技術職員初任者研修 2019/05/15

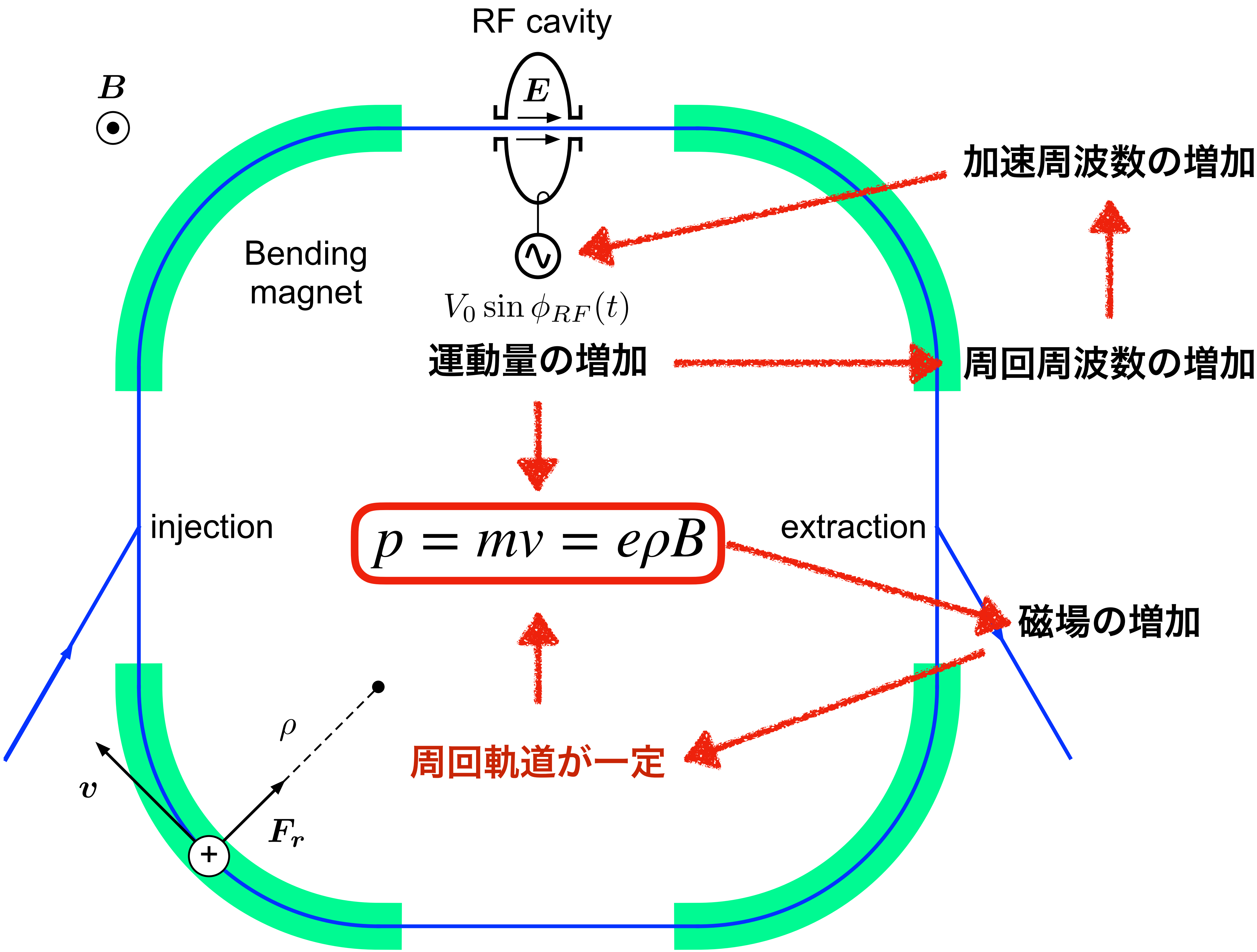
シンクロトロン振動の
いろは

加速器第三研究系　吉本伸一

加速器のビーム運動

- **Transverse motion (水平, 垂直方向)**
  - 四極電磁石による収束力
  - ベータトロン振動
  - 比較的速い振動
- **Longitudinal motion (進行方向)**
  - 高周波加速による収束力
  - シンクロトロン振動
  - 比較的遅い振動

