Milan Nenin i Boris Marić

# Haos u kapanju vode

Haotični sistemi su oni kod kojih na osnovu trenutnog stanja nije moguće odrediti kako će se sistem dalje ponašati. Glavna karakteristika haotičnih sistema je tak ozvano udvajanje perioda (period-doubling). U ovom radu je posmatran haos u kapanju vode. Nezavisna promenljiva u ovom slučaju je brzina protoka. Detektorski sistem se sastoji od kapalice za vodu, posude za vodu, mikrofona povezanog sa računarom i odgovarajućeg programa. Kod manjih protoka vidi se izražena jedna vrednost perioda, ali pri većim protocima dolazi do udvajanja perioda. Kapanje vode očigledno pokazuje karakteristike haotičnog sistema.

#### Uvod

Početkom 60-tih godina fizičar Edvard Lorenc je razvijao model za predviđanje meteoroloških uslova (vremena). Pritom je koristio dva računara u koje je unosio iste početne vrednosti. Na njegovo čuđenje, krajnje vrednosti dobijane na računarima se nisu podudarale. Osim toga, primećeno je da su neki sistemi izuzetno osetljivi na početne uslove. Bio je to početak razvoja "teorije haosa". Haos, stanje nereda, kroz koji razni fizički sistemi, pod određenim uslovima, moraju proći ili u njemu ostati, jedna je od novih, važnih preokupacija fizike.

#### Dinamički sistemi

Mnogobrojne pojave u fizici i tehnici, biologiji, ekonomiji i drugim oblastima, aproksimiraju se matematičkim modelima koji se nazivaju dinamički sistemi. Glavno pitanje u ovakvim sistemima je da li se mogu predvideti stanja u kojima ce se sistem u određenom trenutku nalaziti.

Haotični sistemi su oni dinamički sistemi kod kojih na osnovu trenutnog stanja nije moguće odrediti kako će se sistem dalje ponašati, ili je to moguće u jako malom vremenskom intervalu. Ova osobina proizilazi iz nelinearnosti sistema.

Milan Nenin (1983), Vojvode Mišića 22, Veternik, učenik 1. razreda Gimnazije "Isidora Sekulić" u Novom Sadu

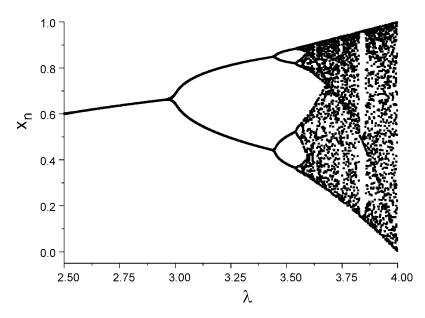
Boris Marić (1983), Branka Popovića 39, Banja Luka, učenik 2. razreda Gimnazije u Banja Luci

#### Prelazak u haos

Osnovni scenario prelaska nekog sistema u haos je pojava udvajanja perioda (period-doubling) ili bifurkacije, što je i glavna karakteristika haotičnih sistema.

Za određenu vrednost nekog parametra sistem se nalazi u stabilnom stanju. Međutim, ako dolazi do povećanja energije sistema, pojavljuju se dve moguće vrednosti za taj parametar, pa sistem dobija dva, meta-stabilna stanja. Od ta dva meta-stabilna stanja sistem se u određenom trenutku može nalaziti samo u jednom. Kako energija sistema raste, raste i broj meta-stabilnih stanja u kojima se sistem može naći. Trenutak u kom sistem dobija bezbroj mogućih meta-stabilnih stanja, označava trenutakm prelaska u haos.

Grafički prikaz udvajanja perioda naziva se bifurkacija, a grafik bifurkacioni dijagram (slika 1).



Slika 1. Bifurkacioni dijagram.

Figure 1.
Bifurcation diagram.

#### Atraktori

Atraktor je skup tačaka koje reprezentuju moguća stanja sistema ka kojima sistem teži. Atraktor može biti jedna tačka, ali češće je to orbita nekog određenog perioda. Osobina haotičnih sistema je da su njihovi atraktori "čudni atraktori". To su atraktori čija dimenzija nije celobrojna i oni predstavljaju prirodni primer fraktala. Pojava čudnih atraktora u dinamici sistema označava pojavu haosa.

