El formalismo cuántico

Federico Holik

I F L P

CONICET

U N L P

Curso UNAHUR
14/10/2025

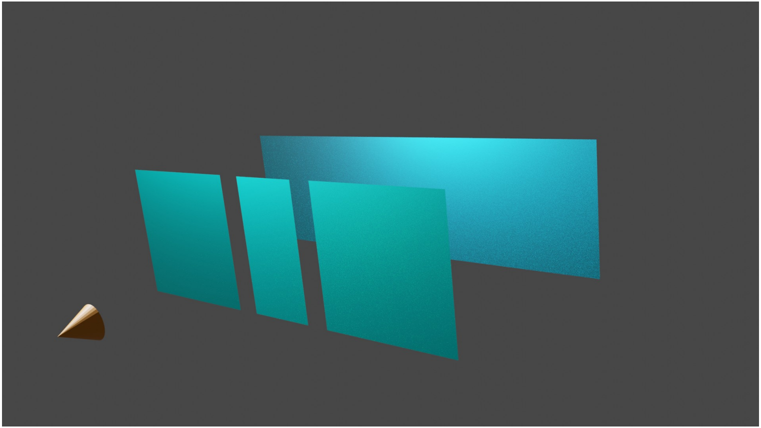
Outline

1. La doble rendija
2. El formalismo cuántico

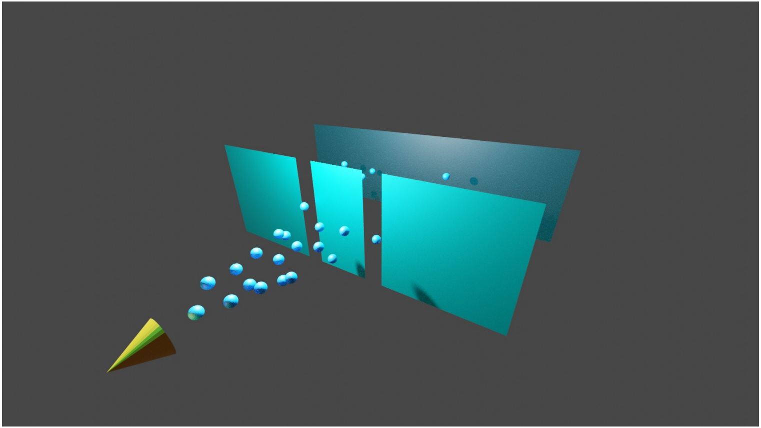
Outline

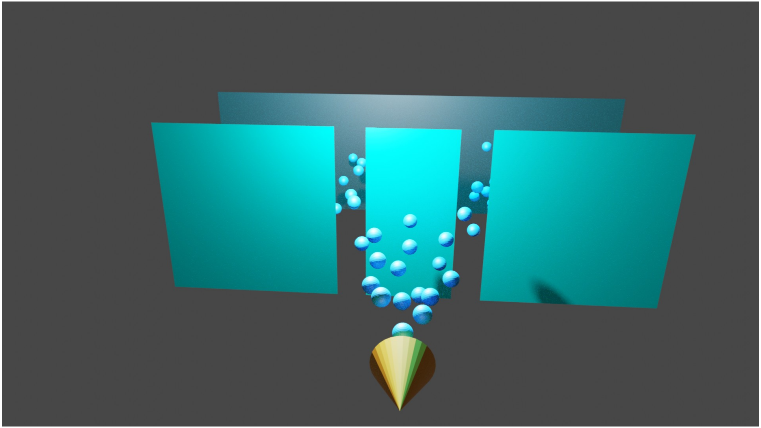
1. La doble rendija
2. El formalismo cuántico

