

## Numerički model distribucije kompanija po veličini

---

*Cilj rada je implementacija modela koji na realističan način predstavlja stvaranje različitih raspodela kompanija po veličini, bez uvođenja veštačkih komplikovanih modela koji su se pojavljivali u ranijim radovima. U osnovi modela je uspostavljena analogija između tržišta i gasa, kao i maksimizacija profita firme u zavisnosti od ispitivanih parametara. Implementirani model je verifikovan na podacima za broj radnika u kompanijama u SAD. Rezultati pokazuju da umanjivanjem poreskih stopa i uvećanjem stepena ulaganja u tehnološki razvoj dolazi do nastanka velikih kompanija. Najveće razlike među kompanijama u raspodeli nastaju zbog nejednakosti u stepenu ulaganja među kompanijama, a monopoli mogu nastati i usled velikih opsega premija na rizik koje izdaju banke. Takođe, praćen je profit firme, ukupan kapital, ljudski kapital u sistemu, kao i rast celokupne privrede.*

---

### Uvod

Ekonofizika je interdisciplinarna oblast koja primenjuje ideje, metode i modele iz statističke fizike radi analize podataka i rešavanja ekonomskih problema. Najčešći radovi ove oblasti bave se problemima kretanja cena na berzi, raspodelom kapitala i bogatstva, kao i distribucijom veličina kompanija, što je i predmet istraživanja ovog rada.

Dva ekstrema koje raspodela može predstavljati jesu jednakost svih kompanija na tržištu i monopol jedne kompanije koja upravlja tržištem. Ovaj problem je bitan jer se odražava na stanovništvo. Naime, problem je od značaja i za blagostanje, jer monopolističke firme same postavljaju cenu koja optimizuje njihov profit, dok u uslovima savršene konkurencije (drugi ekstrem) cena se formira isključivo ponudom i tražnjom, pa je samim tim najpovoljnija moguća po kupca. Realnost je uvek negde između, samo je pitanje kom je od dva ekstrema bliža.

Može se uspostaviti analogija između tržišta i idealnog gasa. Molekuli gasa interaguju sudarima, pri čemu razmenjuju energiju i impuls. U svom radu Takayasu i Okuyama (1998) interakcije među kompanijama svode na parove kompanija koje u „sudarima” razmenjuju delove kapitala. Međutim,

---

*Emilija Đorđević  
(2000), Smederevo,  
Miloša Velikog 20/13,  
učenica 3. razreda  
Gimnazije u Smederevu*

*Anja Đajić (1998),  
Beograd, Ratka  
Mitrovića 44, učenica  
4. razreda XIII  
beogradske gimnazije*

*MENTOR: dr Miloš  
Božović, Ekonomski  
fakultet Univerziteta u  
Beogradu*

u njihovom radu se na ovaj način dobijaju raspodele kod kojih je jedna kompanija dominantna, odnosno monopoli. Kako bi se ovo sprečilo, uvodi se oporezivanje kapitala kompanija koje intereaguju. U našem radu, kapital se ne razmenjuje u međusobnim interakcijama dve kompanije, već u zavisnosti od celokupnog tržišta. Umesto toga, u „sudarima” parova kompanija dolazi do razmene za vrednosti parametara koji utiču na bolje uslove koje kompanije imaju na tržištu: cene kapitala, uslovi za radnu snagu i troškove investicija u ljudski kapital.

Veličina kompanija u raspodeli definisana je njihovim kapitalom. Veličina koja se takođe posmatra jeste stopa rasta kompanija, koja se računa po formuli:

$$r_1 = \ln S_1 - \ln S_0,$$

gde su  $S_0$  i  $S_1$  veličine date kompanije u dva uzastopna trenutka. Varijacije u stopama rasta zavise od veličine kompanija (Stanley *et al.* 1996):

$$\sigma(S_0) = (\ln(S_0))^{-\beta}.$$

Empirijski određene vrednosti faktora  $\beta$  zavise od ispitivanog sistema: 0.15 (Amaral *et al.* 1996), 0.18 (Amaral *et al.* 1997), 0.28 (Buldyrev *et al.* 2005) itd. Tipično se uzima vrednost  $\beta \approx 0.2$ .

Verovatnoća da kompanija ima neku stopu rasta jeste:

$$P(r_1 | S_0) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma(S_0)} \exp\left(-\frac{\sqrt{2}|r_1 - \bar{r}_1|}{\sigma(S_0)}\right),$$

gde je  $\bar{r}_1$  srednja stopa rasta.

U razvijenim modelima raspodela firmi i verovatnoća njihovih stopa rasta dobija se uvođenjem tržišta na kome posluju kompanije i radnici, koji takođe kupuju proizvedena dobra (Metzig i Gordon 2014)

Cilj ovog rada bio je implementacija jednostavnijeg modela koji dovođi do stvaranja realističnih raspodela kompanija bez uvođenja veštačkih poreza kao stabilizacionih faktora. Model se zasniva na maksimizaciji profita koji u sledećem trenutku može ostvariti svaka kompanija. Ispitivani su uticaji poreza, cena kapitala, plata radnika, troškova ulaganja u ljudski kapital i načina na koji razvoj utiče na efikasnost u budućem poslovanju.

