## Formális nyelvek, nyelvtanok, gépek

A számítógépes nyelvészet alapjai – 2022/23 tavasz 3. óra

Simon Eszter

2023. március 13.

#### **Tartalom**

- 1. A Chomsky-féle nyelvhierarchia
- 2. Automaták
- 3. Morfológiai elemzés transzducerekkel
- 4. Házi feladat

# A Chomsky-féle nyelvhierarchia

## A nyelv formális meghatározása

#### Definíció (nyelv)

Egy tetszőleges véges A halmazból alkotott A\* halmaz tetszőleges részhalmazát (vagyis az A fölötti füzérekből összegyűjtött tetszőleges halmazt) nyelvnek nevezzük, az A halmazt pedig e nyelv ábécéjének.

#### A nyelvtan formális meghatározása

#### Definíció (nyelvtan)

A  $G=<V_T,V_N,S,R>$  négyest formális nyelvtannak nevezzük, ahol

 $V_T$ : a terminális elemek ábécéje

 $V_N$ : a nem-terminális elemek ábécéje

S: a nyelvtan kezdőszimbóluma

R: a nyelvtan szabályainak a halmaza

## A Chomsky-féle nyelv(tan)hierarchia

#### Definíció (Chomsky-féle nyelv(tan)hierarchia)

Egy  $G=< V_T, V_N, S, R>$  nyelvtan i típusú ( $i\in\{0,1,2,3\}$ ) a Chomsky-féle nyelvtanhierarchia szerint, amennyiben az R szabályhalmaz minden elemére teljesül az adott típusban előírt, a szabály felépítésére vonatkozó előírás.

Jelölések: 
$$\alpha, \beta, \gamma \in (V_T \cup V_N)*$$

$$A, B \in V_N$$

$$x \in V_T *$$

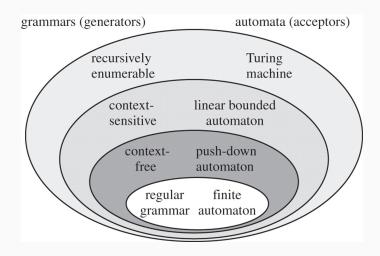
0. típus (megszorítatlan újraíró rendszer) 
$$\alpha \to \beta$$
, ahol  $\alpha \neq \varepsilon$ 

1. típus (környezetfüggő) 
$$\alpha A\beta \to \alpha \gamma \beta$$
, ahol  $\gamma \neq \varepsilon$ 

2. típus (környezetfüggetlen) 
$$A \rightarrow \gamma$$

3. típus (reguláris vagy jobblineáris) 
$$A \rightarrow xB$$
 vagy  $A \rightarrow x$ 

## Nyelvtanok és gépek



## Megszorítatlan (0. típusú) nyelvek

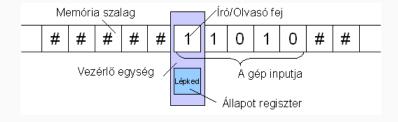
#### $\alpha \to \beta$ , ahol $\alpha \neq \varepsilon$

- · megszorítatlan újraíró rendszer
- · a leghasznosabb új eszköz a szimbólumcsere
- $\cdot$  a 0. típusú nyelveket Turing-géppel lehet elfogadtatni  $\to$  a legáltalánosabb nyelvtantípusnak a létező és elképzelhető legáltalánosabb absztrakt gép felel meg
- "a Turing-géppel minden kiszámolható, ami egyáltalán kiszámolható, és minden meghatározható, ami egyáltalán meghatározható emberi elménk számára"

## Turing-gép

- író-olvasó fej, egy kockákra osztott végtelennek tekintett szalag, amelynek minden kockáján egy szimbólum áll
- · a fej jobbra és balra is mozoghat
- az író-olvasó fejnek különböző állapotai vannak, amelyek megszabják, hogy az éppen leolvasott szimbólumot átírja-e, vagy lépjen tovább
- a végtelennek tekintett szalag egy véges részén van csak információ, a többi # jelet tartalmazó üres hely: ... $\#a_1a_2...a_n\#...$
- a számítás kezdetén a fej a bal szélső nem-üres szimbólumon áll, utána:  $< q_i, a, q_j, X >$
- ha X ∈ {J, B}, akkor jobbra vagy balra lép egyet, különben marad és átír
- a Turing-gép akkor fogad el egy füzért, ha a számítás véges számú lépés után leáll