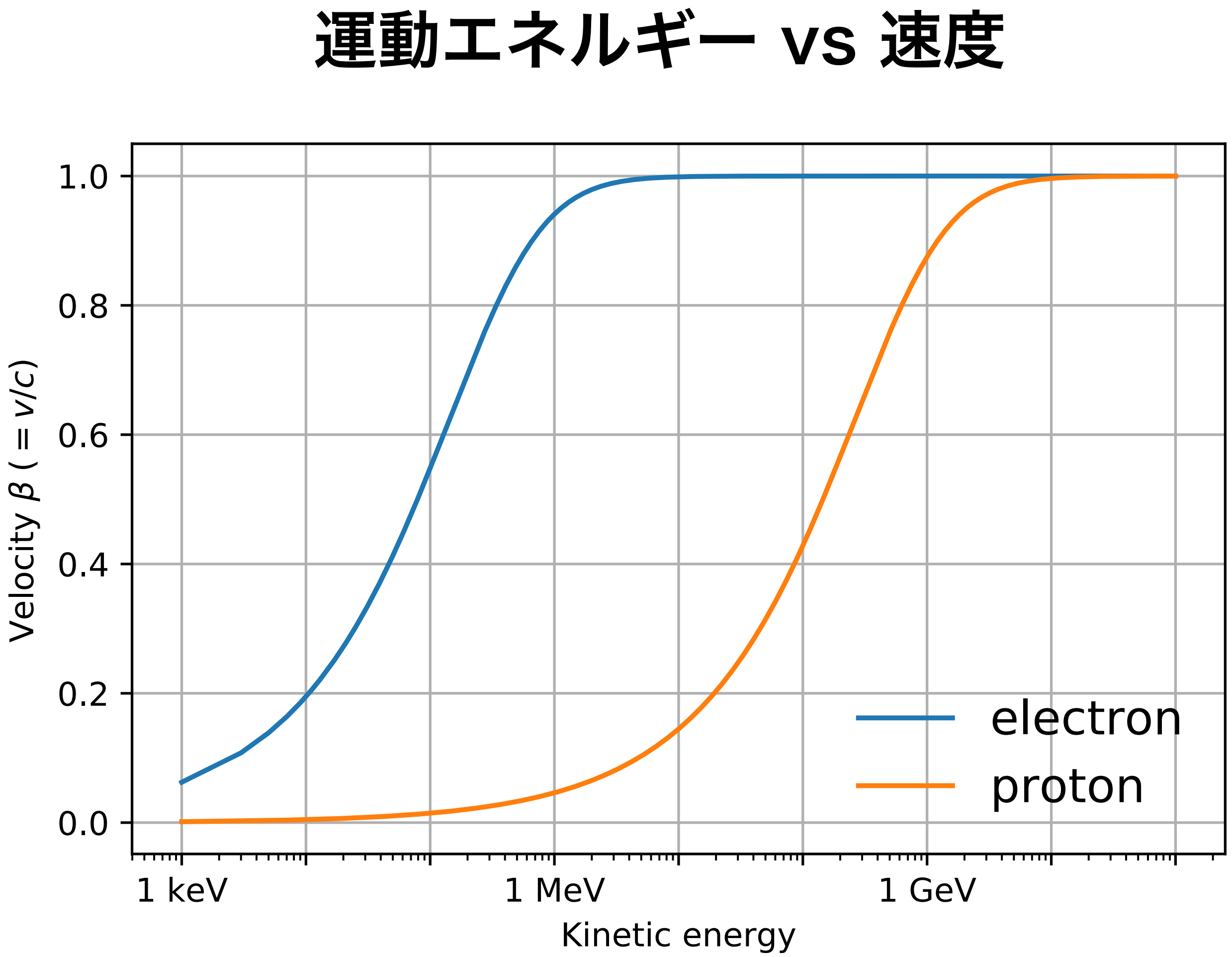
シンクロトロン



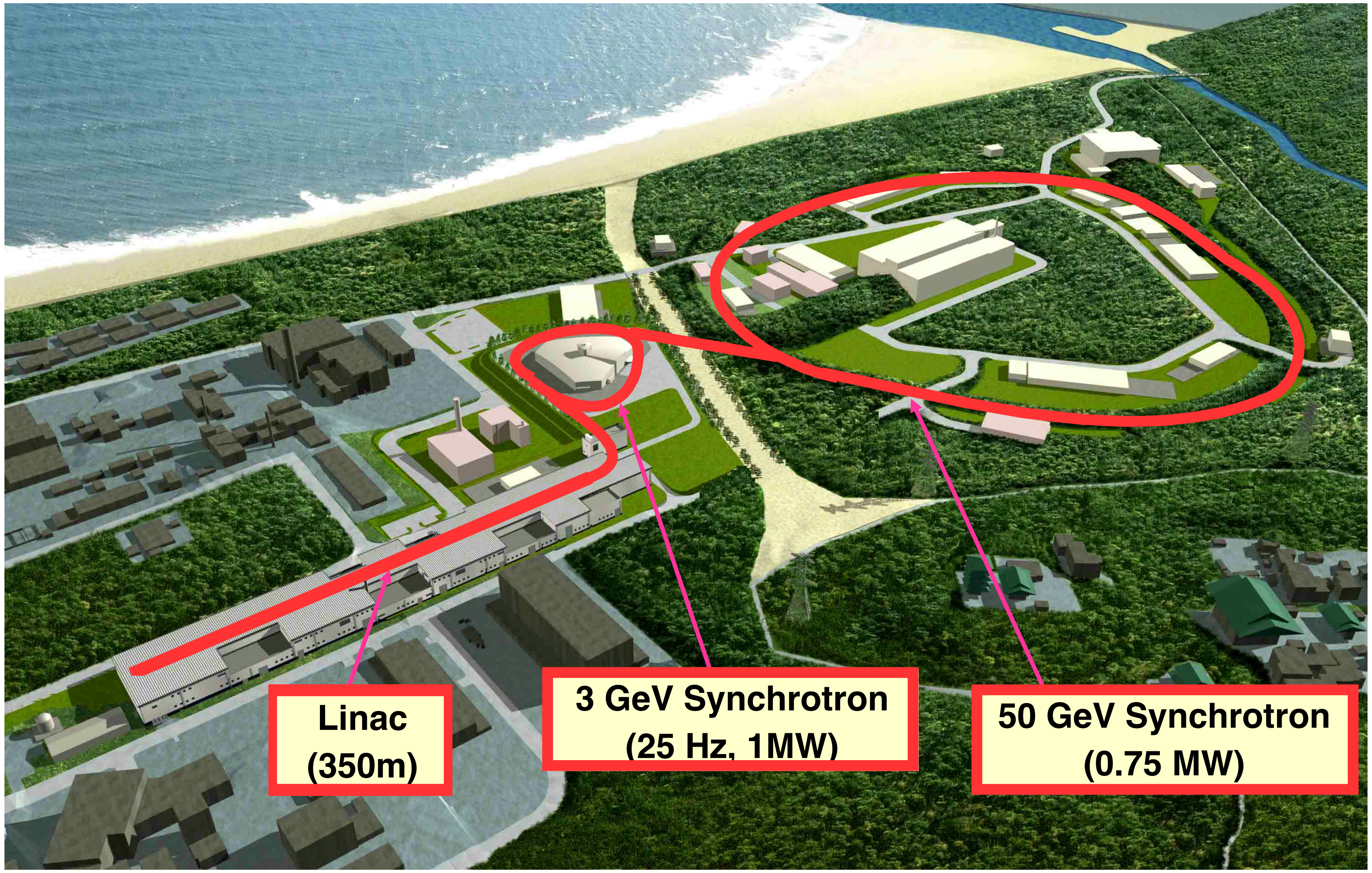
RF cavity
$\boldsymbol{E}$
$\boldsymbol{B}$
Bending magnet
$V_0 \sin \phi_{RF}(t)$
加速周波数の増加
運動量の増加
周回周波数の増加
injection
$p = mv = e\rho B$
extraction
磁場の増加
ρ
$\boldsymbol{v}$
$\boldsymbol{F_r}$
+
周回軌道が一定

