

# Лабораторная работа №1

## Изучение статистики распределения параметров номинально одинаковых монет и определение средней плотности

### Оглавление

Цель работы.....	1
Теоретическая часть.....	1
Экспериментальная часть.....	2
Оборудование.....	2
Результаты измерений и обработка данных.....	2
Масса.....	2
Толщина.....	3
.....	3
Диаметр.....	4
Анализ.....	5
Как менялась плотность монет со временем.....	5
Нормальное распределение монет нового образца.....	5
Масса.....	5
Плотность.....	6
Заключение.....	7

### Цель работы

Цель данной работы заключается в измерении различных параметров монет номиналом 10 копеек, проверке полученных данных на соответствие Гауссовому распределению и анализе полученных данных.

### Теоретическая часть

Если некоторая измеряемая величина  $x$  подчиняется распределению Гаусса со средним значением  $x_0$  и дисперсией  $\sigma$ , то при достаточно большом количестве  $N$  измерений этой величины  $\{x_n\}$  можно сделать следующие утверждения:

$$1. \quad x_0 \approx \frac{\sum x_n}{N}$$

$$2. \quad \sigma^2 \approx \frac{\sum (x_n - x_0)^2}{N} = \frac{\sum x_n^2}{N} - x_0^2$$

$$3. \quad \frac{\sum (x_n - x_0)^4}{N} \approx 3\sigma^4$$

Кривая нормального распределения:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right)$$

## Экспериментальная часть

### Оборудование

1. 100 монет номиналом 10 копеек
2. Лабораторные весы
3. Микрометр

Измерения массы проводились с инструментальной погрешностью  $\Delta m = 0.1$  мг, а измерения диаметра и толщины — с погрешностью  $\Delta l = 0.01$  мм.

### Результаты измерений и обработка данных

Все экспериментальные данные представлены в виде количественного распределения с помощью программы, написанной на языке python. Количество подсчетов равно количеству образцов ( $N = 100$ ).

#### Масса

Гистограмма распределения масс монет представлена ниже. На рисунке так же представлено два графика. Красная линия — кривая, достаточно точно описывающая распределение масс. Чёрная линия — попытка аппроксимации Гауссовой кривой под наше распределение. При аппроксимации параметры  $x_0$  и  $\sigma$  приняли вид:

$$x_0 = 1.86 \text{ и } \sigma = 0.04$$

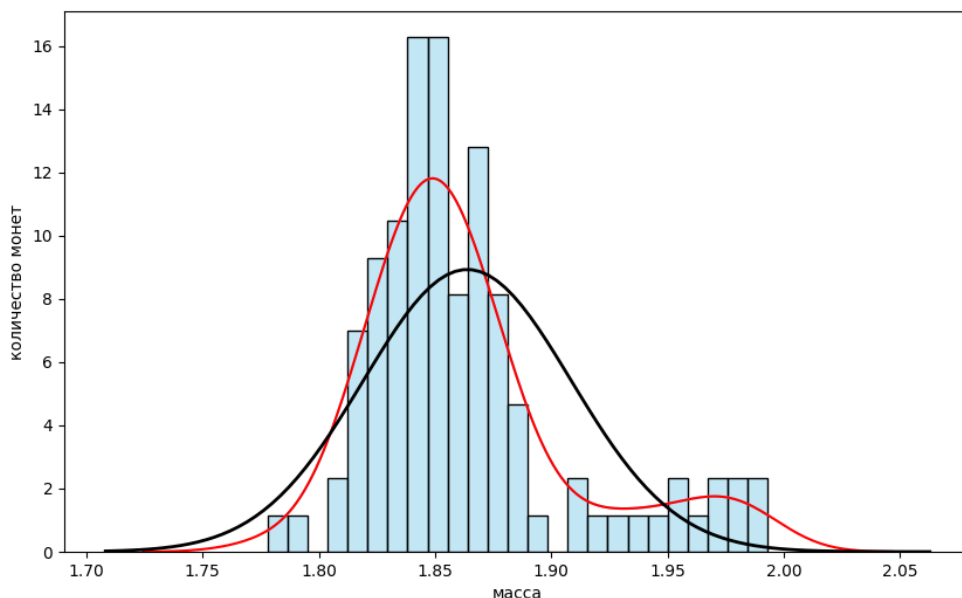


Рис. 1: Гистограмма распределения масс монет

Как можно заметить, распределение не совсем нормальное. Рассмотрим это позже.