## Turing-gép





#### A környezetfüggő (1. típusú) nyelvek

#### $\alpha A \beta \rightarrow \alpha \gamma \beta$ , ahol $\gamma \neq \varepsilon$

- a környezetfüggő szabály egyetlen nem-terminális szimbólum átalakításáról gondoskodik
- a bemeneti oldalon a szimbólum kétoldali környezetére is hivatkozhatunk
- a nem-terminális szimbólum megsemmisítése nem megengedett → hosszúságot nem csökkentő szabályok
- a környezetfüggő nyelvek absztrakt számítógépes jellemzésére a lineárisan korlátozott Turing-gépek szolgálnak → az író-olvasó fej nem léphet ki egy kezdő- és egy végszimbólumokkal jelölt területen kívülre

## Környezetfüggő szabályok

## Noam Chomsky and Morris Halle: The Sound Pattern of English (1968)

 $A \rightarrow B/[precontext\_postcontext]$ 

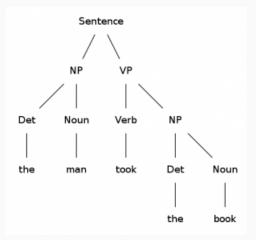
```
tundrai nyenyec cirill-IPA konverzió ю \to ju/\#\_ ю \to ju/\_ [аеёиоуыэюя] ю \to^j u/ [бвгджзйклмнңпрстфхцчшщ] __ else: ю \to ju/\_
```

## A környezetfüggetlen (2. típusú) nyelvek

#### $A \rightarrow \gamma$

- csak a szabály bemeneti oldala van korlátozva: egyetlen nem-terminális szimbólum állhat ott
- · a kimeneti oldalon megengedett az üres sztring is
- Chomsky-féle normálalak:  $A \rightarrow a$  vagy  $A \rightarrow BC$
- elfogadó gép: veremautomata → mintha egy véges automata meg lenne toldva egy veremszerű memóriával
- verem: "last in, first out" (LIFO)

## Környezetfüggetlen szabályok



Az első környezetfüggetlen elemzési fa (Chomsky, 1956: Three models for the description of language. *IRI Transactions on Information Theory, 2(3),* 113–124.).

## A reguláris (3. típusú) nyelvek

#### $A \rightarrow xB \text{ vagy } A \rightarrow x$

- a reguláris nyelveket leíró reguláris nyelvtanok reguláris kifejezésekkel ekvivalensek
- · a reguláris nyelvtanok lehetnek jobblineárisak vagy ballineárisak
- egy jobblineáris szabály bemeneti oldalán egyetlen nem-terminális szimbólum állhat, és maximum egy nem-terminális állhat a kimeneti oldalán, és ez utóbbinak a legutolsónak kell lennie
- elfogadó gép: véges állapotú automata (finite state automaton, FSA)

#### Hol vannak a természetes nyelvek?

- $\cdot$  valahol a környezetfüggetlen és a környezetfüggő között o enyhén környezetfüggő nyelvtanok
- környezetfüggetlen szabályokkal a természetes nyelvi jelenségek nagyon nagy része leírható, de nem minden → ellenpélda egy svájci német dialektusból

```
Shieber (1985): keresztező függőség az igék és tárgyuk között

Jan säit das...
...mer em Hans es huus hälfed aastriche
mi Hans.DAT a ház.ACC segített fest
'Jan azt mondta, hogy segítettünk Hansnak festeni a házat.'
```

két ugyanolyan füzér konkatenációjával előálló ismétléses füzérek környezetfüggő nyelve:  $\{xx \mid x \in \{a,b\}*\}$ 

