

---

Ognjen Stanisavljević i Marija Petrović

# Strukturne promene u dvodimenzionalnim granularnim sistemima u uslovima izmenjene efektivne gravitacije u procesu prodiranja stranog tela

---

*Proučavane su strukturne promene u dvodimenzionalnim granularnim sistemima prilikom prodiranja zašiljene metalne šipke. Kao granularni materijal korišćene su plastične kuglice prečnika 5.8 mm, dok je debljina šipke iznosila 1.5 cm. Kuglice su ispuštane u posudu debljine približne prečniku kuglice kako bi dobijeni granularni sistem bio dvodimenzionalan. Efektivna gravitacija kontrolisana je tako što su granularna pakovanja formirana u fluidima različitih gustina. Svako pakovanje fotografisano je pre, tokom i nakon prodiranja šipke, a analizom fotografija dobijeni su podaci o kvalitativnim i kvantitativnim promenama do kojih dolazi u granularnom pakovanju. Pri analizi fotografija korišćene su Voronijeva teselacija i Deloneova triangulacija. Rezultati pokazuju da dolazi do različitih promena zavisno od efektivne gravitacije pri kojoj je pakovanje formirano. Granularna pakovanja formirana u uslovima redukovane efektivne gravitacije tokom prodiranja šipke se uređuju, dok se pakovanja formirana pri normalnoj gravitaciji izdižu i dolazi do njihovog razuređenja.*

---

## Uvod

Proizvodi prehrambene, farmaceutske i hemijske industrije, kao i svi građevinski materijali skoro uvek, u nekoj fazi imaju oblik granularnog materijala. Dublje razumevanje ponašanja granularnih materijala može da doprinese razume-

vanju velikog broja procesa koji se svakodnevno odvijaju, i povećanju njihove efikasnosti. Razumevanje ponašanja zrnastih materijala može pomoći u tumačenju i predviđanju različitih prirodnih procesa poput lavina, odrona ili zemljotresa. Ali i pored svega navedenog, još uvek ne postoji jedinstvena teorija koja opisuje i predviđa ponašanje granularnih sistema.

Granularni materijal predstavlja skup velikog broja makroskopskih objekata. Obično se podrazumeva da je prečnik granula veći od 1 μm (Kadanoff 1999) pošto je tada moguće zanemariti dugometnu interakciju usled površinskog naieltrisanja indukovanih trenjem. Fluid koji okružuje granularni materijal utiče na svojstva sistema. Granularni sistemi poseduju dve bitne karakteristike. Prilikom interakcije između granula dolazi do disipacije njihove kinetičke energije u toplotnu zbog statičkog trenja i neelastičnosti suda. Spoljna temperatura ne utiče na svojstva sistema. Iz ovih razloga granularne materijale ne možemo svrstati ni u kategoriju čvrstih tela, ni u kategoriju fluida (Jaeger i Nagel 1996), i čak se i u najjednostavnijim oblicima granularnih sistema ispoljavaju mnogi nelinearni efekti (Hayakawa *et al.* 1995).

Kako svemirska istraživanja postaju sve aktuelnija, više se pažnje posvećuje proučavanju svojstava granularnih sistema u uslovima izmenjene gravitacije. U ovom radu proučavane su promene u strukturi dvodimenzionalnih granularnih pakovanja prilikom prodiranja stranog tela u zavisnosti od efektivne gravitacije. Uslovi redukovane efektivne gravitacije postizani su formiranjem pakovanja u fluidima različitih gus-

---

*Ognjen Stanisavljević (1995), Požega, učitelja Pavla Stojića 4, učenik 3. razreda Gimnazije „Sveti Sava” u Požegi*

*Marija Petrović (1994), Požega, Miloša Obilića 12, učenica 4. razreda Gimnazije „Sveti Sava” u Požegi*

*MENTOR: dr Slobodan Vrhovac, Institut za fiziku, Beograd*

tina. Očekivano je da se granularna pakovanja formirana pod uslovima normalne gravitacije razređuju prilikom prodiranja stranog tela, dok u granularnim pakovanjima formiranim pod uslovima redukovane efektivne gravitacije, koja su neuređenija, ne bi trebalo da dolazi do primetnih promena.

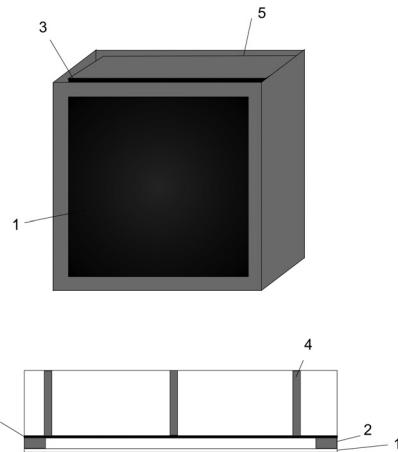
Strukturalna analiza je vršena pomoću Voronijeve teselacije. Za detaljno proučavanje topologije sistema korišćen je faktor oblika (Moucka i Nezbeda 2005). Faktor oblika je već korišćen za proučavanje mikrostrukture dvodimenzionalnih granularnih sistema i eksperimentalno (Moucka i Nezbeda 2005) i u simulaciji (Reis *et al.* 2006).

U našem radu proučavana je i distribucija šupljina u granularnom pakovanju. U ovu svrhu korišćena je Deloneova triangulacija.