シンクロトロンの種類

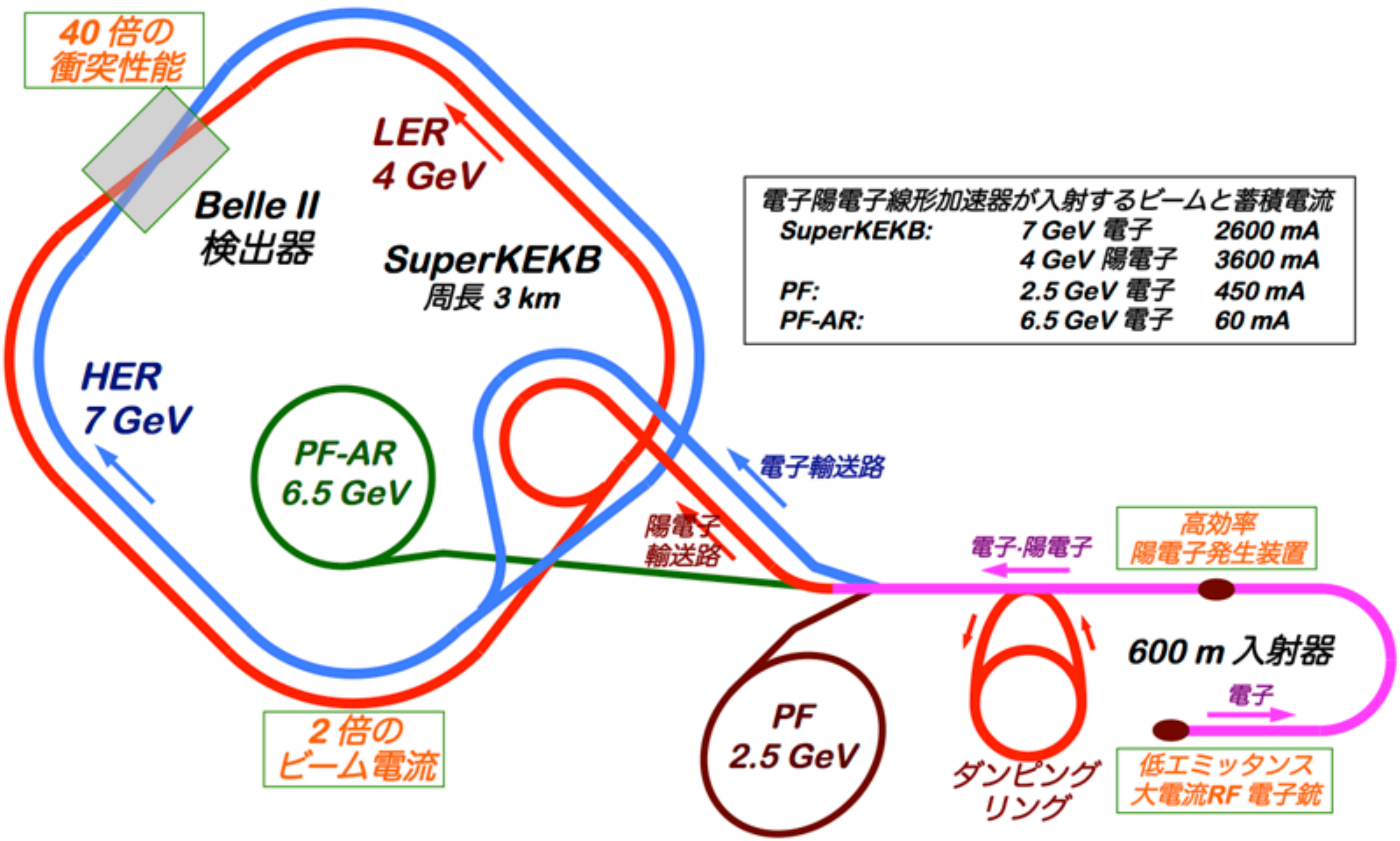
- **陽子シンクロトロン**
  - 普通？のシンクロトロン
  - 加速した陽子を取出し
- **電子シンクロトロン**
  - 速度は光速で一定
  - 加速周波数も一定
  - 放射光を放出
  - 蓄積リング（放射光）