## Automaták

## Véges állapotú automata

#### Definíció (véges állapotú automata)

Az  $M=<K,\Sigma,d,q_0,F>$  ötös egy véges állapotú automata, ahol

K: az automata állapotainak véges halmaza

Σ: az ábécé

q<sub>0</sub>: a kezdőállapot

F: a végállapotok halmaza

d: az átmenetek halmaza

#### Determinisztikus bégetőautomata

```
\begin{split} &K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\} \\ &\Sigma = \{b, e, !\} \\ &F = \{q_4\} \\ &d = \{< q_0, b, q_1>, < q_1, e, q_2>, < q_2, e, q_3>, < q_3, e, q_3>, \\ &< q_3, !, q_4>, < q_0, e, q_5>, < q_0, !, q_5>, < q_1, b, q_5>, < q_1, !, q_5>, \\ &< q_2, b, q_5>, < q_2, !, q_5>, < q_3, b, q_5>, < q_4, b, q_5>, < q_4, e, q_5>, \\ &< q_4, !, q_5>, < q_5, b, q_5>, < q_5, e, q_5>, < q_5, !, q_5> \} \end{split}
```

## Egyszerűsített determinisztikus bégetőautomata

$$K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

$$\Sigma = \{b, e, !\}$$

$$F = \{q_4\}$$

$$d = \{\langle q_0, b, q_1 \rangle, \langle q_1, e, q_2 \rangle, \langle q_2, e, q_3 \rangle, \langle q_3, e, q_3 \rangle,$$

$$\langle q_3, !, q_4 \rangle\}$$

#### Determinisztikus vs. nem-determinisztikus

#### determinisztikus

nincs választási lehetőség, az algoritmus minden inputra egyértelműen tudja, hogy mit kell csinálni

#### nem-determinisztikus

- a gép nem minden inputra tudja egyértelműen, hogy mit csináljon
- 2. egy  $\varepsilon$ -átmenet nem-determinisztikussá teszi az automatát, mert nem tudja, hogy merre menjen tovább, és ebben az input sem segít

#### Nem-determinisztikusság

a nem-determinisztikus automata mehet rossz irányba  $\rightarrow$  grammatikus sztringet utasít el  $\rightarrow$  sztenderd megoldások:

- backup: megjelöljük a döntési pontot, így ha kiderül, hogy rosszfelé mentünk, akkor vissza tudunk oda térni, és mehetünk a másik ágon
- · look-ahead: okosan előrenézünk az inputban, hogy el tudjuk dönteni, hogy merre érdemes menni
- párhuzamosítás: a döntési pontoknál minden alternatív utat párhuzamosan bejárunk

## Nem-determinisztikus bégetőautomaták

$$\begin{split} &K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\} \\ &\Sigma = \{b, e, !\} \\ &F = \{q_4\} \\ &d = \{< q_0, b, q_1 >, < q_1, e, q_2 >, < q_2, e, q_2 >, < q_2, e, q_3 >, \\ &< q_3, !, q_4 > \} \end{split}$$
 VAGY 
$$\begin{aligned} &K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\} \\ &\Sigma = \{b, e, !, \varepsilon\} \\ &F = \{q_4\} \\ &d = \{< q_0, b, q_1 >, < q_1, e, q_2 >, < q_2, e, q_3 >, < q_3, \varepsilon, q_2 >, \\ &< q_3, !, q_4 > \} \end{aligned}$$

## Állapot-átmenet táblák I.

#### determinisztikus

	bemenet			
állapot	b	е	!	
0	1	-	-	
1	-	2	-	
2	-	3	-	
3	-	3	4	
4:	-	-	-	

## Állapot-átmenet táblák II.

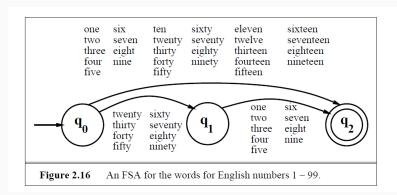
#### nem-determinisztikus 1.

