1 **解答を解答用紙(その1)に記入せよ.**

点Pは xyz 空間の原点Oから出発し，さいころを投げるごとに次の規則に従って動く.

点Pが点 (a, b, c) にいるとき，
　出た目が3以下ならば $(a+1, b, c)$ に動く.
　出た目が4または5ならば $(a, b+1, c)$ に動く.
　出た目が6ならば $(a, b, c+1)$ に動く.

(1) さいころを5回投げるとき，点Pの y 座標が3である確率は

$\dfrac{\boxed{1}\,\boxed{2}}{\boxed{3}\,\boxed{4}\,\boxed{5}}$ である.

(2) さいころを9回投げるとき，点Pがちょうど $(4, 3, 2)$ の位置に来る確率は $\dfrac{\boxed{6}\,\boxed{7}}{\boxed{8}\,\boxed{9}\,\boxed{10}}$ である.

(3) さいころを9回投げて点Pがちょうど $(4, 3, 2)$ の位置に来たときの，点Pが途中で $(3, 2, 0)$ を通っていた条件付き確率は $\dfrac{\boxed{11}}{\boxed{12}\,\boxed{13}}$ である.

$\boxed{2}$ **解答を解答用紙(その1)に記入せよ.**

四角形 OABC において,

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OB}-4\,\overrightarrow{OC}=\vec{0}$$

が成り立っている. 対角線 OB と AC の交点を Q とするとき,

$$\overrightarrow{OB}=\frac{\boxed{14}}{\boxed{15}}\overrightarrow{OA}+\boxed{16}\,\overrightarrow{OC},$$

$$\overrightarrow{OQ}=\frac{\boxed{17}}{\boxed{18}}\overrightarrow{OA}+\frac{\boxed{19}}{\boxed{20}}\overrightarrow{OC}$$

であり,

$$\frac{QB}{OQ}=\frac{\boxed{21}}{\boxed{22}},\quad \frac{QC}{AQ}=\frac{\boxed{23}}{\boxed{24}}$$

である. よって

$$\frac{\triangle BCQ}{\triangle OAQ}=\frac{\boxed{25}}{\boxed{26}}$$

である.

$\boxed{3}$ **解答を解答用紙(その2)の $\boxed{3}$ 欄に記入せよ.**

次の2つの条件(T_1), (T_2)を満たす有限数列

$$a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n$$

をT-数列と呼ぶ.

(T_1) $a_1 = 1$

(T_2) $a_{k+1} = 3a_k$ あるいは $a_{k+1} = \dfrac{1}{3}a_k$ $(k = 1,\ 2,\ \cdots,\ n-1)$

例えば, 項数が3のT-数列は以下の4個である.

$1,\ 3,\ 9$　　$1,\ 3,\ 1$　　$1,\ \dfrac{1}{3},\ 1$　　$1,\ \dfrac{1}{3},\ \dfrac{1}{9}$

このとき, 次の問に答えよ.

(1) 項数 n $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ のT-数列は全部でいくつあるか.

(2) 項数12のT-数列で $a_{12} = 27$ となるものは全部でいくつあるか.

(3) 項数101のT-数列で a_{101} が46桁以上の整数となるものは全部でいくつあるか. ただし $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする.

$\boxed{4}$ **解答を解答用紙(その3)の $\boxed{4}$ 欄に記入せよ.**

放物線 $y = x^2$ 上の2点 $\mathrm{P}(s, s^2)$, $\mathrm{Q}(t, t^2)$ が

$$t - s = 1, \qquad s > 0, \qquad \mathrm{PQ} = \sqrt{5}$$

を満たしている.

(1) P, Q の座標を求めよ.

(2) 放物線 $y = 5 - (x - 1)^2$ の, 領域 $y \geqq x^2$ に含まれる部分を C とする. 点 R が曲線 C 上を動くとき, $\triangle\mathrm{PQR}$ の面積の最小値を求めよ. また, そのときの点 R の座標を求めよ.

(3) 点 R が(2)で与えた曲線 C 上を動くとき, $\triangle\mathrm{PQR}$ の面積の最大値を求めよ. また, そのときの点 R の座標を求めよ.

$\boxed{5}$ **解答を解答用紙（その４）の $\boxed{5}$ 欄に記入せよ．**

実数 a に対し，

$$f(x) = \int_0^x (t^2 - at + 1)\, e^t dt$$

とする．関数 $f(x)$ が $x = \dfrac{1}{2}$ で極値をとるとき，次の問に答えよ．

(1) a の値を求めよ．

(2) $f(x)$ を求めよ．

(3) 関数 $f(x)$ の $0 \leqq x \leqq 3$ における最小値を求めよ．