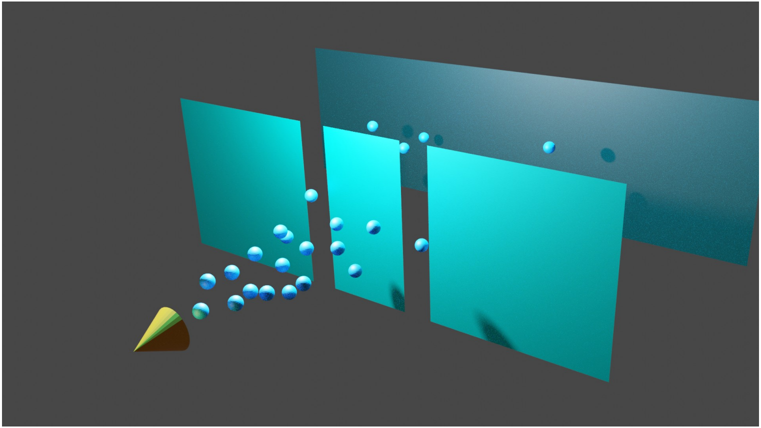
Experimento de la doble rendija



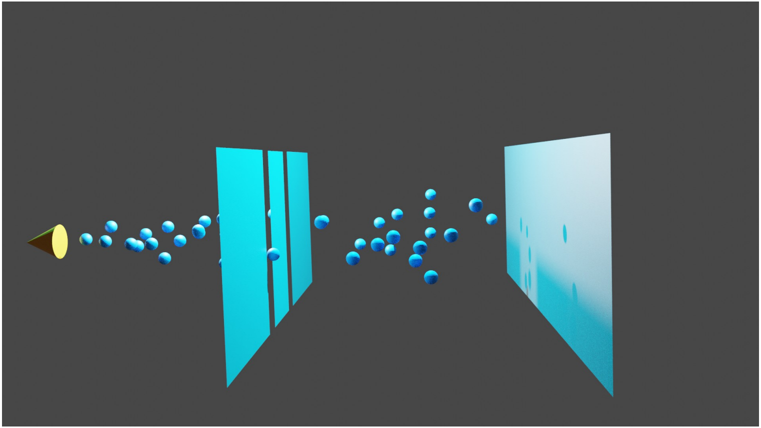
Experimento de la doble rendija

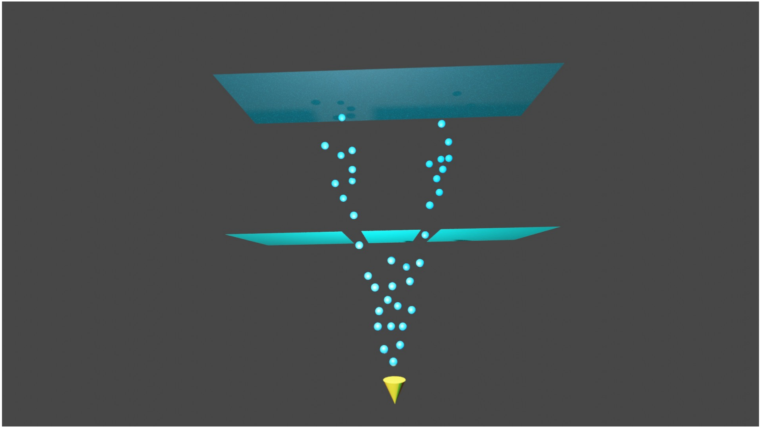


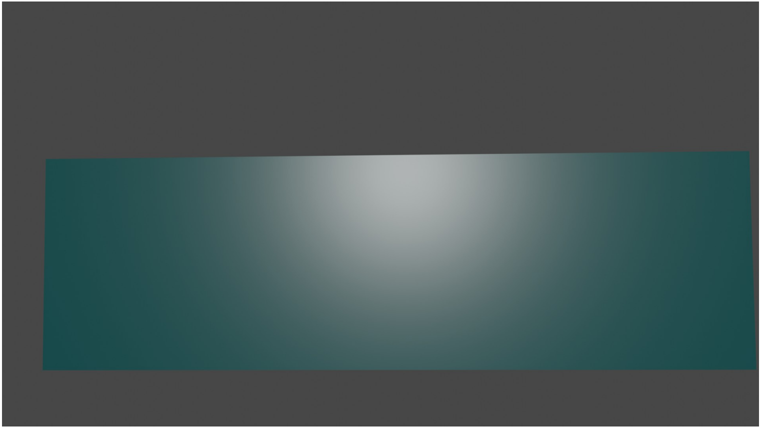


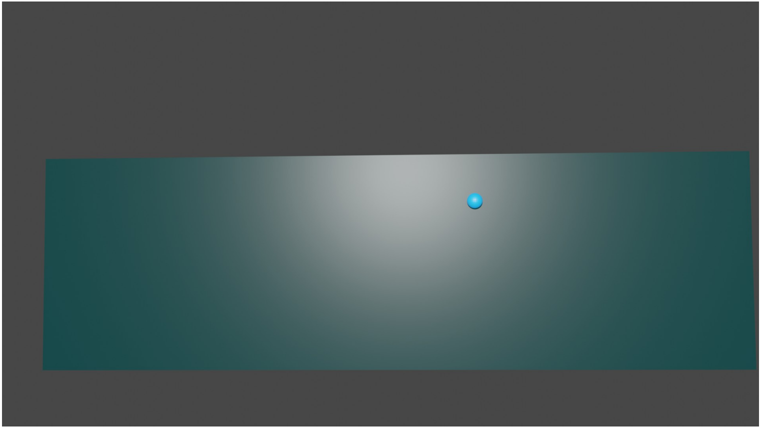


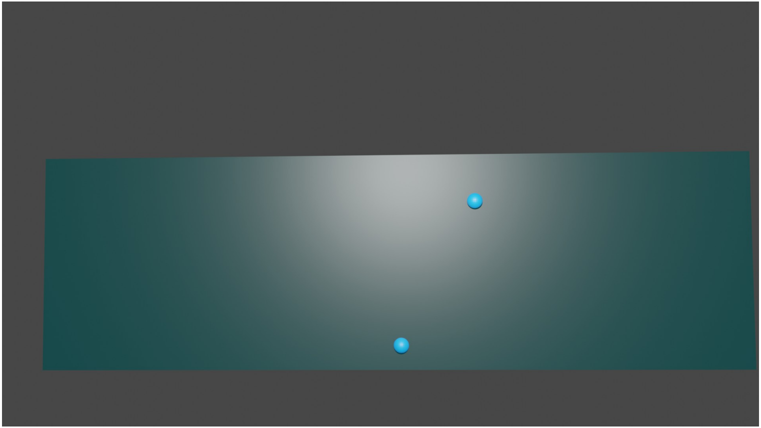
Experimento de la doble rendija

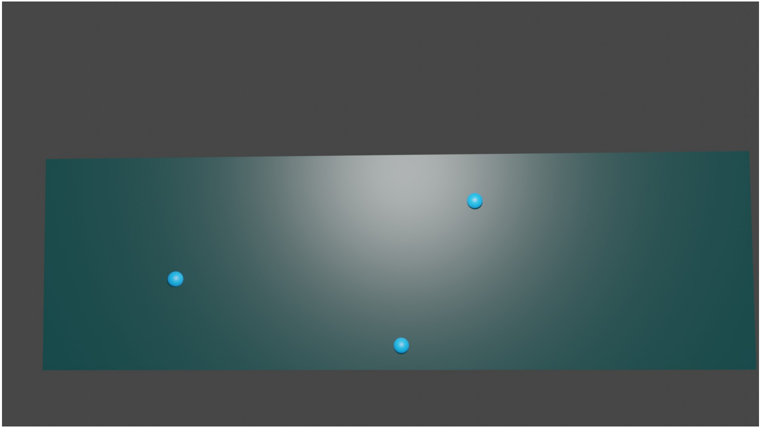


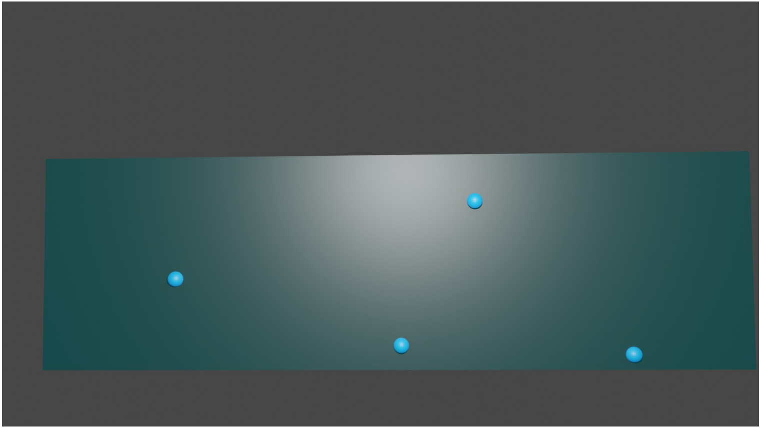




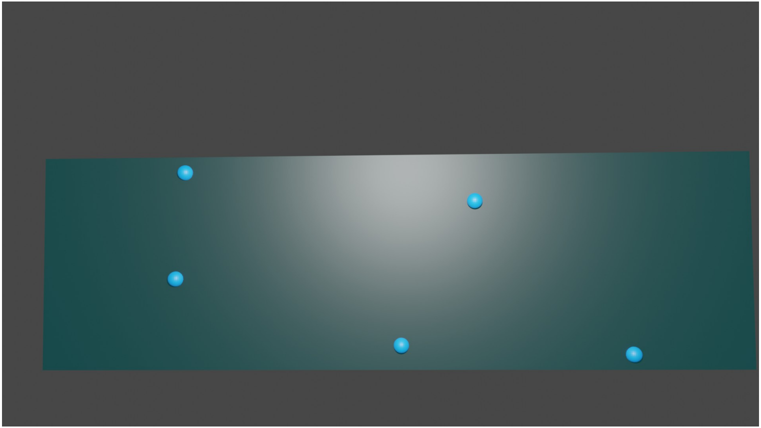


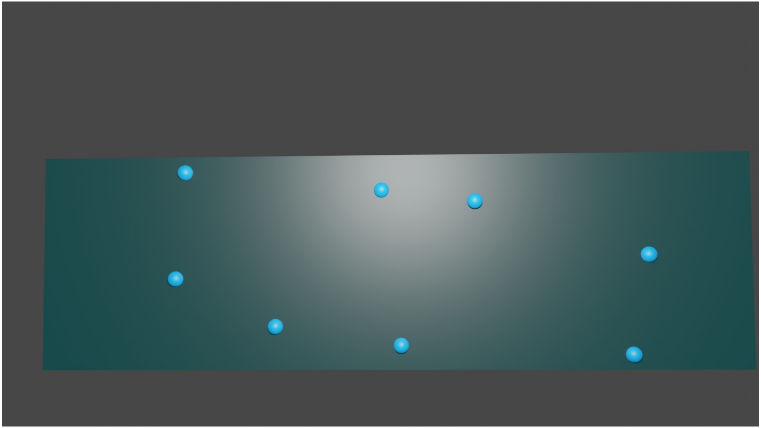


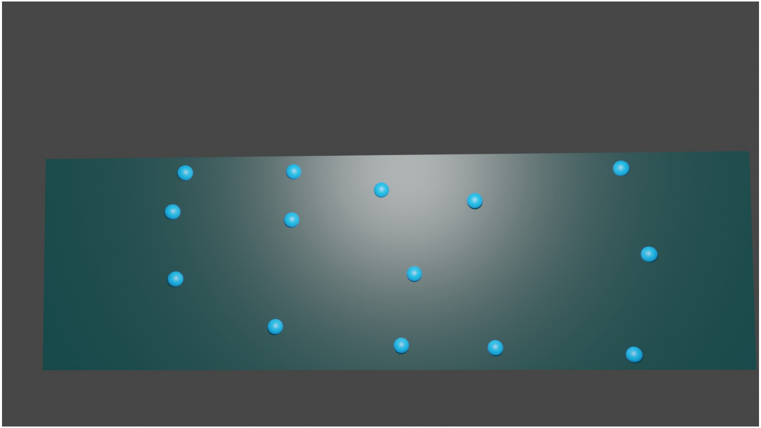


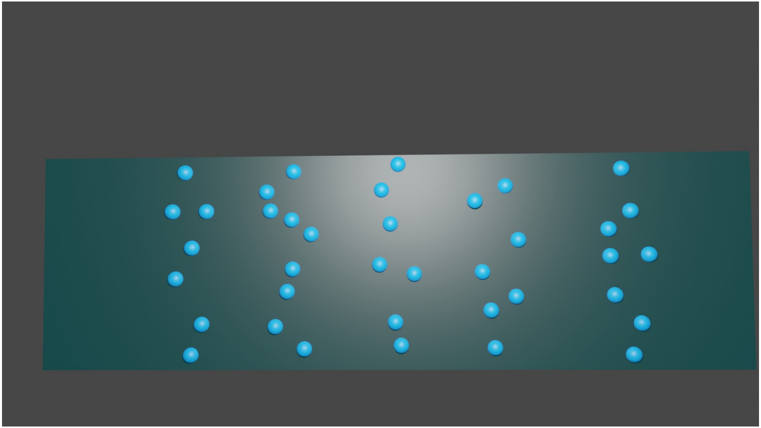


