DISZKRÉT MATEMATIKA 1.

4. gyakorlat

1. Mutassa meg, hogy az $\dfrac{1}{7}$ szakaszos tizedestört alakba írható!

2. Adja meg az alábbi raconális számok tizedestört alakját! A felsoroltak közül melyik írható fel véges tizedestörtként?

$$\frac{3}{7},\quad \frac{5}{16},\quad \frac{1}{15},\quad \frac{3}{15},\quad \frac{8}{9},\quad \frac{13}{11},\quad \frac{5}{6},\quad \frac{7}{25},\quad \frac{3}{20}.$$

3. Írja fel az alábbi tizedestört alakban megadott racionális számokat két egész szám hányadosaként!

$$2.375;\quad 1.06;\quad 1.\dot{8};\quad 0.2\dot{7};\quad 0.\dot{9};\quad 1.2\dot{9};\quad 4.23\dot{4};\quad 0.\dot{8}\dot{1};$$
$$0.1\dot{6}\dot{7};\quad 0.02\dot{9}\dot{0};\quad 0.\dot{0}5\dot{4};\quad 0.\dot{6}1538\dot{4};\quad 0.0\dot{5}7142\dot{8}.$$

4. Határozza meg a valós számok legbővebb részhalmazát, ahol az alábbi függvény értelmezhető! Adja meg az ezen értelmezési tartományhoz tartozó értékkészletet!

(a) $f(x) = (x+2)^2 - 1$,

(b) $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$,

(c) $f(x) = \dfrac{x-3}{2x+4}$,

(d) $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x+1}$,

(e) $f(x) = \sqrt[3]{(x-8)}$,

(f) $f(x) = \sqrt[4]{(1+x)}$,

(g) $f(x) = x^{-3/2}$,

(h) $f(x) = 2^{-x+1}$,

(i) $f(x) = \dfrac{1}{1+e^{-2x}}$,

(j) $f(x) = \lg(1+x)$,

(k) $f(x) = \log_2(2-x)$,

(l) $f(x) = \sqrt{1+\ln x}$,

(m) $f(x) = 3^{\log_3(2x)}$.

5. Hozza egyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket!

(a) $\sqrt[3]{\dfrac{(a^3b)^2}{ab^2}a^7}$, $\quad a, b \neq 0$,

(b) $\dfrac{\left(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{4}}\left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}}\right)^{2}}{\left(a^{\frac{1}{12}}\right)^{-\frac{1}{2}}}$, $\quad a, b > 0$,

(c) $\sqrt[3]{b^{6-\log_b 8}}$, $\quad b > 0,\ b \neq 1$,

(d) $19^{1+\frac{1}{2}\log_{19} 36}$,

(e) $\dfrac{1}{2}\log_3 45 + \log_3 \sqrt{20} - \log_3 30 + \log_3 6 - \log_3 2$,

(f) $2^{\log_8 a}, \quad a > 0$,

(g) $2^{-3+\lg 8} \cdot 5^{1+\lg 8}$.

6. Mely valós számok esetén igaz az alábbi egyenlőtlenség?

(a) $\log_3(3x-2) > 0$,

(b) $\log_2(x+3) > \log_2 2x$,

(c) $\log_{\frac{1}{2}}(2+x) > 1$,

(d) $\log_2 x - \log_4 x < 0$,

(e) $3^{x-4} \leq 1$,

(f) $2^{2x+3} - 4 \cdot 2^{x-1} > 0$,

(g) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x+1} - \dfrac{3}{2} \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^{2x-1} \geq 0$,

(h) $2^{8x-12} + 5^{\frac{3}{4}+x} + \left(\dfrac{1}{3}\right)^{x-6} > 0$,

(i) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\lg(2x-1)} < 2^{\lg\left(\frac{1}{x}\right)}$.

7. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket!

(a) $10 \cdot 2^x = 4^x + 16$,

(b) $2^x + 3^{x-2} = 3^x - 2^{x+1}$,

(c) $x^{\lg x} = 1000x^2$,

(d) $\lg(4-x) = \lg 4 - \lg x$,

(e) $\log_4 x - \log_{0.25} x = 4$,

(f) $\log_2 x - 2\log_4 x = 3\log_8 x + 1$.