## Толщина

Здесь аналогичная ситуация, распределение близко к Гауссовому, но не полностью соответствует ему. При аппроксимации параметры  $x_0$  и  $\sigma$  приняли вид:

$$x_0 = 1.04 \text{ и } \sigma = 0.02$$

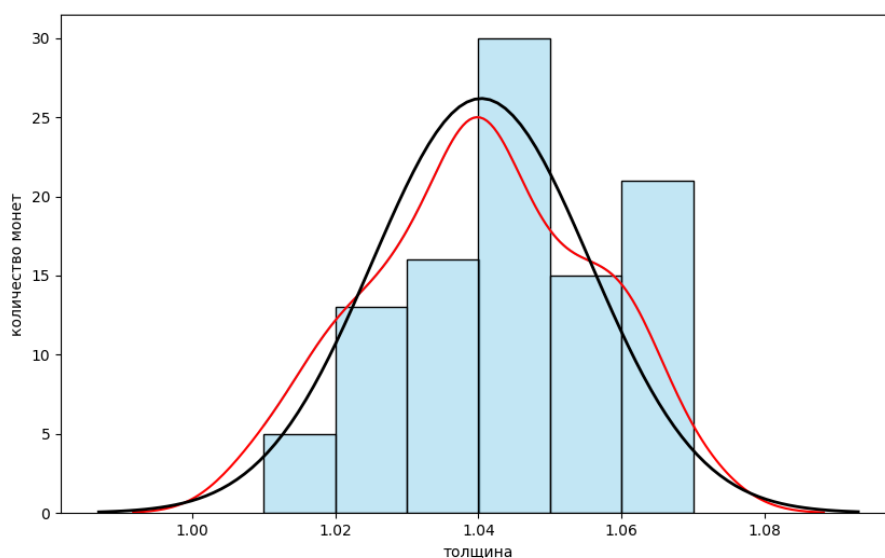


Рис. 2: Гистограмма распределения толщин монет

## Диаметр

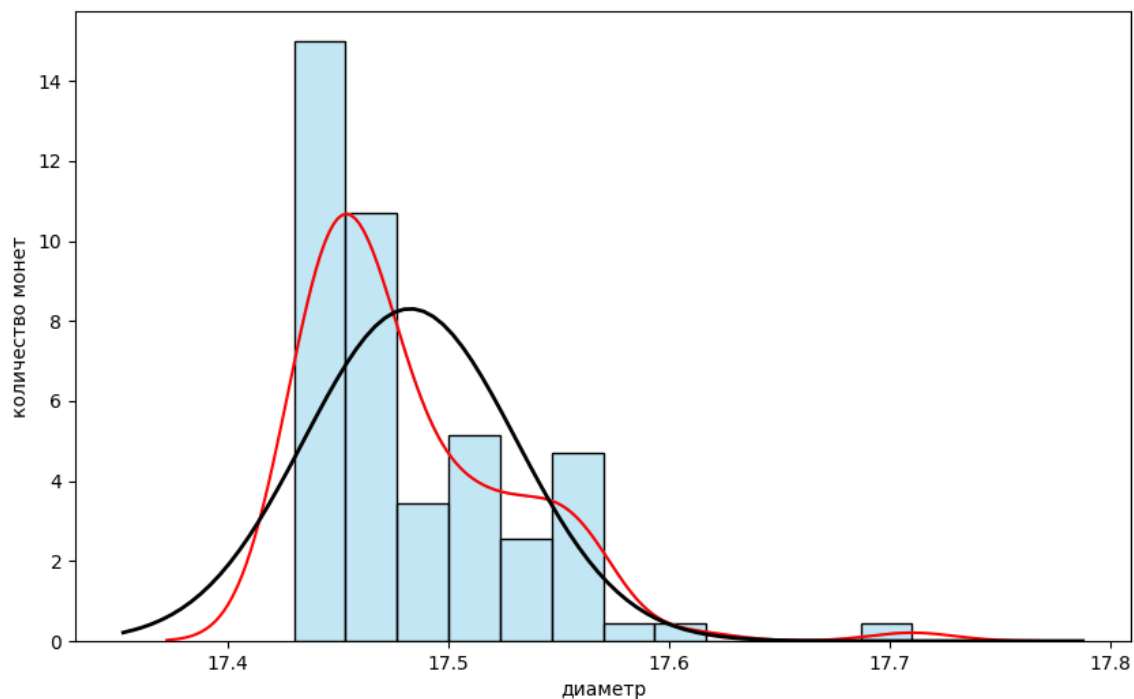


Рис. 3: Гистограмма распределения диаметров монет

Здесь же распределение и вовсе далеко от нормального. График представлен ниже. При аппроксимации под Гауссову функцию параметры  $x_0$  и  $\sigma$  приняли значения:

$$x_0 = 17.48, \sigma = 0.05$$

## Анализ

### Как менялась плотность монет со временем

Исходя из полученных данных, а так же имея сведения о годах чеканки монет, можем узнать, как менялась плотность в зависимости от года чеканки:

