Számítógépes matematika és vizualizáció
Gyakorlófeladatok

Alapvető ismereteket felmérő kérdések:

---

1. Legyen adva a $P = (1, 6)$ pont, valamint a $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ vektor. Adja meg a $\mathbf{v}$ vektor P-ből kiinduló reprezentánsának végpontjának koordinátáit!
2. Mely állítás(ok) igaz(ak)?
   - A. Ha két vektor vektoriális szorzata nullvektor, akkor a két vektor merőleges egymásra.
   - B. Ha két vektor skaláris szorzata nulla, akkor a két vektor merőleges egymásra.
   - C. Két egységhosszú vektor skaláris szorzata nulla, ha a két vektor ellentétes irányú.
3. Igaz vagy hamis az alábbi állítás? Válaszát igazolja!
   Az $f(x) = 2x^4 + 3x - 3$ függvény grafikonja az y-tengelyt a $(0, 3)$ pontban metszi.
4. Legyen adott az $A = (2, 4)$ és $B = (3, -2)$ pont. Mi a meredeksége annak az egyenesnek, amely átmegy az A és B ponton?
5. Igaz vagy hamis az alábbi állítás? Válaszát igazolja!
   Az $f(x) = 5x - 6$ függvény grafikonja áthalad az $A = (2, 4)$ ponton.

---

6. Tekintsük a következő függvényt:

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 3x^6 - 2.9x^5 - 4.9x^4 + 2.7x^3 + 0.9x^2 + 1.1x + 0.5$$

   (a) Ábrázolja az f függvényt fekete színnel!
   (b) Jelenítse meg az f függvény zérushelyeihez tartozó pontokat!
   (c) Igazolja matematikai úton, hogy az f függvénynek nem zérushelye az $x = 0$ hely!

   (d) Jelenítse meg az f függvény szélsőértékhelyeihez tartozó pontokat!
   (e) Sorolja fel az f függvény szélsőértékhelyeit, valamint kategorizálja be, hogy globális vagy lokális, illetve hogy minimum- vagy maximumhelyről van szó!

(f) Jelenítse meg az $x = 1.23$ helyhez tartozó pontot! A feladat megoldásához nem használható a *Pont* (*Point*) parancs.

(g) Ábrázolja az f függvény grafikonját érintő egyenest az $x = 1.23$ helyhez tartozó pontban! A feladat megoldásához nem használható az *Érintő* (*Tangent*) parancs.

(h) Ábrázolja a következő függvényt zöld színnel:

$$g : [0.2, 1.5] \to \mathbb{R},\ g(x) = 3x^6 - 2.9x^5 - 4.9x^4 + 2.7x^3 + 0.9x^2 + 1.1x + 0.5$$

(i) Sorolja fel a g függvény szélsőértékhelyeit, valamint kategorizálja be, hogy globális vagy lokális, illetve hogy minimum vagy maximum helyről van szó!

7. Tekintsük a következő egyenlettel adott alakzatot:

$$x^3 + y^3 - 5xy^2 - x + 1 = 0$$

(a) Ábrázolja az alakzatot kék színnel!

(b) Lehetséges lenne-e ezt az alakzatot egy valósértékű függvény grafikonjaként előállítani?

(c) Legyen adott a $P = (1, 4)$ pont. Az alábbi állítások közül melyik az igaz? Igazolja válaszát matematikai úton, a GeoGebra használatával!

A. A P pont rajta van a megadott alakzaton.

B. A P pont nincs rajta a megadott alakzaton.

Indoklás:

8. Igaz vagy hamis az alábbi allítás?
Az f polinomiális függvény zérushelyei egybeesnek az f' deriváltfüggvény zérushelyeivel.

9. Jelölje F az alábbi relációt: $F = \{(2,4), (3,8), (4,5), (6,5)\}$, $F \subseteq A \times B$, ahol $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ és $B = \{4,5,6,7,8\}$ Mely állítás(ok) igaz(ak) az F relációra?

A. A-ból képez

B. A-t képezi

C. B-be képez

D. B-re képez

E. F függvény

F. F invertálható függvény

G. F^{-1} függvény

10. Tekintsük a következő alakban megadott görbét:

$$x(t) = (a - b)\cos(t) + b\ \cos\left(\left(\frac{a}{b} - 1\right)t\right)$$
$$y(t) = (a - b)\sin(t) - b\ \sin\left(\left(\frac{a}{b} - 1\right)t\right)$$

$$t \in [0, 12\pi]\,, a = 8.5, b = 3.9$$

   (a) Ábrázolja a görbét piros színnel! A koordináta-függvények külön-külön ne kerüljenek ábrázolásra.

   (b) Jelenítse meg a görbén a $t = 9\pi$ értékhez tartozó görbepontot, s jelölje ezt P-vel! A feladat megoldásához nem használható a *Pont* (*Point*) parancs.

   (c) Ábrázolja a P pontból kiindulva a $t = 9\pi$ paraméterértékhez tartozó **v** érintővektorát a görbének! A vektor legyen szaggatott vonalstílussal megrajzolva.

11. Tekintsük az origó középpontú, egységsugarú kört paraméteres görbeként!

   (a) Ábrázolja ezt a paraméteres görbét!

   (b) Vegye fel a $t_0 = \frac{\pi}{4}$ paraméterértékhez tartozó görbepontot, s jelölje ezt P-vel!

   (c) Hozzon létre egy csúszkát, amely t_0 értékét változtatja 0 és π között!

   (d) Hozza létre azt a kört paraméteres megadással, amelynek középpontja P, sugara pedig 0.5!

12. Legyen adott a $P_0 = (140, 80)$, $P_1 = (60, 80)$, $P_2 = (90, 50)$ és $P_3 = (120, 100)$ pont. Hozza létre azt a harmadfokú paraméteres görbét, amely a P_0, P_1, P_2, P_3 pontokon rendre a 0, 1, 2, 3 paraméterértéknél megy át.

   (a) Ábrázolja a megadott paraméteres görbét! A görbe kezdőpontja a P_0, végpontja pedig a P_3 pont legyen. A P_0, P_1, P_2, P_3 pontokon és a magán a görbén kívül más segédobjektumot ne jelenítsen meg.

   (b) Határozza meg a görbe érintővektorát a P_3 pontban, és ábrázolja ebből a pontból kiindulva! A vektor legyen piros színű és szaggatott vonalstílusú.