## Postavka eksperimenta

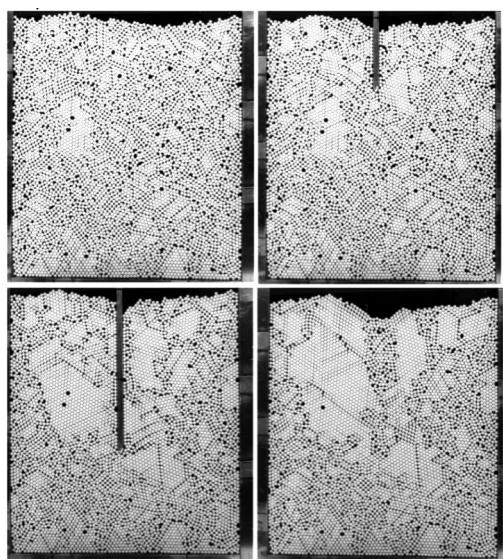
Kao granularni materijal u eksperimentu su korišćene jednake plastične kuglice mase 0.12 g i prečnika 5.8 mm (gustina kuglica iznosi  $\rho = 1.04 \text{ g/cm}^3$ ). Da bi formirano granularno pakovanje bilo dvodimenzionalno bilo je potrebno napraviti posudu debljine približne prečniku kuglice. Jedan zid ove posude je prednja strana staklenog akvarijuma širine 20 cm, dužine 40 cm i visine 60 cm (slika 1). Drugi zid je staklena ploča dimenzija  $60 \times 40 \text{ cm}$  na koju je bio prislonjen crni zastor. Razmak između zidova je 6 mm da bi se smanjio uticaj zidova na kretanje granula kroz fluid. Da bi razmak između zidova posude bio stalan, između njih postavljeni su aluminijumski graničnici debljine 6 mm. Staklena ploča koja je ujedno i zadnji zid posude je prislonjena na graničnike pomoću opruga postavljenih između ploče i zadnje strane akvarijuma. Na vrh akvarijuma postavljena je platforma na koju su granule postavljane neposredno pre ubacivanja u posudu. Aparatura se nalazila na stabilnoj podlozi da bi se izbegle neželjene vibracije i potresi koji bi mogli uticati na strukturu formiranog pakovanja.

Kuglice su u posudu ispuštane sa platforme, ravnomerno duž cele širine suda. Formirano granularno pakovanje sadržalo je između 5000 i 5500 granula. Formirano pakovanje je fotografisano, a zatim je u njega uronjena šipka do dubine 15 cm. Pakovanje je zatim opet fotografisano.



Slika 1. Šema aparature: 1 – prednja strana akvarijuma; 2 – graničnici; 3 – staklena ploča sa crnim zastorom; 4 – opruge; 5 – platforma

Figure 1. Scheme of the apparatus: 1 – Front side of the aquarium; 2 – limiters; 3 – glass panel with a black curtain; 4 – springs; 5 – platform



Slika 2. Fotografije prikazuju proces eksperimenta, od fotografije nastale pre uranjanja šipke (gore levo) do fotografije nastale po vadenju šipke (dole desno)

Figure 2. Photographs show various stages of the experiment - from the photograph taken before the penetration of the rod (upper left) to the photograph taken when the rod was taken out of the package (lower left)

Nakon toga je šipka uronjena još dodatnih 20 cm i pakovanje je ponovo fotografisano. I na kraju, šipka je polako izvađena iz pakovanja i ono je fotografisano i četvrti put (slika 2).

Šipka je u pakovanje gurana rukom pravo nadele. Sila kojom je šipka gurana nije tačno određena. Kretanje šipke u horizontalnom pravcu sprečeno je metalnim šinama. U eksperimentu je korišćena šipka širine 0.5 cm, zašijena tako da je ugao na njenom vrhu iznosio  $60^\circ$ .

Prvo je formirano dvanaest pakovanja u posudi ispunjenoj vazduhom – po četiri za svaku širinu šipke. Sva pakovanja su fotografisana radi dobijanja željenih informacija o promenama u strukturi. Zatim su ista merenja urađena u posudi ispunjenoj vodom, kako bi se postigli uslovi redukovane efektivne gravitacije. Sva formirana pakovanja su fotografisana. Pored ovih merenja, urađeno je i šest merenja (po dva za svaku širinu šipke) za pakovanja koja su formirana na vazduhu, ali je pre fotografisanja polako u posudu dodata voda, tako da se struktura pakovanja tokom dodavanja vode ne promeni. Na kraju je aparatura bila postavljena na strmu ravan. Formirana su tri pakovanja – po jedno za svaku širinu šipke. Cilj formiranja pakovanja na strmoj ravni je upoređivanje različitih metoda za postizanje redukovane gravitacije i isključivanje uticaja nekih drugih pojava, poput razlike u viskoznostima fluida, na formiranje pakovanja. Ugao strme ravni je bio približno  $2^\circ$  kako bi se postiglo da na granulu deluje ista sila u pravcu kretanja kao prilikom kretanja kroz vodenu sredinu.

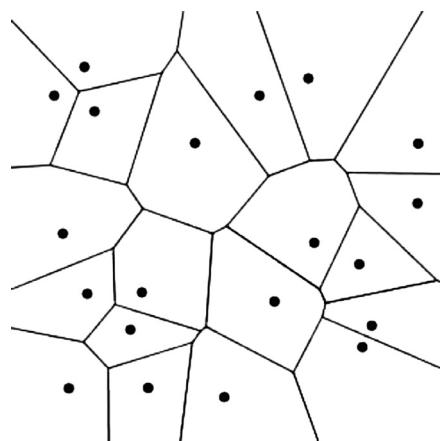
Kuglice su bile žute boje, a pozadina crna, što je omogućilo neophodan kontrast na fotografijama. Slikanje je vršeno u prostoriji crnih zidova, uz difuzno osvetljenje, što je sprečilo pojavu od-sjaja na zidovima posude. Dobijene fotografije su potom analizirane u Matlabu radi proučavanja promena koje se dešavaju u granularnom pakovanju prilikom prodiranja šipke.

## Analiza granularnih pakovanja

U analizi granularnih pakovanja korišćena su dva metoda – Voronijeva teselacija i Deloneove triangulacije.

Voronijeva teselacija je vid podele ravni gde se, na osnovu položaja centara diskova, ravan u kojoj se diskovi nalaze deli na skup konveksnih

poligona koji se ne preklapaju. U svakom Voronijevom poligona nalazi se centar tačno jednog diska. Voronijev poligon (ćelija u tri dimenzije) predstavlja geometrijsko mesto tačaka u ravni koje su manje udaljene od centra diska koji je unutar datog Voronijevog poligona nego bilo kog drugog centra diska (slika 3).