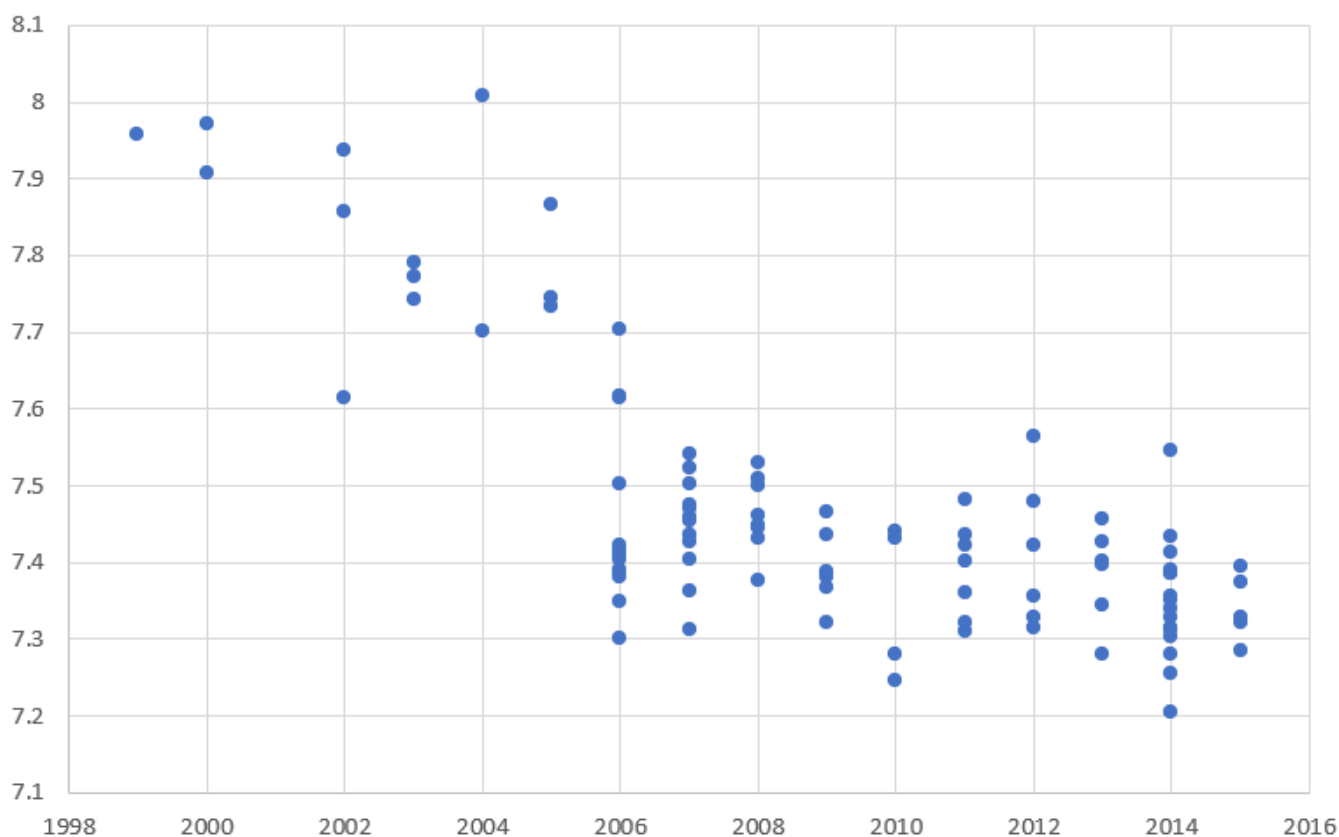


Рис. 4: График зависимости плотности от года чеканки

Нетрудно заметить, что после 2006 года монеты стали выпускаться из менее плотного металла. Это может объяснить описанные выше аномалии.

И действительно, в 2006 году стандарт 10-копеечных монет поменялся с латунных массой 1.95 грамма на стальные массой 1.85 грамм. Рассмотрим тогда отдельно монеты, выпущенные после 2006 года.