## Model

Sistem predstavljen našim modelom zasniva se na uvođenju tržišta na kome se nalazi jedno konkurentno dobro, čiju cenu simuliramo geometrijskim Braunovim kretanjem, po formuli:

$$\frac{dP}{P} = \mu dt + \sigma dW_t,$$

u kontinualnom vremenu, gde je  $P$  cena,  $t$  vreme,  $W_t$  predstavlja Braunovo kretanje ili Vinerov proces,  $\mu$  očekivanu stopu rasta, a  $\sigma$  standardnu devijaciju. To u diskretnom vremenu prelazi u:

$$P(t + \Delta t) = P(t) \cdot [1 + \mu \cdot \Delta t + \sqrt{\Delta t} \cdot \varepsilon(t + \Delta t)],$$

gde su  $P$ ,  $\sigma$  i  $\mu$  veličine iz formule (4), dok je  $\varepsilon$  niz nezavisnih slučajnih brojeva iz Gausove normalne raspodele, a  $\Delta t$  predstavlja vremenski korak izražen u godinama. Očekivana stopa rasta postavljena je na 0.12, odnosno očekivani porast cene je 12% godišnje.

Firme proizvode po Kob-Daglasovoj tehnologiji, odnosno svaka firma  $i$  u vremenskom trenutku  $t$  proizvede:

$$Y(i, t + 1) = A(i) \cdot K(i, t)^\alpha \cdot L(i, t)^\beta,$$

gde je  $Y$  količina proizvedenog dobra,  $A$  stepen tehnološke razvijenosti firme,  $K$  kapital, a  $L$  ukupan broj čovek-sati, faktor koji kompanije koriste kao ulazni podatak u proizvodnji (ukupan broj sati koje radnici te kompanije provedu na poslu). Konstante  $\alpha$  i  $\beta$  mere koliko je ukupna količina proizvedenog dobra zavisna od promene u kapitalu i radu. Za ove konstante važi  $\alpha + \beta \leq 1$ . U našim simulacijama uzeto je  $\alpha = 0.4$  i  $\beta = 0.6$ .

Tehnološka razvijenost može da utiče na ukupnu proizvodnju na različite načine. Kako bi se to ispitalo, uvedena je veličina  $H$  koja predstavlja ljudski kapital, odnosno razvoj, istraživanja, usavršavanje radnika i dr. Posmatrana su dva slučaja:

1. ljudski kapital povećava efikasnost rada:  $A(i, t) = a(i) \cdot H(i, t)^\alpha$  i
2. ljudski kapital povećava efikasnost korišćenja kapitala:  $A(i, t) = a(i) \cdot H(i, t)$ ,

gde je  $a$  niz nasumičnih brojeva iz Gausove raspodele.

Firme se u svakom vremenskom trenutku takmiče za što bolje uslove na tržištu. Takmičenje se vrši na tri nivoa:

1. kompeticija za cenu kapitala;
2. kompeticija za radnu snagu, kroz različite plate koje firme nude zaposlenima;
3. kompeticija za trošak investiranja u ljudski kapital (npr. konkurisanje za eksterno finansirane projekte).

Sva takmičenja se vrše u nasumično odabranim parovima kompanija, pri čemu je broj izvršenih iteracija u jednoj godini  $2n$ , gde je  $n$  ukupan broj kompanija. Od kompanije koja gubi u interakciji oduzima se unapred određen procenat veličine za koju se takmiče. Ovi procenti su kasnije u simulacijama varirani.

Cena kapitala u simulaciji vrši ulogu poreza, a čine je zajednička poreska stopa  $r$ , koja je jednaka za sve kompanije, i dodatne premije na rizik  $g$  koje banke naplaćuju firmama, tako da manje firme kao manje sigurne za ulaganje, plaćaju veće  $g$ . Ukupna stopa za svaku kompaniju računa se kao:

$$r(i, t) = r + g(i, t),$$

Verovatnoća da kompanija  $i$  pobedi kompaniju  $j$  u ovom takmičenju u trenutku  $t$ , zavisi od njene veličine, tj. kapitala, i računa se po formuli (Takayasu i Okuyama 1998):

$$p(i, t) = \frac{K(i, t)}{K(i, t) + K(j, t)}.$$

Plate radnika  $w$  su u početku postavljene na istu vrednost za sve kompanije. Pobjednik u takmičenju jeste ona kompanija koja je više ulagala u kapital, odnosno u formuli za verovatnoću da jedna kompanija pobedi u interakciji, ukupan kapital koji firme poseduju zamenjen je investicijama u kapital u prethodnom trenutku. Kompanija koja pobedi dobija neki procenat  $\Delta w$  od ponude za plate koje se nude radnicima, od kompanije koja je izgubila.

Još jedna vrsta troška koji firme plaćaju jeste trošak investiranja u ljudski kapital. Koeficijent  $c$  kojim su predstavljeni različiti uslovi za investiranje u početku je postavljen na jednake vrednosti za sve kompanije. U takmičenju, u formuli za verovatnoću sada konfiguriraju investicije u razvoj, tako da kompanija koja je više uložila u ljudski kapital u prethodnom trenutku, gubi  $\Delta c$ , dok se koeficijent  $c$  kod firme koja je manje ulagala u ovo, povećava za istu vrednost.

Svaka firma  $i$  u trenutku  $t$  maksimizuje svoj profit u sledećem trenutku:

$$\text{Profit}(i, t) = P(t+1) \cdot Y(i, t+1) - (1+r(i, t)) \cdot K(i, t) - w \cdot L(i, t) - c \cdot H(i, t),$$

gde sve oznake odgovaraju onima koje su korišćene u prethodnom tekstu.