Slika 3. Primer ravni podeljene Voronijevom teselacijom

Figure 3. Plane divided into polygons by Voronoi tessellation

Granule koje imaju zajedničku ivicu Voronijevog poligona su susedi, a svako teme poligona je podjednako udaljeno od tri susedna centra. Za pronalaženje ovakvih poligona korišćen je Quickhull algoritam (Barber *et al.* 1996).

Za bliže određivanje karakteristika svakog Voronijevog poligona korišćen je faktor oblika. Faktor oblika pokazuje koliko određeni Voronijev poligon odstupa od kružnice i definisan je formulom (Živković *et al.* 2011):

$$\sigma = \frac{O^2}{4\pi S}$$

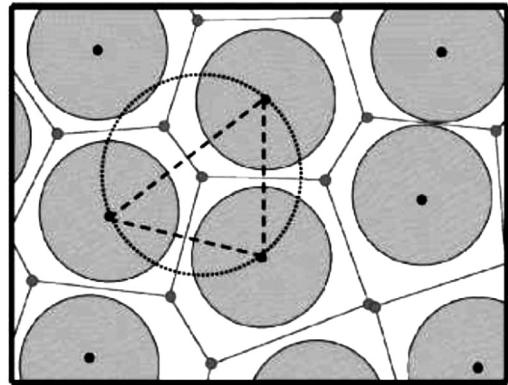
gde je  $O$  obim Voronijevog poligona, a  $S$  njegova površina. Za krug faktor oblika iznosi  $\sigma = 1$  i za sve konveksne poligone je veći od ove vrednosti. Faktor oblika je računat za sve poligone, osim onih koji su na obodima pakovanja, i stoga imaju otvorene Voronijeve poligone. Zavisno od faktora oblika možemo uočiti manje ili više ure-

đene domene u granularnim pakovanjima. Radi uočavanja ovakvih domena, Voronijevi poligoni su podeljeni u osam grupa prema vrednostima faktora oblika (tabela 1). Određenoj grupi je dodeljena karakteristična boja. Minimalna vrednost faktora oblika iznosila je 1.07, dok je maksimalna vrednost 1.35 jer je verovatnoća da faktor oblika bude izvan ovih granica zanemarljiva.

Tabela 1. Podela poligona u osam grupa prema vrednostima njihovih faktora oblika kao i nijanse koje određuju pojedinačni interval

Grupa	Opseg faktora oblika	Nijansa
G1	$1.070 < \sigma < 1.108$	
G2	$1.108 < \sigma < 1.125$	
G3	$1.125 < \sigma < 1.130$	
G4	$1.130 < \sigma < 1.135$	
G5	$1.135 < \sigma < 1.140$	
G6	$1.140 < \sigma < 1.160$	
G7	$1.160 < \sigma < 1.250$	
G8	$1.250 < \sigma < 1.350$	

U ovom radu je proučavana i zapremina šupljina u granularnom pakovanju, korišćenjem Deloneove triangulacije. Deloneova triangulacija je metod podele ravni na sistem trouglova čija se temena nalaze u centrima tri susedna diska. Voronijeva teselacija i Deloneova triangulacija su povezane time što je centar kružnice opisane oko Deloneovog trougla ujedno i teme



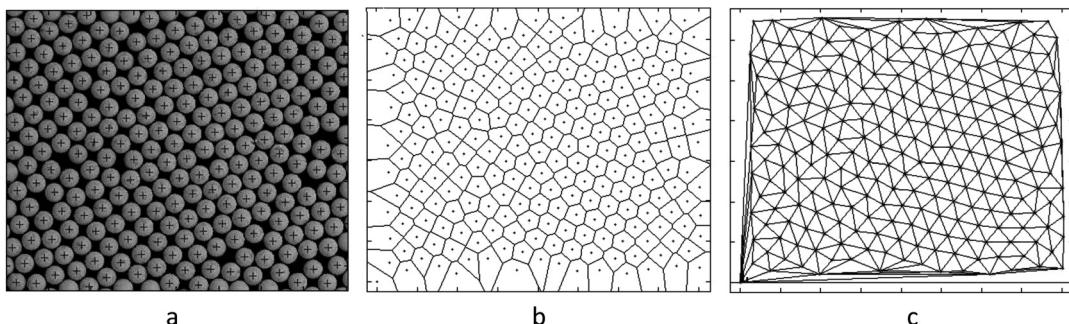
Slika 4. Deloneov trougao (isprikidana linija) i kružnica opisana oko njega

Figure 4. Delaunay triangle (interrupted line) and the circle circumscribed around it

Voronijevog poligona. Šupljina se definiše kao deo Deloneovog trougla koji nije zauzet delovima susednih diskova, tzv. Deloneova slobodna zapremina (slika 4).

