Tamara Đorđević i Stefan Stojanović

# Strategije za lociranje habova u socijalnim mrežama\*

U ovom radu smo se bavili analizom strukture socijalne mreže Facebooka, i upoređivanjem strategija za brzo lociranje čvorova sa najvećim stepenom. Pronašli smo raspodelu stepena čvorova mreže i na njoj uočili dvostruku linearnost, koeficijenata pravaca -2.37 i -3.07. Utvrdili smo da je mreža asortativna do oko stepena čvora 600. Iz raspodele stepena čvorova smo zaključili da ova mreža ima malo čvorova koji su povezani sa mnogo čvorova, i ti jako povezani čvorovi su označeni kao habovi. Koristili smo dve strategije za lociranje habova. Prva je preuzeta iz već objavljenog istraživanja, i do haba dolazi birajući jedan čvor pa odlazeći do njegovog prijatelja sa najvećim stepenom čvora i tako redom. Drugu strategiju smo mi izveli modifikacijom prve, koristeći poznavanje asortativnosti i raspodele stepena čvorova. Ova strategija polazi od jednog čvora pa odlazi do njegovog prijatelja kome je srednji stepen čvorova suseda najveći i tako redom. Upoređivanjem strategija, pokazano je da je druga strategija brža i za 25%. Takođe, brzina druge strategije manje zavisi od odabira početnog čvora. Ako se strategijama doda neodređenost u traženju habova proces se usporava, ali je odnos između strategija i dalje isti.

### Uvod

Socijalna mreža je neusmereni graf u kome čvorovi predstavljaju ljude, a grane poznanstva između njih. Stepen čvora predstavlja broj grana koje polaze od datog čvora, u našem slučaju broj prijatelja jednog čoveka.

Mreže su veoma korisne za prikazivanje strukture nekog skupa aktera koji su povezani određenim odnosima. Tako se njima ne prikazuje samo društvo, već i razni drugi sistemi kao što su Internet (čvorovi predstavljaju rutere, a grane različite fizičke konekcije), World Wide Web (čvorovi predstavljaju web stranice, a grane linkove među njima), ćelijski metabolizam (čvorovi predstavljaju molekule uključene u sagorevanje hrane za energiju, a grane učešće u istim reakcijama), Holivud (čvorovi predstavljaju glumce, a grane učešće u istim filmovima) itd. Sve ove mreže, zajedno sa socijalnim, se ubrajaju u kompleksne mreže, jer pokazuju nepravilne topološke karakteristike u odnosu na proste mreže (random grafove ili re-

\*Zajednički rad seminara matematike i seminara fizike

Tamara Đorđević (1992), Niš, Hajduk Veljkova 34, učenica 3. razreda gimnazije "Svetozar Marković" u Nišu – polaznik seminara fizike

Stefan Stojanović (1992), Niš, Knjaževačka 185/9, učenik 3. razreda gimnazije "Svetozar Marković" u Nišu – polaznik seminara matematike

MENTOR: Jelena Grujić, Universidad Carlos III šetke) (Boccaletti *et al.* 2006). Barabasi i Bonabeau su ispitivanjem mreža uočili da se u mnogima pojavljuju specifične raspodele stepena čvorova, tako da imamo mali broj čvorova koji su povezani sa mnogo čvorova, i veliki broj koji je povezan sa malo čvorova (Barabasi *et al.* 2003). Mali broj najpovezanijih čvorova je nazvan habovima (eng. središte). Habovi su jako bitni za funkcionisanje mreže; oni je drže na okupu. Uklanjanjem malog broja habova, mreža bi ostala nepovezana, za razliku od uklanjanja velikog broja slabo povezanih čvorova, čije uklanjanje ne bi narušilo strukturu mreže. U socijalnim mrežama, habovi mogu biti korisni i za medicinske svrhe. Naime, habovi su u kontaktu sa najviše ljudi, pa ako bi se oni razboleli, zaraza bi se širila veoma brzo. Sa druge strane, ako bi se oni detektovali i vakcinisali, imunizacija bi bila efikasnija i koštala bi manje. Ovo je jedan od primera zašto je jako bitno pronaći habove u mreži.