Uslovno očekivanje za vrednost cene u sledećem trenutku u diskretnom vremenu daje  $\max[P(t+1)] = P(t) \cdot (1+\mu\Delta t)$ . Iz maksimizacije se dobijaju optimalne vrednosti za kapital, broj radnika i tehnološku razvijenost u sledećem trenutku:

$$\alpha \cdot a(i) \cdot P(t) \cdot (1+\mu\Delta t) \cdot L(i, t+1)^\beta \cdot H(i, t+1)^\gamma \cdot (i, t+1)^{\alpha-1} = 1+r(i, t),$$

$$\beta \cdot a(i) \cdot P(t) \cdot (1+\mu\Delta t) \cdot L(i, t+1)^\beta \cdot H(i, t+1)^\gamma \cdot (i, t+1)^{\alpha-1} = w(i, t),$$

$$\gamma \cdot a(i) \cdot P(t) \cdot (1+\mu\Delta t) \cdot L(i, t+1)^\beta \cdot H(i, t+1)^\gamma \cdot (i, t+1)^{\alpha-1} = c(i, t),$$

gde koeficijent  $\gamma$  u slučaju kada ljudski kapital povećava efikasnost rada uzima vrednost  $\beta$ , dok ako se posmatra slučaj kada on povećava efikasnost korišćenja kapitala, ima vrednost  $\alpha$ . Ove tri jednačine ekvivalentne su:

$$\alpha \cdot \frac{a(i) \cdot P(t) \cdot (1+\mu\Delta t) \cdot K(i, t+1)^\alpha \cdot L(i, t+1)^\beta \cdot H(i, t+1)^\gamma}{K(i, t+1)} = 1+r(i, t),$$

$$\beta \cdot \frac{a(i) \cdot P(t) \cdot (1+\mu\Delta t) \cdot K(i, t+1)^\alpha \cdot L(i, t+1)^\beta \cdot H(i, t+1)^\gamma}{K(i, t+1)} = w(i, t),$$

$$\gamma \cdot \frac{a(i) \cdot P(t) \cdot (1+\mu\Delta t) \cdot K(i, t+1)^\alpha \cdot L(i, t+1)^\beta \cdot H(i, t+1)^\gamma}{K(i, t+1)} = c(i, t),$$

odakle se dobija:

$$\frac{K(i, t+1) \cdot (1+r(i, t))}{\alpha} = \frac{L(i, t+1) \cdot b(i, t)}{\beta} = \frac{H(i, t+1) \cdot c(i, t)}{\gamma}.$$

Odavde se dobijaju konačne jednačine po kojima se ove tri veličine računaju u simulaciji. Optimalan broj radnika koji svaka kompanija želi da ima u sledećem trenutku odavde bi bila:

$$L_1(i, t+1) = \left[ \frac{\alpha^\alpha \cdot \gamma^{1-\alpha} \cdot a(i) \cdot P(t) \cdot (1+\mu\Delta t) \cdot c(i, t)^{2-\gamma}}{(1+r(i, t))^\alpha \cdot w(i, t)} \right]^{\frac{1}{1+\beta}}.$$

Da bi se ograničio ukupan broj radnika u sistemu, za sve kompanije se računa deo ukupnog broja dostupnih radnika ( $ukL$ ) koji bi odgovarao delu ukupnog broja radnika koje kompanije „žele” ( $ukL_1$ ):

$$L(i, t+1) = L_1 \cdot \frac{ukL}{ukL_1}.$$

U simulacijama u kojima su korišćeni realni podaci za broj radnika, njihov broj u sledećem trenutku nije se računao maksimizacijom.

Ljudski kapital i količina kapitala za svaku kompaniju u sledećem trenutku računaju se potom po formulama:

$$H(i, t+1) = \frac{\alpha^\alpha \cdot \gamma^{1-\alpha} \cdot a(i) \cdot P(t) \cdot (1+\mu\Delta t) \cdot c(i, t)^{1-\gamma} \cdot L(i, t+1)^\beta}{(1+r(i, t))^\alpha},$$

$$K(i, t+1) = \frac{\alpha \cdot c(i, t) \cdot H(i, t+1)}{\gamma \cdot (1+r(i, t))}.$$

Nakon ovoga, kompanije biraju nivo ulaganja u kapital ( $I_K$ ) i tehnološki razvoj ( $I_H$ ) tako da se zadovolje zakoni kretanja kapitala i ljudskog kapitala:

$$K(i, t+1) = (1-\Delta) \cdot K(i, t) + I_K(i, t+1),$$

$$H(i, t+1) = H(i, t) + I_H(i, t+1),$$

gde je  $\Delta$  konstanta koja meri stepen depresijacije (trošenja) kapitala (reda 0.01 – 0.1). Pomoću ukupnih planiranih investicija ( $I$ ) i ostvarenog profita, kompanije određuju dividendu ( $D$ ) koju isplaćuju u datom trenutku vremena:

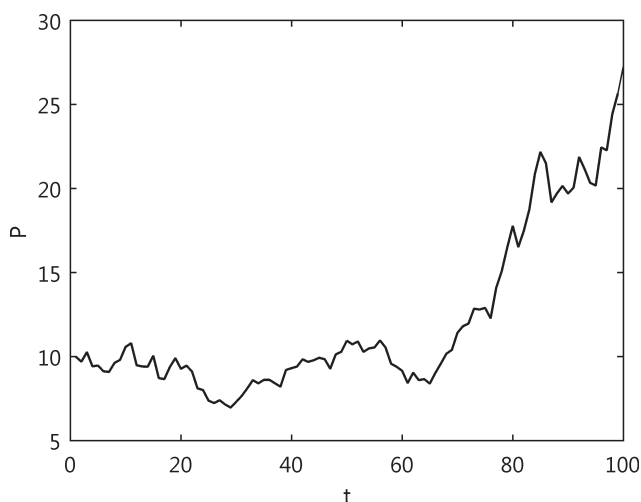
$$I(i, t) = I_K(i, t) + I_H(i, t),$$

$$D(i, t) = \text{Profit}(i, t) - I(i, t+1).$$

Simulacije sa hipotetičkim firmama sadrže 1000 kompanija i traju 100 vremenskih koraka.

