Aleksandra Dimić i Nemanja Uzelac

Određivanje fizičkih parametara asteroida Ariadne 43 fotometrijskom metodom

Cilj rada je određivanje fizičkih parametara asteroida Ariadne 43 pomoću krive sjaja. Sa krive sjaja su očitane vrednosti promene magnituda i period asteroida. Dobijeni podaci su iskorišćeni za izračunavanje odnosa poluosa asteroida i njegove polarne orijentacije metodom amplituda-magnituda. Dobijeno je da period rotacije iznosi 5.779±0.005 h, odnosi osa asteroida a/b = 1.6±0.1 i b/c=1.3±0.1, a polarna orijentacija λ_0 = (250±7)° i β_0 = (-13±5)°. Poređenjem dobijenih rezultata sa literaturnim podacima (Kaasalainen et al. 2002) dobija se da odstupanja nisu veća od 10% za bilo koju izračunatu veličinu, iako je korišćen jednostavniji numerički metod.

Uvod

Asteroidi su čvrsta stenovita tela koja kruže oko Sunca. Porodice ili familije asteroida čine oni asteroidi koji imaju slične orbitalne parametre – veliku poluosu, ekscentricitet i inklinaciju putanje. Prema položaju u Sunčevom sistemu mogu se podeliti na nekoliko kategorija. Najbliži Suncu su Zemljini presretači, zatim sledi Glavni asteroidni pojas, a potom Trojanci i Kentauri. Posmatrani asteroid Ariadne 43 pripada Glavnom asteroidnom pojasu.

Fizičke karakteristike koje u potpunosti određuju asteroid su njegove dimenzije, masa, gustina, gravitaciono ubrzanje na ekvatoru, period rotacije, albedo, temperatura, polarna orijentacija i spektralni tip. Spektralni tip određuju albedo i fizičko-hemijske karakteristike površine. Spektralni tip posmatranog asteroida je S, a za taj tip su karakteristične jako ma-

le varijacije albeda na površini. Kod ovakvih objekata uočena je periodična promena sjaja uzrokovana rotacijom. Pomoću promena sjaja moguće je odrediti fizičke osobine asteroida ili čak njihove pratioce.

Cilj rada je određivanje fizičkih parametara asteroida Ariadne 43 pomoću krive sjaja asteroida metodom amplituda-magnituda.

Metod

Za dobijanje traženih parametara korišćen je metod amplituda-magnituda pomoću kojeg se mogu dobiti informacije o obliku asteroida na osnovu oblika krive sjaja. Osobine krive sjaja uzrokovane menjanjem dužina stranica trougla asteroid-Sunce-Zemlja, kao i njegovih uglova, odvojene su od osobina prouzrokovanih oblikom asteroida. Brze promene sjaja nekog asteroida govore o njegovom nepravilnom obliku. Količina svetlosti koju telo stalnog oblika reflektuje direktno je proporcionalna površini ako se izuzme to što za posmatrača sa Zemlje nebeska tela koja kruže oko Sunca ulaze u svoje faze. Pošto je period rotacije asteroida mnogo manji od njegovog perioda revolucije, faza asteroida u toku jednog posmatranja se može smatrati konstantom.

Metod amplituda-magnituda podrazumeva određene aproksimacije:

- asteroid ima oblik troosnog elipsoida,
- svetlost se sa površine asteroida odbija po Lomel-Zeligerovom zakonu,
- ne postoje varijacije albeda na površini,
- ne postoji precesija pri kretanju asteroida.

Što se tiče prve pretpostavke, u ranijim istraživanjima (Chandrasekhar 1969) pokazano je da za objekte prečnika većeg od 10-50 km troosni elipsoid predstavlja sasvim dobru aproksimaciju. U svakom slučaju, ovaj metod daje tzv. fotometrijski model

Aleksandra Dimić (1991), Beograd, Siniše Stankovića 21/5, učenica 2. razreda Matematičke gimnazije u Beogradu

Nemanja Uzelac (1990), Zrenjanin, učenik 3. razreda Zrenjaninske gimnazije

MENTOR: Ivan Milić, student Matematičkog fakulteta u Beogradu

asteroida, koji predstavlja najbolju aproksimaciju realnog oblika oblikom elipsoida.