**Cilj** našeg rada je ispitivanje strukture socijalne mreže da bi se videlo da li u njoj ima habova, i ako postoje, razvijanje i upoređivanje strategija za njihovo lociranje.

Realne socijalne mreže je jako teško skupiti, jer je jedini način anketiranje ljudi. Sem što je tehnički neizvodljivo na velikom uzorku, takvo ispitivanje bi imalo i veliku grešku jer se svodi na subjektivnu percepciju prijateljstva kod pojedinaca. Zato smo ispitivali virtuelne socijalne mreže, koje korelišu sa realnim svetom, i lakše ih je skupiti.

U ovom radu su uzete mreže sa Facebook.com sajta, trenutno najveće virtuelne socijalne mreže. Ceo Facebook ima oko 250 miliona korisnika, i prijateljstva su jasno definisana (ako su profili povezani, prijateljstvo postoji).

## Uzorak mreže i metod rada

Mreže su dobijene sa fakulteta University of California Irvine. Predstavljaju deo projekta "Walking in Facebook: A Case Study of Unbiased Sampling of OSNs" ("Hodanje kroz Facebook: Primer objektivnog sakupljanja socijalne mreže sa interneta").

Dobijene su dve mreže. Prva je sakupljanja uniformno, tj. ravnomernim nasumičnim odabiranjem čvorova i uzimanjem svih njihovih suseda. Tu mrežu ćemo nadalje označiti kao UNI mrežu. Druga mreža je prikupljena pomoću algoritma "Metropolis-Hasting random walk". Običan "Random walk" bi podrazumevao biranje jednog čvora nasumično, i dalje sakupljanje mreže tako što od njegovih prijatelja odaberemo sledeći. Međutim, takvo sakupljanje mreže bi često nailazilo na čvorove velikih stepena, jer je do njih lakše doći. Zato bi takav uzorak mreže bio neadekvatan, usled više čvorova velikih stepena nego što ih ima u realnoj mreži

u uzorku iste veličine. Sa druge strane, "Metropolis-Hasting random walk" predstavlja poboljšani algoritam, tako što otklanja naklonjenost čvorovima visokih stepena. Verovatnoća sakupljanja čvora većeg stepena od stepena čvora na kome se trenutno nalazimo je manja od verovatnoće sakupljanja čvora manjeg stepena.

Za svaki čvor obe mreže su još poznate informacije o podešavanjima privatnosti i pripadnosti podmrežama Facebooka (škole, radne organizacije itd.). Obe mreže imaju po 10<sup>6</sup> čvorova.

Ispitivanja su se vršila na MHRW mreži, jer je ona reprezentativnija. U dodatku se nalaze rezultati koji se tiču UNI mreže, koji nisu direktno povezani sa radom, ali mogu poslužiti za neka dalja istraživanja.

Ispitivanja su vršena pomoću programa C++.

## Reprezentativnost uzorka

Da bismo mogli da počnemo da obradom mreže, prvo moramo da znamo sa kakvim uzorkom mreže se susrećemo. Naime, javljaju se dva pitanja: koliko je korišćena mreža reprezentativna u odnosu na ceo Facebook i kolika je korelacija između Facebooka i realne socijalne mreže.

Prvi problem su već diskutovali Gjoka i saradnici u svom radu o prikupljanju mreže (Gjoka *et al.* 2010). Oni su upoređivali statističke kategorije mreže prikupljene MHRW algoritmom i mreža sakupljnih drugim algoritmima, i pokazali da MHRW uzorak daje najrealističnije statističke rezultate o virtuelnoj socijalnoj mreži.

Pitanje korelacije Facebook mreže i realnih socijalnih mreža je znatno složenije. Jasno je da virtuelna mreža ne može imati identične karakteristike kao i realna, ali je teško proceniti stepen korelacije. Mi smo ispitali dva aspekta virtuelne mreže koji bi mogli da govore o njenoj reprezentativnosti.

