} (\sin \phi(n) - \sin \phi_s)$$

$$\phi(n+1) = \phi(n) + 2\pi\hbar\eta\delta_p(n+1)$$

シンクロトロンの方程式

$$\frac{\delta_p(n+1) - \delta_p(n)}{T_{rev}(n+1)} \approx \frac{d\delta_p}{dt} = \dot{\delta}_p, \quad \frac{\phi(n+1) - \phi(n)}{T_{rev}(n+1)} \approx \frac{d\phi}{dt} = \dot{\phi}$$

$$\dot{\delta}_p = \frac{eV\omega_{rev}}{2\pi\beta_s^2 E_s} (\sin \phi - \sin \phi_s) \quad \dot{\phi} = h\omega_{rev}\eta\delta_p$$

$$\ddot{\phi} = \frac{eVh\eta\omega_{rev}^2}{2\pi\beta_s^2 E_s} (\sin \phi - \sin \phi_s)$$

$$\sin \phi = \sin(\phi_s + \Delta\phi) \approx \sin \phi_s + \cos \phi_s \Delta\phi$$

$$\ddot{\Delta\phi} = \frac{eVh\eta\omega_{rev}^2}{2\pi\beta_s^2 E_s} \cos \phi_s \Delta\phi = -\omega_s^2 \Delta\phi$$