Druga pretpostavka je zadovoljena, jer kao što je napomenuto u uvodu, za asteroide S tipa je utvrđeno da imaju jako male varijacije albeda.

Lomel-Zeligerov (*Lommel-Seeliger*) zakon se odnosi se na proizvoljno glatko telo, osvetljeno tačkastim izvorom svetlosti. Osvetljenost elementa površine data je izrazom:

$$dE = c \frac{\cos i \cos \varepsilon}{\cos i + \cos \varepsilon} ds$$
 (1)

gde su ε i i redom odbojni i upadni ugao, ds element površine i dE svetlost koju on odbije.

U jednačini (1) uglovi ε i i se mogu transformisati na sledeći način:

$$\cos \varepsilon = \cos \beta \cos \lambda$$

 $\cos i = \cos \beta \cos (\lambda - \alpha)$

gde su β i λ ekliptičke koordinate asteroida, a α fazni ugao asteroida, to jest ugao koji zaklapaju pravci Sunce-asteroid i asteroid-Zemlja. Važna osobina ovog zakona je ta da se za opoziciona posmatranja ($i=\epsilon$) dobija tzv. geometrijsko odbijanje svetlosti, pri kome je ukupna osvetljenost asteroida proporcionalna projekciji poprečnog preseka. Konstanta je povezana sa geometrijskim albedom i još nekim karakteristikama površine. U većini slučajeva tačna vrednost osvetljenosti nije značajna, pa se konstanta zanemaruje ili se uzima proizvoljna, iz numeričkih razloga pogodna, vrednost.

Precesija se zanemaruje jer bez te pretpostavke dalji proračuni ne bi bili mogući, kao i zbog toga što u vremenskom intervalu obavljanja posmatranja njene promene su zanemarljivo male i ne utiču na dobijene rezultate (Zappala 1981).

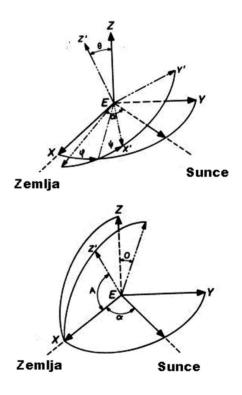
Osnovna ideja metoda zasniva se na činjenici da je, ako se usvoje pomenute aproksimacije, ukupna osvetljenost površine asteroida proporcionalna vidljivom poprečnom preseku.

Asteroid je u narednim razmatranjima predstavljen troosnim elpsoidom čije su ose a, b i c, pri čemu je $a > b \ge c$. Rotacija se vrši oko c-ose. Oznake ekliptičkih koordinata asteroida i severnog pola ostaju neizmenjene. Važno je napomenuti da se ovim metodom se smer rotacije ne može odrediti, pa se pod "severnim polom" podrazumeva severni pol u smislu pravila desnog zavrtnja, tj. u slučaju retrogradne rotacije on će se nalaziti na južnoj hemisferi.

Sa ψ će ubuduće biti obeležen ugao rotacije (tj. ugao između pravca asteroid-Zemlja i početnog pravca najveće poluose). Fazni ugao je označen sa α . Za naredna razmatranja neophodna su još dva ugla: tzv. nagibni ugao i iskošenje. Nagibni ugao (označen sa A) predstavlja ugao između ose rotacije asteroida i pravca asteroid Zemlja, dok iskošenje (označeno sa O) predstavlja ugao između ose rotacije i prave koja prolazi kroz centar asteroida i normalna je na ravan asteroid-Zemlja-Sunce. Grafički prikaz navedenih uglova dat je na slici 1.

Veza nagibnog ugla i ekliptičkih koordinata asteroida dobija se primenom kosinusne teoreme:

$$\cos A = -\sin \beta \sin \beta_0 - \cos \beta \cos \beta_0 \cos(\lambda - \lambda_0)$$
 (2)



Slika 1. Grafički prikaz koordinatnih sistema vezanih za centar asteroida

Figure 1. Graphical display of coordinate system related to the center of the asteroid

gde λ_0 i β_0 predstavlaju ekliptičku longitudu i latitudu pola, A nagibni ugao, a λ i β ekliptičke koordinate asteroida.