東海キャンパスの加速器

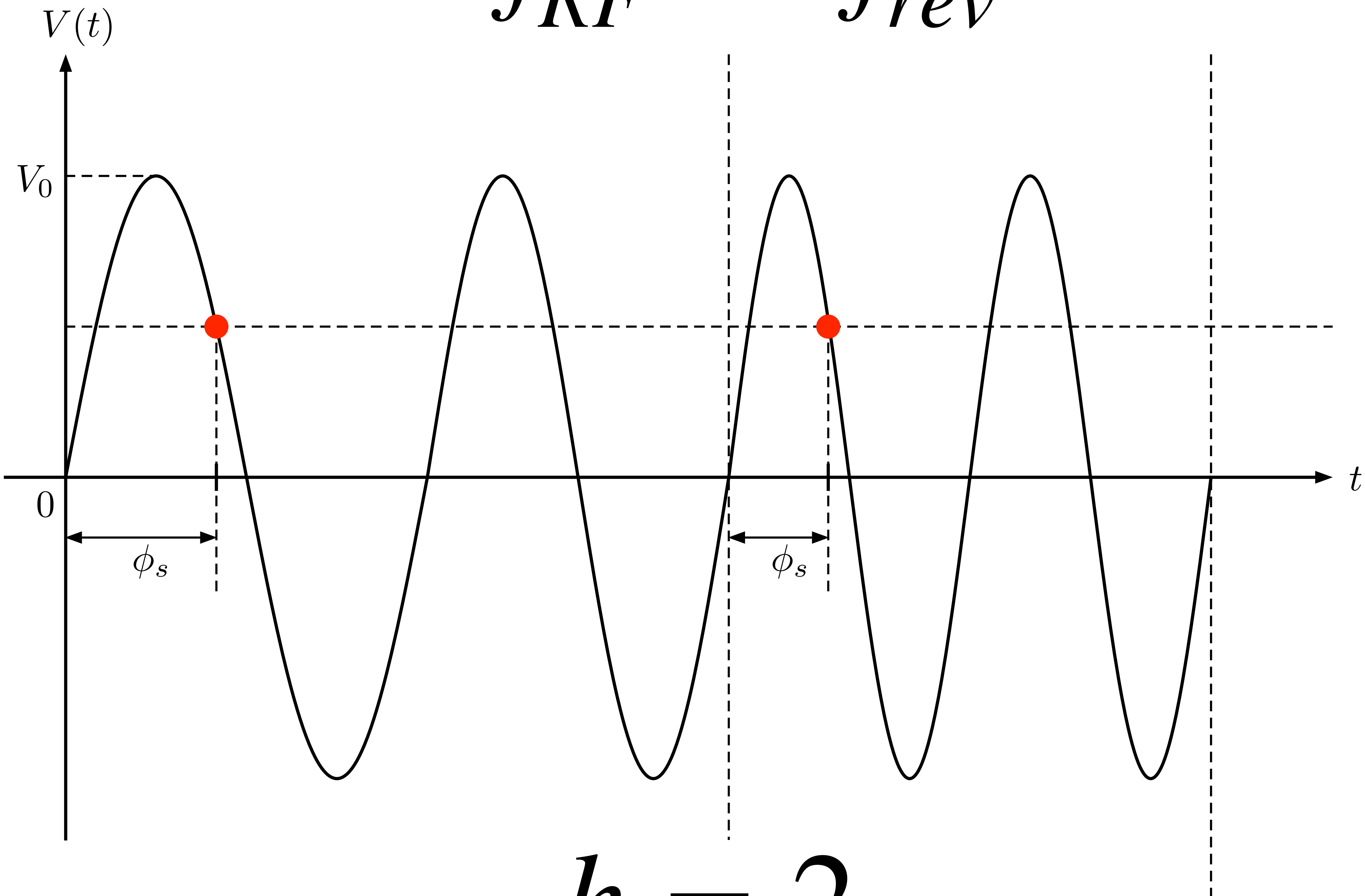


つくばキャンパスの加速器



同期粒子

$$f_{RF} = hf_{rev}$$



$$h = 2$$

【例】SuperKEKBの場合

SuperKEKBの主リングでは電子と陽電子はほぼ光速で回っており、周長は3016.315 [m] なので周回周波数は

$$f_{rev} = \frac{1}{T_{rev}} = \frac{c}{C_0} = \frac{2.99792458 \times 10^8\,[\mathrm{m/s}]}{3016.315\,[\mathrm{m}]} = 99.39\,\mathrm{kHz}$$

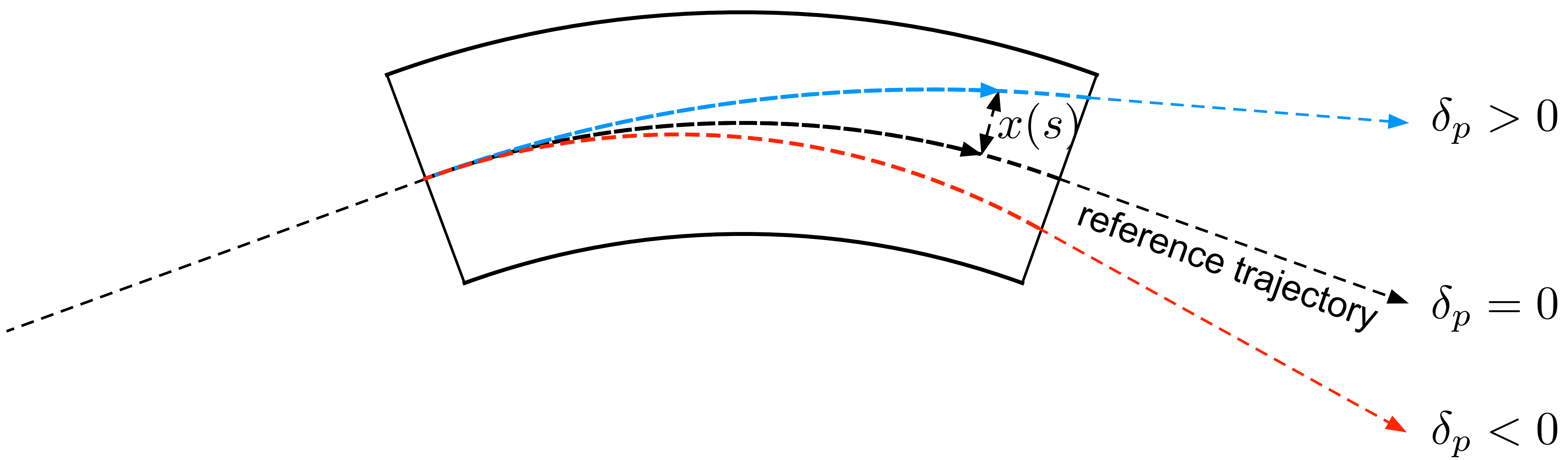
一方、加速周波数は508.887 [MHz] なので

$$f_{RF} = 5120 \times f_{rev}$$

となり h = 5120 となっている。

分散 (dispersion)