Prvi aspekat se odnosi na podešavanja privatnosti (Privacy settings). Naime, dodatna informacija o svakom čvoru je sadržala podatke o podešavanjima privatnosti čvora. Najveća razlika u podešavanjima se javljala kod podešavanja vidljivosti slika, pa su zato upoređeni statistički podaci prema toj kategoriji. Upoređivan je srednji broj prijatelja. Kod UNI mreže, srednji broj prijatelja čvorova sa privatnim slikama je 159, a sa javnim 168. Znatno veća razlika se javlja kod MHRW mreže. Tamo je srednji broj prijatelja čvorova sa privatnim slikama 68, dok je sa javnim 102. Vidljiva razlika u broju prijatelja čvorova sa javnim i privatnim slikama umanjuje korelaciju Facebook mreže sa realnom socijalnom mrežom. Naime, kada bi se prijateljstva zasnivala na realnom poznanstvu, dostupnost slika ne bi pravila razliku.

Drugi aspekat je podrazumevao sprovođenje ankete među korisnicima Facebooka o tome koliko prijatelja od svih svojih prijatelja oni

zapravo poznaju u realnom životu. Na uzorku od četrdeset i dvoje ljudi dobili smo da je čak 88% prijateljstava sa Facebooka u stvari realno. Ovaj procenat pokazuje da uprkos tome što ljudi dodaju za prijatelje i one koje ne znaju a čije su im se slike možda dopale, ipak teže tome da većinu prijatelja na Facebooku stvarno poznaju. Međutim, iako je u globalu ovaj procenat prilično veliki, on dosta varira od osobe do osobe. Sa jedne strane, 14% ljudi tvrdi da zna sve prijatelje sa Facebooka, dok 10% ljudi tvrdi da ustvari zna manje od 2/3 prijatelja sa Facebooka. Najveće odstupanje od proseka, među ljudima koje smo testirali, je 33%. Preko 80% ljudi tvrdi da poznaje preko 90% onih koji su mu prijatelji na Facebooku.

Iz svega ovoga možemo zaključiti da prosečan Facebook korisnik teži da se poveže sa svim ljudima koje zaista poznaje a koji imaju Facebook, a pored toga dodaje i oko 20% ljudi koje ne poznaje, a koji recimo imaju javne fotografije. Ovakav rezultat ohrabruje dalja istraživanja socijalnih mreža pomoću virtuelnih mreža, jer to znači da virtuelna mreža reprodukuje prilično realnu socijalnu mrežu sa određenim, ne prevelikim, smetnjama.

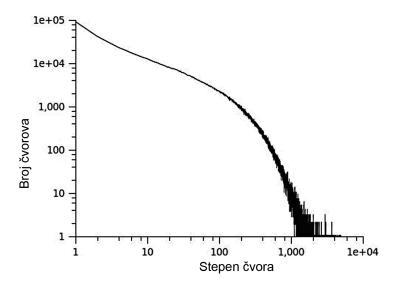
### Karakteristike mreže

Kao što je već napomenuto, da bi imalo svrhe tražiti habove, moramo prvo da proverimo da li oni postoje u datoj mreži. Zato smo odredili raspodelu stepena čvorova MHRW mreže. Takođe smo ispitivali i asortativnost mreže da bismo utvrdili da li se habovi povezuju sa habovima ili ne.

# Raspodela stepena čvorova

Raspodela stepena čvorova je jedna od glavnih karakteristika mreže, koja govori o vrstama povezanosti čvorova i gustinama tih povezanosti. Raspodela stepena čvorova mreže koja ima habove je približno linearna na log-log skali.

Na log-log raspodeli MHRW mreže se uočavaju dva linearna dela. Prvi deo, do oko 100 prijatelja, ima koeficijent pravca -2.37±0.02. Drugi ima koeficijent pravca -3.07±0.02. Izlomljenost linije grafika se može objasniti ako se uzme u obzir struktura uzorka mreže. Da bi raspodela stepena čvorova bila potpuno linearna, potrebni su čvorovi sa ekstremnim stepenima koji bi održali koeficijent pravca prvog dela. Međutim, u ovom slučaju ne možemo da imamo čvorove sa ekstremnim brojem prijatelja jer Facebook ima ograničenje od 5000 prijatelja. Zato grafik naglo pada pri velikim brojevima. Ipak, habovi postoje u datoj mreži, jer raspodela nema pikova, već ima mali broj jako povezanih čvorova.