Iz Lomel-Zeligerovog zakona dobija se da projekcija poprečnog preseka asteroida u opoziciji iznosi:

Ova jednačina se može upotrebljavati za fazne uglove manje od 20° i predstavlja jako dobru aproksimaciju.

Ako se početna orijentacija izabere tako da za:

$$S(\psi) = \pi abc \left[\sin^2 A \left(\frac{\sin^2 \psi}{a^2} + \frac{\cos^2 \psi}{b^2} \right) + \frac{\cos^2 A}{c^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

 $\psi = 0$ najmanja poluosa posmatranog asteroida bude okrenuta u pravcu *x*-ose, tada će najmanja i najveća vrednost projekcije iznositi:

$$S_{\text{max}} = \pi abc \left[\frac{\sin^2 A}{b^2} + \frac{\cos^2 A}{c^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$S_{\min} = \pi abc \left[\frac{\sin^2 A}{a^2} + \frac{\cos^2 A}{c^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Iz navedenih jednačina sledi izraz za amplitudu u opoziciji (npr. Magnusson 1986):

$$M = 1.25 \log \frac{\left(\frac{b}{c}\right)^2 \cos^2 A + \sin^2 A}{\left(\frac{b}{c}\right)^2 \cos^2 A + \left(\frac{b}{a}\right)^2 \sin^2 A}$$
(3)

Kada se nagibni ugao u (3) izrazi iz (2), dobija se jednačina po β_0 , λ_0 , $\frac{a}{c}$ i $\frac{b}{c}$. Za dobijanje ovih parametara dovoljne su krive sjaja iz četiri različite opozicije. U proračunima je korišćeno više krivih sjaja da bi se što više rezultata uporedilo i dobio što precizniji rezultat.

Jedna od njih snimljena je u Istraživačkoj stanici Petnica, u noći između 7. i 8. avgusta 2008. godine CCD kamerom SBIG-ST 8 povezanom sa teleskopom prečnika 8 inča (slika 2). Fotografije su obrađene u programima Astroart 4.0 i Maxim DL 4.62 metodom upoređivanja sa nepromenljivom uporednom zvezdom, a dobijeni podaci obrađeni su u programu Origin 8.0.

Podaci vezani za uporednu zvezdu preuzeti su iz programa StaryNight 6.0:

ime: GSC 578:329

datum posmatranja: 7-8. avg. 2008

rektascenzija: 23°20' 55"

deklinacija: 2°.36

 m_V : 11.05 B - V: 0.45

Rezultati

Za izračunavanje je korišćeno 15 krivih sjaja. Od toga je 14 preuzeto iz fotometrijskih kataloga i obuhvataju podatke koje su dobili posmatrači (tabela u prilogu), a poslednja je snimljena u Istraživačkoj stanici Petnica u avgustu 2008. godine. Osim podataka koje se očitavaju sa krivih sjaja, a to su period i amplituda magnitude, korišćeni su i položaji asteroida za dato vreme posmatranja.

Izračunata vrednost perioda se ne razlikuje puno od vrednosti iz prethodnih merenja. Period iznosi 5.779±0.005 h. Ova vrednost predstavlja srednju vrednost perioda koja se dobija očitavanjem sa korišćenih krivih.

Što se tiče oblika asteroida, iz datih jednačina, postavljenjem sistema jednačina za date krive, dobijen je odnos osa $a/b = 1.6\pm0.1$ i $b/c = 1.3\pm0.1$.

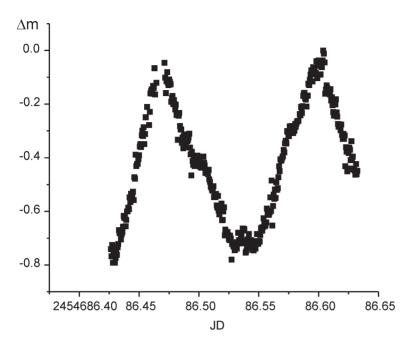
Za polarnu orijentaciju asteroida izračunato je $\lambda_0 = (250\pm7)^\circ$ i $\beta_0 = (-13\pm5)^\circ$.