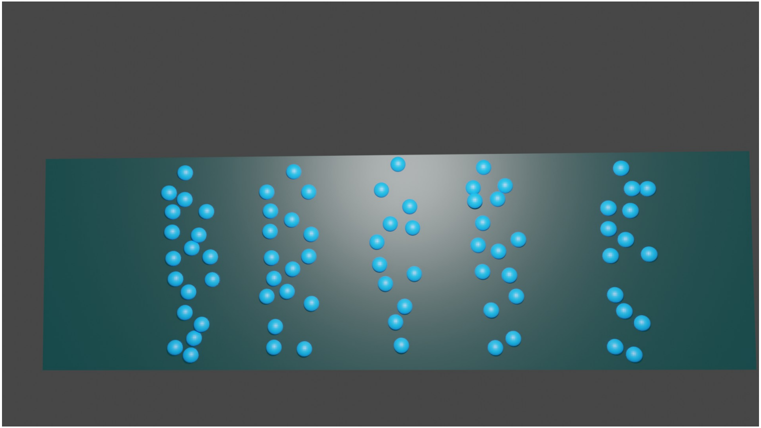
Interferencia

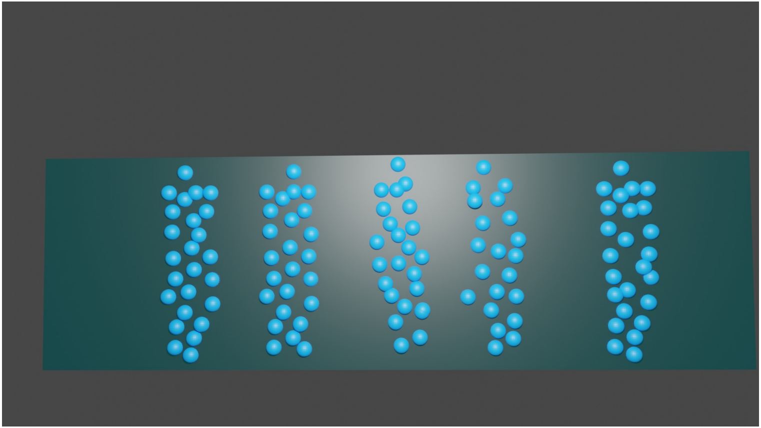


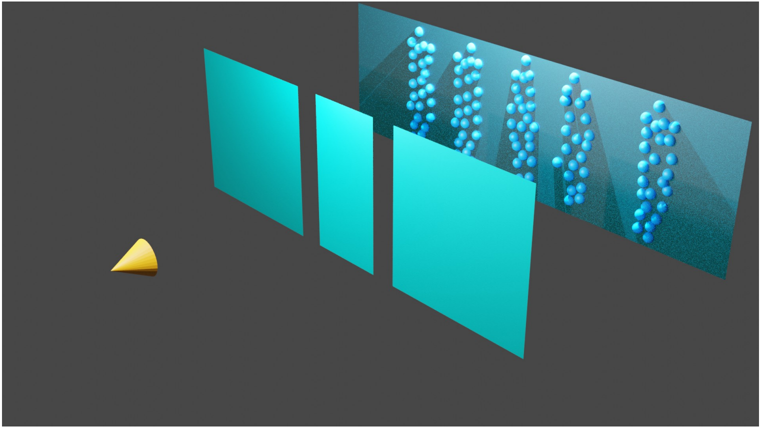


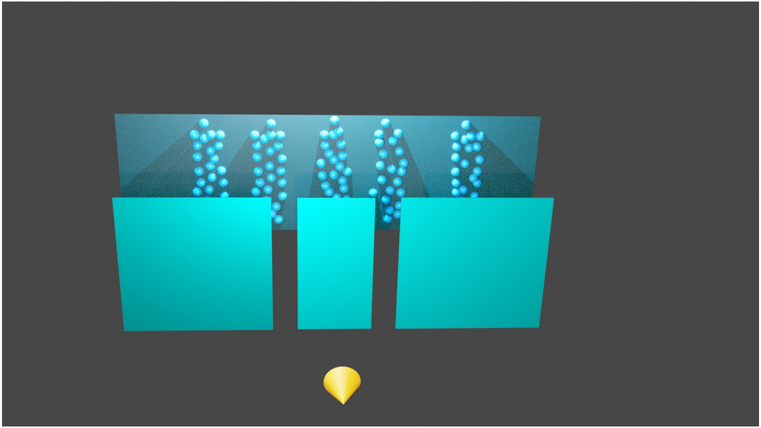




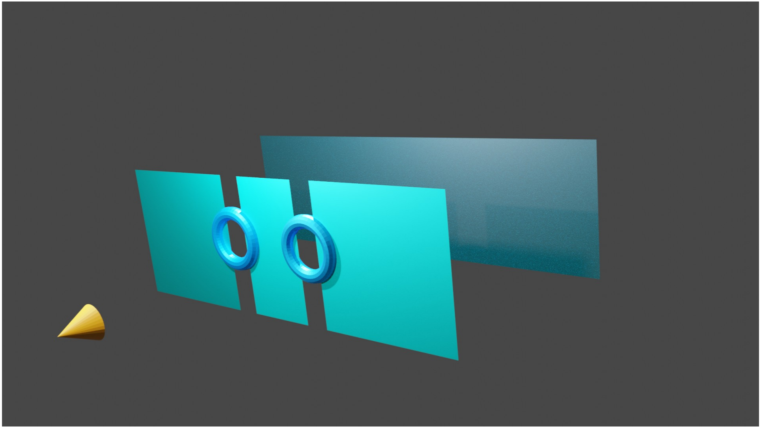


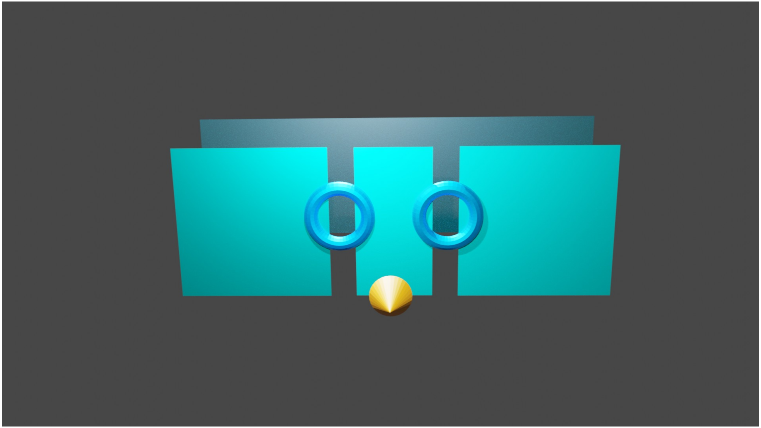






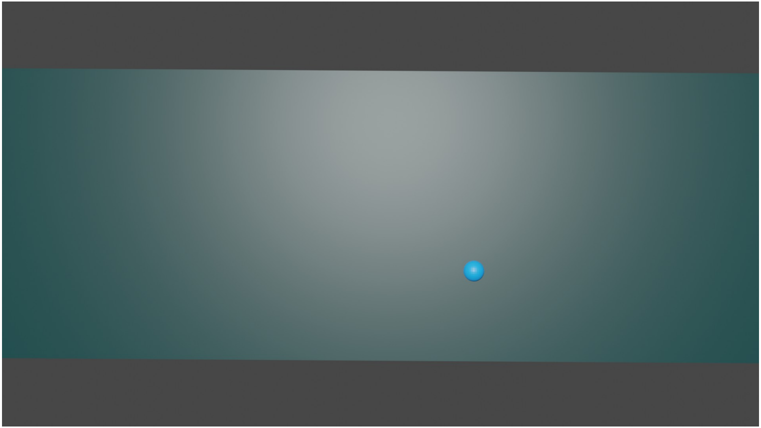
Determinar la rendija por la que pasó



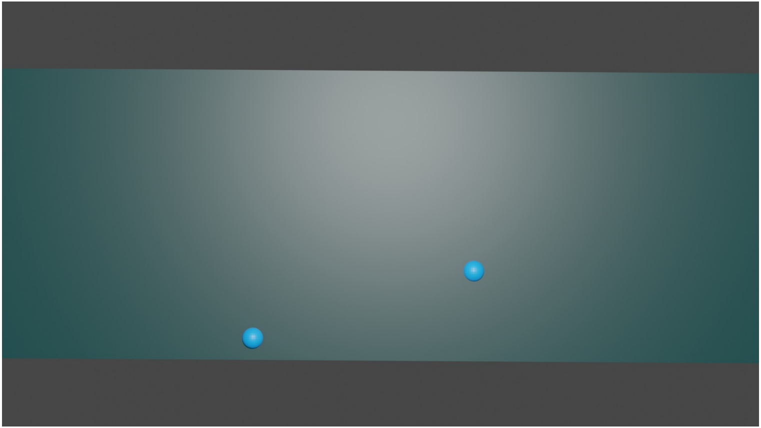


Determinar la rendija por la que pasó.

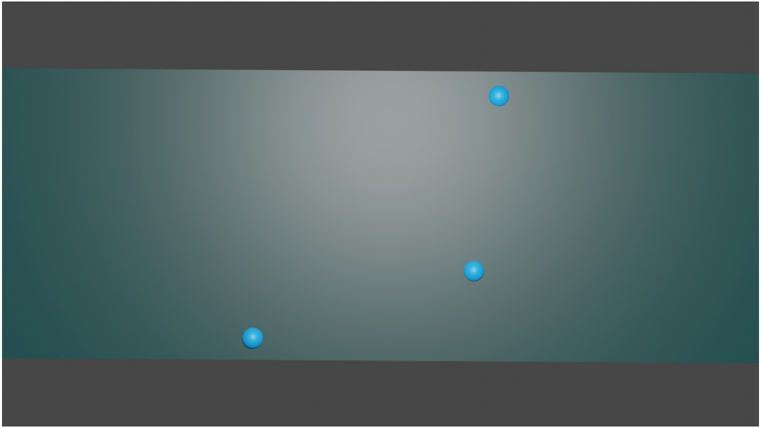
Determinar la rendija por la que pasó.



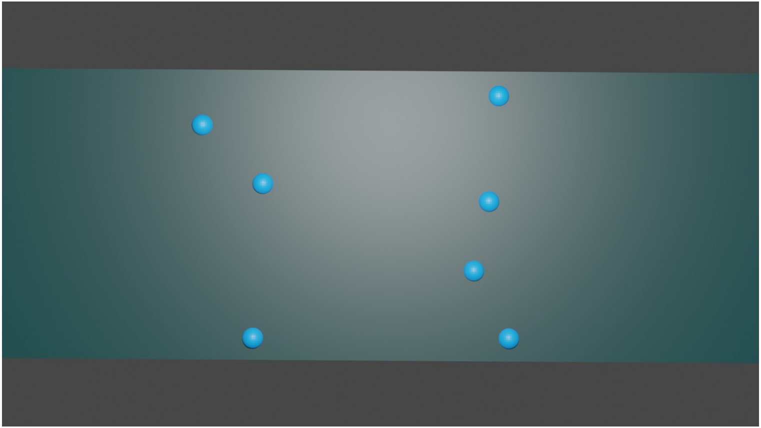
Determinar la rendija por la que pasó.