transverseとlongitudinalのcoupling



$$x(s) = D_x(s)\frac{\Delta p}{p_s} = D_x(s)\delta_p$$

運動量圧縮率

高周波加速空洞で加速

↓

運動量の増加

↓

速度の増加

$$\frac{\Delta v}{v_s} = \frac{1}{\gamma_s^2}\frac{\Delta p}{p_s}$$

偏光電磁石で曲げる

↓

分散で軌道が変わる

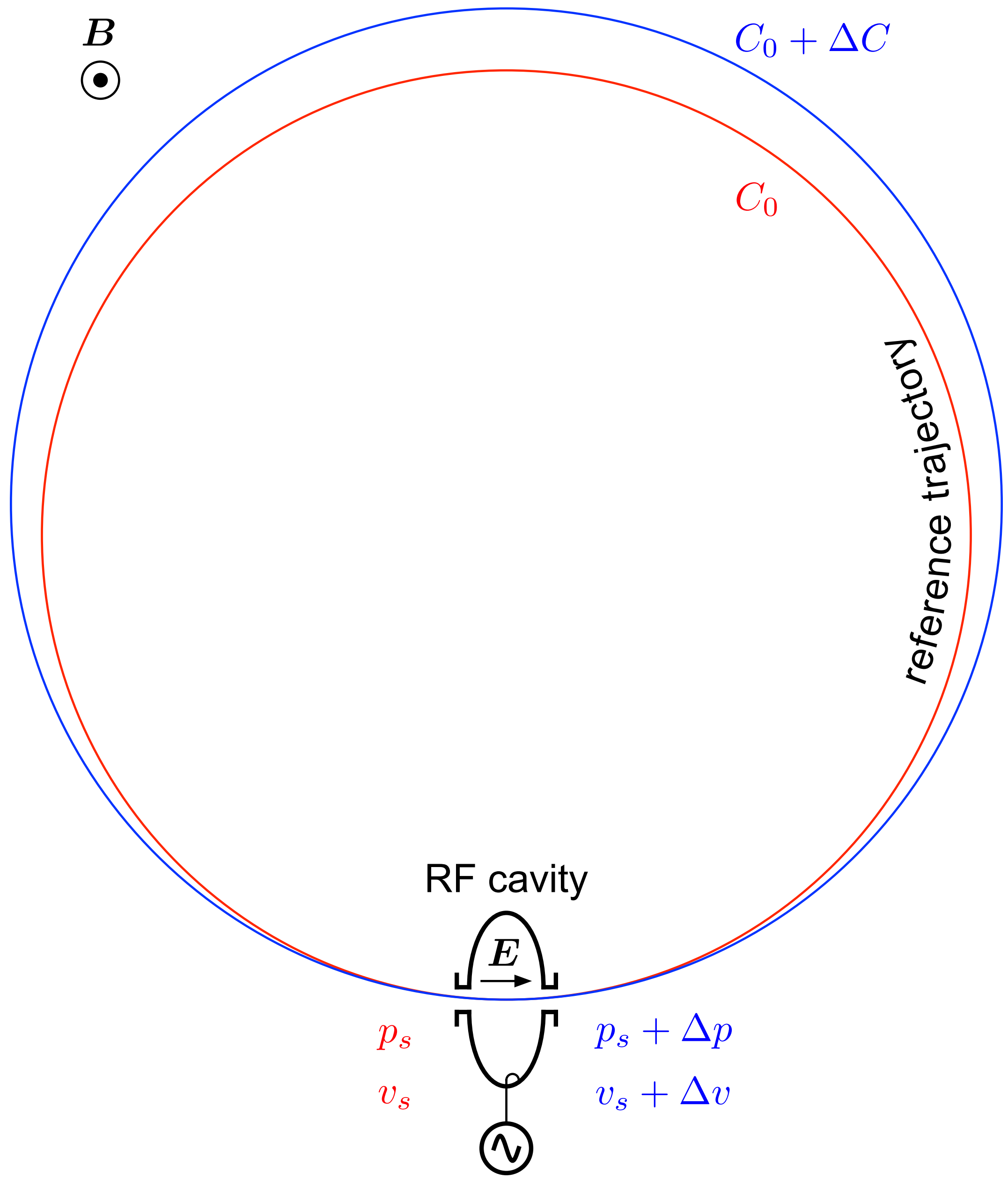
↓

軌道長の増加

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \alpha_p \frac{\Delta p}{p_s}$$

momentum compaction factor

$$\gamma_s = \frac{E_s}{E_0}$$



Transition energy

闘ぎ合い

$$\frac{\Delta T}{T_{rev}} = \boxed{\frac{\Delta C}{C_0}} - \boxed{\frac{\Delta v}{v_s}} = \eta_p \frac{\Delta p}{p_s}$$

$$\begin{cases} \boxed{\eta_p < 0, \quad \Delta p \uparrow \Delta T \downarrow} \\ \eta_p = 0, \quad \Delta p \uparrow \Delta T = 0 \\ \boxed{\eta_p > 0, \quad \Delta p \uparrow \Delta T \uparrow} \end{cases}$$

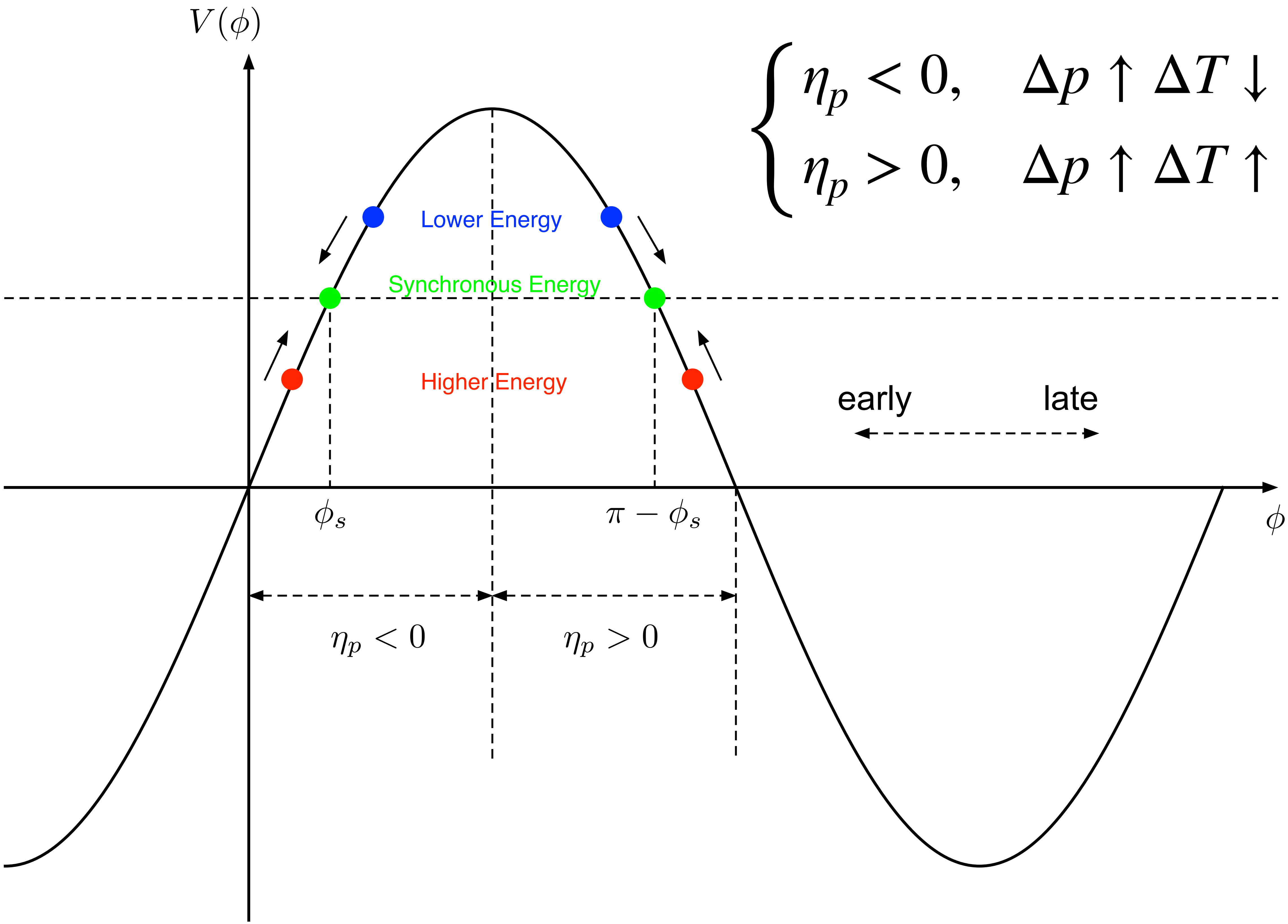
Phase slip factor

$$\eta_p \equiv \alpha_p - \frac{1}{\gamma_s^2} = \frac{1}{\gamma_t^2} - \frac{1}{\gamma_s^2}$$