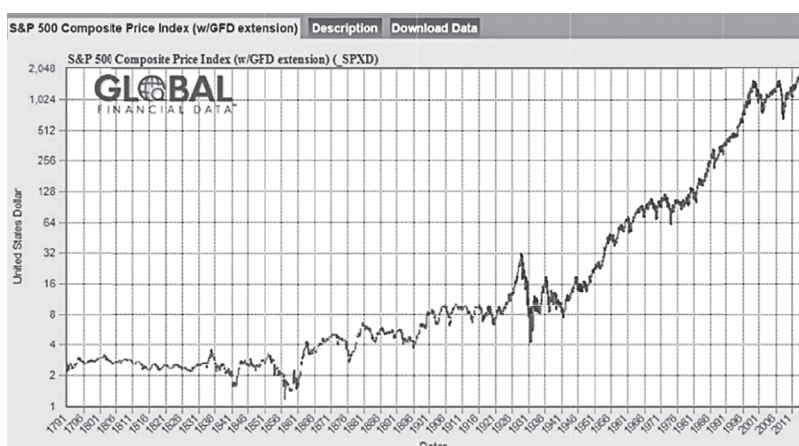
## Rezultati i diskusija

Jedna od bitnih veličina u sistemu jeste cena konkurentnog dobra na tržištu. Primer za kretanje ove cene dobijen u jednoj od simulacija dat je na slici 1. Grafici zbog prirode formule koja se koristi za simulaciju mogu biti različiti, ali ono što se dobija odgovara realnom primeru kretanja cena. Radi poređenja, na slici 2 je dat grafik kretanja kompozitnog indeksa američkih akcija.



Slika 1.  
Kretanje cene konkurentnog dobra u sistemu kroz vreme

Figure 1.  
The price of the product in the system as a function of time

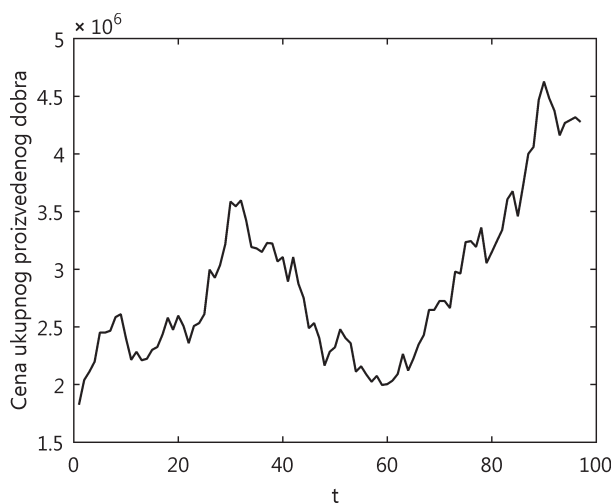


Slika 2.  
Kompozitni indeks cena američkih akcija kroz godine

Figure 2.  
Composite price index of US stocks over time

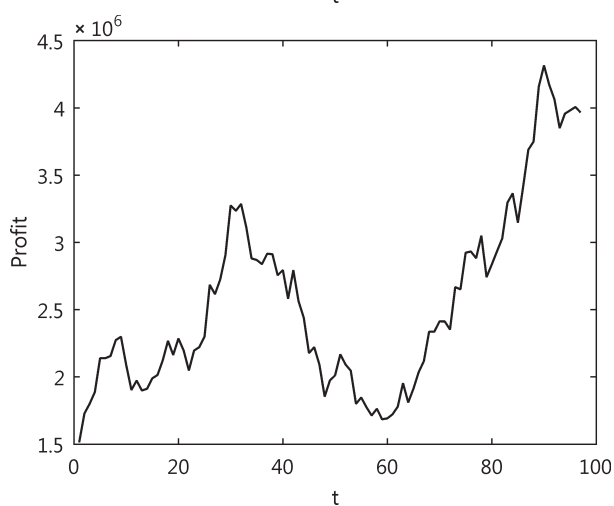
Na slikama 3 i 4 prikazan je rast privrede (date kao cena ukupnog proizvedenog dobra u sistemu) i ukupnog profita u sistemu kroz vreme. Primećuje se da privreda, odnosno cena ukupnog proizvedenog dobra u sistemu kao i profit u sistemu rastu na isti način, s tim što se skala za profit zbog troškova razlikuje. Tačan izgled ovih grafika najviše zavisi od početnih parametara za cenu, te se za drugačije parametre može dobiti i brži, odnosno sporiji rast. Za veće početne cene i vremenske korake, funkcija raste mnogo brže, a profit i cena proizvedenog dobra se manje razlikuju (ako se drugi parametri drže na istim vrednostima).

Na slici 5 prikazana je raspodela verovatnoća pronalaženja određene stope rasta kompanija. S obzirom na to da se u našem modelu celokupna privreda razvija i cena konkurentnog privrednog dobra raste, a veličina kompanija predstavljena je njihovim kapitalom, raspodela koja se dobija je očekivana.