Slika 1. Raspodela stepena čvorova MHRW mreže na log-log skali

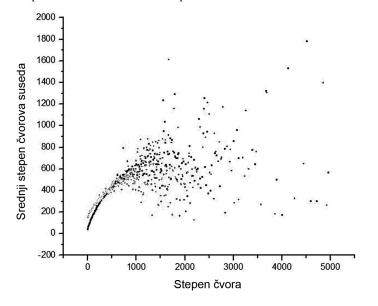
Figure 1.

Degree distribution of MHRW network on log-log scale

### Asortativnost

Asortativnost je mera korelacije stepena čvora sa srednjim stepenom čvorova njegovih suseda. Drugim rečima, koliko se povezujemo sa sličnima, makar kada je broj prijatelja u pitanju. Asortativnim mrežama su ssmatrane one kod kojih sa porastom stepena čvora raste i srednji stepen čvorova suseda. Disasortativne mreže su one mreže kod kojih u ovom sluččaju srednji stepen čvorova suseda opada.

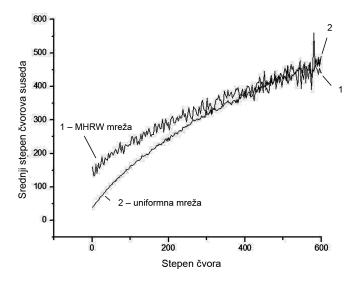
Asortativnost se određuje iz grafika zavisnosti stepena čvora od srednjeg stepena čvorova suseda. Vrši se usrednjavanje po svim čvorovima sa istim stepenom čvora. Rezultati su prikazani na slici 2.



Slika 2. Asortativnost UNI (crno) i MHRW (sivo) mreže

Figure 2. Assortativity of UNI (black) and MHRW (gray) network

Vidi se da su do oko 600 prijatelja i MHRW i UNI mreža asortativne. Pri većim stepenima čvorova, dolazi do rasejanja tačaka. To se može objasniti na sličan način kao i dvostruka linearnost raspodele stepena čvorova. Naime, da bi se asortativnost ispoljila i za čvorove sa stepenom od preko hiljadu, u mreži mora da postoji dovoljno čvorova sa velikim stepenima koji bi im parirali. Međutim, iz raspodele stepena čvorova, vidimo da su stepeni čvorova nagomilani na oko par stotina, a da ih je sa par hiljada svega nekoliko. Takođe, postoji i ograničenje od 5000 prijatelja. Linearnost na početnim delovima grafika asortativnosti se može videti na slici 3.



Slika 3. Linearni deo asortativnosti mreža

Figure 3. Linear region of assortativity

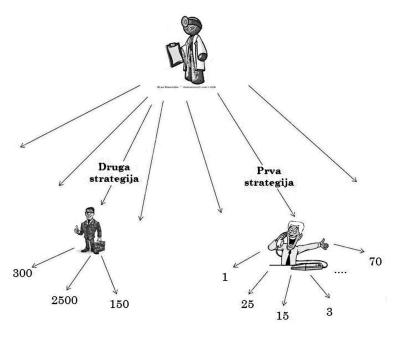
# Lociranje habova

Već smo pomenuli da je jako bitno locirati habove unutar neke mreže. Međutim, to nije ni malo lako. Da bismo ih sa sigurnošću locirali, moramo da mapiramo celu mrežu i uporedimo stepene čvorova, što je nepraktično, i u realnosti nemoguće. Zato smo pokušali da pronađemo habove bez poznavanja strukture čitave mreže, već uz pomoć određene strategije pretraživanja. Strategije su tako razvijene da je njihova primena i na realne socijalne mreže moguća. Posebno smo razmatrali dve strategije. One su isprobane na uzorku socijalne mreže Facebook sajta.

