Számítógépes matematika és vizualizáció
Gyakorlófeladatok

1. Legyen adott az

$$
\begin{aligned}
x(u,v) &= u - \frac{u^3}{3} + uv^2 \\
y(u,v) &= v - \frac{v^3}{3} + vu^2 \\
z(u,v) &= u^2 - v^2 \\
&u \in [-25,25]\,, \quad v \in [-25,25]
\end{aligned}
$$

   paraméteres felület. Ábrázolja a felületet! Rajzolja meg az $u = 10$ és $v = 15$ paraméterértékekhez tartozó P pontját a felületnek, valamint a felület ezen paraméterértékekhez tartozó paramétervonalait! Rajzolja meg a felületnek a P pontbeli normálvektorát!

2. Tekintsük a

$$z = \sqrt{1 - x^2 - 0.5y^2}$$

   felületet. Ábrázolja a felületet! Jelenítse meg a $(0.5, 0.2)$ ponthoz tartozó felületi pontot!

3. Tekintsük a

$$z = \sin(x) + \frac{\cos(y)}{x}, \qquad x \in [0.1, 5], \quad y \in [-6, 6]$$

   felületet. Ábrázolja a felületet torzításmentesen! Határozza meg a felületnek az xy síkkal való metszetét, majd ábrázolja ezt a felületen!

4. Legyenek adottak a

$$
\begin{aligned}
p(u) &= (1-u)\ P_1 + u\ P_2 \\
r(u) &= (1-u)\ R_1 + u\ R_2 \\
&u \in [0,1]
\end{aligned}
$$

   görbék, ahol $P_1 = (0,0,0), P_2 = (0,1,1)$, valamint $R_1 = (1,0,1)$ és $R_2 = (1,1,0)$. Tekintsük továbbá az

$$
\begin{aligned}
s(u,v) &= (1-v)\ p(u) + v\ r(u) \\
&u \in [0,1]\,, \quad v \in [0,1]
\end{aligned}
$$

   paraméteres felületet. Ábrázolja a két görbét, valamint a felületet is ugyanazon ábrán!

5. Adott három sík az alábbi egyenletekkel:

$$x + y - z = 0, \qquad x - 2y + 3z = 4, \qquad 2x - 0.5y + 4z = -2.$$

   Ábrázolja mindhárom síkot különböző színekkel! Számolja ki a három sík közös metszéspontját és ábrázolja ezt a pontot a síkokkal együtt!

6. Adott az

$$x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 8y + 20 = 0$$

   egyenletű parabola, és a

$$-4x + 4 = 0$$

   egyenes. Ábrázolja a parabolát kék színnel, az egyenest pedig zölddel! A parabola és az egyenes egy pontban érintik egymást. Ábrázolja ezt a pontot piros színnel!

7. Vegye fel az origó középpontú, egységsugarú kört paraméteresen, valamint a $(2,1)$ középpontú, 2 sugarú kört szintén paramtéres alakban! Az egységkör paramétérezését változtassa meg a $[0,\pi]$ intervallumra, hogy egy félkört kapjunk! Számolja ki és jelenítse meg a kapott félkör és a $(2,1)$ középpontú kör metszésponját/metszéspontjait!

8. Legyenek adottak a következő pontok: $P_1 = (-2,-2), P_2 = (4,0), P_3 = (6,-2), P_4 = (10,2)$. Jelenítse meg azt az Hermite-ívet, amely átmegy ezen pontokon rendre a $-1, 0, 2, 3$ paraméterértékeknél! Rajzolja meg a görbe érintővektorát a $t = 2$ paraméterértéknél!

9. Legyenek adottak a $P_1 = (-2,-2), P_2 = (6,-2), P_3 = (10,2)$ pontok, valamint a $\mathbf{v} = (6,-4)$ vektor. Jelenítse meg azt az Hermite-ívet, amely átmegy ezen pontokon rendre a $0, 1, 1.5$ paraméterértékeknél, valamint amelynek a 0 paraméterértéknél a $\mathbf{v}$ vektor az érintővektora!

10. Legyenek adottak a $P_1 = (-2,-2), P_2 = (6,-2)$ pontok, valamint a $\mathbf{v}_1 = (6,-4)$ és $\mathbf{v}_2 = (4,4)$ vektor. Jelenítse meg azt az Hermite-ívet, amely átmegy ezen pontokon rendre a $0, 1$ paraméterértékeknél, valamint amelynek a 0 paraméterértéknél a $\mathbf{v}_1$ vektor, az 1 paraméterértéknél pedig a $\mathbf{v}_2$ vektor az érintővektora!

11. Tekintsük a 10. feladat során előálló görbét! Csatlakoztassunk ehhez C^1 folytonosan egy olyan Hermite-ívet, amelynek kezdőpontja a $(6,-2)$, végpontja a $(14,-4)$ pont, végpontbeli érintővektora pedig a $(3,0)$ vektor! Ezen görbe kezdőpontja a 0, végpontja pedig a 2 paraméterértékhez tartozzon.

12. Tekintsük a 8. feladat során előálló görbét! Csatlakoztassunk ehhez G^1 folytonosan egy olyan Hermite-ívet, amelynek kezdőpontja a $(10,2)$, végpontja a $(14,-4)$ pont, végpontbeli érintővektora pedig a $(3,0)$ vektor! Ezen görbe kezdőpontja a -1, végpontja pedig az 1 paraméterértékhez tartozzon.

13. Tekintsük a 12. feladat során előálló szplájnt! Csatlakoztassunk ehhez C^1 folytonosan egy olyan Hermite-ívet, amelynek a $t = -2$ paraméterértékhez tartozó kezdőpontja a szplájn végpontja, átmegy a $(22,2)$ ponton a $t = 0$ paraméterértéknél, végpontja pedig a $(24,0)$ pont, amely a $t = 3$ értékhez tartozik!

14. Tekintsük a 9. feladat során előálló görbét! Jelenítsen meg egy olyan 2 ponttal és 2 érintővektorral adott Hermite-ívet, amely a görbéhez C^1 folytonosan csatlakozik!

15. Állítson elő egy negyedfokú polinomiális görbét, amely átmegy a $(10,20), (20,40), (40,40), (50,20), (20,10)$ pontokon rendre a $0, 1, 2, 3$ és 4 paraméterértékeknél. Rajzolja meg a görbe érintővektorát a $t = 0.5$ paraméterértéknél!

16. Állítsa elő azt a Bézier-görbét, amelynek kontrollpontjai a $(10,20), (20,40), (40,40), (50,20), (20,10)$ pontok! Jelenítse meg a görbe kezdő- és végpontbeli érintővektorát!

17. Tekintsük a 16. feladatban előálló görbét! Készítse el azt az Hermite-ívet, amelynek kezdőpontja $(20,10)$, végpontja $(20,-40)$, kezdőpontbeli érintővektora $(-60,-20)$, végpontbeli érintővektora pedig $(60,0)$! C^0, C^1 vagy G^1 folytonos a két görbe csatlakozása?