Diskusija i zaključak

Velike varijacije u promeni magnitude u različitim pozicijama govore o velikoj inklinaciji ose rotacije što je potvrđeno posmatranjima i proračunima. Najduža poluosa je oko 2 puta veća od najmanje što govori o veoma izduženom obliku asteroida.

Kod astreoida kod kojih minimum ili maksimum sjaja nisu stalno na istom nivou, varijacije se pripisuju nepravilnom obliku asteroida ili velikim promenama albeda na površini. U takvim slučajevima se za što preciznije izračunavnje kombinuju različiti metodi i rezultati upoređuju i prepravljaju. Rezultat koji je prikazan u ovom radu je jako sličan sa svim ostalim dobijenim istim metodom, međutim takvih rezultata nema mnogo, što otežava međusobna poređenja.

Vršeno je poređenje dobijenih rezultata sa onima iz literature (Kaasalainen *et al.* 2002). Odstupanje rezultata je: za vrednost perioda 0.3%, za ekliptičku



Slika 2. Kriva sjaja dobijena na osnovu podataka dobijenih u Petnici (R-opseg)

Figure 2. Light curve, obtained on the basis of data from Petnica (R-rang)

latitudu 7%, za ekliptičku longitudu 2%; za *a/b* 7% i za *b/c* 8%.

Na osnovu navedenih poređenja može se zaključiti da metod amplituda-magnituda za S tip asteroida dovoljno reprezentativan.

Literatura

Chandrasekhar S. 1969. *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*. New Haven: Yale University Press.

Čubrović M. 2002. Physical characteristics and photomorphographic shape analysis of 3 Juno. *Petničke sveske*, 53: 21.

Čubrović M. Modeliranje oblika i karakteristika površine asteroida korišćenjem optičkih kriva sjaja, Istraživačka Stanica Petnica, Seminar astronomije.

Kaasalainen M., Torppa J., Piironen J. 2002. Models of Twenty Asteroids from Photometric Data. *Icarus*, **159**: 369.

Paolicchi P, Farinella P, Zappala V. 1981. Analysis of the spin rate distribution of asteroids. Astronomy & Astrophysics, 104: 159.

Tanga P. 2003. Asteroid observations with the Hubble Space Telescope. *Astronomy & Astrophysics*, **401**: 733.

Aleksandra Dimić and Nemanja Uzelac

Determination of the Physical Characteristics of Asteroid Ariadne 43

The purpose of this project is the determination of the physical characteristics of asteroid Ariadne 43 using it's light curve. Values of the maximum of magnitude and the period of rotation are taken from the light curve. This values are used for the calculation of the relation of asteroid's semi-axis and polar orientation. Period of rotation 5.779±0.005 h, relation of asteroid axis $a/b=1.6\pm0.1$ I b© = 1.3±0.1, and polar orientation of asteroid $\lambda_0=(250\pm7)^\circ$ and $\beta_0=(-13\pm5)^\circ$, are determinated. The deviation attained by comparison of experimental and literal result is less than 10% for all calculated values. The results are very similar to the expected values although the simple numerical method was applied.

Prilog

Amplitude i periodi očitani sa krivih sjaja

Izvor	Datum	Amplituda	Period (h)
Burchi and Milano (1974)	9. 8. 1972	0.64	5.92
Burchi and Milano (1974)	10. 8. 1972	0.61	6.01
Burchi and Milano (1974)	13. 8. 1972	0.61	5.64
Burchi and Milano (1974)	17. 8. 1972	0.62	5.99
Burchi and Miano (1974)	8. 10. 1972	0.65	5.58
Di Martino (1984)	15. 10. 1982	0.24	5.67
Di Martino (1984)	29. 8. 1982	0.27	5.72
Di Martino (1987)	1. 2. 1984	0.3	5.99
Weidens (1987)	10. 8. 1982	0.32	5.92
Weidens (1987)	20. 2. 1984	0.32	5.75
Detal (1994)	16. 8. 1985	0.42	5.5
Doto (1995)	8. 1. 1987	0.61	5.58
Doto (1995)	23. 1. 1987	0.55	5.97
Lusting and Dvorak (1975)	6. 9. 1972	0.56	5.54
Petnica (2008)	8. 8. 2008	0.63	5.89
0			