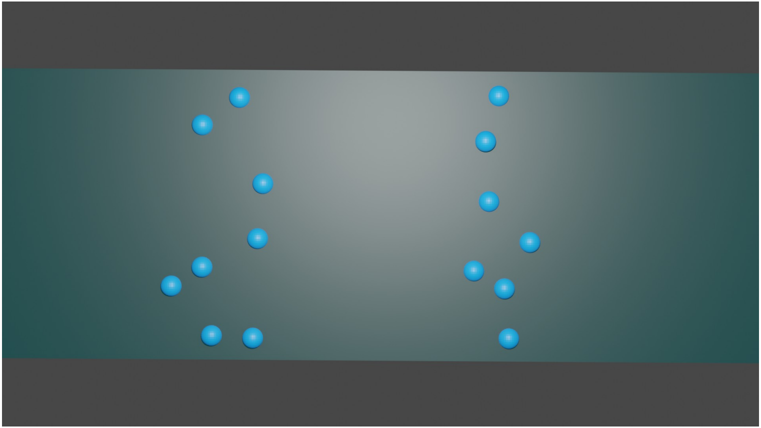
Determinar la rendija por la que pasó.



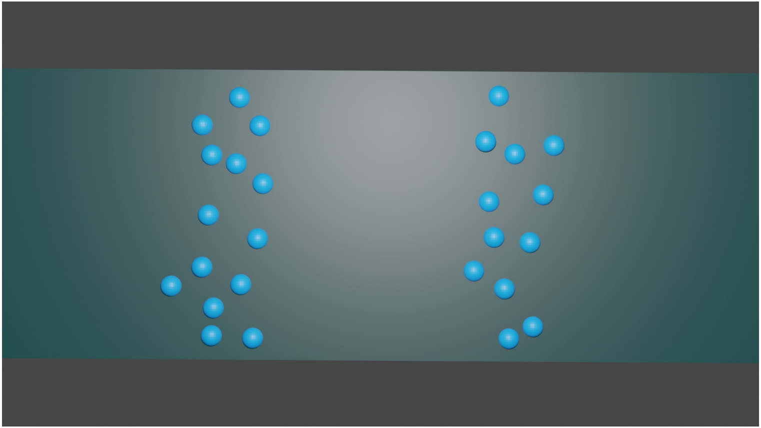
Determinar la rendija por la que pasó.



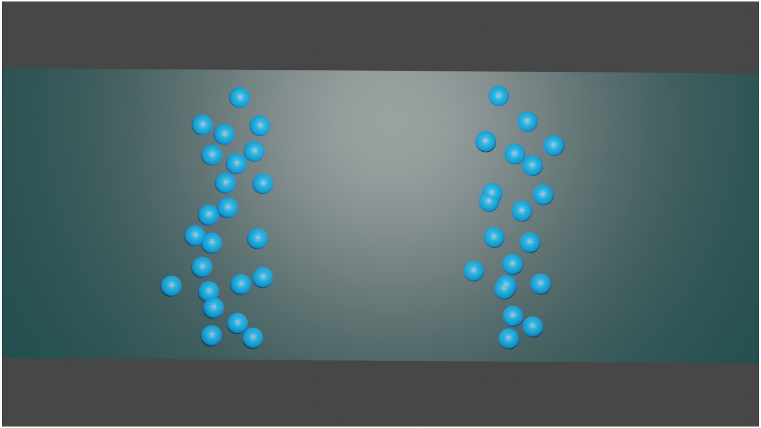
Determinar la rendija por la que pasó.



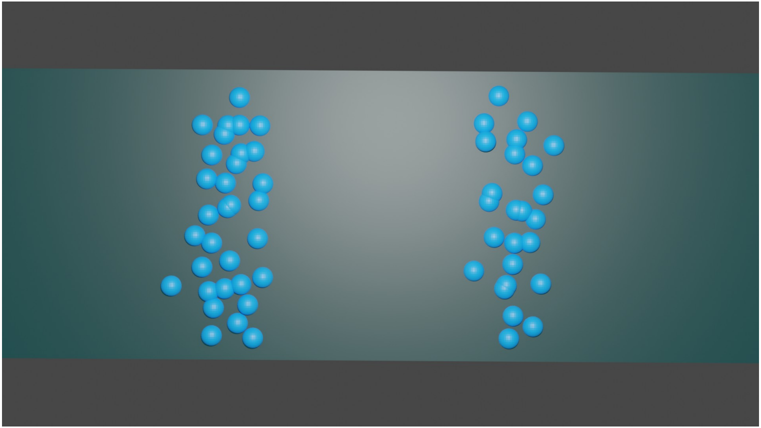
Determinar la rendija por la que pasó.



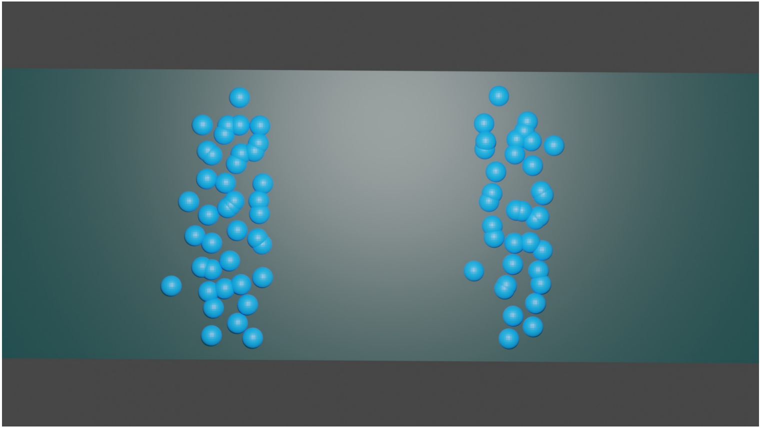
Determinar la rendija por la que pasó.



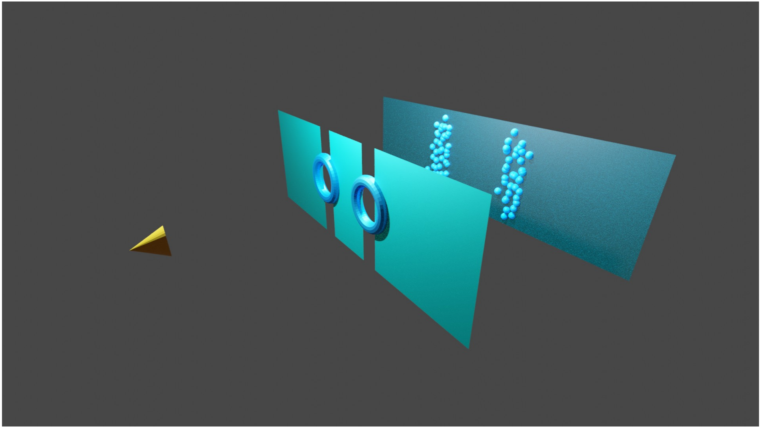
Determinar la rendija por la que pasó.



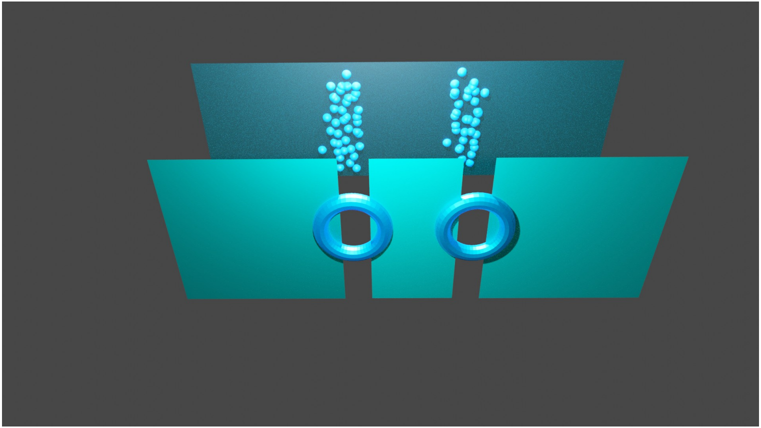
Determinar la rendija por la que pasó.

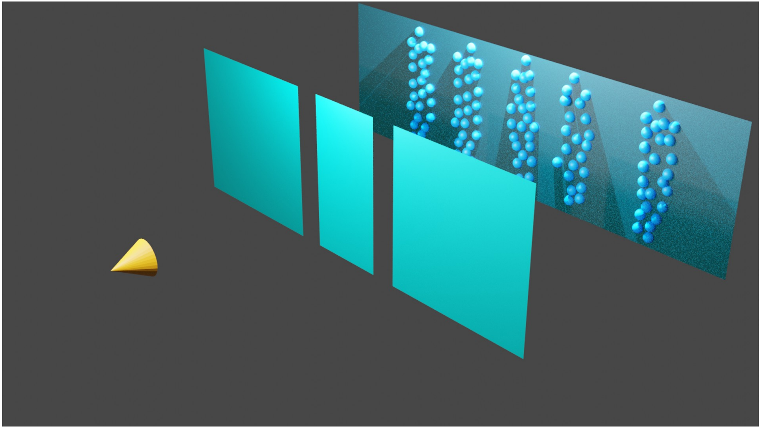


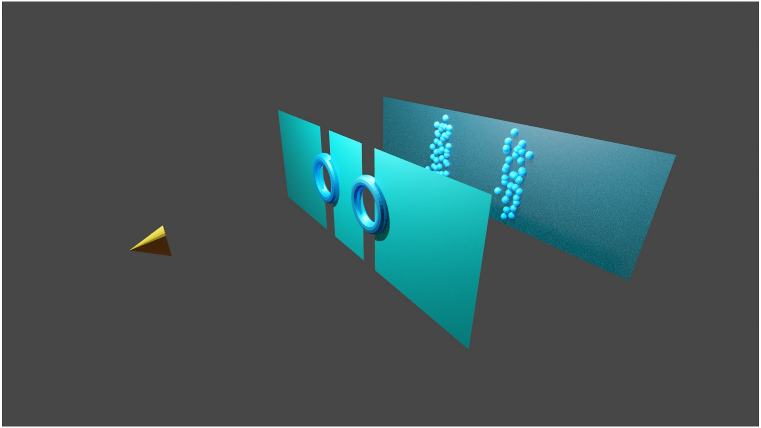
Which way?



