

# Лабораторная работа №9

## Прецессия гироскопа

### Содержание

Оборудование.....	1
Цель работы.....	1
Теоретическое обоснование.....	1
Экспериментальная часть.....	2
Первый опыт.....	3
Второй опыт.....	4
Третий опыт.....	5
Зависимость момента инерции от плеча силы.....	6
Заключение.....	6

### Оборудование

- Гироскоп
- Осциллограф
- Блок питания
- Регулятор напряжения
- Линейка
- Весы лабораторные

### Цель работы

Целью данной работы является: определение прецессии гироскопа; определение момента инерции ротора гироскопа; определение причин, по которым может возникать отклонение полученных результатов от простой модели в случае, если таковое будет наблюдаться.

### Теоретическое обоснование

Гироскоп является быстро вращающимся волчком на свободном подвесе. В силу закона сохранения момента импульса в отсутствие моментов внешних сил гироскоп сохраняет направление оси вращения.

Пусть  $I$  — момент инерции волчка, а  $\Omega$  — угловая скорость его вращения вокруг оси. Если на ось гироскопа поместить груз массы  $M$ , так что плечо силы тяжести относительно точки подвеса равно  $\vec{r}$ , возникнет момент силы тяжести  $\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}$ , который будет направлен горизонтально. Запишем теперь уравнение динамики вращающегося тела:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{T}$$

Исходя из данного уравнения, при приложении вышеупомянутой силы тяжести, вектор момента импульса  $\vec{L}$  начнёт поворачиваться в горизонтальной плоскости. Это движение и является тем, что называют прецессией гироскопа.

Предположим теперь, что угловая скорость прецессии  $\omega$  мала (т.е. гироскоп быстро раскручен). Тогда можно пренебречь изменением длины вектора момента импульса  $\vec{L}$ , и считать, что у него меняется только направление. Тогда:

$$L \omega = mgr$$

$$I \Omega \omega = mgr$$

Отсюда:

$$I = \frac{mgr}{\Omega \omega}$$

## Экспериментальная часть

В ходе эксперимента измерялась частота прецессии ( $\frac{\omega}{2\pi}$ ) при разных значениях

напряжения на двигателе гироскопа, т.е. при разных значениях  $\Omega$ . Также, эти измерения проводились при разных положениях грузика, т.е. при разном плече силы тяжести.

В эксперименте использовалось 2 грузика массой  $142 \pm 0.02$  грамма.

## Первый опыт

В первом опыте 1 грузик был подвешен на расстоянии 8 см, а второй — 10 см от оси вращения. Т.о. плечо силы — 9 см. Ниже представлен график зависимости угловой скорости прецессии от угловой скорости раскрутки гироскопа.