**Prva strategija**. Prvu strategiju smo preuzeli iz rada profesora Hristakisa (Christakis i Fowler 2010). Habovi se traže tako što se biraju nasumični čvorovi i onda se odlazi do njihovog suseda sa najvećim stepenom. Eksperiment u pomenutom radu se sveo na ispitivanje ljudi da imenuju svog prijatelja za koga misle da poznaje najviše prijatelja. Ovakva strategija se pokazala veoma uspešnom, jer se pri traženju dosta brzo dolazilo do habova. Svrha lociranja habova je bilo rano otkrivanje zaraz-

nih bolesti i efikasna imunizacija. Kada su oni bili locirani, praćeno je njihovo stanje, i beleženo kada su se oni zarazili. Ostali ljudi iz grupe su se zarazili u proseku 13.9 dana kasnije, što bi bilo dovoljno vreme za suzbijanje zaraze. Još jedna prednost ove strategije je to što se može lako primeniti eksperimentalno, tj. moguće je očekivati od ljudi da znaju da imenuju svog prijatelja sa najviše prijatelja.

Druga strategija. Iako prva strategija dobro funkcioniše, mi smo hteli da pronađemo kako bismo mogli da ubrzamo nalaženje habova primenom neke druge strategije. Zato smo modifikovali prvu strategiju koja je već korišćena i ispitali koliko ona brzo radi. Druga strategija traži habove tako što uzme jedan čvor, razmatra sve njegove susede, i odlazi do suseda čiji je srednji stepen čvorova suseda najveći. Za ovakav pristup smo se odlučili na osnovu rezultata koje smo dobili o strukturi mreže, tj. o njenoj raspodeli stepena čvorova i asortativnosti. Naime, mreža je asortativna do oko stepena čvora 600, pa bi prva i druga strategija do tada radile isto. Međutim, kada razmatramo čvorove viših stepena, one se razlikuju. Prva strategija bi otišla kod čvora koji ima veliki stepen, iako su svi njegovi prijatelji možda čvorovi sa nekoliko prijatelja. Štaviše, očekivano je iz raspodele stepena čvorova da situacija bude takva, jer većina ljudi ima malo prijatelja. Tako bi uz pomoć prve strategije dosta kružili dok ne bi preko čvorova malih stepena došli do habova. Praktično, prva strategija vodi do habova preko jednog dobro povezanog čvora i mnogo onih koji su slabo povezani. Sa druge strane, druga strategija preferira čvorove koji imaju malo prijatelja, ali da su ti prijatelji jako povezani, tj. da su ti



Slika 4. Upoređivanje prve i druge strategije

Figure 4. Comparison of the first and the second strategy

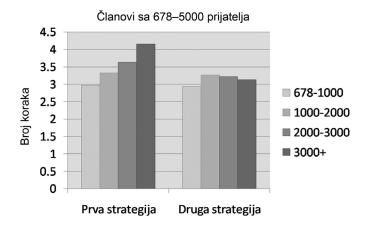
prijatelji potencijalni habovi. Druga strategija tako dolazi do habova preko jednog slabo povezanog čvora i, već u sledećem koraku, verovatno nekog haba. Očekivali smo da je ovakva strategija brža od prve. Što se tiče primenljivosti u eksperimentu, drugu strategiju je možda teže primeniti, ali ne i nemoguće. Sada bi pitanje glasilo imenujte svog prijatelja za koga mislite da poznaje najpovezanije ljude. Skica razlika između prve i druge strategije je prikazana na slici 4.

## Neodređenost strategija

Kako je svrha obeju strategija prevashodno lociranje habova u realnoj socijalnoj mreži, pokušali smo da modelujemo eksperimentalno biranje prijatelja što bolje. Na pitanja koja se postavljaju pri anketiranju odgovori ne moraju, i u većini slučajeva neće, biti apsolutno tačni, tj. ljudi neće moći da procene koji tačno prijatelj ima najviše prijatelja ili poznaje najpovezanije ljude. Zato smo ubacili neodređenost u obe strategije. Na čvorove sa traženom karakteristikom se ide sa verovatnoćom koja je srazmerna stepenu čvora u prvoj, i srednjem stepenu čvorova suseda u drugoj strategiji. Takođe smo ispitali koliko zavisi brzina stizanja do habova od nasumičnog odabira početnog čvora uz pomoć grafika zavisnosti stepena čvora prvih 95% polaznih čvorova od broja koraka u kojima se stiže do 5% najdominantnijih čvorova. Logično je da ako u startu izaberemo dobro povezan čvor, brzina bude veća. Strategija praktičnija za eksperimentalnu upotrebu bi manje zavisila od početnog stepena čvora.