Transition energy

位相安定性の原理

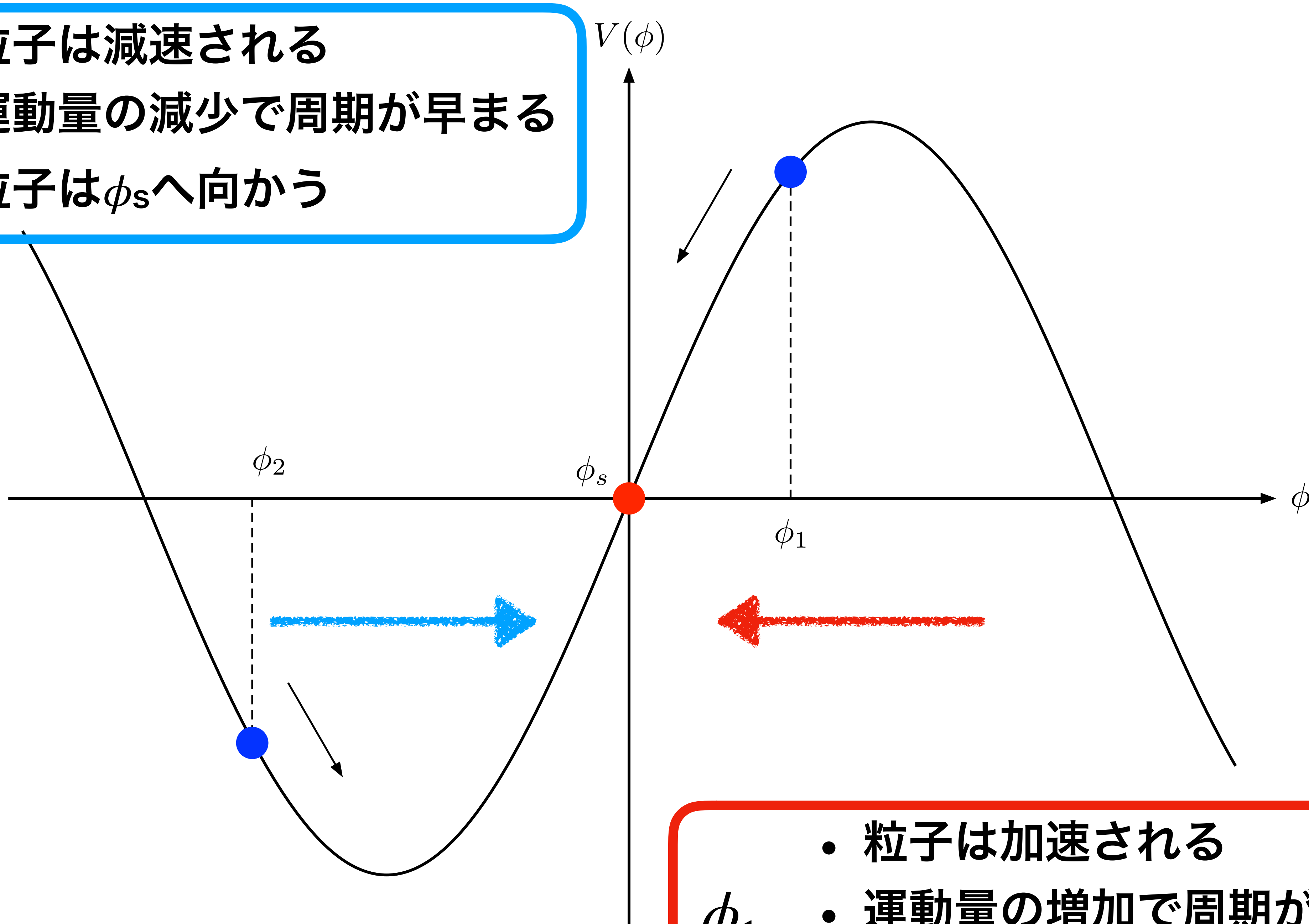
$$\begin{cases} \eta_p < 0, & \Delta p \uparrow \Delta T \downarrow \\ \eta_p > 0, & \Delta p \uparrow \Delta T \uparrow \end{cases}$$



シンクロトロン振動

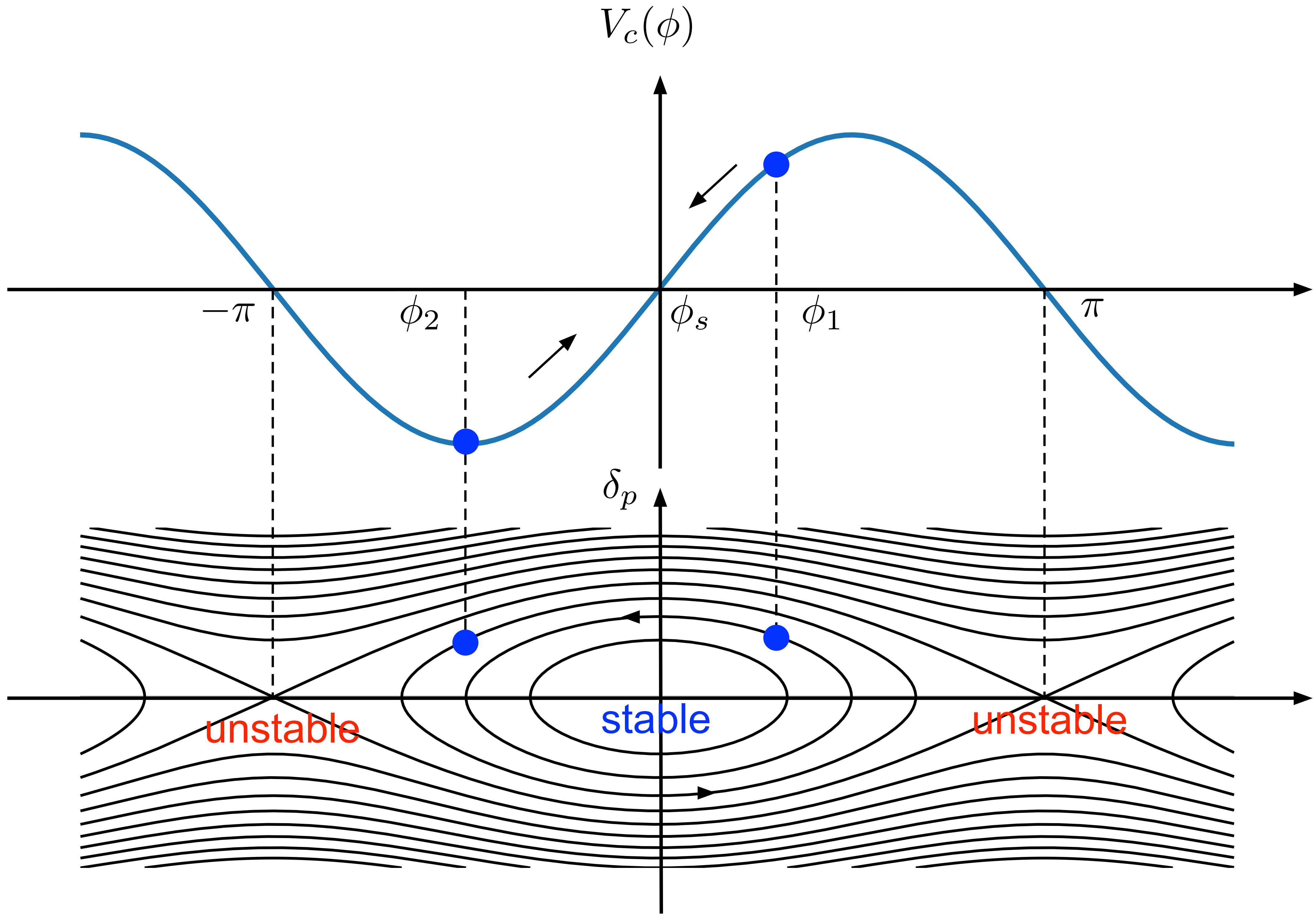
$$\phi_s = 0,\ B = \mathrm{const.},\ \eta_p < 0$$