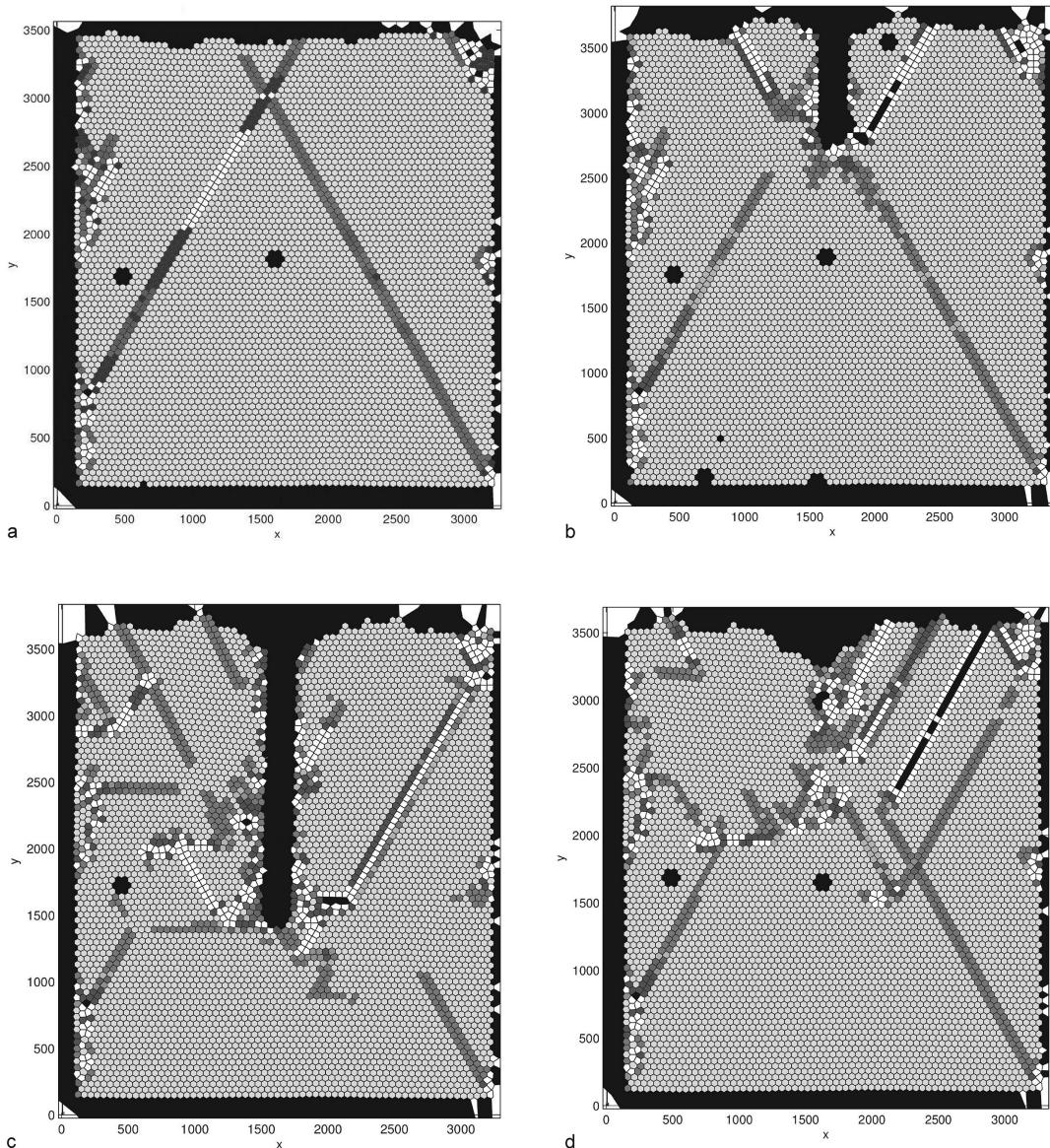
Na slici 5 prikazana je Voronijeva teselacija i Deloneova triangulacija urađena na delu granularnog pakovanja formiranog tokom eksperimenta. Da bi Voronijeva teselacija i Deloneova triangulacija bile urađene bilo je neophodno prethodno pronaći centre diskova (granula) na slici.

Precizno detektovanje centara bilo je od velike važnosti za dobijanje preciznih rezultata. Detektovanje centara kuglica rađeno je pomoću



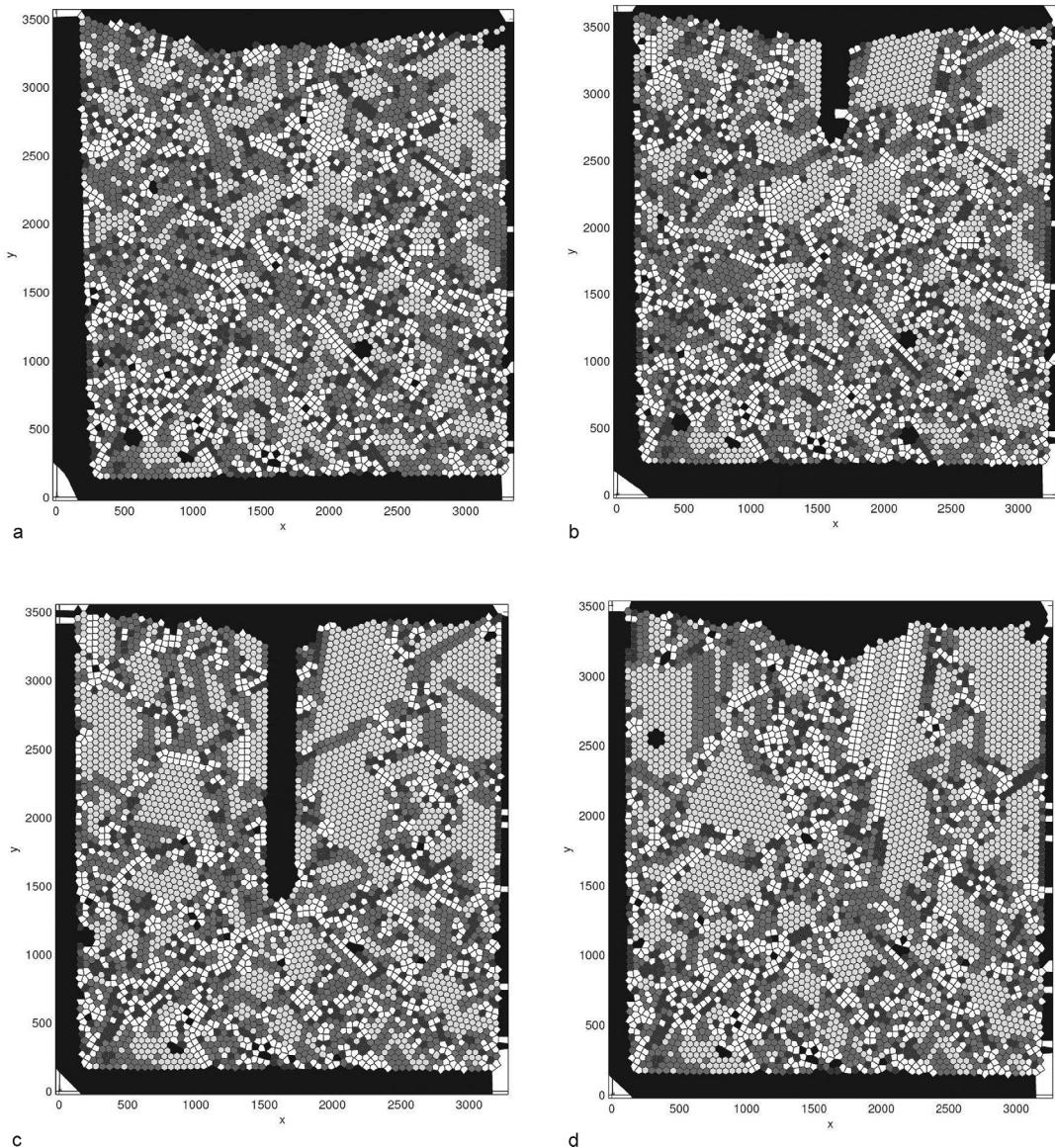
Slika 5. Deo granularnog pakovanja sa detektovanim centrima (a), urađena Voronijeva teselacija (b) i Deloneova triangulacija (c) za isti deo pakovanja