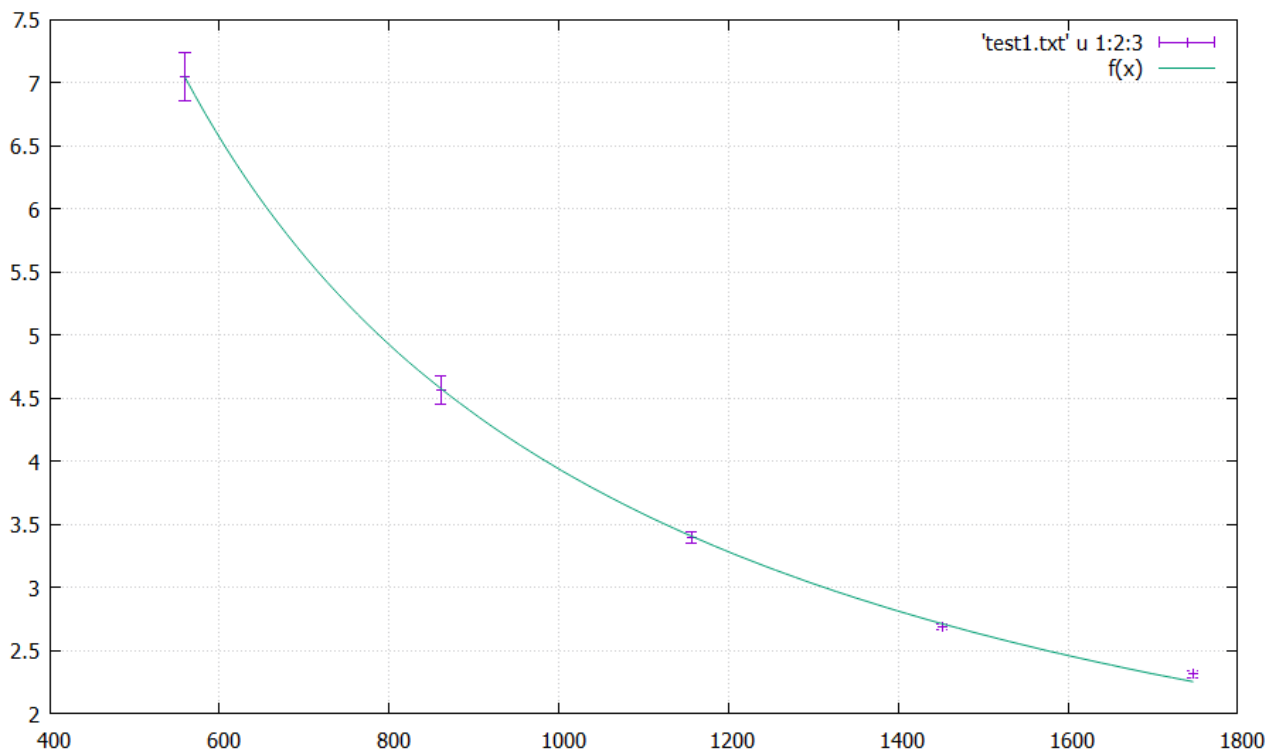


Рис. 1: Зависимость угловой скорости прецессии от угловой скорости раскрутки гироскопа в первом опыте

Зависимость отлично описывается дробно-линейной функцией:

$$\omega(\Omega) = \frac{3940.07}{\Omega} \text{ (rad/c)}$$

Что соотносится с теорией. Исходя из полученных данных, можем рассчитать момент инерции гироскопа:

$$I = (63.5 \pm 1.1) * 10^{-6} \text{ (кг * м}^2\text{)}$$

## Второй опыт

Во втором опыте 1 грузик был подвешен на расстоянии 8 см, а второй — 11 см от оси вращения. Т.о. плечо силы — 9.5 см. Ниже представлен график зависимости угловой скорости прецессии от угловой скорости раскрутки гироскопа.