### Нормальное распределение монет нового образца

#### Масса

После аппроксимации под Гауссову функцию получаем следующие значения  $\sigma$  и  $x_0$ :

$$x_0 = 1.84, \sigma = 0.02$$

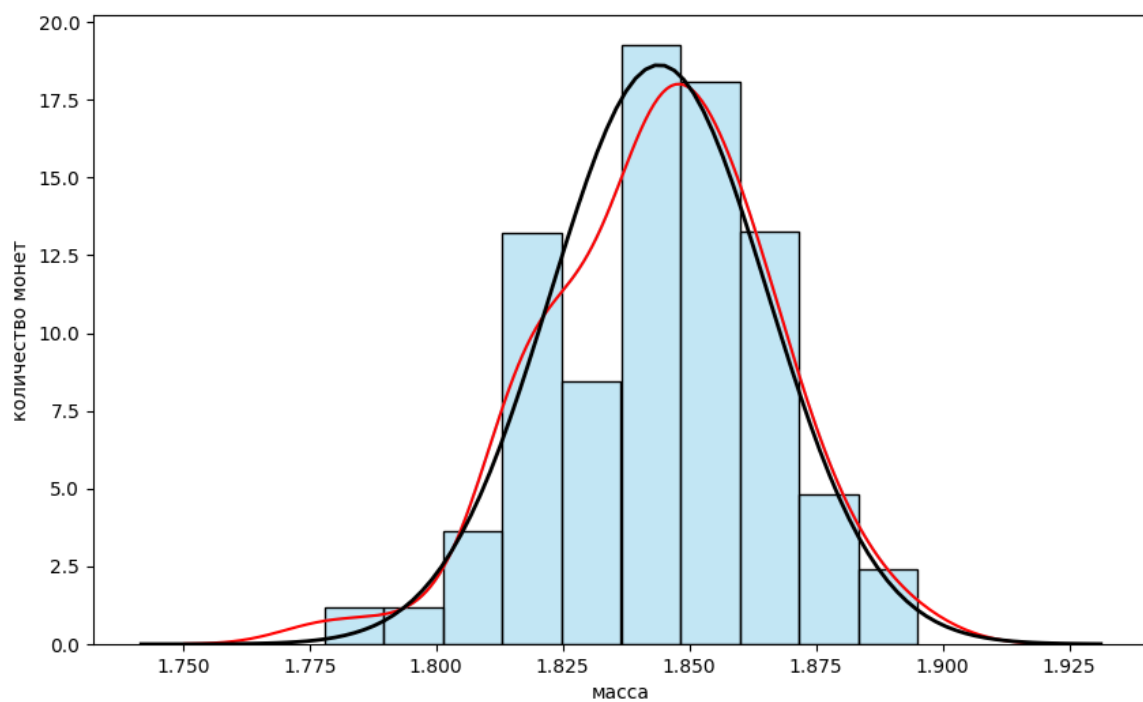


Рис. 5: Распределение масс монет, выпущенных после 2006 года

Как нетрудно заметить, теперь распределение практически идентично нормальному. Для наглядности также рассмотрим распределение плотностей монет.

