

1 极限的定义

$\forall M > 0,$
 \exists 时刻 $N,$
当 $n > N$ 时,
 $x_n > M$

2 数列的极限

$\forall \varepsilon > 0,$
 $\exists N > 0,$
当 $n > N$ 时,
 $|x_n - a| < \varepsilon$

3 函数的极限

3.1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$

$\forall \varepsilon > 0,$
 $\exists X > 0,$
当 $x > X$ 时,
 $|f(x) - A| < \varepsilon$

3.2 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$

$\forall \varepsilon > 0,$
 $\exists X > 0,$
当 $x < -X$ 时,
 $|f(x) - A| < \varepsilon$

3.3 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$

$\forall \varepsilon > 0,$
 $\exists x > 0,$
当 $|x| > X$ 时,

$$|f(x) - A| < \varepsilon$$

3.4 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$

$$\forall \varepsilon > 0,$$

$$\exists \delta > 0,$$

当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时,

$$|f(x) - A| < \varepsilon$$

4 无穷小

4.1 def

如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$,

则称 $f(x)$ 为 $x \rightarrow x_0$ 时的无穷小

4.2 def'

$$\forall \varepsilon > 0,$$

$$\exists \delta > 0,$$

当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时,

$$|f(x)| < \varepsilon \text{ 成立,}$$

则称 $f(x)$ 为 $x \rightarrow x_0$ 时的无穷小