Which way?







Características de lo observado

- Distintos contextos de experimentación (incompatibles entre sí).
- Comportamiento probabilístico (en ambos contextos de experimentación).
- La cuántica permite describir las distribuciones de probabilidad en cada contexto de experimentación.
- Las distribuciones de probabilidad dependen del contexto de experimentación.
- Si mido por qué rendija pasó, se destruye el patrón de interferencia. Si no lo hago, pierdo información sobre el camino.

Características de lo observado

- Distintos contextos de experimentación (incompatibles entre sí).
- Comportamiento probabilístico (en ambos contextos de experimentación).
- La cuántica permite describir las distribuciones de probabilidad en cada contexto de experimentación.
- Las distribuciones de probabilidad dependen del contexto de experimentación.
- Si mido por qué rendija pasó, se destruye el patrón de interferencia. Si no lo hago, pierdo información sobre el camino.

- Distintos contextos de experimentación (incompatibles entre sí).
- Comportamiento probabilístico (en ambos contextos de experimentación).
- La cuántica permite describir las distribuciones de probabilidad en cada contexto de experimentación.
- Las distribuciones de probabilidad dependen del contexto de experimentación.
- Si mido por qué rendija pasó, se destruye el patrón de interferencia. Si no lo hago, pierdo información sobre el camino.

Características de lo observado

- Distintos contextos de experimentación (incompatibles entre sí).
- Comportamiento probabilístico (en ambos contextos de experimentación).
- La cuántica permite describir las distribuciones de probabilidad en cada contexto de experimentación.
- Las distribuciones de probabilidad dependen del contexto de experimentación.
- Si mido por qué rendija pasó, se destruye el patrón de interferencia. Si no lo hago, pierdo información sobre el camino.

Características de lo observado

- Distintos contextos de experimentación (incompatibles entre sí).
- Comportamiento probabilístico (en ambos contextos de experimentación).
- La cuántica permite describir las distribuciones de probabilidad en cada contexto de experimentación.
- Las distribuciones de probabilidad dependen del contexto de experimentación.
- Si mido por qué rendija pasó, se destruye el patrón de interferencia. Si no lo hago, pierdo información sobre el camino.

Outline

1. La doble rendija
2. El formalismo cuántico

"La partícula está en la rendija izquierda":

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Lo representamos por un vector.

"La partícula está en la rendija derecha":

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

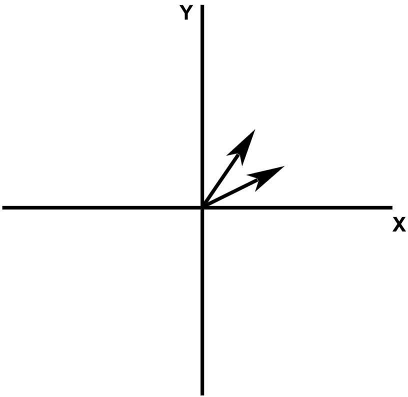
Lo representamos por un vector.

A la salida de la primera pantalla (en el contexto de interferencia):

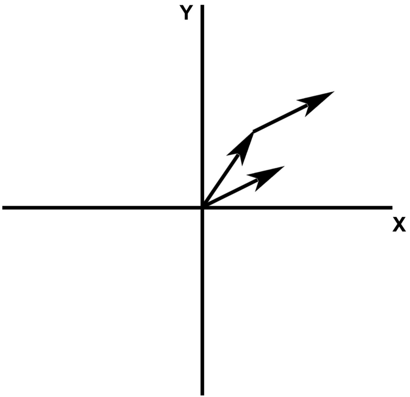
$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix} \quad (3)$$

El estado va a estar dado por una combinación lineal:

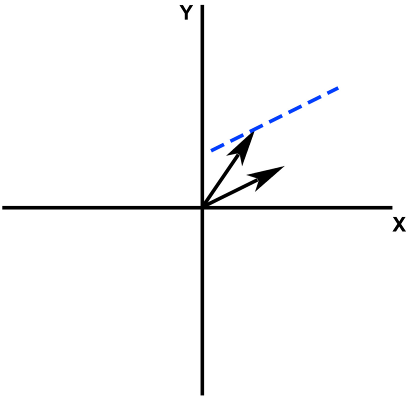
Ley del paralelogramo



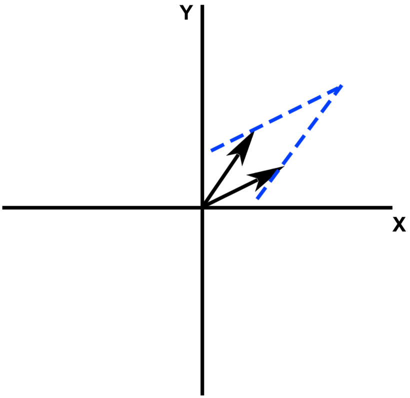
Ley del paralelogramo



Ley del paralelogramo

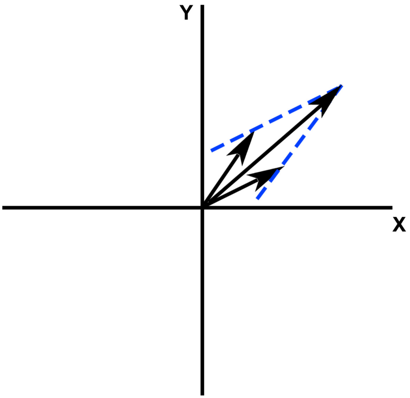


Ley del paralelogramo

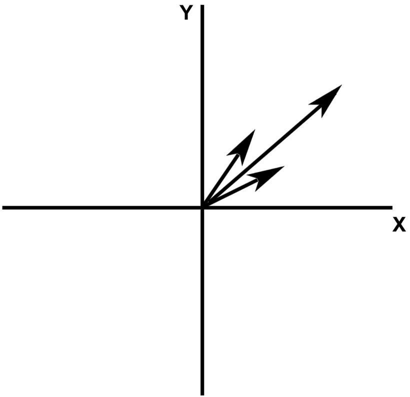


Recuerden cómo se suman los vectores

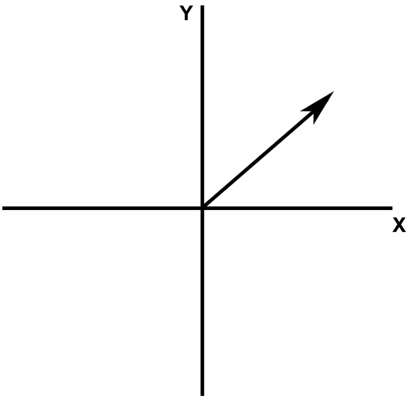
Ley del paralelogramo



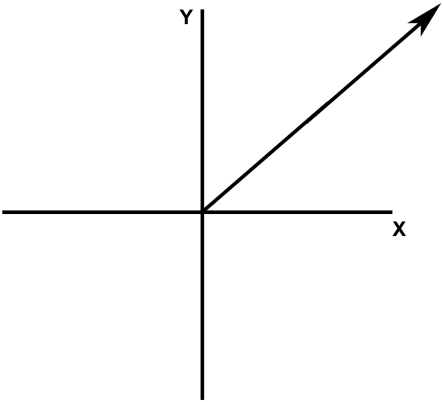
Ley del paralelogramo



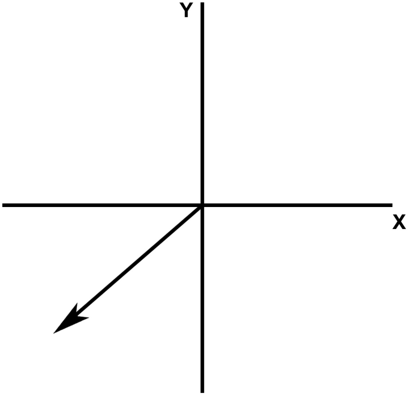
Dado un vector $|\psi\rangle$:



Lo multiplico por 2: $2|\psi\rangle$.

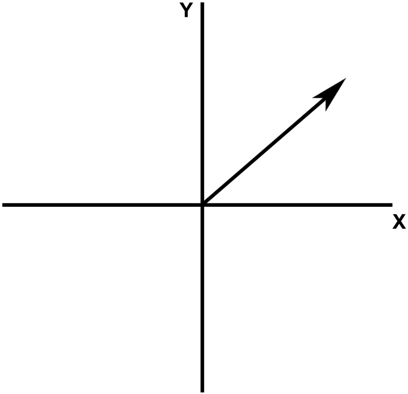


Lo multiplico por -1: $-|\psi\rangle$.