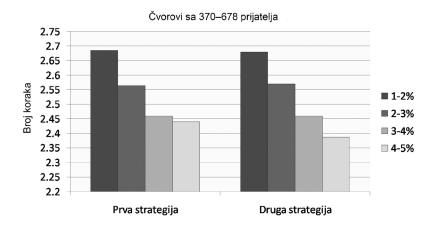
# Rezultati i diskusija

U uzorku socijalne mreže na kom smo mi radili istraživanje (MHRW mreža), 1% najdominantnijih čvorova (sa najvećim brojem prijatelja) ima od 678 do 5000 prijatelja, dok najdominantnijih 5% počinje od stepena čvora 370. Isprobavali smo prvu i drugu strategiju tako što smo polazili od 95% najslabije povezanih čvorova mreže i merili u koliko prosečno koraka stignu do 5% najpovezanijih. Rezultati su prikazani na slikama 5 i 6. Pokazalo se da je druga strategija (ona koju smo mi izveli modifikacijom prve, već korišćene) brža u pronalaženju habova. Štaviše, što je veći stepen čvora do koga dolazimo kao krajnji cilj, druga strategija je uspešnija. Do čvorova stepena 3000 i više prva strategija stiže u 4.16 koraka, a druga u 3.13 koraka, što je za 24.76% manje vremena. Ta efikasnost opada sa smanjenjem stepena čvora do koga se dolazi, ali je i kod manjih stepena druga strategija efikasnija (do stepena čvorova 370-409 se prvom strategijom stiže u 2.44 koraka a drugom u 2.39, što je i dalje za 2.05% manje vremena).



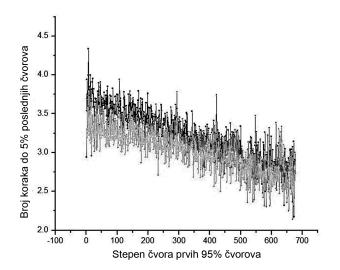
Slika 5. Brzina nalaženja 1% najdominantnijih čvorova

Figure 5.
Search speed for 1% of the most dominant nodes, in the first (left) and second (right) strategy; ranges indicate number of friends



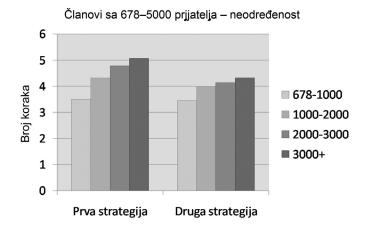
Slika 6. Brzina nalaženja 1-5% najdominantnijih čvorova

Figure 6.
Search speed for 1-5% of the most dominant nodes, in the first (left) and second (right) strategy



Slika 7.
Zavisnost brzine
nalaženja
dominantnih čvorova
od početnog stepena
čvora
(crno – prva
strategija, sivo –
druga strategija)

Figure 7.
Dependance of the speed of search for the most dominant nodes versus initial node degree (black – 1st, and gray – 2nd strategy)



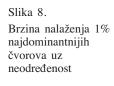
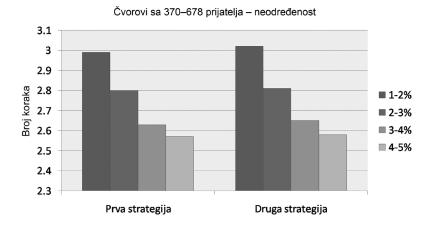


Figure 8.
Search speed for 1% of the most dominant nodes with the uncertainity, in the first (left) and second (right) strategy



Slika 9. Brzina nalaženja 1-5% najdominantnijih čvorova uz neodređenost

Figure 9.
Search speed for 1-5% of the most dominant nodes with the uncertainity, in the first (left) and second (right) strategy

Takođe, brzina druge strategije manje zavisi od početnog stepena čvora nego brzina prve. To znači da je ona pogodnija za nasumični odabir ispitanika. Ovaj rezultat je prikazan na slici 7.