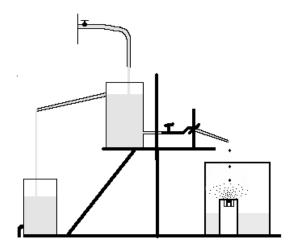
Bitna karakteristika čudnih atraktora je osetljivost na početne uslove, koje proizilazi iz osetljivosti haotičnih sistema na početne uslove.

### Ekperiment

U ovom radu je posmatran haos u kapanju vode. Nezavisno promenljiva u ovom slučaju je brzina. Kod manjeg protoka tečnosti, može se primetiti periodičnost u kapanju, dakle kapi padaju u pravilnim vremenskim intervalima. Povećanjem brzine protoka ti vremenski intervali postaju nepravilni. Tokom eksperimenta mereno je vreme koje protekne između udara jedne kapi i udara sledeće, tj. period kapanja.

#### Metod

Detektorski sistem (slika 2) se sastoji od kapalice za vodu, posude za vodu, mikrofona povezanog sa računarom i odgovarajućeg programa.



Slika 2. Šema detektorskog sistema.

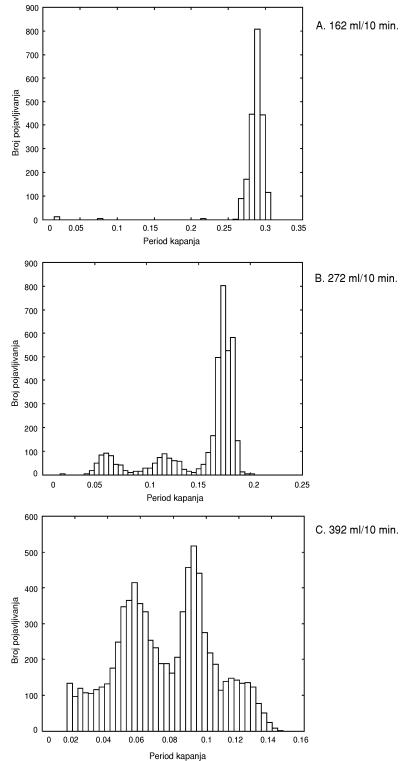
Figure 2.

Measuring system (model).

Kapalica za vodu je omogućavala da voda pada u kapima, a ne u mlazu. Takođe, pomoću kapalice je bilo moguće kontrolisati brzinu protoka vode, odnosno kapanja, dok je boca za vodu održavala konstantan pritisak. U ovu posudu je voda neprestano dodavana iz vodovodne mreže.

Mikrofon se nalazio ispod zaklona i registrovao je zvuk udara kapi. Voda koja bi iskapala je bila skupljana u posebnu posudu. Merenjem mase sakupljene vode, naknadno je određivana brzina protoka.

Mikrofon je bio povezan sa zvučnom karticom računara, koji je pomoću programa beležio vremenske razlike između dva udara kapi. Program je bio podešen tako da beleži udarace vode čiji su intenziteti veći od prag-vrednosti, pošto je mikrofon osetljiv i na spoljašnji šum. Intenzitet tog šuma je određen neposrednim merenjem, a zatim je program podešen tako da beleži samo vrednosti veće od praga. Kako bi se izbegla mogućnost da se, usled odbijanja jedne kapi vode o mikrofon pa ponovnog pada na



Slika 3. Histogram perioda kapanja pri stalnom protoku od: A. 162 ml/10 min. B. 272 ml/10 min. C. 392 ml/10 min.

Figure 3.
Period hystogram for different dripping rate:
A. 162 ml/10 min.
B. 272 ml/10 min.
C. 392 ml/10 min.

njega, jedan udarac vode registruje dva puta, program je bio podešen tako da ignoriše drugi od dva udaraca ako je razmak između njih manji od 0.015 sekundi.