ϕ_2
- 粒子は減速される
- 運動量の減少で周期が早まる
- 粒子はϕ_sへ向かう



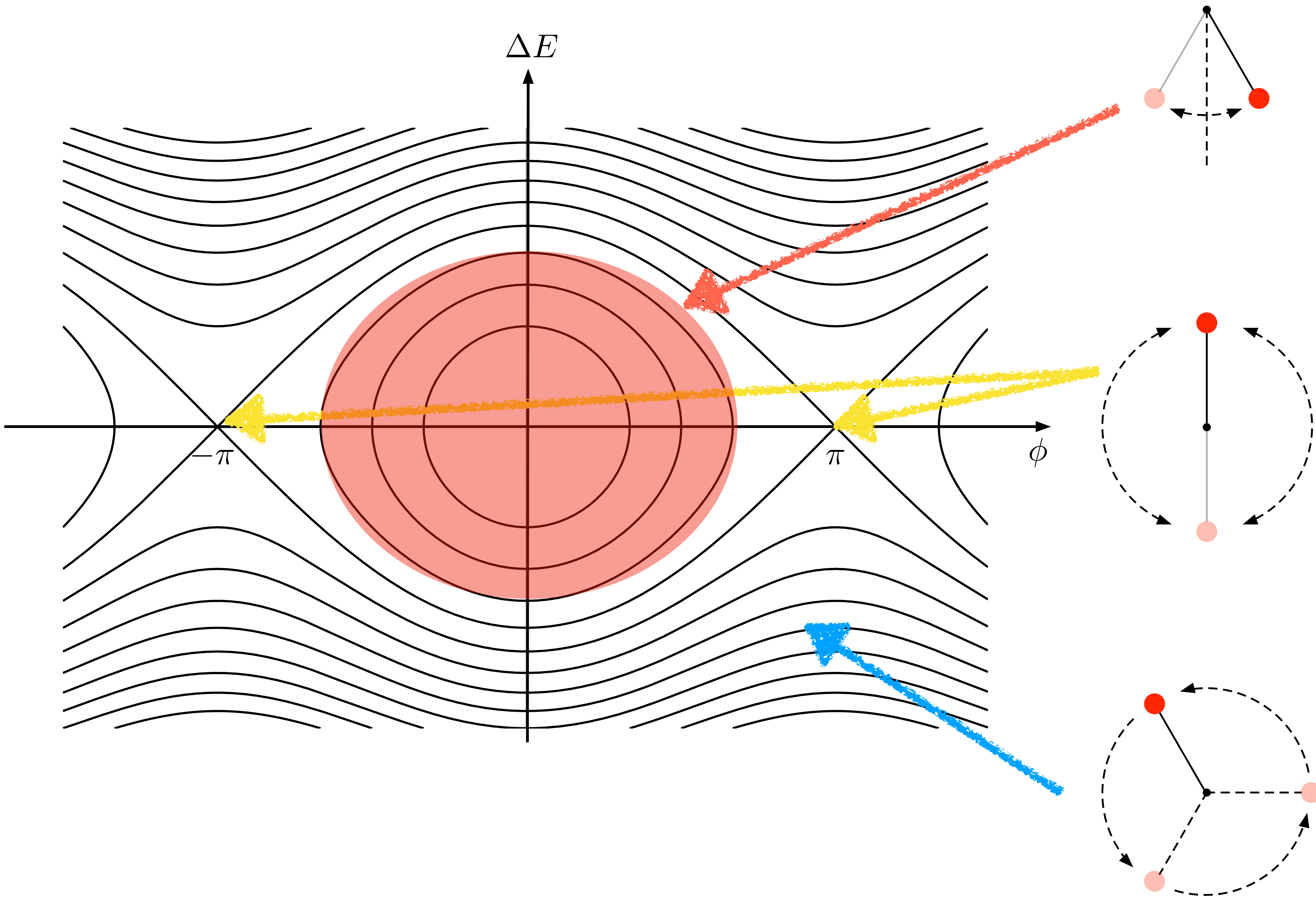
ϕ_1
- 粒子は加速される
- 運動量の増加で周期が遅れる
- 粒子はϕ_sへ向かう

位相空間



$V_c(\phi)$
ϕ
$-\pi$
ϕ_2
ϕ_s
ϕ_1
π
δ_p
ϕ
unstable
stable
unstable

Synchrotron motion



シンクロトロンの方程式

・振動の振幅が十分小さい場合

$$\Delta\ddot{\phi} = \frac{eVh\eta\omega_{rev}^2}{2\pi\beta_s^2 E_s}\cos\phi_s \Delta\phi = -\omega_s^2 \Delta\phi$$

単振動

$$\omega_s = \sqrt{-\frac{eVh\eta\omega_{rev}^2 \cos\phi_s}{2\pi\beta_s^2 E_s}}$$

シンクロトロン振動数

【例】SuperKEKBの場合

$f_{RF} = 508.887$ [MHz]　$h = 5120$

Machine Parameters

2017/September/1	LER	HER	unit	
E	4.000	7.007	GeV	
I	3.6	2.6	A	
Number of bunches	2,500			
Bunch Current	1.44	1.04	mA	
Circumference	3,016.315		m	
$\varepsilon_x/\varepsilon_y$	3.2(1.9)/8.64(2.8)	4.6(4.4)/12.9(1.5)	nm/pm	():zero current
Coupling	0.27	0.28		includes beam-beam
β_x^*/β_y^*	32/0.27	25/0.30	mm	
Crossing angle	83		mrad	
α_p	3.20×10^{-4}	4.55×10^{-4}		
σ_δ	$7.92(7.53)\times10^{-4}$	$6.37(6.30)\times10^{-4}$		():zero current
V_c	9.4	15.0	MV	
σ_z	6(4.7)	5(4.9)	mm	():zero current
ν_s	-0.0245	-0.0280		
ν_x/ν_y	44.53/46.57	45.53/43.57		
U_0	1.76	2.43	MeV	
$\tau_{x,y}/\tau_s$	45.7/22.8	58.0/29.0	msec	
ξ_x/ξ_y	0.0028/0.0881	0.0012/0.0807		
Luminosity	8×10^{35}		$cm^{-2}s^{-1}$	