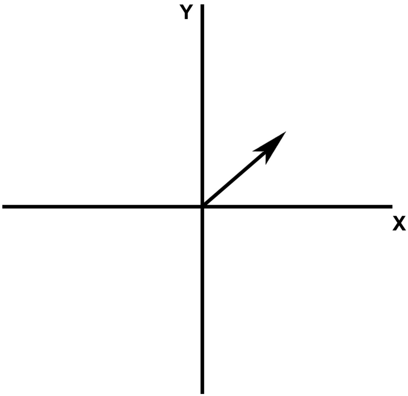


Recuerden cómo se multiplican por escalares

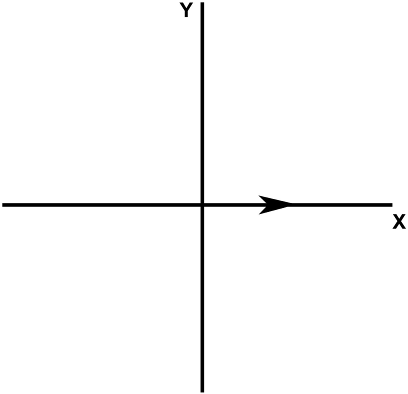
Dado $|\psi\rangle$:



Lo multiplico por $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{2}|\psi\rangle$:

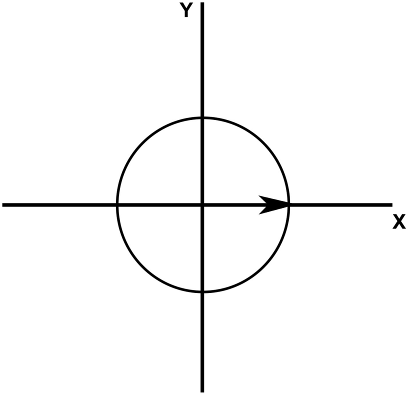


Representación en $\mathbb{R}^2$:



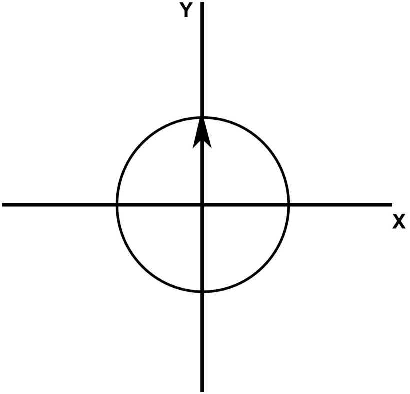
$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

Representación en $\mathbb{R}^2$ (indicando el círculo de radio 1):



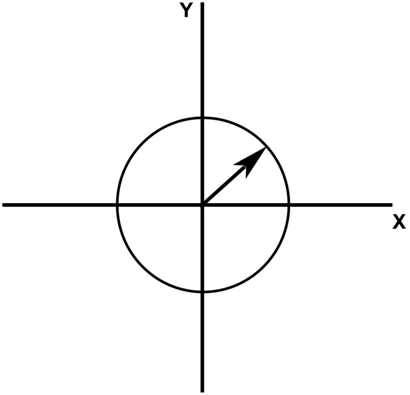
$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

Representación en $\mathbb{R}^2$ (indicando el círculo de radio 1):



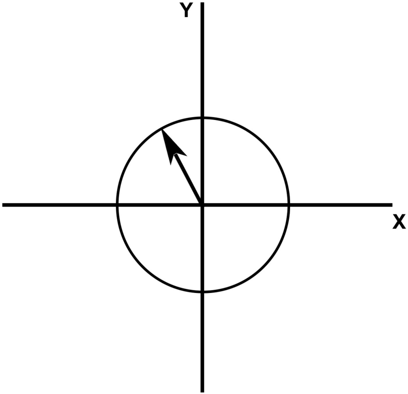
$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{6}$$

Representación en $\mathbb{R}^2$ (indicando el círculo de radio 1):



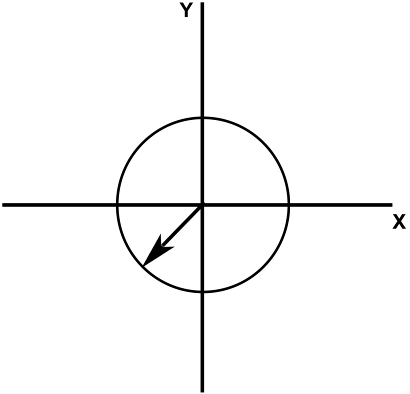
$$\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix} \qquad (7)$$

Representación en $\mathbb{R}^2$ (indicando el círculo de radio 1):



$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}|0\rangle + \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}}|1\rangle = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\end{pmatrix} \qquad (8)$$

Representación en $\mathbb{R}^2$ (indicando el círculo de radio 1):



$$-\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} - \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\frac{1}{\sqrt{2}}\\-\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix} \quad (9)$$

Un *espacio vectorial sobre los números reales* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "$+$" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{R}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números reales* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "$+$" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{R}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Espacios vectoriales: axiomas

Un *espacio vectorial sobre los números reales* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "+" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{R}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números reales* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "+" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{R}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números reales* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "+" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{R}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números reales* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "+" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{R}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números reales* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "+" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{R}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números reales* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "+" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{R}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{R}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

$z \in \mathbb{C} \longrightarrow z = a + bi, \;\; \text{con } a, b \in \mathbb{R}$
$\bar{z} = a - bi$
$i^2 = -1$
$|z|^2 = a^2 + b^2 = z\bar{z} = (a + bi)(a - bi)$
$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
Otra forma de describir a un complejo es dando un módulo ($|z| \in \mathbb{R}$) y una fase $\theta \in [0, 2\pi)$:
$z = |z| \exp^{i\theta}$
$|\exp^{i\theta}| = 1 \;\; \forall \theta \in [0, 2\pi]$

Un *espacio vectorial sobre los números complejos* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "+" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{C}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números complejos* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "+" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{C}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números complejos* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "+" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{C}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números complejos* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "+" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{C}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números complejos* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma “$+$” y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{C}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números complejos* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "+" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{C}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números complejos* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma “$+$” y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{C}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Un *espacio vectorial sobre los números complejos* es un conjunto $\mathbb{V}$ no vacío, dotado de una suma "+" y un producto por escalares con las siguientes propiedades.

- Para todo $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|u\rangle + (|v\rangle + |w\rangle) = (|u\rangle + |v\rangle) + |w\rangle$ (asociatividad).
- Para todo $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + |w\rangle = |w\rangle + |v\rangle$ (conmutatividad).
- Existe $\mathbf{0} \in \mathbb{V}$ tal que para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $|v\rangle + \mathbf{0} = \mathbf{0} + |v\rangle = |v\rangle$ (existe el nulo de la suma).
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, existe $|v\rangle' \in \mathbb{V}$ tal que $|v\rangle + |v\rangle' = \mathbf{0}$.
- Para todo $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $a(b|v\rangle) = (ab)|v\rangle$.
- Para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $1|v\rangle = |v\rangle$.
- Para todo $a \in \mathbb{C}$ y para todos $|v\rangle, |w\rangle \in \mathbb{V}$, $a(|v\rangle + |w\rangle) = a|v\rangle + a|w\rangle$.
- Para todos $a, b \in \mathbb{C}$ y para todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$, $(a+b)|v\rangle = a|v\rangle + b|v\rangle$.

Dado un espacio vectorial $\mathbb{V}$ sobre $\mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$, sean $|v_1\rangle$, $|v_2\rangle$, ..., $|v_n\rangle$, vectores de $\mathbb{V}$. Decimos que $|v\rangle$ es *combinación lineal* de $|v_1\rangle$, $|v_2\rangle$, ..., $|v_n\rangle$, si existen a_1, a_2, ..., a_n (elementos del cuerpo $\mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$), de forma tal que:

$$|v\rangle = a_1|v_1\rangle + a_2|v_2\rangle + ... + a_n|v_n\rangle = \sum_{i=1}^{n} a_i|v_i\rangle$$

Dado un espacio vectorial $\mathbb{V}$ sobre $\mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$, decimos que el conjunto $C = \{|v_1\rangle, |v\rangle, ..., |v_n\rangle\}$ *genera* a $\mathbb{V}$ si todo $|v\rangle \in \mathbb{V}$ puede escribirse como combinación lineal de elementos de C.
Es decir, para todo vector $|v\rangle$ existen escalares a_1, a_2, ..., a_n, tales que:

$$|v\rangle = a_1|v_1\rangle + a_2|v_2\rangle + ... + a_n|v_n\rangle = \sum_{i=1}^{n} a_i|v_i\rangle$$

Conceptos fundamentales: independencia lineal

Dado un espacio vectorial $\mathbb{V}$ sobre $\mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$, decimos que el conjunto $C = \{|v_1\rangle, |v_2\rangle, ..., |v_n\rangle\}$ es *linealmente independiente* si siempre que:

$$a_1|v_1\rangle + a_2|v_2\rangle + ... + a_n|v_n\rangle = \mathbf{0}$$

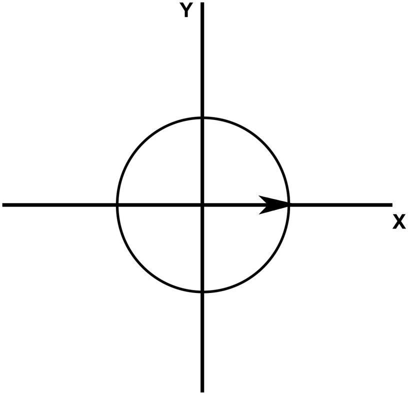
implica que $a_1 = a_2 = ... = a_n = 0$.