Figure 5. Part of the package with detected centers (a), and the same part of the package analyzed with Voronoi tessellation (b) and Delaunay triangulation (c)



Slika 6. Voronijeva teselacija urađena za pakovanje formirano u vazduhu pre uranjanja šipke (a), po uranjanju šipke do dubine 15 cm (b), daljem uranjanju šipke do dubine 35 cm (c) i po vađenju šipke (d), uz Voronijeve poligone obojene različitim bojama u zavisnosti od faktora oblika.

Figure 6. Voronoi tessellation done for the package formed in the air before the penetration of the rod (a), after the rod had penetrated to the depth of 15 cm (b), after the rod penetrated further, to the depth of 35 cm (c) and when the rod was taken out of the package. Voronoi polygons are colored differently with respect to their shape factor.



Slika 7. Voronijeva teselacija urađena za pakovanje formirano u vodi pre uranjanja šipke (a), po uranjanju šipke do dubine 15 cm (b), daljem uranjanju šipke do dubine 35 cm (c) i po vađenju šipke (d), uz Voronijeve poligone obojene različitim bojama u zavisnosti od faktora oblika

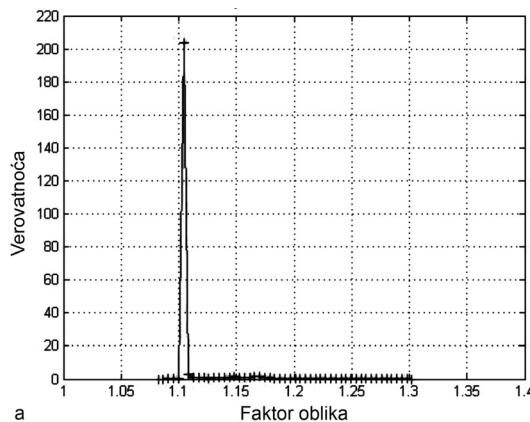
Figure 7. Voronoi tessellation done for the package formed in water before the penetration of the rod (a), after the rod had penetrated to the depth of 15 cm (b), after the rod penetrated further, to the depth of 35 cm (c) and when the rod was taken out of the package. Voronoi polygons are colored differently with respect to their shape factor.

Hough-ovih transformacija. Dobijeni rezultati su kvatitativno predstavljeni grafički, koristeći distribucije verovatnoće faktora oblika i distribucije verovatnoće površine šupljina (tzv. Deloneova slobodna zapremina) u granularnom pakovanju. Dobijeni rezultati su predstavljeni u narednom poglavlju. Predstavljeni rezultati su dobijeni usrednjavanjem svih dobijenih za pakovanja formirana u istovetnim uslovima (fluid, širina šipke koja prodire u pakovanje).

## Rezultati

U ovom poglavlju su prikazani rezultati dobijeni u eksperimentu. Na slici 6 prikazane su promene nastale u strukturi pakovanja formiranog u vazduhu prilikom prodiranja zašiljene šipke širine 1.5 cm. Prikazana je urađena Voronijeva teselacija, uz poligone obojene različitim bojama u zavisnosti od faktora oblika.

Slike 6 može se videti kako se struktura granularnog materijala menja prilikom prodiranja šipke. Razlog promene strukture je taj što se mora obezbediti prostor koji će zauzimati uronjena šipka. Kako nije moguće dalje uređivanje pakovanja, taj prostor se obezbeđuje izdizanjem pakovanja, pri čemu dolazi do razuređenja. Ova razuređenja su globalnog karaktera jer se samo tako može obezbediti prostor za prodiranje šipke.

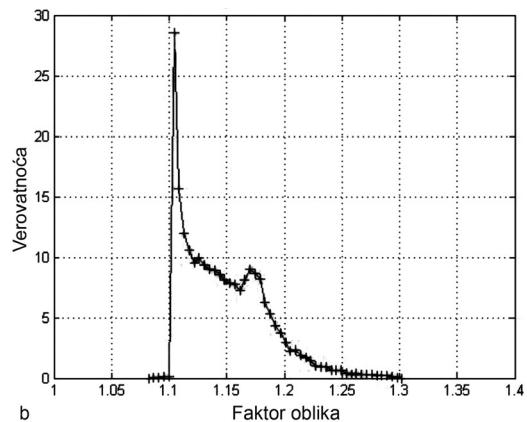


Na slici 7 prikazane su urađene Voronijeve teselacije za pakovanja formirana u vodi u različitim fazama eksperimenta. Šipka uronjena u pakovanje je širine 1.5 cm.

Slike 7 možemo uvideti da se pakovanje formirano u vodi ponaša drugačije od onog formiranog u vazduhu. Prostor potreban za prodiranje šipke se kompenzuje smanjivanjem slobodnog prostora unutar pakovanja, tj. njegovim uređenjem. Uređenje pakovanja ima prednost nad njegovim izdizanjem jer se na taj način dobija pakovanje u energetski povoljnijem stanju. Za razliku od promena do kojih dolazi u pakovanjima formiranim u vazduhu, kod pakovanja formiranih u vodi promene su lokalnog karaktera, tj. stvaraju se lokalizovani uređeni domeni.