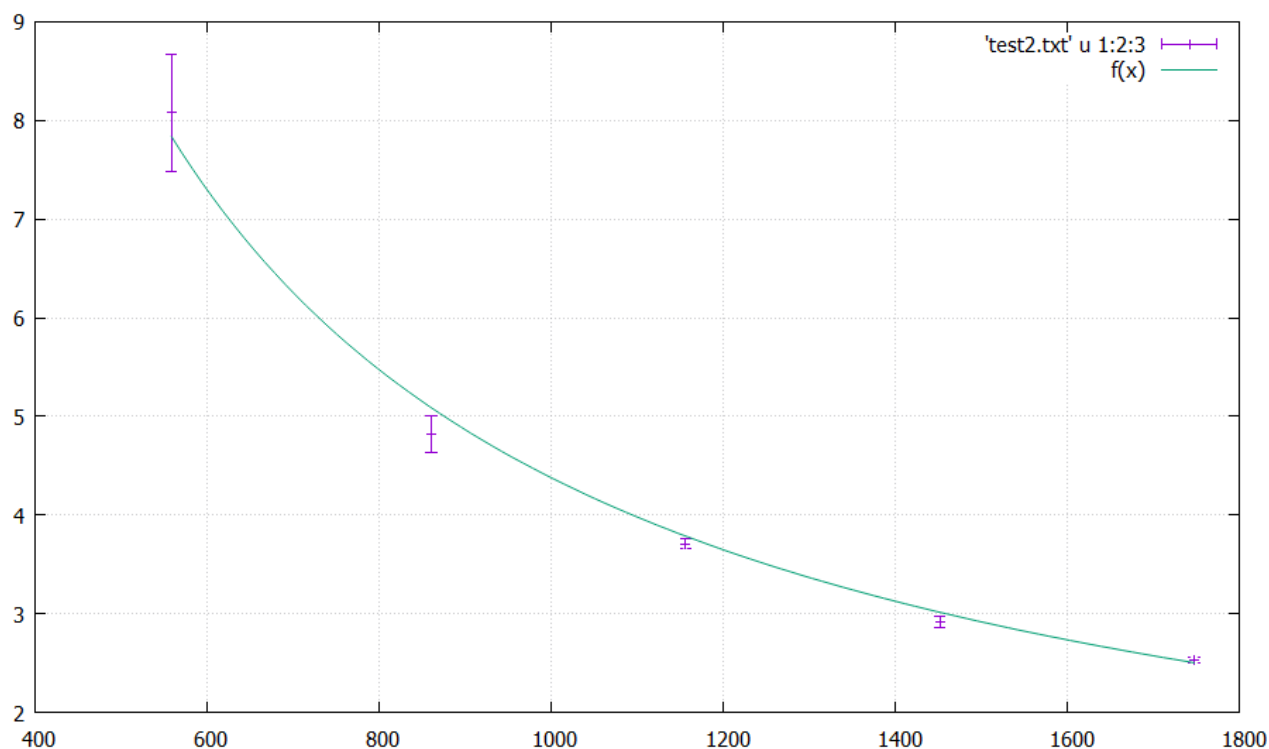


Рис. 2: Зависимость угловой скорости прецессии от угловой скорости раскрутки гироскопа во втором опыте

Аналогично первому опыту, зависимость хорошо описывается дробно-линейной функцией:

$$\omega(\Omega) = \frac{4380.71}{\Omega} \text{ (rad/c)}$$

Что также соотносится с теорией. Рассчитаем момент инерции гироскопа:

$$I = (61.3 \pm 2.6) \cdot 10^{-6} \text{ (кг} \cdot \text{м}^2\text{)}$$

## Третий опыт

В этом опыте плечо силы тяжести — 5.3 см. График зависимости угловой скорости прецессии от угловой скорости раскрутки гироскопа:

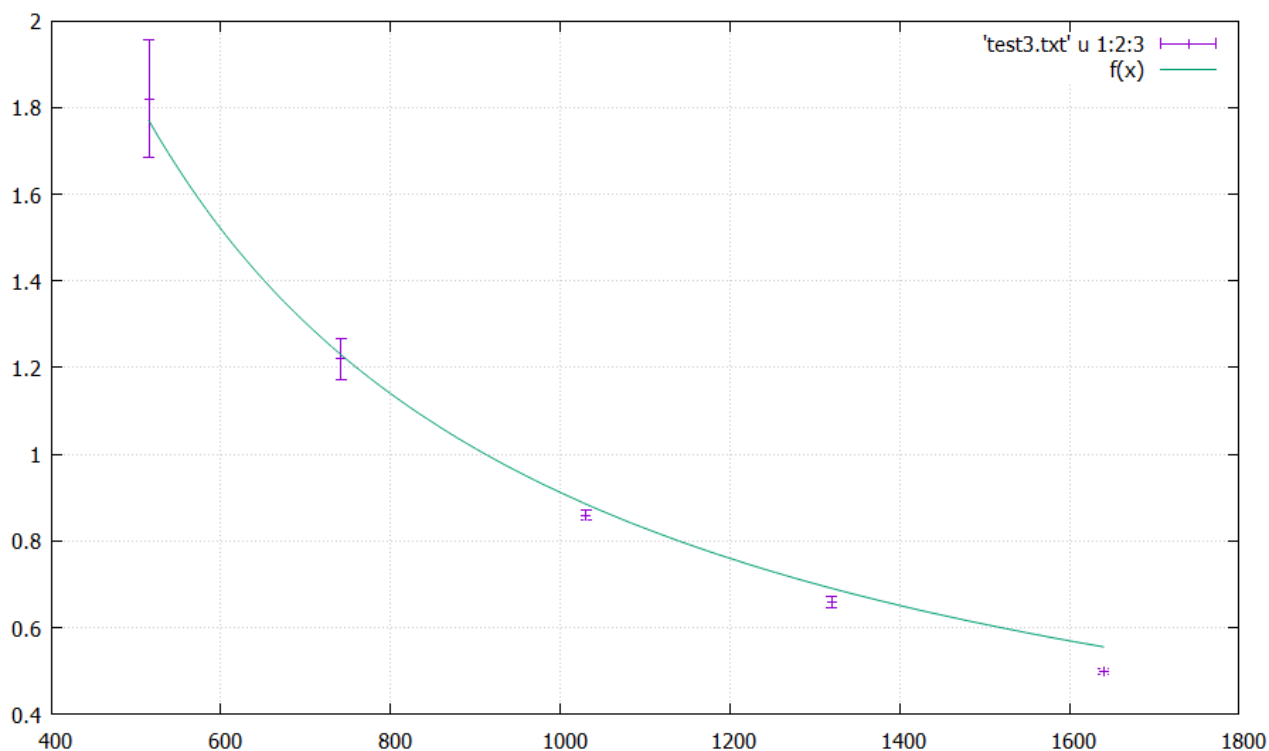


Рис. 3: Зависимость угловой скорости прецессии от угловой скорости раскрутки гироскопа в третьем опыте

Зависимость описывается дробно-линейной функцией:

$$\omega(\Omega) = \frac{912.14}{\Omega} (\text{рад/с})$$

Расчётный момент инерции:

$$I = (83.7 \pm 5.7) * 10^{-6} (\text{кг} * \text{м}^2)$$

## Зависимость момента инерции от плеча силы

График представлен ниже.