Conceptos fundamentales: base y dimensión

Dado un espacio vectorial $\mathbb{V}$ sobre $\mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$, decimos que el conjunto $B = \{|v_1\rangle, |v_2\rangle, ..., |v_n\rangle\}$ es una *base*, si B es linealmente independiente y genera a $\mathbb{V}$. La *dimensión* de un espacio vectorial viene dada por el número de elementos de cualquiera de sus bases.

Qué pasa si aplico una compuerta a un estado?

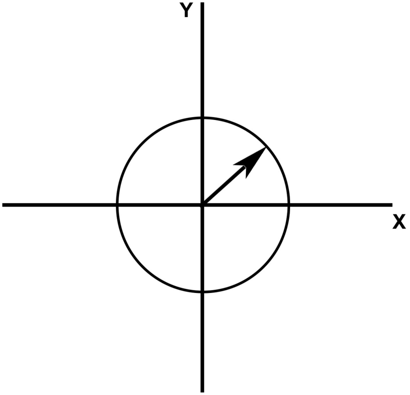
Ahora veamos qué ocurre con la evolución temporal de un estado.



$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{10}$$

Qué pasa si aplico una compuerta a un estado?

Aplicar una evolución temporal equivale a multiplicar por una matriz:



$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \quad (11)$$

¿Cómo se multiplica matriz por un vector?

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \tag{12}$$

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \tag{13}$$

$$M|\psi\rangle = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a\alpha + b\beta \\ c\alpha + d\beta \end{pmatrix} \tag{14}$$

Si estoy en el estado:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \tag{15}$$

la probabilidad de obtener $|0\rangle$ en una medición es $|\frac{1}{\sqrt{2}}|^2 = \frac{1}{2}$
y la probabilidad de obtener $|1\rangle$ en una medición es $|\frac{1}{\sqrt{2}}|^2 = \frac{1}{2}$.

Modelo de probabilidad finito: un dado.

- Los resultados posibles vienen dados por $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Un estado probabilístico del dado viene dado por una asignación de probabilidades a los distintos resultados de Ω: p_i, $i = 1, ..., 6$.
- Si el dado no está cargado, tenemos $p_i = \frac{1}{6}$ para todo i (pero, para un dado real, probablemente, no sea así).

- Los resultados posibles vienen dados por $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Un estado probabilístico del dado viene dado por una asignación de probabilidades a los distintos resultados de Ω: p_i, $i = 1, ..., 6$.
- Si el dado no está cargado, tenemos $p_i = \frac{1}{6}$ para todo i (pero, para un dado real, probablemente, no sea así).

Modelo de probabilidad finito: un dado.

- Los resultados posibles vienen dados por $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Un estado probabilístico del dado viene dado por una asignación de probabilidades a los distintos resultados de Ω: p_i, $i = 1, ..., 6$.
- Si el dado no está cargado, tenemos $p_i = \frac{1}{6}$ para todo i (pero, para un dado real, probablemente, no sea así).

Los eventos van a ser representados por subconjuntos de Ω
Ejemplos:

- "El resultado es par" $\longrightarrow \{2, 4, 6\}$.
- "El resultado es impar" $\longrightarrow \{1, 3, 5\}$.
- "El resultado es mayor a 2" $\longrightarrow \{3, 4, 5, 6\}$.
- "El resultado es menor o igual que 3" $\longrightarrow \{1, 2, 3\}$.
- "El resultado no es ni 1 ni 5" $\longrightarrow \{2, 3, 4, 6\}$.

Los eventos van a ser representados por subconjuntos de Ω
Ejemplos:

- "El resultado es par" $\longrightarrow \{2, 4, 6\}$.
- "El resultado es impar" $\longrightarrow \{1, 3, 5\}$.
- "El resultado es mayor a 2" $\longrightarrow \{3, 4, 5, 6\}$.
- "El resultado es menor o igual que 3" $\longrightarrow \{1, 2, 3\}$.
- "El resultado no es ni 1 ni 5" $\longrightarrow \{2, 3, 4, 6\}$.

Los eventos van a ser representados por subconjuntos de Ω
Ejemplos:

- "El resultado es par" $\longrightarrow \{2, 4, 6\}$.
- "El resultado es impar" $\longrightarrow \{1, 3, 5\}$.
- "El resultado es mayor a 2" $\longrightarrow \{3, 4, 5, 6\}$.
- "El resultado es menor o igual que 3" $\longrightarrow \{1, 2, 3\}$.
- "El resultado no es ni 1 ni 5" $\longrightarrow \{2, 3, 4, 6\}$.

Los eventos van a ser representados por subconjuntos de Ω

Ejemplos:

- "El resultado es par" $\longrightarrow \{2, 4, 6\}$.
- "El resultado es impar" $\longrightarrow \{1, 3, 5\}$.
- "El resultado es mayor a 2" $\longrightarrow \{3, 4, 5, 6\}$.
- "El resultado es menor o igual que 3" $\longrightarrow \{1, 2, 3\}$.
- "El resultado no es ni 1 ni 5" $\longrightarrow \{2, 3, 4, 6\}$.

Los eventos se pueden combinar

- "El resultado es par y mayor a 2" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cap \{3,4,5,6\} = \{4,6\}$.
- "El resultado es impar o menor que 2" $\longrightarrow$ $\{1,3,5\} \cup \{1,2\} = \{1,2,3,5\}$
- "El resultado no es par" $\longrightarrow$ $(\{2,4,6\})^c = \{1,3,5\}$.
- "El resultado es par o es impar" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cup \{1,3,5\} = \Omega := \mathbf{1}$.
- "El resultado es par y es impar" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cap \{1,3,5\} = \emptyset := \mathbf{0}$.
- Si $X \subseteq Y$, decimos que $X \leq Y$. Ejemplo: $\{2\} \leq \{2,4,6\}$ (se lee: "El evento "el resultado es 2", implica al evento "el resultado es par").

Conclusión:
Hay una estructura lógica dando vueltas detrás de la noción de probabilidad.

Los eventos se pueden combinar

- "El resultado es par y mayor a 2" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cap \{3,4,5,6\} = \{4,6\}$.
- "El resultado es impar o menor que 2" $\longrightarrow$ $\{1,3,5\} \cup \{1,2\} = \{1,2,3,5\}$
- "El resultado no es par" $\longrightarrow$ $(\{2,4,6\})^c = \{1,3,5\}$.
- "El resultado es par o es impar" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cup \{1,3,5\} = \Omega := \mathbf{1}$.
- "El resultado es par y es impar" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cap \{1,3,5\} = \emptyset := \mathbf{0}$.
- Si $X \subseteq Y$, decimos que $X \leq Y$. Ejemplo: $\{2\} \leq \{2,4,6\}$ (se lee: "El evento "el resultado es 2", implica al evento "el resultado es par").

Conclusión:
Hay una estructura lógica dando vueltas detrás de la noción de probabilidad.

Los eventos se pueden combinar

- "El resultado es par y mayor a 2" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cap \{3,4,5,6\} = \{4,6\}$.
- "El resultado es impar o menor que 2" $\longrightarrow$ $\{1,3,5\} \cup \{1,2\} = \{1,2,3,5\}$
- "El resultado no es par" $\longrightarrow$ $(\{2,4,6\})^c = \{1,3,5\}$.
- "El resultado es par o es impar" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cup \{1,3,5\} = \Omega := \mathbf{1}$.
- "El resultado es par y es impar" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cap \{1,3,5\} = \emptyset := \mathbf{0}$.
- Si $X \subseteq Y$, decimos que $X \leq Y$. Ejemplo: $\{2\} \leq \{2,4,6\}$ (se lee: "El evento "el resultado es 2", implica al evento "el resultado es par").

Conclusión:
Hay una estructura lógica dando vueltas detrás de la noción de probabilidad.

Los eventos se pueden combinar

- "El resultado es par y mayor a 2" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cap \{3,4,5,6\} = \{4,6\}$.
- "El resultado es impar o menor que 2" $\longrightarrow$ $\{1,3,5\} \cup \{1,2\} = \{1,2,3,5\}$
- "El resultado no es par" $\longrightarrow$ $(\{2,4,6\})^c = \{1,3,5\}$.
- "El resultado es par o es impar" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cup \{1,3,5\} = \Omega := \mathbf{1}$.
- "El resultado es par y es impar" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cap \{1,3,5\} = \emptyset := \mathbf{0}$.
- Si $X \subseteq Y$, decimos que $X \leq Y$. Ejemplo: $\{2\} \leq \{2,4,6\}$ (se lee: "El evento "el resultado es 2", implica al evento "el resultado es par").

Conclusión:
Hay una estructura lógica dando vueltas detrás de la noción de probabilidad.

Los eventos se pueden combinar

- "El resultado es par y mayor a 2" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cap \{3,4,5,6\} = \{4,6\}$.
- "El resultado es impar o menor que 2" $\longrightarrow$ $\{1,3,5\} \cup \{1,2\} = \{1,2,3,5\}$
- "El resultado no es par" $\longrightarrow$ $(\{2,4,6\})^c = \{1,3,5\}$.
- "El resultado es par o es impar" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cup \{1,3,5\} = \Omega := \mathbf{1}$.
- "El resultado es par y es impar" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cap \{1,3,5\} = \emptyset := \mathbf{0}$.
- Si $X \subseteq Y$, decimos que $X \leq Y$. Ejemplo: $\{2\} \leq \{2,4,6\}$ (se lee: "El evento "el resultado es 2", implica al evento "el resultado es par").