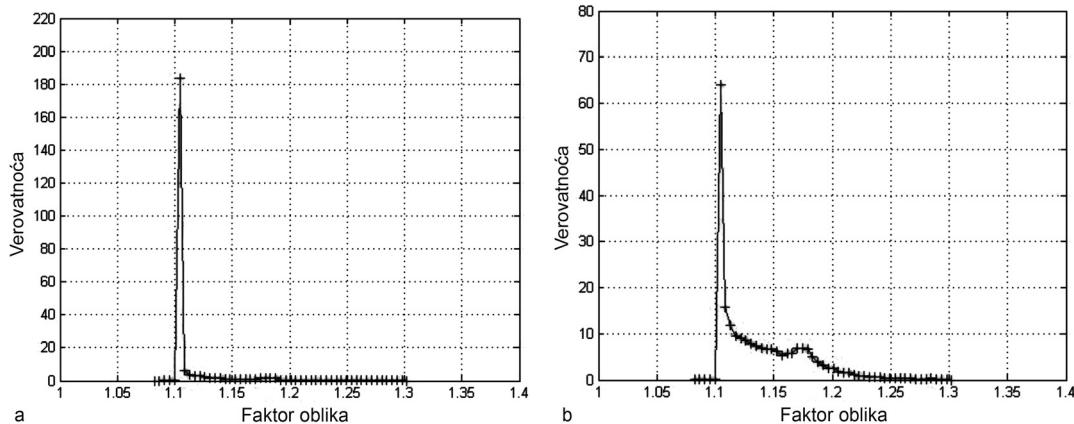
Da bi promene nastale u granularnim pakovanjima bile prikazane kvantitativno uvodi se normirana distribucija verovatnoće faktora oblika. Verovatnoća faktora oblika  $P(\sigma)$  je veličina koja pokazuje kolika je verovatnoća da pronađemo Voronijev poligon koji ima faktor oblika  $\sigma$ . Na graficima a i b (slika 8) prikazane su distribucije verovatnoće faktora oblika za pakovanja formirana u vazduhu i vodi pre prodiranja šipke.

Slike 8. Distribucije verovatnoće faktora oblika za pakovanja formirana u vazduhu (a) i vodi (b) pre uranjanja šipke



Slika 8. Distribucije verovatnoće faktora oblika za pakovanja formirana u vazduhu (a) i vodi (b) pre uranjanja šipke

Figure 8. Probability distribution functions of the shape factor for packages formed in air (a) and water (b) before the penetration of the rod



Slika 9. Distribucije verovatnoća faktora oblika za pakovanja formirana u vazduhu (a) i vodi (b) po uranjanju šipke i njenom vađenju

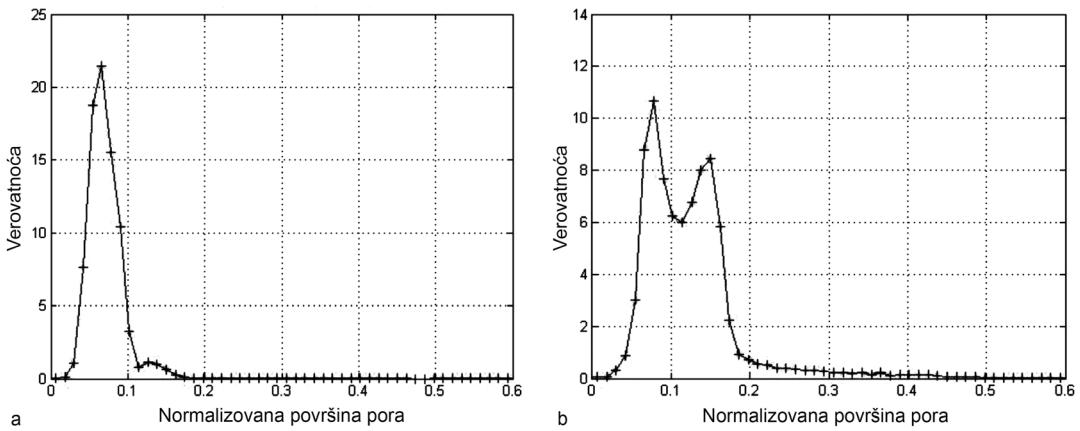
Figure 9. Probability distribution functions of the shape factor for packages formed in air (a) and water (b) after the rod was taken out of the package

osnovu široke i asimetrične distribucije verovatnoće faktora oblika, dok je distribucija verovatnoće faktora oblika za pakovanje formirano u vazduhu lokalizovana oko vrednosti faktora oblika za pravilan šestougao ( $\sigma = 1.103$ ), što pokazuje da je pakovanje heksagonalno uređeno. Grafici na slici 9 prikazuju distribuciju verovatnoće faktora oblika za pakovanja formirana u vazduhu i vodi po prodiranju šipke širine 1.5 cm i njenom vađenju.

Upoređivanjem grafika distribucija faktora oblika za vazduh pre uranjanja i po vađenju šipke uočeno je da je došlo do blagog širenja distribucije. To potvrđuje pretpostavku da u pakovanjima formiranim na neizmenjenoj gravitaciji dolazi do razuređenja pakovanja jer se tako obezbeđuje prostor za prodiranje šipke. Kada se uporede grafici distribucija faktora oblika za pakovanja formirana u vodi pre probijanja i po vađenju šipke primetno je da dolazi do uređenja pakovanja. U poređenju sa grafikom distribucije verovatnoće faktora oblika pre prodiranja šipke, grafik distribucije verovatnoće faktora oblika istog pakovanja posle vađenja šipke je uži i ima izraženiji pik oko vrednosti faktora oblika za pravilan šestougao ( $\sigma = 1.103$ ), što pokazuje da dolazi do uređenja i formiranja domena heksagonalnog uređenja u pakovanju, što je u skladu sa prethodno dobijenim rezultatima.