## Плотность

После аппроксимации под Гауссову функцию получаем следующие значения  $\sigma$  и  $x_0$ :

$$x_0 = 7.40, \sigma = 0.08$$

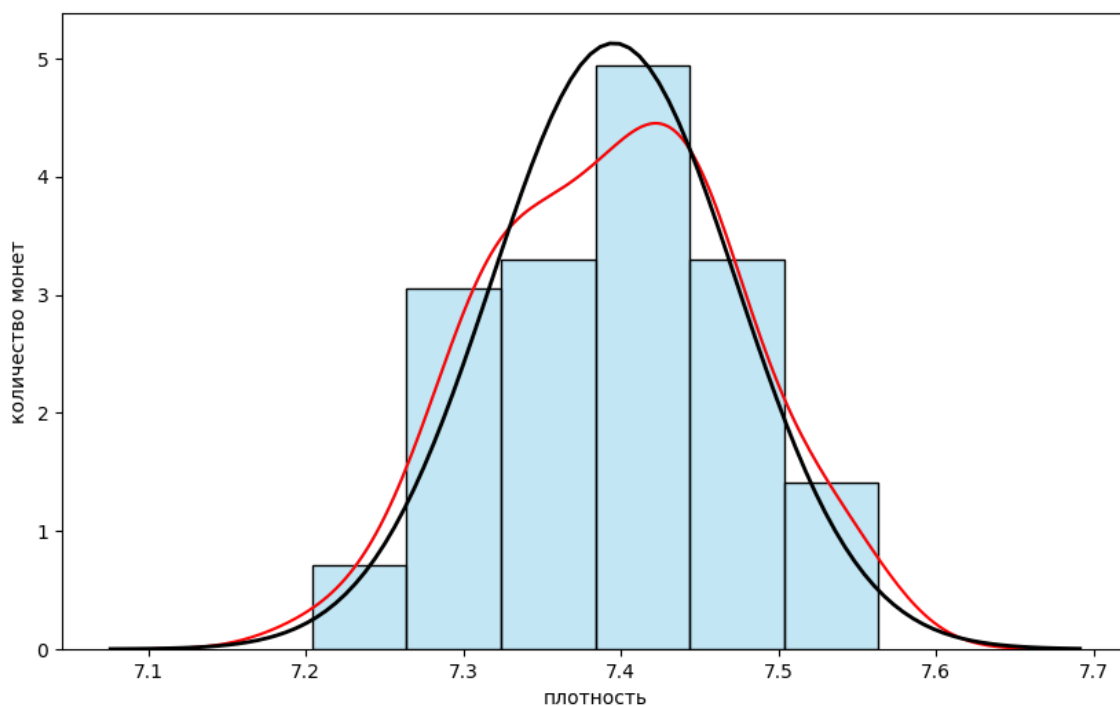


Рис. 6: Распределение плотностей металла монет, выпущенных после 2006 года

Опять же, распределение крайне близко к нормальному.

## Заключение

В ходе работы были измерены и проанализированы различные параметры номинально одинаковых 10-копеечных монет. Стало известно, что в 2006 году изменилась технология их выпуска, поэтому монеты, выпущенные до и после 2006 года имеют разные характеристики. Наглядно было показано, что характеристики монет, выпущенных после 2006 года, соответствуют Гауссовому распределению. Монеты, выпущенные до 2006 года, отдельно не рассматривались в силу малого количества измерений — в нашей выборке их значительно меньше.