

## DISZKRÉT MATEMATIKA 1.

## 8. gyakorlat

1. Hányféleképpen lehet a sakktáblán elhelyezni 8 egyforma bástyát úgy, hogy egyik se üsse a másikat? Mennyi lesz az eredmény, ha a 8 bástyát meg tudjuk különböztetni egymástól?
2. Melyikből van több: csupa különböző számjegyből álló tízjegyű, vagy csupa különböző számjegyből álló kilencjegyű számból?
3. Hányféleképpen rakhatunk sorba 12 könyvet, ha 3 bizonyos könyvet egymás mellé akarunk rakni és
  - a) a három könyv sorrendje nem számít?
  - b) a három könyv sorrendje számít?
4. Hányféleképpen ültethetünk egymás mellé 10 különböző életkorú embert úgy, hogy a legidősebb és a legfiatalabb ne üljön egymás mellett?
5. Hányféleképpen ültethetünk egy kerek asztal köré 7 embert, ha a forgatással egymásba vihető ülésrendeket azonosnak tekintjük?
6. Hányféleképpen ültethetünk egy kerek asztal köré 5 férfit és 5 nőt úgy, hogy se két férfi, se két nő ne kerüljön egymás mellé? (A forgatással egymásba vihető ülésrendeket azonosnak tekintjük.)
7. Hányféleképpen ültethetünk egy kerek asztal köré 5 házaspárt úgy, hogy a házastársak egymás mellett üljenek? (A forgatással egymásba vihető ülésrendeket azonosnak tekintjük.)
8. Hány olyan hatjegyű szám van, melyben három 1-es, két 2-es és egy 3-as számjegy szerepel?
9. Egy urnában 5 piros, 7 fehér és 3 zöld golyó található. Egyesével kihúzzuk a golyókat és a húzás sorrendjében feljegyezzük a kihúzott golyók színét. Hányféle színsorozatot kaphatunk?
10. Egy kiránduláson 10 diák vesz részt. Hányféleképpen helyezhetjük el őket egy két-, egy három- és egy ötágyas szobában?
11. Hányféleképpen lehet kitölteni egy totószelvényt (14 mérkőzés, mindegyik eredménye lehet 1, 2 vagy  $X$ )?
12. Hányféleképpen oszthatunk szét 12 gyerek között 15 könyvet, ha nem muszáj minden gyereknek könyvet adnunk?

- 13.** Hat ajánlott levelet kell kikézbesíteni, ehhez három postás áll rendelkezésre. Hányféleképpen oszthatjuk szét a leveleket közöttük?
- 14.** Hányféleképpen választhatunk ki 6 fiúból és 8 lányból egy táncoló párt?
- 15.** Hányféleképpen választhatunk ki egy csomag francia kártyából (4 szín, színenként 13 lap) négy páronként különböző színű lapot? Hányféleképpen választhatunk akkor, ha azt is megköveteljük, hogy ne legyen két azonos értékű sem?
- 16.** Hányféleképpen tölthetünk ki egy ötöslottó szelvényt?
- 17.** A számegyenesen az origóból indulva 10-et lépünk úgy, hogy minden lépésnél 1 egységet lépünk jobbra, vagy balra. Hányféleképpen fordulhat elő, hogy a 10 lépés után visszaérünk az origóba?
- 18.** Hányféleképpen juthatunk el a síkbeli koordináta rendszerben az origóból az  $(5, 3)$  pontba, ha mindig csak jobbra, vagy felfelé léphetünk 1 egységet?
- 19.** Az  $(x, y, z)$  térbeli koordináta rendszerben hányféleképpen juthatunk el az origóból a  $(4, 3, 2)$  pontba, ha minden lépésnél az  $x$ -,  $y$ -, vagy  $z$ -tengely mentén léphetünk egy egységet pozitív irányban?
- 20.** Hányféleképpen lehet kiolvasni az alábbi táblázatból a kombinatorika szót?

K	O	M	B	I	N	A	T
O	M	B	I	N	A	T	O
M	B	I	N	A	T	O	R
B	I	N	A	T	O	R	I
I	N	A	T	O	R	I	K
N	A	T	O	R	I	K	A

- 21.** Hányféleképpen rakhatunk sorba 5 piros és 8 fehér golyót úgy, hogy ne legyen egymás mellett 2 piros golyó?
- 22.** Hányféleképpen rakhatunk sorba  $n$  darab nullát és  $k$  darab egyest ( $k \leq n + 1$ ) úgy, hogy két egyes ne kerüljön egymás mellé?
- 23.** Hányféleképpen állíthatunk sorba 4 fiút és 6 lányt úgy, hogy két fiú ne álljon egymás mellett?
- 24.** Hányféleképpen rakhatunk sorba 6 piros, 5 fehér és 4 kék golyót úgy, hogy 2 piros golyó ne kerüljön egymás mellé?
- 25.** Egy társaságban 15 férfi és 16 nő van. Hányféleképpen választhatunk ki belőlük 7 embert úgy, hogy pontosan 4 férfi legyen közöttük?

- 26.** Hányféleképpen választhatunk ki 6 fiúból és 8 lányból 4 táncoló párt (a párok tagjai különböző neműek)?
- 27.** Hányféleképpen választhatunk ki egy 11 fős társaságból két négyfős csapatot?
- 28.** Egy adott héten hányféleképpen fordulhat elő, hogy pontosan három találatunk van az ötöslottón?
- 29.** Egy adott héten egy szelvénnel játszva hányféleképpen fordulhat elő, hogy legalább három találatunk van az ötöslottón?
- 30.** Egy csomag francia kártyából kihúzzunk 10 lapot.
- a) Hány esetben lesz ezek között ász?
  - b) Pontosán egy ász?
  - c) Legfeljebb egy ász?
  - d) Pontosán két ász?
  - e) Legalább két ász?
- 31.** Öt fiú és hat lány közül hányféleképpen tudunk kiválasztani négy embert úgy, hogy legyen közöttük legalább két lány?
- 32.** Egy csomag francia kártyából hányféleképpen tudunk kiválasztani 5 lapot úgy, hogy legyen közöttük pikk és hetes?
- 33.** A boltban háromféle csokoládét árulnak. Hányféleképpen vásárolhatunk 12 darab csokoládét (feltéve, hogy mindegyikből van legalább 12)?
- 34.** Hányféleképpen oszthatunk szét 4 gyerek között 7 almát és 9 körtét?
- 35.** Elvégezve az  $(1 + a)^{17}$  hatványozást mi lesz az  $a^{10}$  tag együtthatója?
- 36.** Igazolja az alábbi összefüggést!

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k}$$

- 37.** Igazolja az alábbi összefüggéseket!

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \cdots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0$$