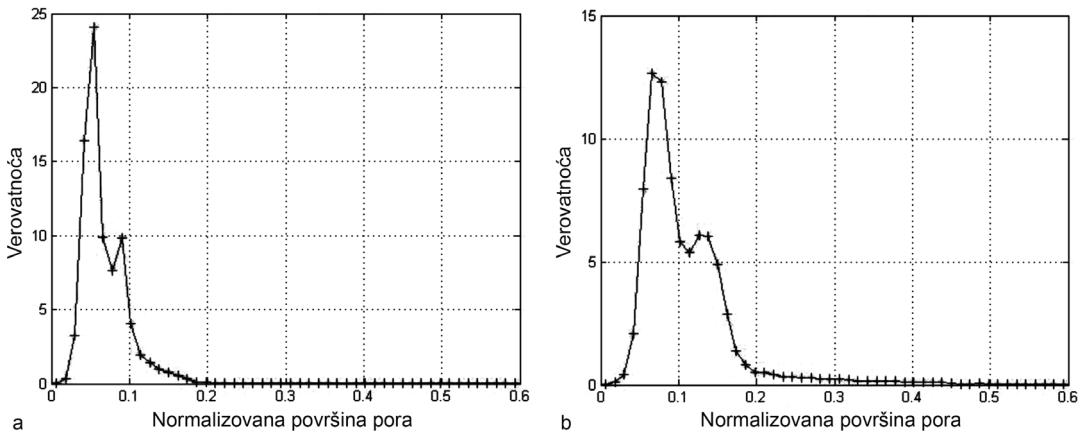
U radu je proučavana i distribucija površina šupljina u granularnom pakovanju. Grafici na slici 10 prikazuju distribucije površina šupljina za pakovanja formirana u vazduhu i vodi pre uranjanja šipke u pakovanje. Na graficima je prikazana zavisnost verovatnoće površine pora u zavisnosti od normalizovane površine pora. Na svim graficima površina pora je normalizovana na površinu diska.

Na graficima 10a i 10b možemo primetiti dva karakteristična pika. Prvi pik se nalazi na vrednosti približno 0.05. Pora ove površine odgovara lokalnoj konfiguraciji diskova heksagonalnog uređenja. U tom slučaju tri diska se međusobno dodiruju, dok im se centri nalaze u temenima jednakostraničnog Deloneovog trougla. Drugi karakteristični pik se nalazi na vrednosti približno 0.14 (slika 10b). Ova vrednost površine pora odgovara lokalnoj konfiguraciji diskova sa kvadratnom simetrijom. Tada se četiri diska međusobno dodiruju, dok su im centri u temenima kvadrata. Kada uporedimo grafike distribucija verovatnoće površina pora za pakovanja formirana u vazduhu i vodi, možemo videti da je prvi pik, koji odgovara lokalnoj konfiguraciji diskova heksagonalnog uređenja izraženiji na grafiku za pakovanja formirana u vazduhu. To nam potvrđuje da su pakovanja formirana u uslovima redukovane gravitacije manje uređena.



Sika 10. Distribucije verovatnoća površina pora za pakovanja formirana u vazduhu (a) i vodi (b) pre uranjanja šipke

Figure 10. Probability distribution functions of the pore volumes for packages formed in the air (a) and water (b) before the penetration of the rod



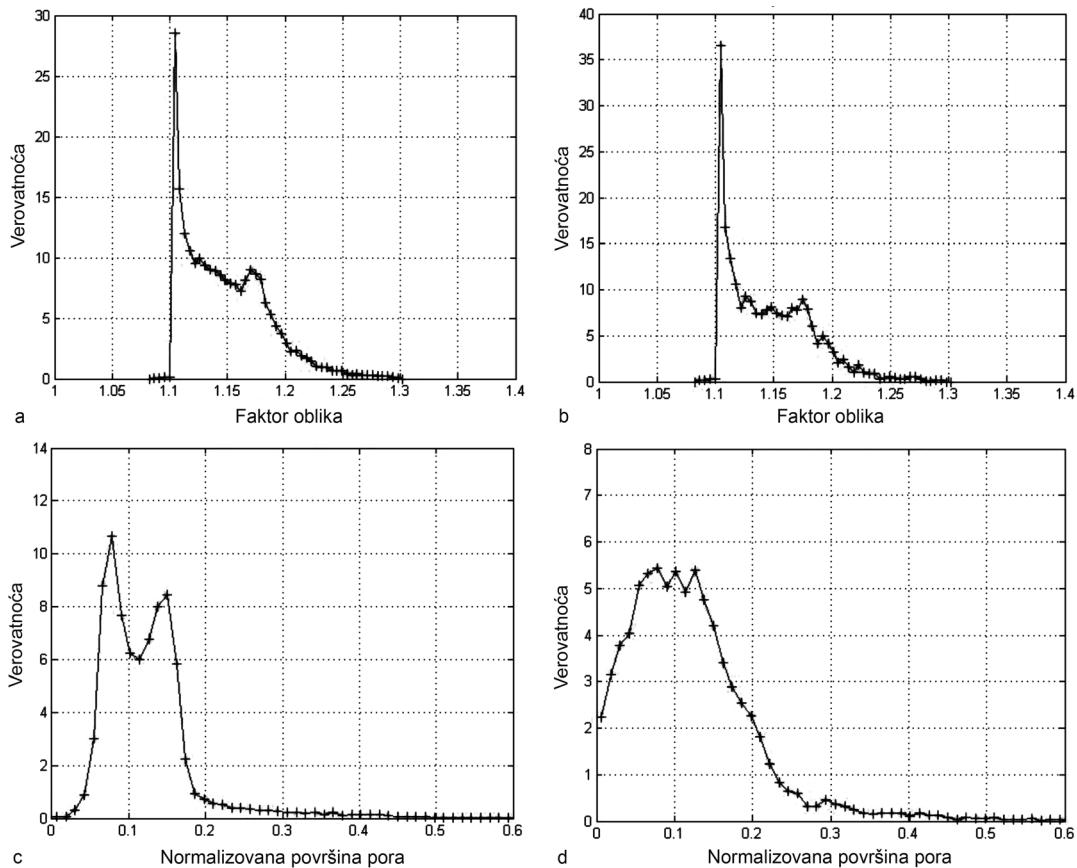
Sika 11. Distribucije verovatnoća površina pora za pakovanja formirana u vazduhu (a) i vodi (b) po vađenju prethodno uronjene šipke

Figure 11. Probability distribution functions of the pore volumes for packages formed in the air (a) and water (b) after the rod was taken out of the package

Grafcima na slici 11 prikazane su distribucije verovatnoća površina pora za pakovanja formirana u vazduhu i vodi posle vađenja šipke širine 1.5 cm iz pakovanja.