http://www-superkekb.kek.jp/

Synchrotron tune

$$\nu_s = -\frac{\omega_s}{\omega_{rev}}$$

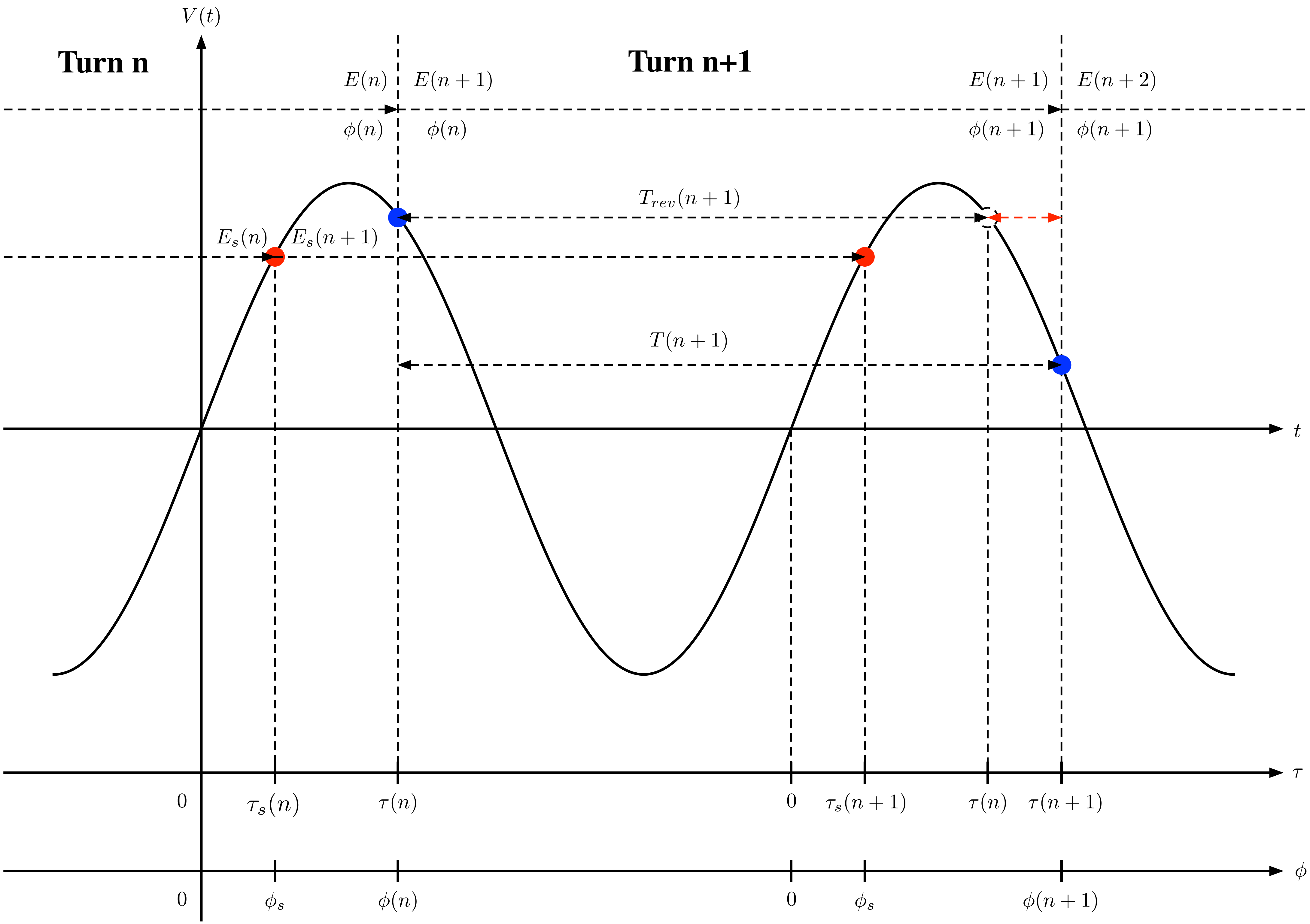
LERで約41周
HERで約36周
で1回振動する

Betatron tune

実際のビームを見る

1. 加速周波数の確認
2. 周回周波数の確認
3. シンクロトロン振動数の測定
4. その他

バックアップ



$V(t)$
Turn n
Turn n+1
$E(n)$
$E(n+1)$
$E(n+1)$
$E(n+2)$
$\phi(n)$
$\phi(n)$
$\phi(n+1)$
$\phi(n+1)$
$T_{rev}(n+1)$
$E_s(n)$
$E_s(n+1)$
$T(n+1)$
t
τ
0
$\tau_s(n)$
$\tau(n)$
0
$\tau_s(n+1)$
$\tau(n)$
$\tau(n+1)$
ϕ
0
ϕ_s
$\phi(n)$
0
ϕ_s
$\phi(n+1)$

Mapping equations

$$\delta_p(n+1) = \delta_p(n) + \frac{eV}{\beta_0^2 E_0}(\sin\phi(n) - \sin\phi_s)$$

$$\phi(n+1) = \phi(n) + 2\pi h \eta \delta_p(n+1)$$

シンクロトロンの方程式

$$\frac{\delta_p(n+1)-\delta_p(n)}{T_{rev}(n+1)} \approx \frac{d\delta_p}{dt} = \dot{\delta}_p, \quad \frac{\phi(n+1)-\phi(n)}{T_{rev}(n+1)} \approx \frac{d\phi}{dt} = \dot{\phi}$$

$$\dot{\delta}_p = \frac{eV\omega_{rev}}{2\pi\beta_s^2 E_s}(\sin\phi - \sin\phi_s) \qquad \dot{\phi} = h\omega_{rev}\eta\delta_p$$

$$\ddot{\phi} = \frac{eVh\eta\omega_{rev}^2}{2\pi\beta_s^2 E_s}(\sin\phi - \sin\phi_s)$$

$$\sin\phi = \sin(\phi_s + \Delta\phi) \approx \sin\phi_s + \cos\phi_s \Delta\phi$$

$$\ddot{\Delta\phi} = \frac{eVh\eta\omega_{rev}^2}{2\pi\beta_s^2 E_s}\cos\phi_s\Delta\phi = -\,\omega_s^2\Delta\phi$$