Kada smo ubacili neodređenost, obe strategije su se usporile u proseku (prva oko 23% a druga oko 25%). Međutim, svi rezultati su porasli, pa se druga strategija ponovo pokazala uspešnijom. Sada se do habova sa 3000 i više prijatelja prvom strategijom stizalo u 5.07 a drugom u 4.32 koraka. Rezultati su prikazani na slikama 8 i 9.

# Zaključak

Razmatrali smo na više načina koliko je virtuelna socijalna mreža Facebook sajta slična realnim socijalnim mrežama. Sproveli smo istraživanje među korisnicima o tome koliko oni prijatelja zaista poznaju od svih svojih prijatelja, i pokazalo se da je to oko 88%. Sa druge strane,

razlika u broju prijatelja kod ljudi kojima su slike javne u odnosu na ljude kojima su slike privatne nam pokazuje da se mreža ipak ne može podvesti pod realnu, već samo pod njenu dobru reprodukciju.

Ispitali smo osnovne karakteristike socijalne mreže Facebook sajta. Kod raspodele stepena čvorova mreže pokazuje se javlja dvostruka linearnost raspodele. Ipak, svi uzorci mreža pokazuju da one imaju mali broj ljudi sa velikim brojem prijatelja, tj. da imaju habove, pa je zato smisleno pokušati da se oni lociraju. Takođe smo ispitivali da li je data socijalna mreža asortativna, i pokazalo se da jeste do oko stepena čvora 600.

Jedan od glavnih ciljeva rada je bio da se lociraju habovi, pošto smo raspodelama stepena čvorova pokazali da oni postoje. Korišćene su dve strategije. Prva je preuzeta iz ranijeg istraživanja, dok smo drugu mi osmislili. Strategije za manje stepene čvorova rade maltene isto, jer je mreža za manje stepene asortativna, pa je tražiti maksimalni stepen čvora isto što i tražiti maksimalni prosečni stepen čvorova suseda. Međutim, druga strategija efikasnije locira čvorove viših stepena, i postaje sve efikasnija kako raste stepen čvora do koga dolazimo. Za grupu sa najvišim stepenima čvorova (3000 i više) druga strategija radi za 25% brže. Takođe, brzina druge strategije manje zavisi od odabira početnog čvora za pretraživanje mreže, što je pogodno kod primene u realnim ispitivanjima. Kada se ubaci neodređenost u strategije, lociranje habova se usporava za oko 24%, ali je druga strategija i dalje uspešnija. Nastavak ovog istraživanja bi podrazumevao empirijsko isprobavanje druge strategije i njeno eventualno modifikovanje.

#### Literatura

- Barabasi A., Bonabeau E. 2003. Scale-free Networks. *Scientific American*, **288** (5): 60.
- Boccaletti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M., Hwang D.-U. 2006. Complex networks: Structure and dynamics. *Physics Reports*, **424**: 175.
- Christakis N. A., Fowler J. H. 2010. Social Network Sensors for Early Detection of Contagious Outbreaks. *PLoS ONE*, **5** (9): e12948.
- Gjoka M., Kurant M., Butts C. T., Markopoulou A. 2010. Walking in Facebook: A Case Study of Unbiased Sampling of OSNs. U Proceedings of IEEE INFOCOM '10, str. 2498.
- Newman M. E. J. 2003. The structure and function of complex networks. *SIAM Review*, **45**: 167.

Tamara Đorđević and Stefan Stojanović

## Strategies for Locating Hubs in Social Networks

In this paper we examined the structure of the Facebook social network, and compared the strategies for locating hubs. We found the degree distribution which demonstrates two linear parts, with slopes of -2.37 and -3.07. The network was shown to be assortative to the degree of 600. We concluded from the degree distribution that this network contains hubs. Two strategies for locating hubs were used. The first one was taken from a recent paper, and locates hubs in the following way: it takes one randomly chosen node, goes to its neighbor that has the maximum node degree and repeats the procedure. We derived the second strategy by modifying the first one, and with the knowledge of assortativity and degree distribution. This strategy randomly chooses one node, goes to its neighbor with the maximum average node degree of its neighbors, and repeats the procedure as well. By comparing the strategies, we confirmed that the second strategy works faster for up to 25%. Likewise, the speed of the second strategy depends less on the pick of the starting node.