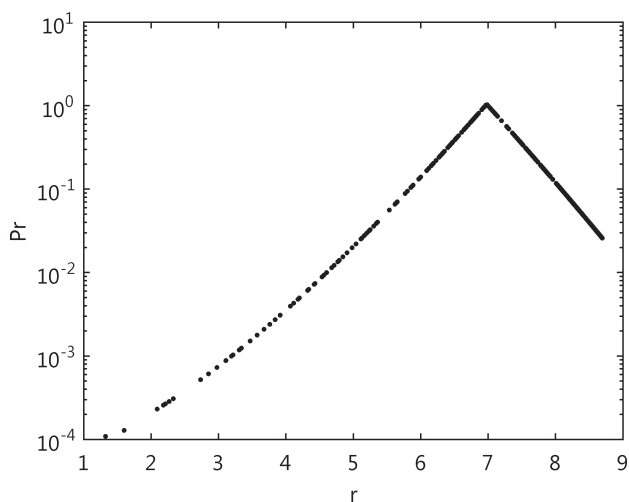
Slika 3.  
Cena ukupnog  
proizvedenog dobra u  
sistemu kroz vreme

Figure 3.  
The price of the total  
produced goods in the  
system over time



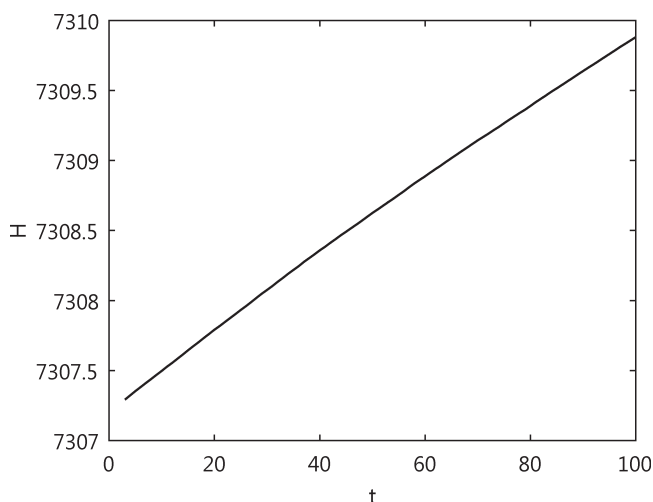
Slika 4.  
Ukupan profit u  
sistemu kroz vreme

Figure 4.  
Total profit in the  
system over time



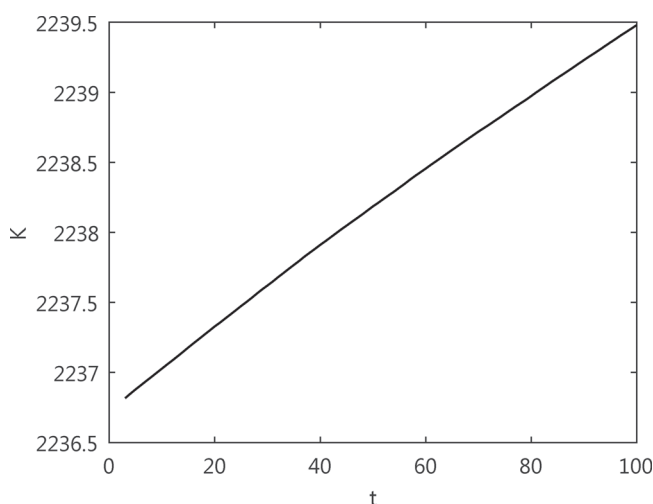
Slika 5.  
Verovatnoća  
pronalaženja  
određenih stopa rasta u  
sistemu

Figure 5.  
Probability of finding  
certain growth rates in  
the system



Slika 6.  
Srednji ljudski kapital  
kroz vreme

Figure 6.  
Average human  
capital over time



Slika 7.  
Srednji kapital kroz  
vreme

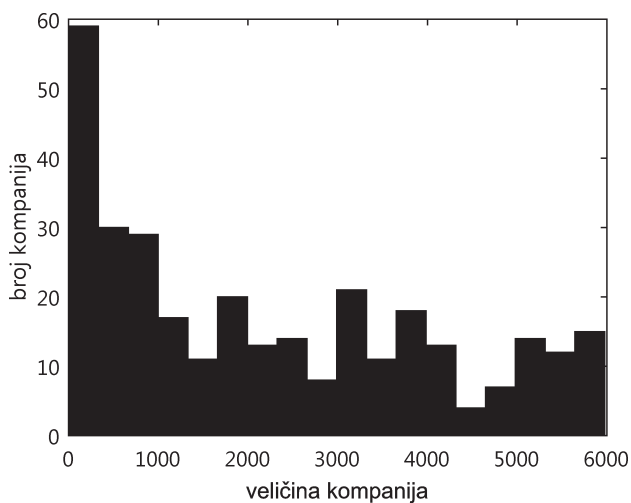
Figure 7.  
Average capital over  
time

Na slikama 7 i 6 prikazano je kretanje srednjeg kapitala i ljudskog kapitala (odnosno istraživanja i razvoja) u sistemu kroz vreme. Obe ove veličine rastu, ali je taj rast veoma spor, te se može smatrati da su one u ovom modelu konstantne.

U model su radi testiranja modela ubačeni podaci za broj radnika u privrednim sektorima u SAD. U simulacijama korišćeni su otvoreni podaci U.S. Small Business Administration, pri čemu su različite grane delatnosti za potrebe modela aproksimirane pojedinačnim firmama. Na slici 8 prikazan je histogram raspodele kompanija po veličinama koja se dobija sa ovim podacima. Dobijeno je odlično poklapanje sa stvarnom raspodelom firmi, kao što je prikazano na slici 9, gde je na x-osi predstavljena veličina kompanija, a na y-osi verovatnoća da se pronađe veća kompanija od date.