	bemenet			
állapot	b	е	!	
0	1	-	-	
1	-	2	-	
2	-	2,3	-	
3	-	-	4	
4:	-	-	-	

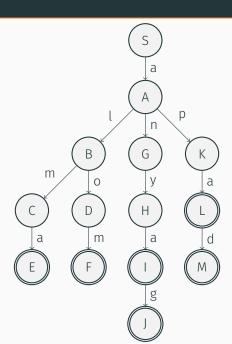
#### nem-determinisztikus 2.

	bemenet			
állapot	b	е	!	ε
0	1	-	-	-
1	-	2	-	-
2	-	3	-	-
3	-	-	4	2
4:	-	-	-	-

## Egy nyelvi példa



## Miért jó ez?



#### Teljesítmény

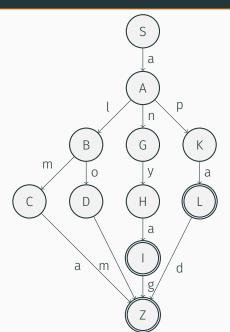
#### pl. ötbetűs szavak egy százezer elemű szótárban

- · lépések száma
  - · egyszerű lista
    - · annyi elemet olvasunk el, ahányadik eleme a szó a szótárnak
    - · ha a szó nincs benne a szótárban, akkor végig kell olvasnunk
  - · automata
    - az egy szó megkereséséhez szükséges műveletek száma a szó betűinek számával arányos
    - ha a szó nincs benne a szótárban, akkor annyi elemi művelet kell, amennyi a szótárban tárolt leghosszabb szó betűinek száma
- · adatigény

· egyszerű lista: 24 betű

· automata: 13 betű

## További tömörítési lehetőségek



## Morfológiai elemzés

transzducerekkel

## Véges állapotú transzducer

#### Definíció (véges állapotú transzducer)

Az  $M=<K,\Sigma,d,q_0,F>$  ötös egy véges állapotú transzducer, ahol

K: a transzducer állapotainak véges halmaza

Σ: az ábécé (komplex szimbólumok halmaza, ahol egy komplex szimbólum egy input-output pár *i:o*)

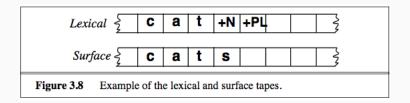
q<sub>0</sub>: a kezdőállapot

F: a végállapotok halmaza

d: az átmenetek halmaza, pl.  $< q_0, i: o, q_1 >$ 

## Kétszintű morfológia

- · felismerés ightarrow morfológiai elemzés
- Koskenniemi (1983): megfeleltetés egy szó felszíni alakja és elemzése között



Nézzünk *emMorph*-kimeneteket!

#### FST keretrendszerek

- · Helsinki Finite-State Technology (HFST): https://hfst.github.io/
- Xerox Finite State Toolkit (XFST)
- Foma: https://fomafst.github.io/
- Stuttgart Finite State Toolkit (SFST): http://www.cis.uni-muenchen.de/~schmid/tools/SFST/
- OpenFST: http://www.openfst.org/twiki/bin/view/FST/WebHome

## Házi feladat

#### Házi feladat

- 1. Csinálj egy olyan determinisztikus véges állapotú automatát, amely elfogadja az alábbi magyar szavakat és azok többesszámú alakját: pók, póni, pék, póré, szék. Prezentáld mindhárom tanult módon (állapotdiagram, formális leírás, állapot-átmenet tábla)! Legyen az automata a lehető legtömörebb!
- 2a. Készítsd el a determinisztikus bégetőautomatának a negáltját, és prezentáld mindhárom tanult módon (állapotdiagram, formális leírás, állapot-átmenet tábla)!

Egy FSA negáltja azokat a sztringeket fogadja el, amiket az FSA elutasít, és azokat utasítja el, amiket az FSA elfogad (ugyanafölött az ábécé fölött).

2b. Programozás

#### Ajánlott irodalom

- Alberti Gábor: Matematika a természetes nyelvek leírásában.
   Segédkönyvek a nyelvészet tanulmányozásához 52. Tinta Könyvkiadó, Budapest, 2006.
- Daniel Jurafsky & James H. Martin: Speech and Language Processing. 1st edition. Chapter 2, 3 & 13. Prentice Hall, 2000.