Izvršeno je 47 merenja i svako je trajalo po 10 minuta. Sa ulaza za mikrofon zvučne kartice napon je uziman 44100 puta u sekundi. Tokom jednog merenja brzina protoka vode je bila konstantna.

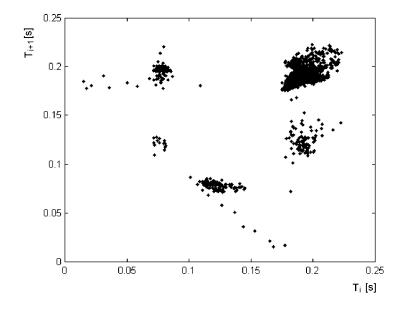
# Rezultati

Da bi se proverila ispravnost rezultata, prvo je urađen histogram perioda kapanja za svako merenje posebno (slika 3: A, B i C).

Kod manjih protoka vidi se izražena jedna vrednost perioda, ali pri većim protocima dolazi do udvajanja perioda, tako da se na histogramu vide dva ili više pikova.

# Zaključak

Kapanje vode očigledno pokazuje karakteristike haotičnog sistema. U relativno uskom intervalu vrednosti protoka (približno 250-270 grama za deset minuta), imamo vrednosti frekvencija za koje se nazire pojava bifurkacije. Da bi se ovo zaista pokazalo, neophodno je uraditi barem za red veličine više merenja. Druga karakteristika koja ukazuje na pojavu haosa je oblik atraktora u "faznom" prostoru, gde su koordinate  $T_i$  i  $T_{i+1}$ , tj. uzastopni periodi između udara kapi (slika 4).



Slika 4.

Grafik u faznom
prostoru za protok
od 246 ml za 10 min.

Figure 4.

Phase space for flow of 246 ml for 10 min.

Ovaj čudni atraktor, očigledno, ima neke tačke nagomilavanja kao i mesta na kojima uopšte nema tačaka. Skaliranjem ovog dijagrama vidimo da ovde postoji i fraktalni izgled čudnog atraktora. Određivanje dimenzije ovakvog fraktala bi trebalo da bude cilj projekta koji bi potpunije opisao haotične procese u ovom sistemu.

Teorija haosa je jedna od najuzbudljivijih i najzagonetijih naučnh oblasti koja se razvila tokom poslednjh tridesetak godina. Mnogo novih ideja o haosu su se pojavile nezavisno jedna od druge i praktično istovremeno u različitim oblastima nauke. Osim toga, metode haosa se danas nalaze u većini naučnih disciplina.

#### Literatura

Cahalan R.F., Leidecker H., Cahalan G.D. 1990. Chaotic Rhythms of a Dripping Faucet. *Computers in Science*, (jul/aug): 366-82

Zvicer Đ. 1999. Fraktali i haos. Nepublikovani diplomski rad. PMF Novi Sad

Milivoj P. Belić M.P. 1990. *Deterministički haos*. Beograd: Institut za teorijsku fiziku

Milan Nenin and Boris Marić

# Chaos in Dripping Water

Dinamical systems are matematical models often used to describe phenomena in physics, economy, biology... If we cannot predict the futur state of a certain dinamical system, knowing it's present state, then we call it chaotical system. Basic way of transition to chaos is period-doubling. Period-doubling graph is called bifurcation diagram (Figure 1).

Atractor is a group of dot in phase space that represents the possible states of the system. Chaotical systems characteristic is that they have strange atractors.

Measuring system consists of a water dripper, microphone connected to the computer and computer program (Figure 2). For different measurings the water-dripping rate was changed. At slower dripping rate there is one clear, distinct dripping period (Figure 3A). As the dripping rate increase, several clear dripping periods appear (period-doubling, Figures 3B and 3C). We have made 47 measurments in 10-minute time intervals. During each measurment the dripping rate remained unchanged.

Dripping water has all characteristics of chaotical systems – period-doubling, strange attractor (Figure 4). Still, it is necessary to make more measurings. To calculate the fractal dimension of the strange attractor (Figure 4) should be the goal of future reasearch.