Conclusión:
Hay una estructura lógica dando vueltas detrás de la noción de probabilidad.

- "El resultado es par y mayor a 2" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cap \{3,4,5,6\} = \{4,6\}$.
- "El resultado es impar o menor que 2" $\longrightarrow$ $\{1,3,5\} \cup \{1,2\} = \{1,2,3,5\}$
- "El resultado no es par" $\longrightarrow$ $(\{2,4,6\})^c = \{1,3,5\}$.
- "El resultado es par o es impar" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cup \{1,3,5\} = \Omega := \mathbf{1}$.
- "El resultado es par y es impar" $\longrightarrow$ $\{2,4,6\} \cap \{1,3,5\} = \emptyset := \mathbf{0}$.
- Si $X \subseteq Y$, decimos que $X \leq Y$. Ejemplo: $\{2\} \leq \{2,4,6\}$ (se lee: "El evento "el resultado es 2", implica al evento "el resultado es par").

Conclusión:
Hay una estructura lógica dando vueltas detrás de la noción de probabilidad.

Calcular probabilidades nuevas a partir de otras

- $p(\{1\} \vee \{2\}) = p(\{1\}) + (\{2\}) = p_1 + p_2$
  Ej.:$p(\{1\} \vee \{2\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$; $p(X \vee Y) = p(X) + p(Y)$, siempre que $X \cap Y = 0$.
- $p(\{2,4,6\}) = p(\{2\} \vee \{4\} \vee \{6\}) =$
  $p(\{2\}) + p(\{4\}) + p(\{6\}) = P_2 + p_4 + p_6$.
- $p(\{2,4,6\} \vee \{1,3,5\}) = p(\{2,4,6\}) + p(\{1,3,5\}) = 1$.
- $p(\{1,3,5\}) = p(\neg\{2,4,6\}) = 1 - p(\{2,4,6\})$
  $p(\neg X) = 1 - p(X)$.
- $p(\{1,3,5\} \vee \{1,2,3\}) = p(\{1,3,5\}) + p(\{1,2,3\}) - p(\{1,3\})$
  $p(X \vee Y) = p(X) + p(Y) - p(X \wedge Y)$.

Calcular probabilidades nuevas a partir de otras

- $p(\{1\} \vee \{2\}) = p(\{1\}) + (\{2\}) = p_1 + p_2$
  Ej.:$p(\{1\} \vee \{2\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$; $p(X \vee Y) = p(X) + p(Y)$, siempre que $X \cap Y = 0$.
- $p(\{2,4,6\}) = p(\{2\} \vee \{4\} \vee \{6\}) =$
  $p(\{2\}) + p(\{4\}) + p(\{6\}) = P_2 + p_4 + p_6$.
- $p(\{2,4,6\} \vee \{1,3,5\}) = p(\{2,4,6\}) + p(\{1,3,5\}) = 1$.
- $p(\{1,3,5\}) = p(\neg\{2,4,6\}) = 1 - p(\{2,4,6\})$
  $p(\neg X) = 1 - p(X)$.
- $p(\{1,3,5\} \vee \{1,2,3\}) = p(\{1,3,5\}) + p(\{1,2,3\}) - p(\{1,3\})$
  $p(X \vee Y) = p(X) + p(Y) - p(X \wedge Y)$.

Calcular probabilidades nuevas a partir de otras

- $p(\{1\} \vee \{2\}) = p(\{1\}) + (\{2\}) = p_1 + p_2$
  Ej.:$p(\{1\} \vee \{2\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$; $p(X \vee Y) = p(X) + p(Y)$, siempre que $X \cap Y = 0$.
- $p(\{2,4,6\}) = p(\{2\} \vee \{4\} \vee \{6\}) =$
  $p(\{2\}) + p(\{4\}) + p(\{6\}) = P_2 + p_4 + p_6$.
- $p(\{2,4,6\} \vee \{1,3,5\}) = p(\{2,4,6\}) + p(\{1,3,5\}) = 1$.
- $p(\{1,3,5\}) = p(\neg\{2,4,6\}) = 1 - p(\{2,4,6\})$
  $p(\neg X) = 1 - p(X)$.
- $p(\{1,3,5\} \vee \{1,2,3\}) = p(\{1,3,5\}) + p(\{1,2,3\}) - p(\{1,3\})$
  $p(X \vee Y) = p(X) + p(Y) - p(X \wedge Y)$.

Calcular probabilidades nuevas a partir de otras

- $p(\{1\} \vee \{2\}) = p(\{1\}) + (\{2\}) = p_1 + p_2$
  Ej.:$p(\{1\} \vee \{2\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$; $p(X \vee Y) = p(X) + p(Y)$,
  siempre que $X \cap Y = 0$.
- $p(\{2,4,6\}) = p(\{2\} \vee \{4\} \vee \{6\}) =$
  $p(\{2\}) + p(\{4\}) + p(\{6\}) = P_2 + p_4 + p_6$.
- $p(\{2,4,6\} \vee \{1,3,5\}) = p(\{2,4,6\}) + p(\{1,3,5\}) = 1$.
- $p(\{1,3,5\}) = p(\neg\{2,4,6\}) = 1 - p(\{2,4,6\})$
  $p(\neg X) = 1 - p(X)$.
- $p(\{1,3,5\} \vee \{1,2,3\}) = p(\{1,3,5\}) + p(\{1,2,3\}) - p(\{1,3\})$
  $p(X \vee Y) = p(X) + p(Y) - p(X \wedge Y)$.

Calcular probabilidades nuevas a partir de otras

- $p(\{1\} \vee \{2\}) = p(\{1\}) + (\{2\}) = p_1 + p_2$
  Ej.:$p(\{1\} \vee \{2\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$; $p(X \vee Y) = p(X) + p(Y)$, siempre que $X \cap Y = 0$.
- $p(\{2,4,6\}) = p(\{2\} \vee \{4\} \vee \{6\}) =$
  $p(\{2\}) + p(\{4\}) + p(\{6\}) = P_2 + p_4 + p_6$.
- $p(\{2,4,6\} \vee \{1,3,5\}) = p(\{2,4,6\}) + p(\{1,3,5\}) = 1$.
- $p(\{1,3,5\}) = p(\neg\{2,4,6\}) = 1 - p(\{2,4,6\})$
  $p(\neg X) = 1 - p(X)$.
- $p(\{1,3,5\} \vee \{1,2,3\}) = p(\{1,3,5\}) + p(\{1,2,3\}) - p(\{1,3\})$
  $p(X \vee Y) = p(X) + p(Y) - p(X \wedge Y)$.

Medidas de probabilidad

$$\mu : \Sigma \to [0, 1] \tag{16}$$

tal que:

1. $\mu(\emptyset) = 0$
2. Para cualquier familia de conjuntos disjuntos de a dos $\{A_i\}_{i \in I}$

$$\mu(\bigcup_{i \in I} A_i) = \sum_i \mu(A_i)$$

Caso clásico

Σ es un algebra de Boole y satisface $\mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B) - \mu(A \cap B)$ (*principio de inclusión-exclusión*). También tenemos: $\mu(A \cup B) \leq \mu(A) + \mu(B)$

¿Cómo calculo la probabilidad?

Si estoy en el estado:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \tag{17}$$

la probabilidad de obtener $|0\rangle$ en una medición es $|\alpha|^2 \in [0, 1]$.
y la probabilidad de obtener $|1\rangle$ en una medición es $|\beta|^2 \in [0, 1]$.
α y β son números complejos.

Lo que vamos a ver en estos días

- Estados $\Longleftrightarrow$ Vectores de longitud 1 (flechitas).
- Estados de superposición $\Longleftrightarrow$ Combinaciones lineales de vectores (longitud total $= 1$).
- Evolución dinámica $\Longleftrightarrow$ Multiplicar por una matriz (unitaria) adecuada (es como *rotar* vectores).
- Probabilidad de observar algo $\Longleftrightarrow$ Módulo del coeficiente de la combinación lineal al cuadrado.

Lo que vamos a ver en estos días

- Estados $\Longleftrightarrow$ Vectores de longitud 1 (flechitas).
- Estados de superposición $\Longleftrightarrow$ Combinaciones lineales de vectores (longitud total $= 1$).
- Evolución dinámica $\Longleftrightarrow$ Multiplicar por una matriz (unitaria) adecuada (es como *rotar* vectores).
- Probabilidad de observar algo $\Longleftrightarrow$ Módulo del coeficiente de la combinación lineal al cuadrado.

Lo que vamos a ver en estos días

- Estados $\Longleftrightarrow$ Vectores de longitud 1 (flechitas).
- Estados de superposición $\Longleftrightarrow$ Combinaciones lineales de vectores (longitud total $= 1$).
- Evolución dinámica $\Longleftrightarrow$ Multiplicar por una matriz (unitaria) adecuada (es como *rotar* vectores).
- Probabilidad de observar algo $\Longleftrightarrow$ Módulo del coeficiente de la combinación lineal al cuadrado.

Lo que vamos a ver en estos días

- Estados $\Longleftrightarrow$ Vectores de longitud 1 (flechitas).
- Estados de superposición $\Longleftrightarrow$ Combinaciones lineales de vectores (longitud total $= 1$).
- Evolución dinámica $\Longleftrightarrow$ Multiplicar por una matriz (unitaria) adecuada (es como *rotar* vectores).
- Probabilidad de observar algo $\Longleftrightarrow$ Módulo del coeficiente de la combinación lineal al cuadrado.