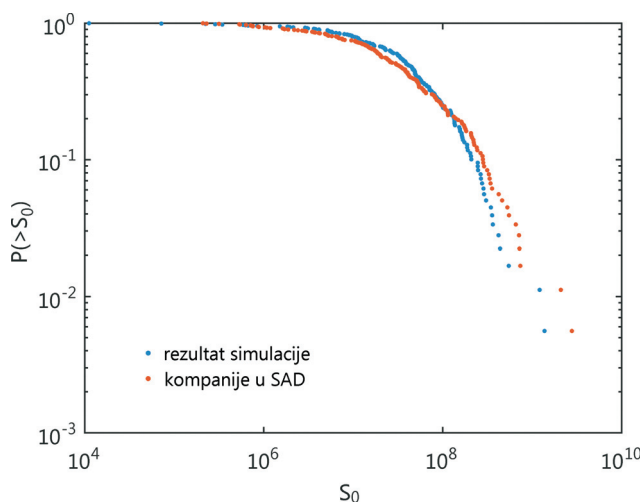
Broj radnika se u ovoj simulaciji nije maksimizovao iz razloga što je poređenje vršeno sa podacima za istu godinu. Pri poređenju sa podacima za kasnije godine, uvodi se najveća dozvoljena godišnja promena broja





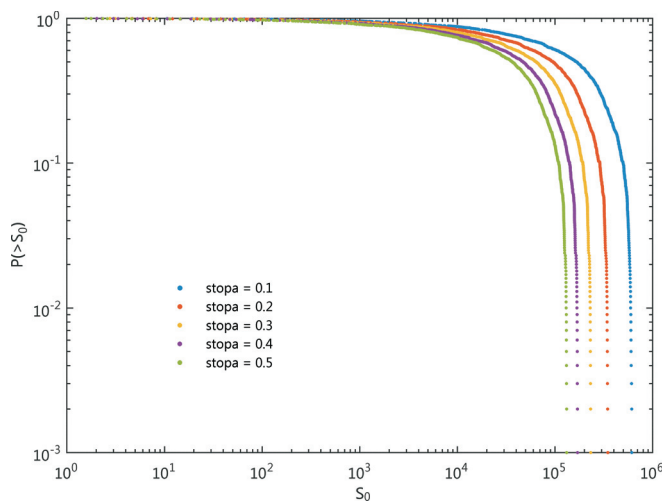
Slika 8.  
Raspodela kompanija  
po veličini

Figure 8.  
Distribution of  
companies by size



Slika 9.  
Rezultati za raspodelu  
kompanija u SAD  
dobijeni simulacijom i  
stvarna raspodela tih  
kompanija

Figure 9.  
Size distribution for  
real data for  
companies in USA  
(red) and the  
simulation (blue)



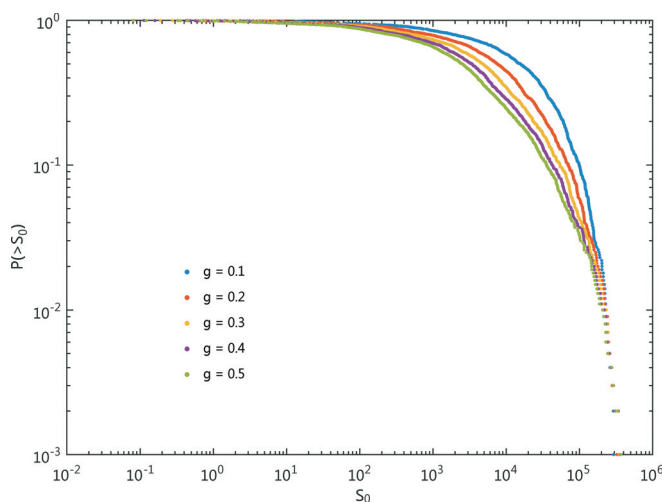
Slika 10.  
Raspodela kompanija  
po veličini za različite  
početne vrednosti  
poreske stope

Figure 10.  
Distribution of  
companies by size for  
different starting  
values of the tax rate

radnika, koja odgovara podacima. Kada se to primeni, na kraju se dobija uspostavljena raspodela kompanija. Međutim, kapital ne osciluje oko jedne vrednosti, sa malim odstupanjima, kao što je ovde slučaj, već raste dok ne iskonvergira oko vrednosti koja se dostiže kada kompanije dostignu željeni, optimalni procenat ukupnog broja zaposlenih.

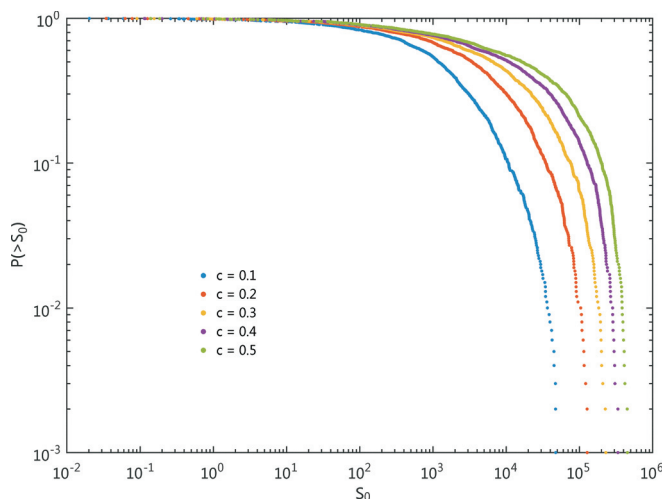
Na slici 10 prikazane su raspodele koje se dobijaju kada se varira početna poreska stopa koja je ista za sve kompanije ( $r$ ). Dobija se ista raspodela, sa razlikom što je za manje poreske stope najveća kompanija veće veličine.

Na slici 11 prikazane su raspodele koje se dobijaju kada se menja opseg u kojem se kompanije takmiče za premije na rizik ( $g$ ). Dobija se da je najveća kompanija iste veličine, ali raspodela je manje ili više ravnomerna – pravija linija na grafiku predstavlja stanje bliže monopolu. Vidi se da se veća razlika među kompanijama pravi kada je  $g$  veće, što i jeste intuitivno.



