1 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

点Pはxyz空間の原点Oから出発し、さいころを投げるごとに次の規則に従って動く。

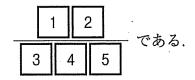
点 P が点 (a,b,c) にいるとき,

出た目が3以下ならば(a+1,b,c)に動く.

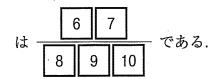
出た目が4または5ならば(a,b+1,c)に動く.

出た目が6ならば(a,b,c+1)に動く.

(1) さいころを5回投げるとき、点Pのy座標が3である確率は



(2) さいころを9回投げるとき、点 Pがちょうど(4,3,2)の位置に来る確率



(3) さいころを9回投げて点 Pがちょうど(4,3,2)の位置に来たときの,

点 P が途中で(3, 2, 0)を通っていた条件付き確率は 11 である. 12 13

2| 解答を解答用紙(その1)に記入せよ.

四角形 OABC において,

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OB} - 4\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$$

が成り立っている. 対角線 OBと ACの交点を Qとするとき,

$$\overrightarrow{OB} = \frac{\boxed{14}}{\boxed{15}} \overrightarrow{OA} + \boxed{16} \overrightarrow{OC},$$

$$\overrightarrow{OQ} = \begin{array}{|c|c|} \hline 17 \\ \hline 18 \\ \hline \end{array} \overrightarrow{OA} + \begin{array}{|c|c|} \hline 19 \\ \hline \hline 20 \\ \hline \end{array} \overrightarrow{OC}$$

であり,

$$\frac{QB}{OQ} = \boxed{\begin{array}{c} 21 \\ \hline 22 \end{array}}, \quad \frac{QC}{AQ} = \boxed{\begin{array}{c} 23 \\ \hline 24 \end{array}}$$

である. よって

$$\frac{\triangle BCQ}{\triangle OAQ} = \boxed{ 25}$$

である.

解答を解答用紙(その2)の3 欄に記入せよ. 3

次の2つの条件 (T_1) , (T_2) を満たす有限数列

$$a_1, a_2, \cdots, a_n$$

を T-数列と呼ぶ.

$$(T_1)$$
 $a_1 = 1$

$$(T_2)$$
 $a_{k+1} = 3 a_k$ あるいは $a_{k+1} = \frac{1}{3} a_k$ $(k = 1, 2, \dots, n-1)$

例えば、項数が3のT-数列は以下の4個である.

$$1, \frac{1}{3},$$

1, 3, 1 1,
$$\frac{1}{3}$$
, 1 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$

このとき,次の問に答えよ.

- (1) 項数n ($n=1,2,3,\cdots$)のT-数列は全部でいくつあるか.
- (2) 項数 12 の T-数列で $a_{12}=27$ となるものは全部でいくつあるか.
- (3) 項数 101 の T-数列で a_{101} が 46 桁以上の整数となるものは全部でいくつある か. ただし $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする.

4 解答を解答用紙(その3)の 4 欄に記入せよ.

放物線 $y=x^2$ 上の 2 点 $P(s,s^2)$, $Q(t,t^2)$ が t-s=1, s>0, $PQ=\sqrt{5}$ を満たしている.

- (1) P, Qの座標を求めよ.
- (2) 放物線 $y=5-(x-1)^2$ の、領域 $y \ge x^2$ に含まれる部分を C とする. 点 R が曲線 C 上を動くとき、 \triangle PQR の面積の最小値を求めよ. また、そのとき の点 R の座標を求めよ.
- (3) 点 R が(2) で与えた曲線 C 上を動くとき、 Δ PQR の面積の最大値を求めよ。 また、そのときの点 R の座標を求めよ。

5 解答を解答用紙(その4)の 5 欄に記入せよ.

実数 a に対し,

$$f(x) = \int_0^x (t^2 - at + 1) e^t dt$$

とする. 関数 f(x) が $x = \frac{1}{2}$ で極値をとるとき, 次の問に答えよ.

- (1) aの値を求めよ.
- (2) f(x)を求めよ.
- (3) 関数 f(x) の $0 \le x \le 3$ における最小値を求めよ.