Na graficima 11a i 11b uočljive su različite promene koje su se dogodile u granularnim pakovanjima formiranim u vazduhu i vodi. Na grafiku distribucije površina pora za pakovanje formirano u vazduhu vidimo izraženiji pik na

vrednosti od 0.1 što potvrđuje predviđanje da granularno pakovanje formirano u vazduhu postaje neuređenje po uranjanju šipke. Na krivoj distribucije površina pora za pakovanje formirano u vodi vidimo da dolazi do izdizanja pika koji odgovara heksagonalnoj lokalnoj strukturi, dok se spušta pik koji odgovara lokalnoj strukturi sa kvadratnom simetrijom. I ovaj rezultat je u skladu sa ostalim dobijenim rezultatima za promene



Slika 12. Distribucije verovatnoće faktora oblika za pakovanja formirana u vazduhu (a) i vodi (b) i distribucije verovatnoće površina pora za pakovanja formirana u vazduhu (c) i vodi (d) pre prodiranja šipke

Figure 12. Probability distribution functions of the shape factor for packages formed in the air (a) and water (b) and probability distribution functions of pore volumes for packages formed in the air (c) and water (d) before the penetration of the rod

u strukturi granularnog pakovanja formiranog pod uslovima redukovane efektivne gravitacije, koji nam pokazuju da dolazi u pakovanju dolazi do kompaktifikacije, odnosno uređenja.

Da bismo potvrdili da je uzrok promenama u strukturi granularnih materijala promena intenziteta efektivne sile koja deluje nadole, aparaturom smo položili na strmu ravan. Ugao strme ravni je iznosio približno  $2^\circ$  kako bi efektivna sila koja deluje na granule bila ekvivalentna onoj kada se granule kreću kroz vodenu sredinu. Upoređene su distribucije verovatnoće faktora oblika i površina pora za pakovanja formirana na strmoj ravni i u vodi pre uranjanja šipke. Očekivani su rezul-

tati slični onima dobijenim za granularna pakovanja formirana u vodi. Na grafiku na slici 12 prikazane su distribucije faktora oblika i površina pora za pakovanja formirana u vodi i na strmoj ravni.

Grafići na slici 12 nam pokazuju da su rezultati dobijeni za pakovanja formirana u vodi i na strmoj ravni slični, iako postoje mala odstupanja zbog nezanemarljive greške pri merenju ugla. Ovim smo potvrdili da do dobijenih promena u granularnim pakovanjima dolazi usled promene efektivne gravitacije, a isključili smo neke druge uzroke, poput viskoznosti fluida.

## Zaključak

U radu su eksperimentalno proučavane promene u strukturi dvodimenzionalnog granularnog sistema pri prodiranju zašiljene metalne šipke u uslovima različite efektivne gravitacije. Za to je dizajnirana specijalna aparatura koja je uključivala posudu debljine približne prečniku kuglice, kako bi formirano pakovanje bilo dvo-dimenzionalno, ali i omogućeno slobodno kretanje granula kroz posudu. Pokazano je da se granularna pakovanja formirana pod uslovima redukovane efektivne gravitacije drugačije ponašaju pri uranjanju zašiljene metalne šipke u pakovanje u odnosu na granularna pakovanja formirana pri normalnoj gravitaciji. Granularna pakovanja formirana pod uslovima redukovane efektivne gravitacije prostor za prodiranje šipke kompaktifikacijom, tj. uređenjem pakovanja, dok se pakovanja formirana na normalnoj gravitaciji izdižu i postaju razuređenija.

Reis P. M., Ingale R. A., Shattuck M. D. 2006. Crystallization of a Quasi-Two-Dimensional Granular Fluid. *Physical Review Letters*, **96**: 258001.

Živković S., Jakšić Z. M., Arsenović D., Budinski-Petković Lj., Vrhovac S. B. 2011. Structural characterization of two-dimensional granular systems during the compaction. *Granular Matter*, **13**: 493.

---

Ognjen Stanislavljević and Marija Petrović

## Structural Changes in Two-Dimensional Granular Systems Under the Conditions of Reduced Effective Gravity During the Penetration of a Foreign Object

## Literatura

- Barber C. B., Dobkin D. P., Huhdanpaa H. 1996. The quickhull algorithm for convex hulls. *ACM Transactions on Mathematical Software*, **22**: 469.
- Hayakawa H., Nishimori H., Sasa S., Taguchi Y. 1995. Dynamics of Granular Matter. *Japanese Journal of Applied Physics*, Part 1, **34**: 387.
- Jaeger H. M., Nagel S. R. 1996. Granular solids, liquids, and gases. *Reviews of Modern Physics*, **68**: 1259.
- Kadanoff L. P. 1999. Built Upon Sand: Theoretical Ideas Inspired by the Flow of Granular Materials. *Reviews of Modern Physics*, **71** (1): 435.
- Moucka F., Nezbeda I. 2005. Detection and characterization of structural changes in the hard-disk fluid under freezing and melting conditions. *Physical Review Letters*, **94**: 040601.

In this paper, the structural changes in the two-dimensional granular systems during the penetration of a metal rod 1.5 cm wide are studied. Equal pellets, 5.8 mm in diameter were used as a granular material. The pellets were released into the special container 6 mm wide so that the formed granular systems were two-dimensional. Effective gravity was controlled by forming the granular systems in fluids of different density. Each formed granular packing was photographed before, during, and after the penetration of the rod. Data about the qualitative and quantitative changes in granular packages were obtained by analyzing the photographs. Photographs were analyzed using Voronoi tessellation and Delaunay triangulation. Results of the experiment showed that different changes are observed, depending on the effective gravitation under which the packing was formed. It was concluded that the granular packages formed under the conditions of reduced effective gravity arrange, while packages formed under the normal conditions become less arranged and higher than before the penetration.