Slika 11.  
Raspodela kompanija po veličini za različit opseg u kojem se takmiče za premije na rizik

Figure 11.  
Distribution of companies by size for a different range in which they compete for premiums at risk



Slika 12.  
Raspodela kompanija po veličini za različite stepene ulaganja u tehnološki razvoj

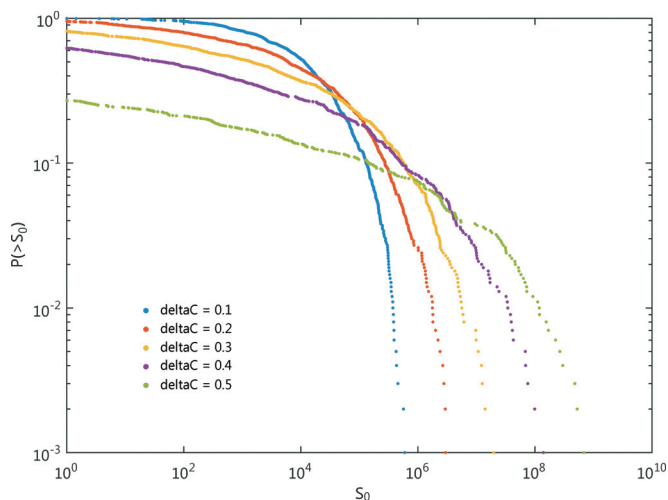
Figure 12.  
Distribution of companies by size for different levels of investment in technological development

Na slici 12 prikazane su raspodele kompanija po veličini za različite stepene ulaganja u tehnološki razvoj. Veći zajednički početni kapitali za ulaganje dovode do toga da su sve kompanije veće, ali je raspodela jednako ravnomerna.

Na slici 13 prikazane su raspodele kompanija za različite koeficijente koji određuju opseg takmičenja za tehnološki razvoj. Što je veći opseg takmičenja za tehnološki razvoj, to je raspodela bliža monopolu, isto kao i za poreske stope, ali sada se menja i veličina najveće kompanije.

Na slici 14 prikazane su raspodele kompanija po veličini kada se varira opseg u kome se firme takmiče za plate radnika. Za manje promene nema velike razlike u raspodeli, dok se za veće procenete javlja monopol.

Kod menjanja početne plate radnika koja je ista za sve firme, ne dolazi do velikih razlika u raspodeli kompanija po veličinama. Ove raspodele prikazane su na slici 15.

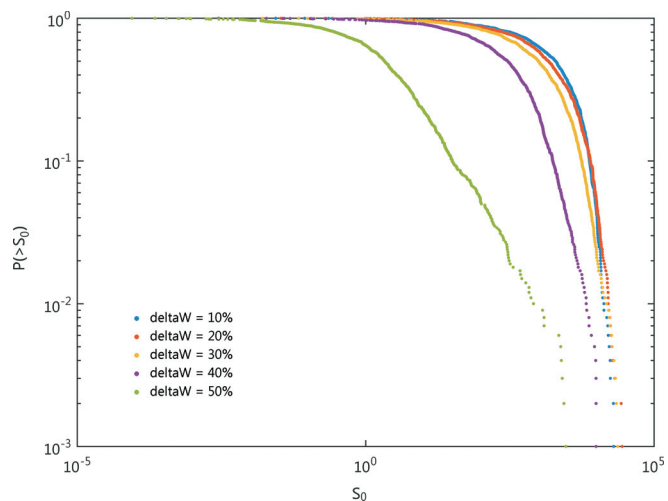


Slika 13.

Raspodela kompanija po veličini za različit opseg parametara takmičenja za tehnološki razvoj

Figure13.

Distribution of companies by size for different scopes of parameters of competition for technological development

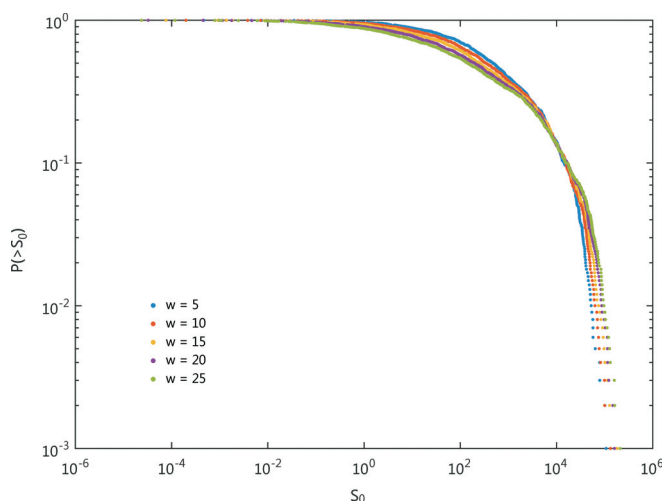


Slika 14.

Raspodela kompanija po veličini za različit opseg u kojem se takmiče za plate radnika

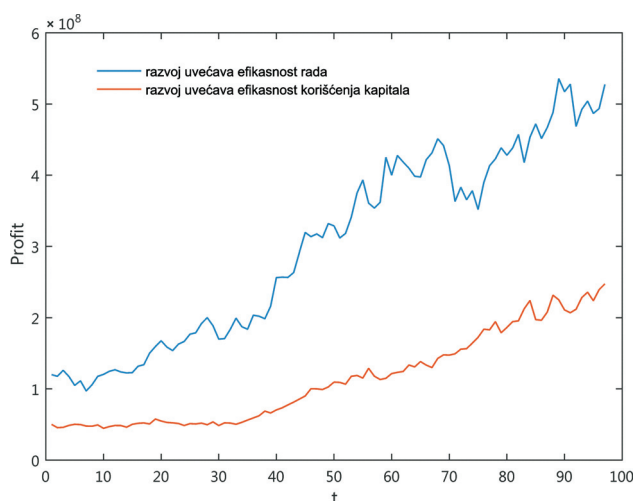
Figure14.

