

DISZKRÉT MATEMATIKA 1.

9. gyakorlat

1. Bizonyítsa be az alábbi összefüggést!

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

2. Az $(2+x)^8$ hatványozást elvégezve mi lesz az x^3 tag együtthatója?
3. Hogyan lehet számológép használata nélkül gyorsan kiszámítani 11^4 értékét?
4. Igazolja az alábbi összefüggéseket!

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \dots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0$$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots = 2^{n-1}$$

$$\binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \dots = 2^{n-1}$$

5. Hány páros elemszámú részhalmaza van egy n elemű halmaznak?
6. Hány páratlan elemszámú részhalmaza van egy n elemű halmaznak?
7. Igazolja az alábbi összefüggést! ($k \neq 0$)

$$\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$$

8. Igazolja az alábbi összefüggést!

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k}$$

9. Igazolja az alábbi összefüggést!

$$\sum_{k=0}^n \binom{m+k}{k} = \binom{m+n+1}{n}$$

10. Igazolja az alábbi összefüggést!

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-3}{k-1} + \cdots + \binom{k}{k-1} + \binom{k-1}{k-1}$$

11. Az előző feladat eredményét felhasználva igazolja, hogy az első n természetes szám összege $\frac{n(n+1)}{2}$.

12. Igazolja az alábbi összefüggést ($k \leq n, m$)!

$$\binom{n+m}{k} = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \binom{m}{k-i}$$

13. Igazolja az alábbi összefüggést!

$$\binom{2n}{n} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2$$

14. Igazolja az alábbi összefüggést!

$$\binom{n}{m} \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k}$$

15. Igazolja az alábbi összefüggést!

$$\binom{n}{2} + \binom{3}{2} \binom{n}{3} + \binom{4}{2} \binom{n}{4} + \binom{5}{2} \binom{n}{5} \cdots + \binom{n}{2} \binom{n}{n} = \binom{n}{2} 2^{n-2}$$

16. Adott n esetén k mely értékére (értékeire) lesz $\binom{n}{k}$ értéke maximális?