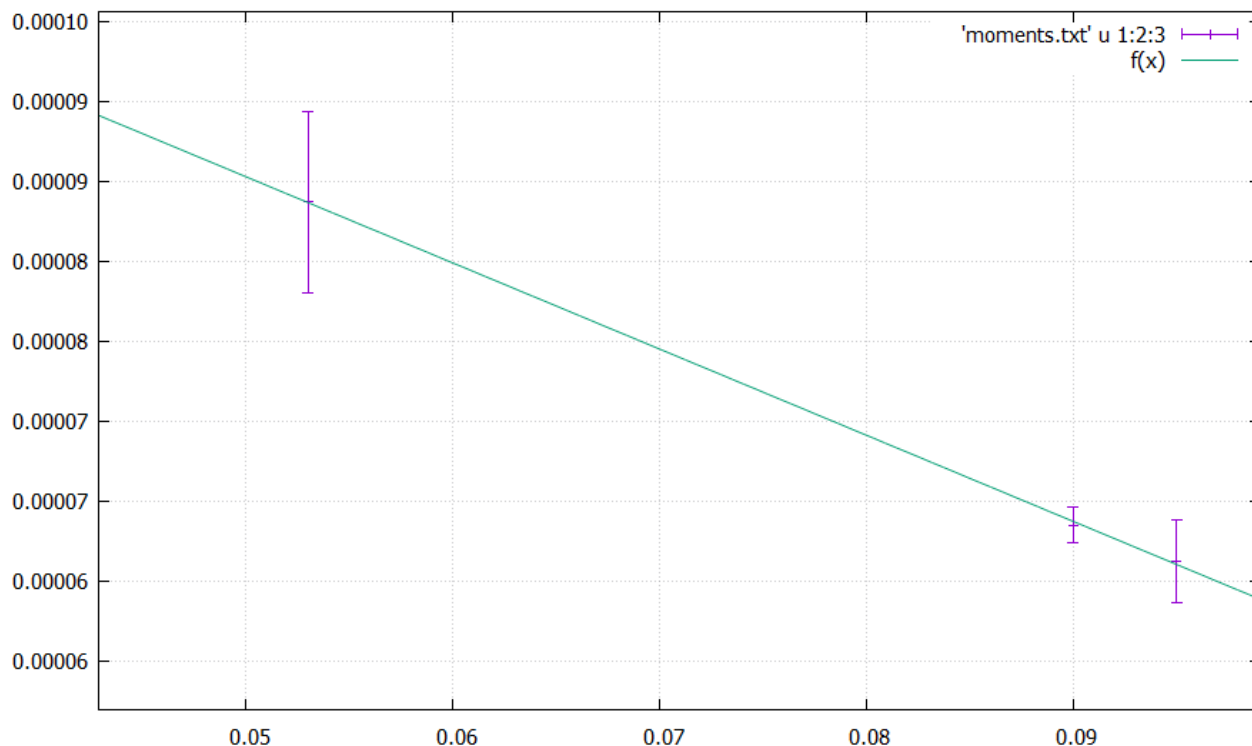


Рис. 4: Зависимость момента инерции гироскопа от плеча силы тяжести

Зависимость линейная, её можно описать следующей функцией:

$$I(r) = -5.4 \cdot 10^{-4} \cdot r + 1.1 \cdot 10^{-4} \text{ (кг} \cdot \text{м}^2\text{)}$$

Линейность этой зависимости соответствует теории.

## Заключение

В ходе работы была изучена прецессия гироскопа — получена её зависимость от частоты вращения волчка при разном плече силы тяжести. В каждом из опытов с разными плечами силы тяжести рассчитан момент инерции гироскопа, получена его зависимость от плеча:

$$I(r) = -5.4 \cdot 10^{-4} \cdot r + 1.1 \cdot 10^{-4} \text{ (кг} \cdot \text{м}^2\text{)}$$

Полученные результаты, в целом, соответствуют изначально описанной теоретической модели.