Distribution of companies by size for different ranges in which they compete for employee salaries



Slika 15.  
Raspodela kompanija  
po veličini za različite  
početne plate radnika

Figure15.  
Distribution of  
companies by size for  
different starting  
salaries



Slika 16.  
Srednji profit u  
sistemu kroz vreme

Figure16.  
Average profit in the  
system over time.  
Blue – development  
increases work  
efficiency;  
Red – development  
increases the  
efficiency of capital  
use.

Kada se promeni način na koji razvoj i istraživanja utiču na sistem, pojavljuje se velika razlika u ukupnom profitu, kao i u srednjim vrednostima kapitala i ljudskog kapitala u sistemu. U posmatranom modelu uzeto je da koeficijenti alfa i beta imaju vrednosti 0.4 i 0.6, redom, odnosno povećanje broja zaposlenih više uvećava količinu proizvedenog dobra od povećanja dostupnog kapitala. Zbog toga, kada se posmatraju slučajevi kada razvoj povećava efikasnost korišćenja kapitala i efikasnost rada, u slučaju kada je uvećana efikasnost rada veći su i kapital i ljudski kapital, što dovodi do većeg profita. Ovo je prikazano i grafikom na slici 16. Kada bi se posmatrao sistem u kome veći uticaj na proizvodnju ima raspoloživi kapital, profit bi brže rastao u drugom slučaju.

## Zaključak

Nemonopolističke raspodele kompanija mogu se dobiti i bez uvođenja poreza. Validnost modela je utvrđena proverom sa podacima za firme u SAD.

Povećavanjem poreskih stopa, sprečava se razvoj velikih kompanija, ali ne i neravnomernost raspodele. Ulaganje u tehnološki razvoj u velikoj meri utiče na povećanje i razvoj kompanija.

Monopoli nastaju usled različitosti uslova koje banke nude kompanijama. S obzirom na to da se većim preduzećima, kao sigurnijim nude veće pogodnosti, ona imaju priliku da se više razviju od manjih konkurenata. Ipak, najizraženije neusaglašenosti nastaju kada su stepeni ulaganja u tehnološki razvoj nekih kompanija značajno veći od drugih.

Povećanje plata radnika ne utiče značajno na raspodelu kompanija, dok se monopoli javljaju tek ako se plate u pojedinačnim kompanijama u velikoj meri razlikuju.

Privreda, odnosno cena ukupnog proizvedenog dobra u sistemu, kao i profit u sistemu rastu, i to na isti način, s tim što se skala za profit zbog troškova razlikuje. Kada se posmatraju slučajevi kada razvoj povećava efikasnost korišćenja kapitala i efikasnost rada, u slučaju kada je uvećana efikasnost rada veći su i kapital i ljudski kapital, što dovodi do većeg profita.

Kao dalje istraživanje, ovaj model se može dalje menjati tako da se menjaju načini kompeticije među kompanijama, odnosno verovatnoće da neka od kompanija pobedi u interakciji. Takođe, kasnije se može uvesti tržište rada i posmatrati kako posmatrane promene utiču na cene na tržištu i društvo.

---

## Literatura

Amaral L. A. N., Buldyrev S. V., Havlin S., Leschhorn H., Maass P., Salinger M. A., Stanley H. E., Stanley M. H. R. 1996. Scaling behaviour in the growth of companies. *Nature*, **379** (6568): 804.

Amaral L. A. N., Buldyrev S. V., Havlin S., Leschhorn H., Maass P., Salinger M. A., Stanley H. E., Stanley M. H. R. 1997. Scaling behavior in economics: the problem of quantifying company growth. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **244** (1): 1.

Buldyrev S. V., Fu D., Pammolli F., Riccaboni M., Matia K., Yamasaki K., Stanley H. E. 2005. The growth of business rms: Theoretical framework and empirical evidence. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, **102** (52): 18801.

Cobb C. W., Douglas P. H. 1928. A Theory of Production. *American Economic Review*, **18** (Supplement): 139.

Metzig C., Gordon M. B. 2014. A Model for Scaling in Firms' Size and Growth Rate Distribution. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **398**: 264.

Stanley M. H., Amaral L. A., Buldyrev S. V., Havlin S., Leschhorn H., Maass P., Salinger M. A., Stanley H. E. 1996. Scaling behaviour in the growth of companies. *Nature*, **379** (6568): 804-806.

Takayasu H., Okuyama K. 1998. Country dependence on company size distributions and a numerical model based on competition and cooperation. *Fractals*, **06**: 67.

---

*Emilija Đorđević and Anja Đajić*

## Numerical Model of Company Size Distribution

The distribution of companies by size can greatly affect the market, as that company's business plans and prices of goods on the market depend on the existing competition between companies. Furthermore, this distribution is not universal, but depends on the country. In previous research various models that explain the differences in company size distributions were presented. However, in these models, realistic distribution was accomplished using either complicated or artificial mechanisms. The purpose of this paper was to implement a model which can be used to simulate the realistic way in which different distributions can occur, as well as the examination of external factors that influence the creation of these differences. The basis of the model is the analogy between the market and molecules in gas, so that the price of competitive goods is represented by geometric Brown's motion, as well as the maximization of the profit depending on different parameters. The implemented model was verified for the number of workers in US companies. The results show that lower tax rates and higher investment in technological development lead to the creation of large companies, while uneven and monopolistic distributions are created by the existence of a vast variety of risk taxes that banks dictate. Major differences between companies in the distribution are caused by differences in the level of investment among companies. Modification in workers' salaries lead to significant changes in the distribution only if there is a big difference between salaries in different companies. Moreover, the profit of companies, total capital and human capital in the system, as well as the growth of the entire economy were monitored, and the differences that occur in cases where the development increases the efficiency of work or when it increases the efficiency of capital use are presented.

